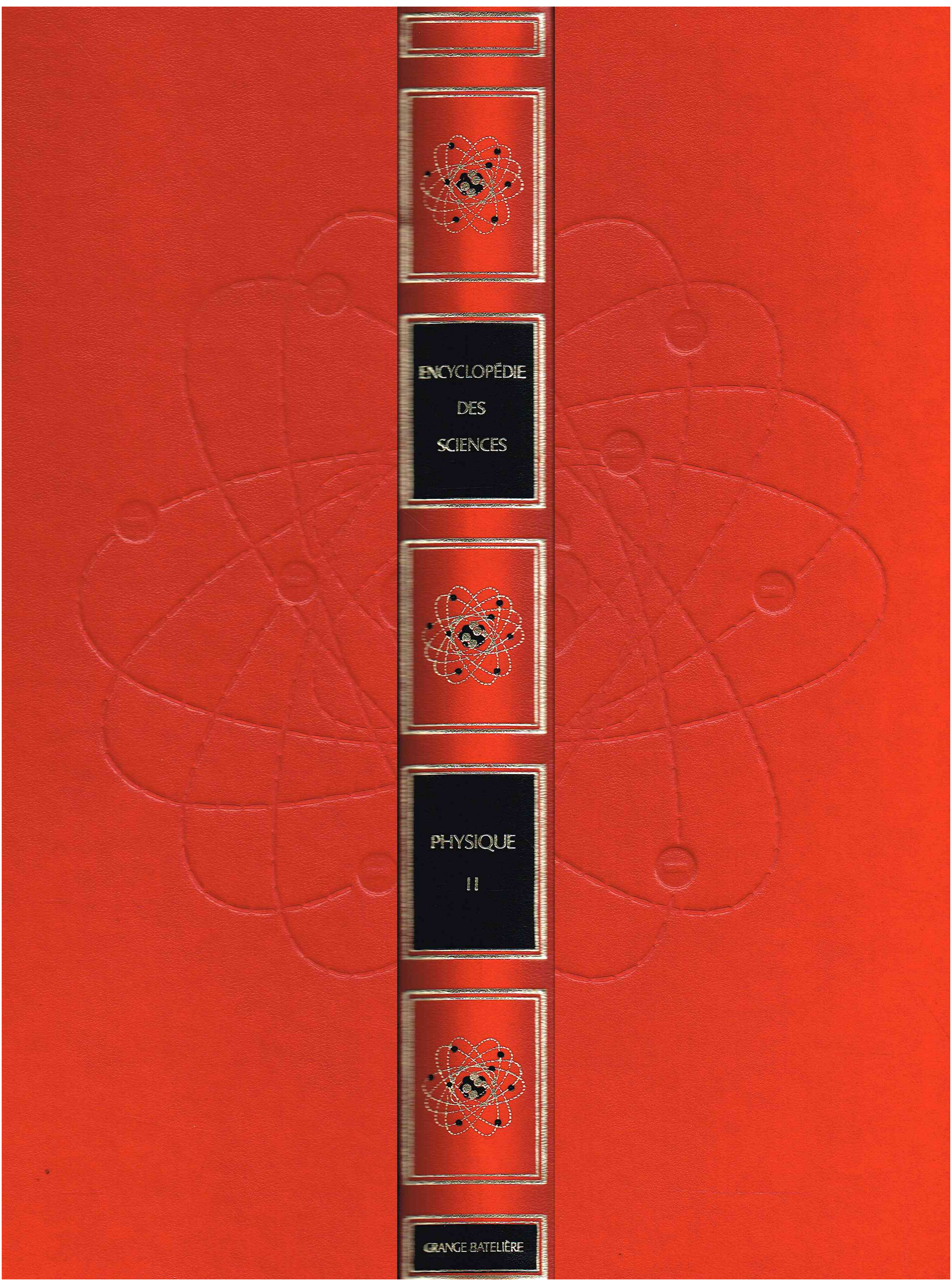
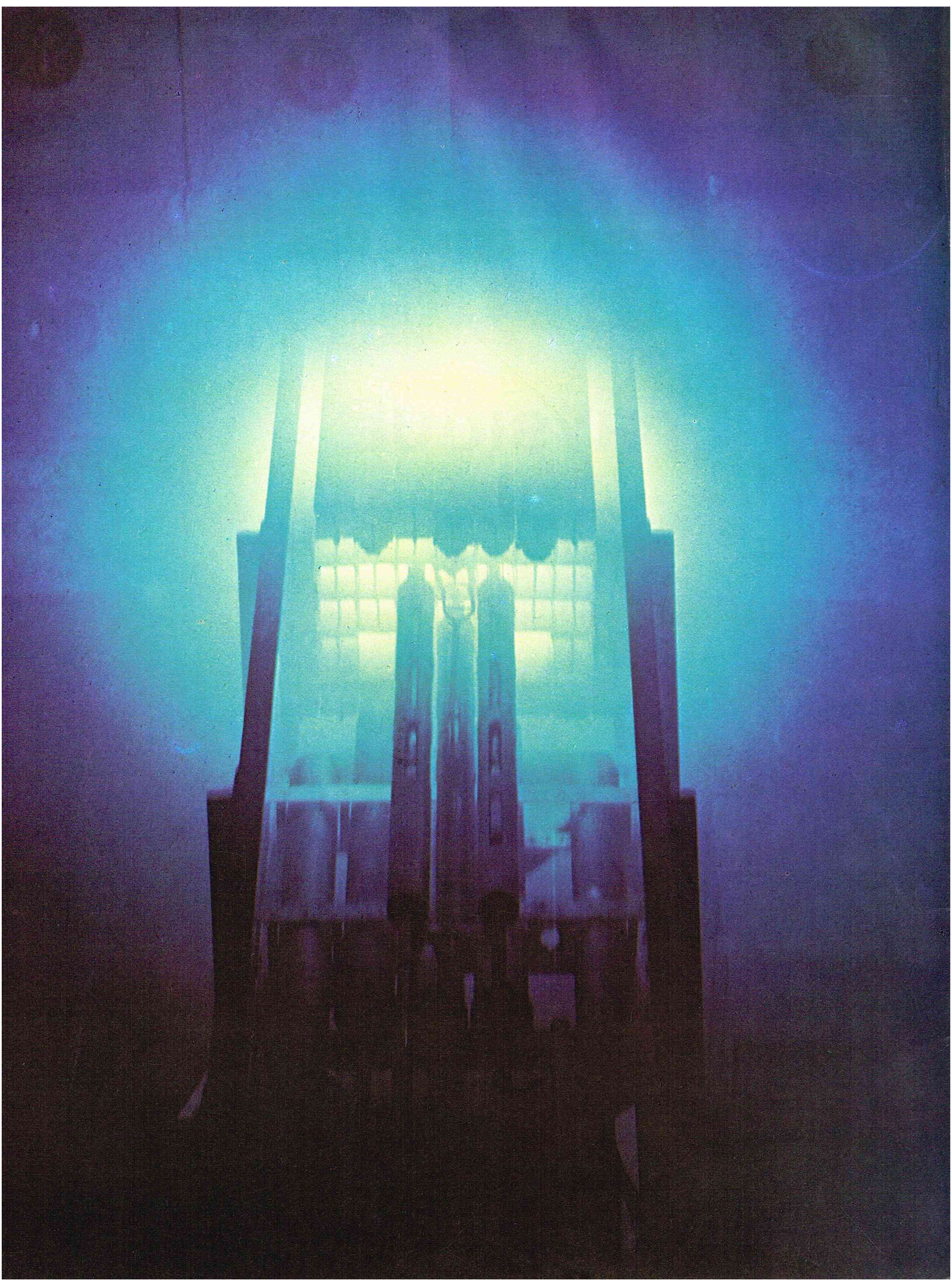

ENCYCLOPÉDIE
DES
SCIENCES
PHYSIQUE
II
GRANGE BATELIÈRE

GRANDE ENCYCLOPÉDIE ALPHA DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES

PHYSIQUE
II

GRANGE BATELIÈRE, ÉDITIONS ATLAS, PARIS - ÉDITIONS KISTER, GENÈVE
ÉDITIONS ÉRASME, BRUXELLES-ANVERS



Publiée sous le haut patronage de :
Messieurs les professeurs :
Jean DORST, membre de l'Institut,
Charles FEHRENBACH, membre de l'Institut,
Roger HEIM, membre de l'Institut,
Monsieur l'amiral André JUBELIN,
Messieurs les professeurs :
Pierre LÉPINE, membre de l'Institut,
Louis LEPRINCE-RINGUET, de l'Académie française,
Jean-François LEROY, professeur au Muséum national d'histoire naturelle,
Henri NORMANT, membre de l'Institut,
Monsieur Jacques PICCARD, docteur ès sciences h.c.

Ont collaboré à ce volume :

G. et C. ALQUIÉ, pour la physique des solides.
J. AUVRAY, pour l'électronique.
R. BARBÉ, pour la physique atomique.
G. CHEVALLIER, pour l'électrotechnique.
H.-J. DOUCET, pour la physique des plasmas.
B. DUBUISSON, pour la cybernétique et l'automatique.
A. FOURRIER-LAMER, pour les hyperfréquences.
G. LE DENMAT, pour la relativité générale.
Y. LE GALLIC, pour les radionucléides.
C. LEWINER, pour la relativité restreinte.
J.-A. NASSER, pour la mécanique quantique.
J.-A. NASSER et N. BOCCARA, pour la symétrie en physique.
R. OMNÈS, pour les particules élémentaires.
G. RIPKA, pour la physique nucléaire.
P. SACHNINE, pour les réacteurs nucléaires.
H. SERGOLLE, pour l'instrumentation nucléaire.

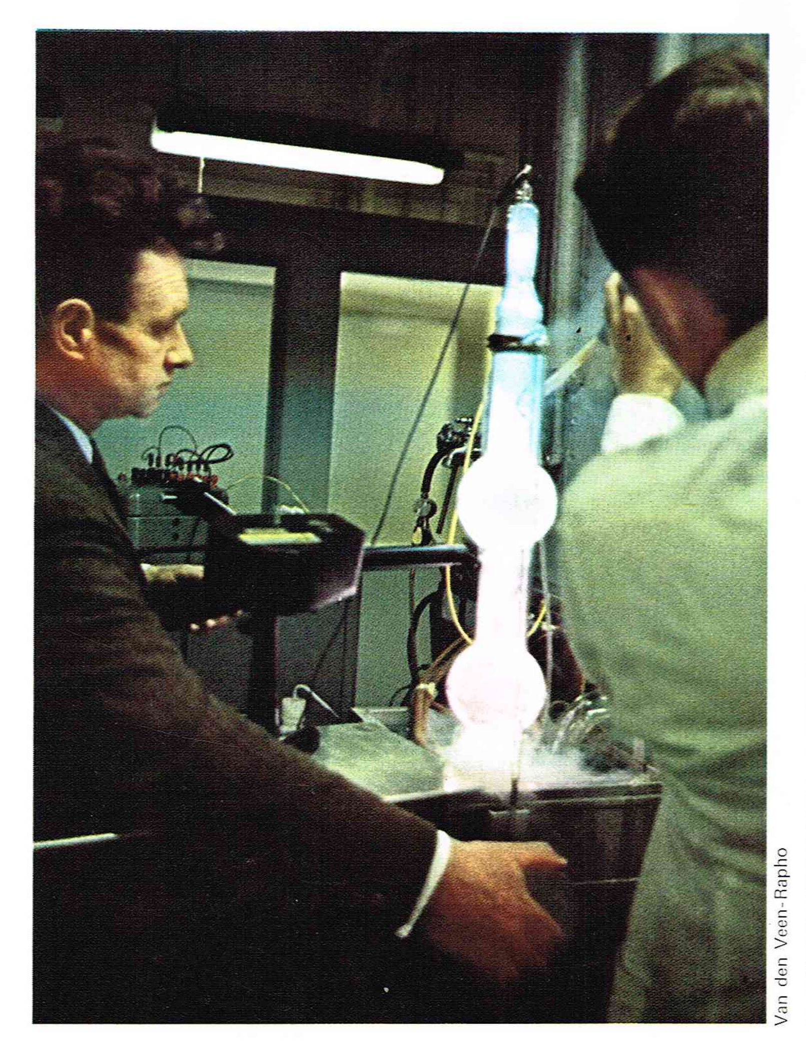
Les schémas portant la référence Richard Colin
ont été réalisés d'après des croquis fournis par les auteurs.

Réalisation	IDÉES ET ÉDITIONS 16, avenue de Friedland, 75008 Paris.
Comité de direction	Simone DEVAUX, Uberto TOSCO.
Rédaction	Françoise MENU, Monique LIONS-GENTIL, Vanina DORÉ, Marie-Noëlle PAILLETTE.
Recherche de l'illustration	Mathilde RIEUSSEC.
Mise en pages	Tito TOPIN et Serge BROCHE.
Illustrations techniques	Richard COLIN.
Coordinateur des dessins	Mario LOGLI.
Fabrication	Sylvia COLIN, Jocelyne TÉPÉNIER.
Directeur de la publication	G. BORDES.

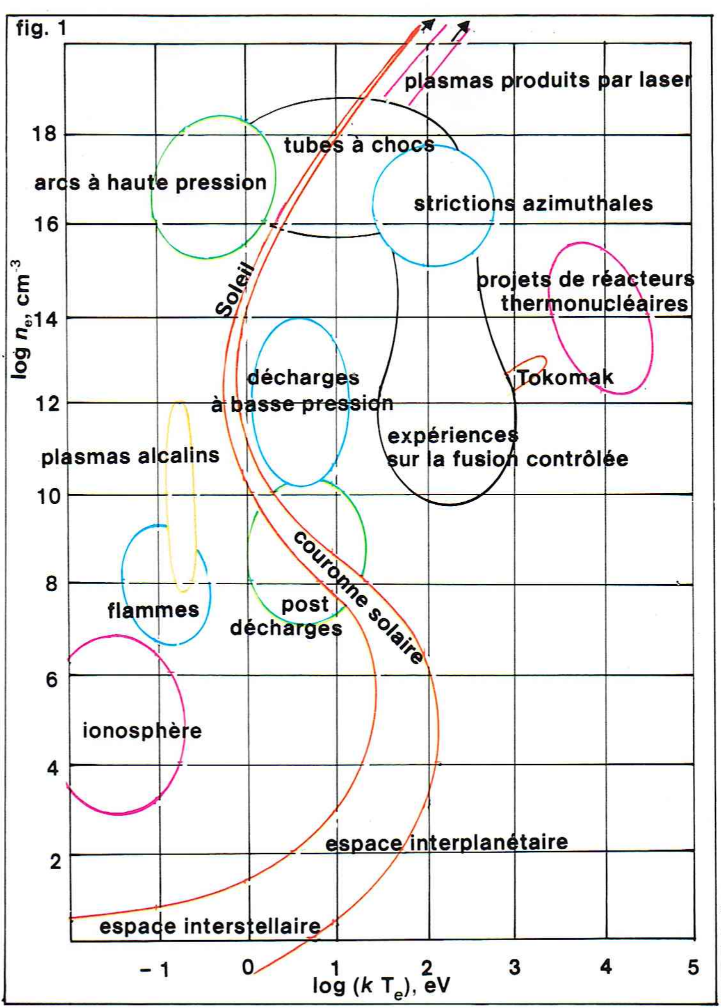
U.S.I.S.

Dans ce volume :

LA PHYSIQUE (II)



Van den Veen-Rapho



Richard Colin

PHYSIQUE DES PLASMAS

Le plasma est un état de la matière au même titre que le solide, le liquide ou le gaz. Un gaz porté à très haute température s'ionise partiellement, l'énergie des électrons devenant suffisante pour qu'ils se séparent des ions positifs. Le terme de plasma est en général réservé au cas des gaz très fortement ionisés dans lesquels les atomes et molécules neutres ne jouent qu'un rôle très faible. En particulier, nous n'examinerons pas ici le domaine de la physique atomique et moléculaire dans les gaz ionisés où les interactions des neutres avec les particules chargées jouent un rôle prédominant.

Les propriétés d'un plasma peuvent se classer en propriétés individuelles et collectives : propriétés individuelles parce que, composé de particules chargées, un plasma verra ses propriétés marquées par le comportement individuel de ces particules dans des champs électromagnétiques, et propriétés collectives parce que l'ensemble de ces particules réagira de façon différente des particules isolées.

Une première et importante propriété collective d'un plasma est d'être électriquement neutre : en effet, si un faible défaut de neutralité existait dans un plasma, par exemple de 1 % pour une densité moyenne de 10^{14} cm^{-3}, cela entraînerait par l'équation de Poisson div E $= \rho/\varepsilon_0$ des champs électriques de 200 mégavolts par cm qui expulsent les charges excédentaires et ramènent très rapidement la neutralité électrique.

Pour décrire le comportement individuel des plasmas, voyons tout d'abord le mouvement des particules chargées dans des champs électriques et magnétiques extérieurs. Ces champs pourront ensuite résulter de la répartition et du mouvement des charges elles-mêmes (champs self-consistants).

Mouvement d'une particule chargée dans des champs électriques et magnétiques

Une particule de charge électrique q dans un champ électrique $\vec{E}$ est soumise à une force électrique :

(1) $$\vec{F} = q\vec{E}$$

On voit que, dans un plasma constitué d'ions positifs et d'électrons, les forces électriques dues à un champ extérieur et appliquées aux deux types de particules sont opposées et tendraient à séparer les charges suivant leur signe. Nous verrons qu'en fait, le champ électrique pénétrera difficilement dans le plasma, précisément à cause de la charge d'espace induite par cette séparation de charges qui s'oppose au champ extérieur.

Dans un champ d'induction magnétique $\vec{B}$, une particule chargée est de plus soumise à la force de Laplace, si bien que la force appliquée totale devient :

(2) $$m\frac{d\vec{v}}{dt} = q\,(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B})$$

où m et $\vec{v}$ désignent respectivement la masse et la vitesse de la particule.

Dans un champ magnétique uniforme

Une particule se déplace d'un mouvement rectiligne uniforme le long du champ magnétique et dans un plan perpendiculaire tourne à la fréquence angulaire :

(3) $$\omega_c = \frac{qB}{m}$$

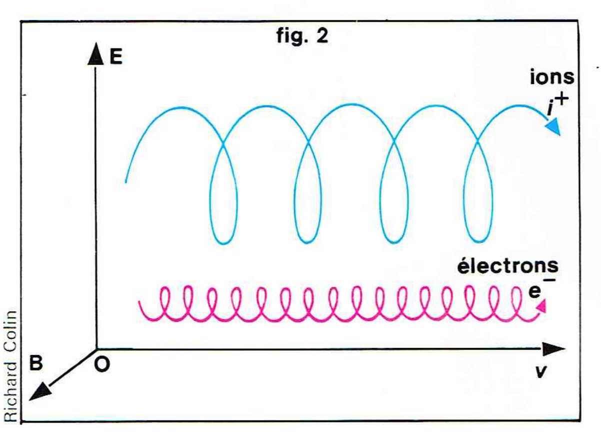
dite fréquence angulaire cyclotronique ou girofréquence angulaire. Le rayon de giration ou rayon de Larmor est alors :

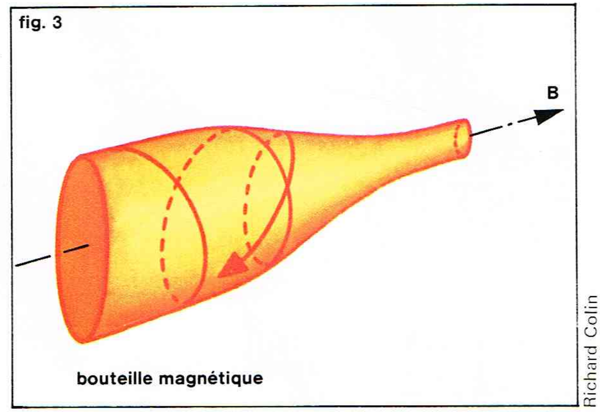
(4) $$r_L = \frac{v_\perp}{\omega_c} = \frac{mv_\perp}{qB}$$

où $v_\perp$ est la composante de la vitesse perpendiculaire au champ magnétique.

▲ *A gauche : expérience de laboratoire montrant des gaz portés à l'état de plasmas, c'est-à-dire dont une partie des atomes est ionisée. La lumière produite vient en fait essentiellement des molécules non ionisées, excitées par collisions contre les électrons libres du plasma. A droite, figure 1 : densités et températures des plasmas de laboratoire, plasmas solaire et d'environnement terrestre (1eV = 11 605 °K)* [*d'après* Plasma Physics in Theory and application, Wulf B. Kunkel Editor, University of California - Berkeley - Mac Graw Hill Book Company].

▶ *A gauche, figure 2 ; dérive des particules chargées dans des champs électrique et magnétique croisés : l'ensemble du plasma, électrons et ions, subit une dérive perpendiculaire à la fois au champ électrique et au champ magnétique (v : vitesse moyenne des ions et des électrons = vitesse de dérive du plasma = vitesse du centre guide du mouvement des particules). A droite, figure 3 ; trajectoire d'une particule chargée dans un champ magnétique en miroir. A mesure que la particule pénètre dans une zone de champ magnétique d'induction croissante, elle transforme son énergie de translation en énergie de rotation et finit par être réfléchie.*





Énergie d'une particule chargée

Examinons ce que devient l'énergie d'une particule dans des champs électrique et magnétique. Pour cela, multiplions l'équation **(2)** scalairement par $\vec{v}$:

(5) $$m\vec{v} \cdot \frac{d\vec{v}}{dt} = q\vec{v} \cdot \vec{E} + \vec{v} \cdot \vec{v} \wedge \vec{B}$$

Le premier terme est la variation d'énergie cinétique, le deuxième le travail du champ électrique, le troisième est nul à cause du produit mixte : un champ magnétique ne dépendant pas du temps ne change donc pas l'énergie des particules chargées. Par contre, le travail du champ électrique conduit à une variation de l'énergie cinétique liée à la variation du potentiel électrique V

(6) $$\Delta\left(\frac{1}{2}mv^2\right) = -q\Delta V$$

Dérive d'une particule

Dans un champ magnétique $\vec{B}$ et en présence d'une force additionnelle $\vec{F}$, une particule chargée subit une dérive, c'est-à-dire que son centre guide se déplace à la vitesse $\vec{v_d}$ perpendiculaire à la fois à la force F et au champ B :

(7) $$\vec{v_d} = \frac{\vec{F} \wedge \vec{B}}{qB^2}$$

On voit par exemple que, dans des champs électrique et magnétique croisés, où $\vec{F} = q\vec{E}$, la dérive des particules est la même pour les ions et les électrons, produisant une dérive de l'ensemble du plasma. Mais $\vec{F}$ peut tout aussi bien représenter une force de gravité $\vec{F} = m\vec{g}$.

Dans un gradient de champ magnétique, en l'absence de courant dans le plasma, on observe une dérive :

(8) $$v_d = \frac{1}{\omega_c R}\left(\frac{1}{2}v_\perp^2 + v_{/\!/}^2\right)$$

où R est le rayon de courbure d'une ligne de force, les vitesses $v_\perp$ et $v_{/\!/}$ étant repérées par rapport à la tangente à cette ligne au point où se trouve la particule.

Moment magnétique

Lorsque le champ magnétique B varie peu dans l'espace sur des dimensions de l'ordre du rayon de Larmor, et dans le temps sur des durées de l'ordre de la période de giration, le moment magnétique μ d'une particule chargée est un invariant adiabatique du mouvement.

Le moment magnétique μ d'une particule en rotation peut s'écrire comme celui d'un courant $I = qf_c = q\omega_c/2\pi$ circulant autour d'une surface $S = \pi r_L^2$:

(9) $$\mu = IS = \frac{\frac{1}{2}mv_\perp^2}{B}$$

Mouvement d'une particule dans un miroir magnétique

On appelle miroir magnétique une région du champ où les lignes de force se resserrent, correspondant à une augmentation de l'induction magnétique. Le mouvement adiabatique d'une particule dans un miroir magnétique peut se décrire à l'aide de deux invariants : le moment magnétique et l'énergie totale de la particule.

Si θ est l'angle que fait le vecteur vitesse de la particule avec la direction locale du champ magnétique, l'équation **(9)** peut s'écrire avec $v_\perp = v \sin\theta$:

(10) $$\mu = \frac{1}{2}mv^2\frac{\sin^2\theta}{B}$$

donc $\sin^2\theta/B$ est une constante du mouvement.

En pénétrant dans une zone de champ magnétique croissant, une particule transforme son énergie parallèle en énergie perpendiculaire jusqu'au point de champ B_m tel que :

(11) $$\sin^2\theta/B = 1/B_m$$

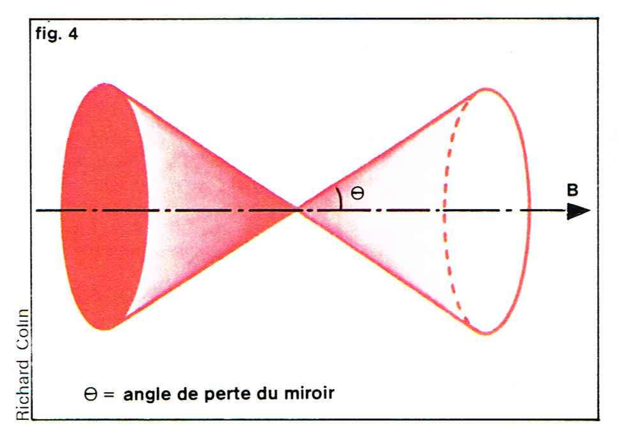
Alors la particule est réfléchie et retransforme son énergie purement perpendiculaire en énergie parallèle : d'où le nom de miroir magnétique ou de bouteille magnétique donné à cette configuration de champ.

L'équation **(11)** permet également de rendre compte de la réflexion d'une particule suivant l'orientation initiale de sa vitesse : toutes les particules dont les vecteurs vitesse forment un angle inférieur à θ avec la direction du champ magnétique sont capables de sortir de la bouteille ; au contraire, les autres y sont piégées. L'angle θ défini par **(11)** est appelé angle de perte du miroir.

Description statistique d'un système de particules chargées

Pour rendre compte des propriétés d'un plasma à partir du mouvement des N particules qui le composent, il faudrait décrire l'évolution en fonction du temps de 6 N grandeurs représentant, par exemple, les positions et les vitesses des particules, ce qui conduirait à la résolution d'un système de 3 N équations différentielles du second ordre couplées par les équations de Maxwell décrivant les champs électriques et magnétiques créés par ces particules. Cette description est donc beaucoup trop complexe pour permettre de préciser rapidement les propriétés collectives du milieu liées principalement aux champs des particules.

On utilise donc classiquement une description statistique qui peut être microscopique ou macroscopique suivant qu'elle porte sur la distribution des particules ou sur des grandeurs moyennes dans le plasma.



▶ *Figure 4 : cône de perte d'un miroir magnétique. Le cône de perte du miroir est un cône dont l'axe est la direction du champ et le demi-angle au sommet est défini par le rapport des inductions magnétiques dans le miroir [équation (11)]. Une particule est piégée dans le miroir si l'angle que fait son vecteur vitesse avec la direction locale du champ est supérieur à cet angle de perte.*

Dans une représentation hamiltonienne, l'état dynamique d'un système sans liaisons à s degrés de liberté est entièrement déterminé à l'instant t par la donnée de s coordonnées de positions $q_1, q_2, ..., q_s$ et des s moments conjugués correspondants $p_1, p_2, ..., p_s$.

On peut représenter l'état dynamique de ce système par un point de coordonnées $\vec{p}\ (p_1, p_2, ..., p_s)$ et $\vec{q}\ (q_1, q_2, ..., q_s)$ dans un espace vectoriel de dimension 2 s : cet espace est l'*espace des phases*.

L'hamiltonien est :

(12) $$H\ (\vec{p}, \vec{q}, t) = \sum_1^s \dot{q}_i \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} - L$$

où L $(\vec{p}, \vec{q}, t)$ est la fonction de Lagrange caractéristique du système considéré. Les équations du mouvement prennent alors la forme canonique :

(13) $$\dot{q}_i = \frac{\partial H}{\partial p_i} \qquad \dot{p}_i = -\frac{\partial H}{\partial q_i} \qquad i = (1, 2, ..., s)$$

équations différentielles du premier ordre.

La solution $\vec{p}\ (t), \vec{q}\ (t)$ est donc entièrement déterminée par la position et la vitesse du système à l'instant initial. Lorsque H ne dépend pas du temps, par tout point $(\vec{p}, \vec{q})$ de l'espace des phases passe une trajectoire et une seule. Si L est le plus souvent la différence entre l'énergie cinétique T, fonction quadratique homogène des $\dot{q}_i$, et l'énergie potentielle V, H = T + V est dans tous les cas l'énergie totale du système exprimé en fonction des p_i et des q_i.

Exemple. Pour une seule particule de charge e et de masse m, placée dans un champ électromagnétique dérivant d'un potentiel scalaire V (q, t) et d'un potentiel vecteur $\vec{A}\ (q, t)$ ne dépendant que de la position et du temps, l'hamiltonien s'écrit :

(14) $$H = \frac{1}{2\,m} [p - eA\ (q, t)]^2 + eV\ (q, t).$$

Extension en phase et théorème de Liouville à une particule

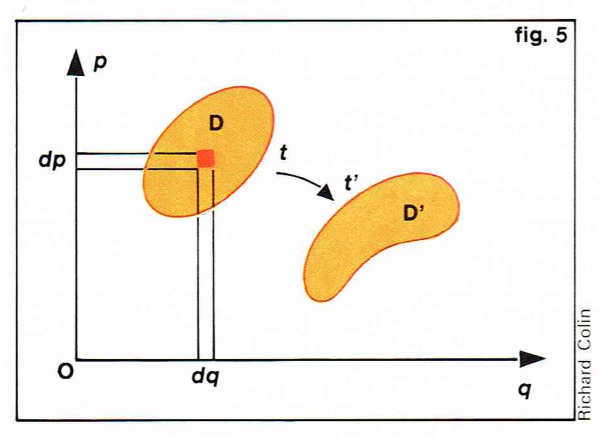
Pour un ensemble d'états d'un système représenté à chaque instant par un ensemble de points de l'espace des phases de dimension 2 s, l'extension en phase est le volume défini dans le domaine D par :

$$\Omega = \int_D d\Omega = \int_1 ... \int_D dq_1 ... dq_s dp_1 ... dp_s = \int_D d^s q d^s p$$

Le théorème de Liouville indique que, dans l'évolution du système au cours du temps, l'extension en phase est constante :

(15) $$\frac{d\Omega}{dt} = 0$$

Ce résultat de mécanique classique peut être étendu à un système de N particules dont chacune d'elles est définie par ses coordonnées de position et de vitesse. L'état instantané du système de N particules est représenté par un seul point de l'espace des phases. L'évolution du système est définie par la trajectoire de ce point dans l'espace des phases : deux trajectoires, représentant l'évolution de deux systèmes semblables de N particules, ne peuvent se croiser, car par un point de l'espace des phases passe une trajectoire et une seule.



◀ ***Figure 5 : espace de phases. La fonction de distribution f(p, q, t) représente la densité des particules contenues dans le volume dpdq autour d'un point de l'espace des phases. Le théorème de Liouville exprime que les particules contenues à l'intérieur d'un domaine D à l'instant t se retrouvent à l'instant t' à l'intérieur d'un domaine D' de même volume.***

Représentation statistique

Pour un très grand nombre M de systèmes de N particules, l'hypothèse ergodique permet de remplacer la description statistique des états de M systèmes à un instant donné par celle des M états d'un même système à des instants différents.

On peut alors, à partir du nombre des états possibles dans un élément de volume de l'espace des phases $d\Omega = dpdq$ autour d'un point (p, q), définir la fonction de distribution $f\ (p, q, t)$ comme la probabilité de trouver une particule dans un état donné, les autres étant dans des états quelconques.

Les particules étant supposées sans corrélation, les interactions sont traduites uniquement par les champs électriques et magnétiques qui apparaissent dans l'hamiltonien du système. S'il n'y a pas de créations ou de pertes de particules, le théorème de Liouville appliqué au système de N particules conduit alors à l'équation dite de Vlasov ou équation de Boltzmann sans terme de collisions :

(16) $$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + v \frac{\partial f}{\partial r} + \frac{X}{m} \frac{\partial f}{\partial v} = 0$$

Dans cette équation, X est la force de Lorentz, due uniquement aux champs extérieurs dans le cas de l'équation de Boltzmann, et au contraire contenant le champ créé par les particules dans le cas de l'équation de Vlasov.

Avec les hypothèses restrictives précisées ci-dessus, nous avons ramené la description du système de N particules à celui de l'évolution d'une seule fonction $f\ (\vec{r}, \vec{v}, t)$ de la position $\vec{r}$, de la vitesse $\vec{v}$, et du temps t. Cette description, microscopique puisqu'elle porte sur r et v, permet de décrire les interactions entre les particules et les champs self-consistants qu'elles produisent. Elle permettra également d'introduire une description macroscopique ne portant que sur des grandeurs moyennes dans le plasma.

Plasmas collisionnels et distribution à l'équilibre

Dans le cas où les collisions entre particules sont importantes, il n'est plus possible de négliger les corrélations entre particules. Par exemple, pour des collisions entre deux particules et à courte portée, comme c'est le cas des collisions dans un gaz neutre, on peut utiliser l'équation de Boltzmann :

(17) $$\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t}\text{collisions}$$

formellement analogue à l'équation **(16)**, mais contenant un terme d'interaction entre les particules de type 1 décrites par leur fonction de distribution f (1) et celles de type 2 décrites par f (2) :

(18) $$\frac{\partial f}{\partial t}\text{coll.} = \int [f\ (1')\ f\ (2') - f\ (1)\ f\ (2)]\ |v_1 - v_2|\ \sigma dv_2 d\Omega$$

où les indices supérieurs (primes) désignent les grandeurs après collisions, σ est la section efficace différentielle de collision et $d\Omega$ l'angle solide dans lequel diffusent les particules après collisions.

En présence de collisions, la fonction de distribution en l'absence de champs extérieurs est la fonction de distribution de Maxwell, qui n'est plus fonction que de la vitesse des particules :

(19) $$f_{Max}\ (v) = \left(\frac{m}{2\ KT}\right)^{3/2} \exp\left(-\frac{mv^2}{2\ KT}\right)$$

où K est la constante de Boltzmann et T la température du milieu à l'équilibre.

Si la distribution initiale n'est pas une distribution de Maxwell, elle relaxe et tend vers cette distribution d'équilibre avec un temps caractéristique dit temps de self-collisions déterminé par les collisions entre particules d'un même type s (collisions entre électrons ou collisions entre ions) :

(20) $$t_s = \frac{m_s^{1/2}\ (3\ KT_s)^{3/2}}{8 \times 0{,}714\ \pi n e^4 Z^4\ \text{Log}\ \Lambda} = \frac{11{,}4\ A^{1/2} T_s^{3/2}}{n Z^4\ \text{Log}\ \Lambda}\ (s)$$

où A est le numéro atomique des ions, T est en degrés Kelvin, et $m_s = Am_0$, m_0 étant la masse du proton ; on prendra A = 1/1 840 pour les électrons :

(21) $$\Lambda = \frac{3\ (KT_s)^{3/2}}{2\ Z^2 e^3\ (\pi n_e)^{1/2}}$$

si bien que Log Λ varie assez peu, et dans beaucoup de situations expérimentales Log $\Lambda \sim 10$.

Le rôle des collisions entre particules de type différent (électrons et ions par exemple) n'intervient que sur des échelles de temps plus longues à cause des différences de masse : les fonctions de distribution des électrons et des ions tendent d'abord vers deux distributions maxwelliennes de températures T_e et T_i souvent fort différentes. Ensuite, ces deux températures tendent vers une valeur d'équilibre commune T, température du plasma, avec un temps caractéristique t_{eq} dit temps d'équipartition tel que :

$$\frac{dT_s}{dt} = \frac{T_e - T_i}{t_{eq}} \qquad (22)$$

$$t_{eq} = \frac{3\, m_e m_i K^{3/2}}{8\,(2\,\pi)^{1/2}\, n_e Z^2 e^4 \,\mathrm{Log}\,\Lambda}\left(\frac{T_e}{m_e} + \frac{T_i}{m_i}\right)^{3/2} \qquad (23)$$

En présence d'une force extérieure dérivant d'un potentiel scalaire U (r), la fonction de distribution à l'équilibre devient :

$$f_{eq}\,(r, v) = f_{\mathrm{Max}}\,(v)\,\exp\left(-\frac{U\,(r)}{KT}\right) \qquad (24)$$

Distance de Debye

Potentiel créé par une particule test dans un plasma. Dans le vide, une charge Q produit un potentiel :

$$V\,(r) = \frac{Q}{4\,\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{r} \qquad (25)$$

Introduite dans un plasma homogène infini, de densité n et de température T, cette charge-test produit un potentiel scalaire $U\,(r) = e\,V(r)$ qui modifie l'équilibre initial et conduit à un nouvel équilibre décrit par **(24).** On peut donc calculer les nouvelles répartitions spatiales de densités $n_e\,(r)$ et $n_i\,(r)$:

$$n_i\,(r) = n_0 \exp\left(-\frac{Ze\,V(r)}{KT}\right) \qquad (26)$$

$$n_e\,(r) = n_0 \exp\left(+\frac{e\,V(r)}{KT}\right)$$

Ces expressions des densités électronique et ionique portées dans :

$$\mathrm{div}\,E = \frac{1}{\varepsilon_0}\,(n_i Ze - n_e e) \qquad (27)$$

(équation de Poisson)

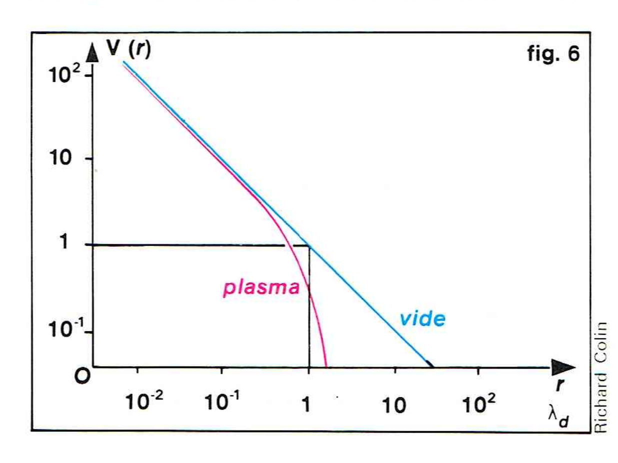
conduisent à une équation différentielle en V (r). Dans la mesure où l'introduction de la charge Q n'est qu'une faible perturbation, c'est-à-dire si $eV \ll KT$, cette équation différentielle peut être linéarisée et s'écrit :

$$V\,(r) - \frac{1}{\lambda_d^2}\,V\,(r) = 0 \quad \text{où} \quad \lambda_d = \left(\frac{\varepsilon_0 KT}{n_0 e^2\,(Z+1)}\right)^{1/2} \qquad (28)$$

est la distance de Debye initialement introduite dans la théorie des électrolytes. Le potentiel créé par la charge Q dans un plasma est la solution de l'équation **(28) :**

$$V\,(r) = \frac{Q}{4\,\pi\varepsilon_0}\,\frac{1}{r}\,\exp\left(-\frac{r}{\lambda_d}\right) \qquad (29)$$

C'est donc le potentiel créé dans le vide auquel s'ajoute un effet d'écran. A courte distance, c'est-à-dire à l'intérieur de la sphère centrée sur la charge et de rayon égal à la distance de Debye, le potentiel est pratiquement le même que dans le vide. Au contraire, à grande distance, le potentiel est réduit par un facteur exponentiel qui supprime pratiquement l'influence de la charge Q.



▶ *Figure 6; distance de Debye : potentiel électrique créé par une charge dans un plasma et dans le vide. A des distances faibles devant la distance de Debye, ces potentiels sont identiques; pour de grandes distances, au contraire, le plasma produit un effet d'écran qui diminue sensiblement l'effet de charge.*

Remarquons que la condition de faible perturbation $eV \ll KT$ entraîne que l'énergie potentielle créée par le défaut de neutralité électrique dans la sphère de Debye est petite devant l'énergie thermique des particules qui y sont contenues. La théorie cinétique que nous avons utilisée ci-dessus suppose justement que le nombre des particules dans la sphère de Debye est grand, ce qui exprime la même inégalité :

$$n\lambda_d^3 \gg 1 \qquad (30)$$

Équations macroscopiques

La description statistique des plasmas à partir de grandeurs microscopiques, en particulier de la fonction de distribution en énergie des particules, est indispensable pour rendre compte des phénomènes d'interactions où les particules jouent des rôles distincts suivant leur vitesse, comme nous en verrons un exemple dans l'effet Landau. Par contre, de nombreuses propriétés des plasmas pourront être décrites à partir d'une représentation moins fine, dite macroscopique, ne mettant en jeu que des grandeurs moyennes dans le plasma.

Grandeurs macroscopiques

Ce sont les moments successifs de la fonction de distribution en vitesse des particules : densité n, vitesse moyenne $\overline{v}_0$, tenseur de pression $\overline{\overline{\psi}}$, tenseur flux de chaleur $\overline{\overline{\overline{Q}}}$, etc.

$$n = \int f d^3v \qquad (31)$$

$$n\overline{v}_0 = \int \overline{v} f d^3v \qquad (32)$$

$$\overline{\overline{\psi}} = m \int \overline{(v - v_0)}\ \overline{(v - v_0)}\, f d^3v \qquad (33)$$

où $\overline{(v - v_0)}\ \overline{(v - v_0)}$ représente un tenseur du second ordre.

$$\overline{\overline{\overline{Q}}} = m \int \overline{(v - v_0)}\ \overline{(v - v_0)}\ \overline{(v - v_0)}\, f d^3v \qquad (34)$$

tenseur du troisième ordre dont la composante Q_{xyz} s'écrit :

$$Q_{xyz} = m \int (v - v_0)_x\,(v - v_0)_y\,(v - v_0)_z\, f d^3v$$

etc.

Équations macroscopiques

Ce sont les équations d'évolution des moments d'ordre n. Ces équations se déduisent de l'équation d'évolution de la fonction de distribution par multiplication de chaque terme de celle-ci par v^n ou par le tenseur d'ordre n : $\overline{(v - v_0)}\ \overline{(v - v_0)} \ldots \overline{(v - v_0)}$, et en intégrant ensuite sur l'ensemble des vitesses.

Les premières équations obtenues sont ainsi :

— L'équation de transfert du nombre des particules :

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \mathrm{div} \cdot n v_0 = 0 \qquad (35)$$

qui traduit l'absence de créations et de pertes de particules. Dans certains cas, on pourra introduire dans le second membre un terme de source, terme de production de plasma pour tenir compte d'un phénomène d'ionisation, par exemple. Ce terme de source pourra être un terme de pertes de particules en cas de recombinaison entre particules chargées, par exemple.

— La deuxième équation concerne la conservation de la quantité de mouvement :

$$nm\left(\frac{\partial}{\partial t} + \overline{v}_0 \cdot \nabla\right)\overline{v}_0 = n\,(\overline{X}_{\mathrm{ext}} + \overline{X}_{\mathrm{ch}}) - \nabla\overline{\overline{\psi}} + m \int v\,\frac{\partial f}{\partial t_{\mathrm{coll}}}\, d^3v \qquad (36)$$

les forces $\overline{X}_{\mathrm{ext}}$ et $\overline{X}_{\mathrm{ch}}$ étant le plus souvent réduites à la force de Lorentz appliquée à une particule chargée dans des champs extérieurs et de charge d'espace.

D'autres équations analogues décriront l'évolution de la pression cinétique, du flux de chaleur, etc., suivant les moments successifs de la fonction de distribution f (v). Cette méthode conduit en fait à remplacer une équation d'évolution de la fonction de distribution par un ensemble infini d'équations d'évolution de ses moments successifs. Pratiquement, il faudra fermer le système d'équations,

c'est-à-dire le limiter à un nombre fini d'équations en négligeant les termes d'ordre supérieur à un ordre donné, dépendant de l'approximation choisie.

Plasmas froids

On néglige l'agitation thermique : $\overline{\overline{\Psi}} = 0$. Cette approximation est, par exemple, utilisée pour décrire, comme nous le verrons, la propagation d'une onde de vitesse de phase bien supérieure à la vitesse thermique des particules. Le comportement du plasma est alors décrit à l'aide des seules équations **(35)** et **(36)**. Dans cette dernière équation, le membre de droite est réduit aux forces extérieures et de charges d'espace.

Écoulements adiabatiques

On suppose : $\nabla \cdot \overline{\overline{\overline{Q}}} = 0$

ce qui permet de se limiter aux trois premières équations. On peut encore simplifier cette hypothèse en supposant la pression scalaire,

(38) $$\nabla \cdot \overline{\overline{\Psi}} = \gamma \frac{KT}{m} \nabla n$$

ou en représentant le tenseur de pression par un tenseur diagonal lié, par exemple, à une anisotropie en présence de champ magnétique.

Oscillations de plasma

Les équations ci-dessus permettent par exemple de décrire les oscillations de plasma de haute fréquence en l'absence de champ magnétique ou parallèlement à un champ magnétique. Les ions sont alors supposés immobiles en raison de leur masse élevée, et ils ne joueront qu'un rôle de neutralisation à l'ordre 0 par rapport à un infiniment petit du premier ordre du mouvement : amplitude d'une perturbation de densité électronique, de vitesse moyenne du fluide électronique, ou champ électrique associé à cette perturbation, par exemple. On ne retiendra alors des équations ci-dessus que l'équation de conservation du nombre des particules **(35)** et l'équation de transfert de la quantité de mouvement **(36)** avec l'hypothèse d'adiabaticité **(38)** où γ, coefficient de compression adiabatique, sera pris égal à 3, correspondant à un mouvement unidimensionnel.

Ces équations conduisent après linéarisation par rapport à la perturbation de densité électronique à :

(39) $$D(k, \omega) \cdot E(k, \omega) = 0$$

où $E(k, \omega)$ est la transformée de Fourier sur l'espace et dans le temps du champ électrique $E(x, t)$, k étant le nombre d'onde et ω la pulsation associés à cette transformation. L'équation **(39)** n'a de solution non triviale, c'est-à-dire :

(40) $$E(k, \omega) \neq 0, \text{ que si } D(k, \omega) = 0$$

(41) $$\text{avec } D(k, \omega) = 1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2 - k^2 V_e^2}$$

où $V_e = (\gamma KT/m)^{1/2}$ est la vitesse « thermique » des électrons, $\omega_{pe} = (ne^2/\varepsilon_0 m_e)^{1/2}$ est la pulsation plasma.

L'équation **(40)** est la relation de dispersion :

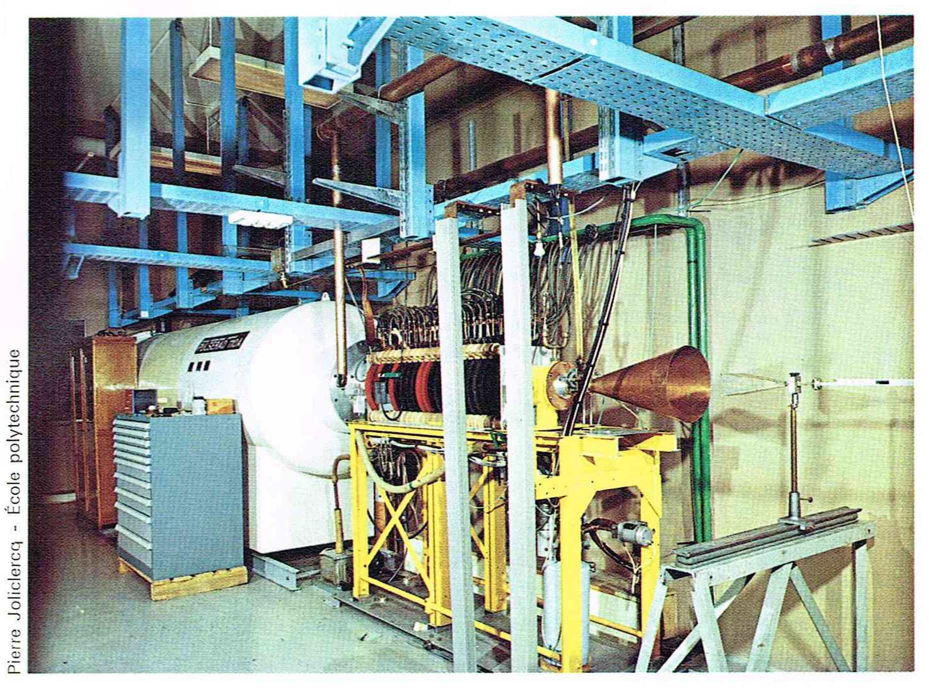
(42) $$\omega^2 = \omega_{pe}^2 + k^2 V_e^2$$

Cette relation apparait comme une condition de compatibilité des équations utilisées **(35)**, **(36)** et de l'équation de Poisson ; c'est donc la relation que doivent satisfaire ω et k pour obtenir une propagation. La valeur prise par $E(k, \omega)$ est alors quelconque, si bien que le champ électrique $E(x, t)$ s'écrit :

(43) $$E(x, t) = E_1 \exp i(kx - \omega t)$$

L'amplitude E_1 est quelconque, mais la perturbation de densité associée doit être beaucoup plus petite que la densité non perturbée pour satisfaire à la condition de linéarisation.

L'équation de dispersion **(42)** montre que, pour $\omega < \omega_{pe}$, $k^2 < 0$, c'est-à-dire qu'il n'existe pas de valeur réelle de k solution de l'équation de dispersion : l'onde est alors évanescente. Il n'y a donc pas propagation en dessous de la fréquence plasma.



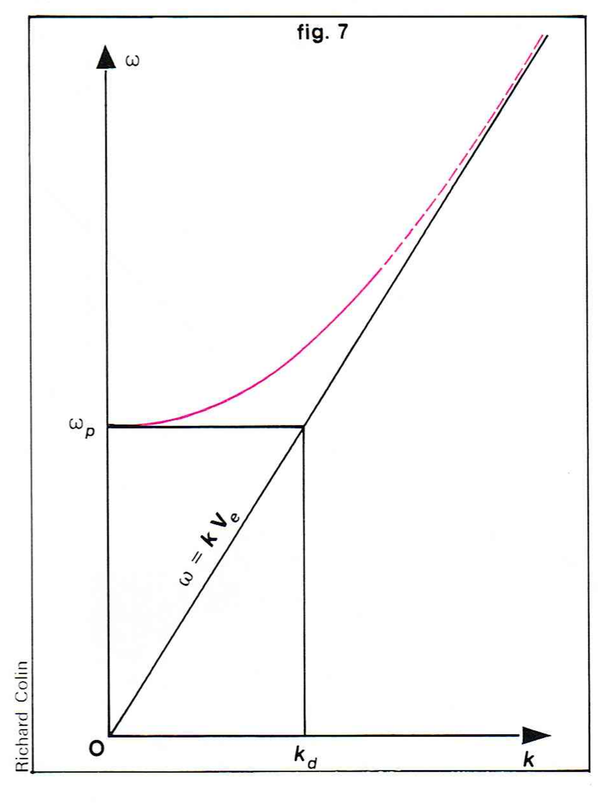
Pierre Joliclercq - École polytechnique

▲ *Laser à électrons utilisant le rayonnement d'électrons relativistes dans un champ magnétique. Ce type de laser produit des puissances de l'ordre du gigawatt (10^9 watts) en ondes centimétriques.*

En fait, la relation de dispersion **(42)** n'est valable que lorsque la vitesse de phase ω/k est très supérieure à la vitesse thermique V_e des particules et la propagation décrite ci-dessus n'existe que pour des fréquences supérieures mais voisines de la fréquence plasma. Pour des fréquences plus élevées, nous verrons qu'une interaction existe entre l'onde et certaines particules, ce qui amortit très rapidement les perturbations initiales.

Description macroscopique globale du plasma

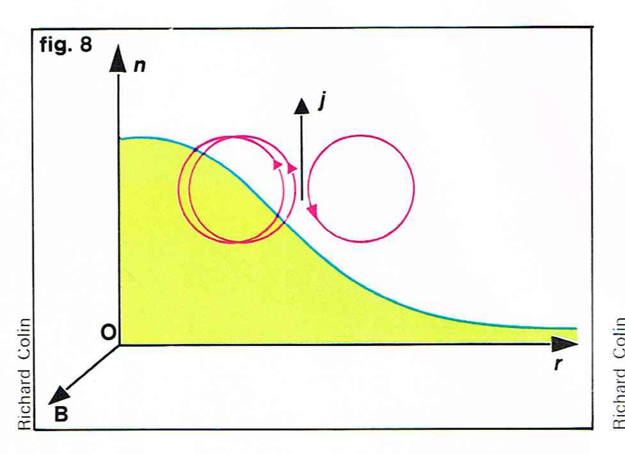
Les équations ci-dessus portent sur des grandeurs moyennes associées à chaque type de particules. Dans un plasma composé de plusieurs types distincts de particules, on pourra introduire des grandeurs moyennes globales, tenant compte des densités partielles de chacun des types de particules, et on pourra déduire leurs équations d'évolutions à partir de combinaisons linéaires des équations d'évolutions des grandeurs associées à chaque type.

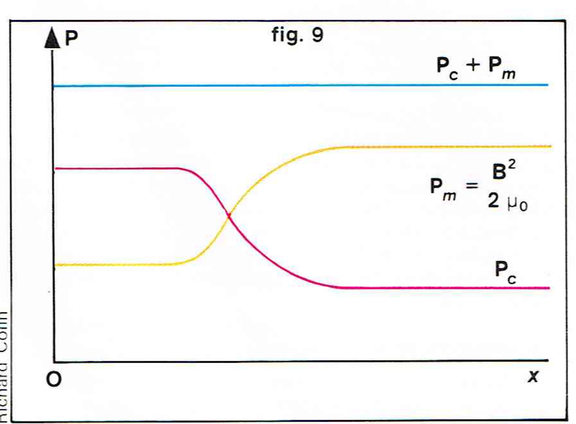


Richard Colin

◀ *Figure 7 : oscillations d'un plasma chaud. Une oscillation de charge d'espace peut se propager dans un plasma chaud infini pour des fréquences supérieures à la fréquence plasma. Pour des fréquences supérieures à quelques fréquences plasma, l'onde est amortie par effet Landau.*

▶ *A gauche, figure 8 : équilibre d'un plasma dans un champ magnétique. Un plasma présentant un gradient de densité peut être confiné dans un champ magnétique par l'existence de courants de surface qui donnent une force de Laplace $\vec{j} \wedge \vec{B}$ qui équilibre le gradient de pression. L'existence de ce courant est liée au mouvement de rotation des charges dans le champ magnétique. En un point donné, il existe un courant résultant parce que les charges sont plus nombreuses du côté des fortes densités que de l'autre. A droite, figure 9 : diamagnétisme du plasma. La pression cinétique P_c du plasma est équilibrée par la pression magnétique P_m, la pression totale restant constante. A l'intérieur du plasma, l'induction magnétique est donc plus faible qu'à l'extérieur.*





Grandeurs moyennes dans le plasma

On introduit ainsi les grandeurs moyennes suivantes :

(44) densité de masse $\rho = \Sigma_s n_s m_s$

(45) densité de charge $\sigma = \Sigma_s n_s q_s$

(46) densité de courant $\vec{j} = \Sigma_s n_s q_s \vec{v_s}$

(47) vitesse moyenne $\vec{v} = \Sigma_s n_s m_s \vec{v_s}/\rho = \vec{j}/\rho$

(48) pression cinétique totale $\overline{\overline{P}} = \Sigma_s \overline{\overline{\psi}}_s$

où les sommes sur s sont étendues à toutes les espèces de particules : électrons, ions positifs de diverses masses, ions négatifs éventuellement.

Équations macroscopiques globales dans le plasma

Les équations de conservation du nombre des particules conduisent alors à :

(49) $$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \text{div}\,(\rho \vec{v}) = 0$$

(50) $$\frac{\partial \sigma}{\partial t} + \text{div}\,\vec{j} = 0$$

qui expriment la conservation de la masse et de la charge.

Les équations de transfert de la quantité de mouvement conduisent, en négligeant les termes quadratiques en $\vec{v}$ et $\vec{j}$ ainsi que leurs dérivées, à :

(51) $$\rho \frac{\partial \vec{v}}{\partial t} = \vec{j} \wedge \vec{B} - \vec{\nabla} P$$

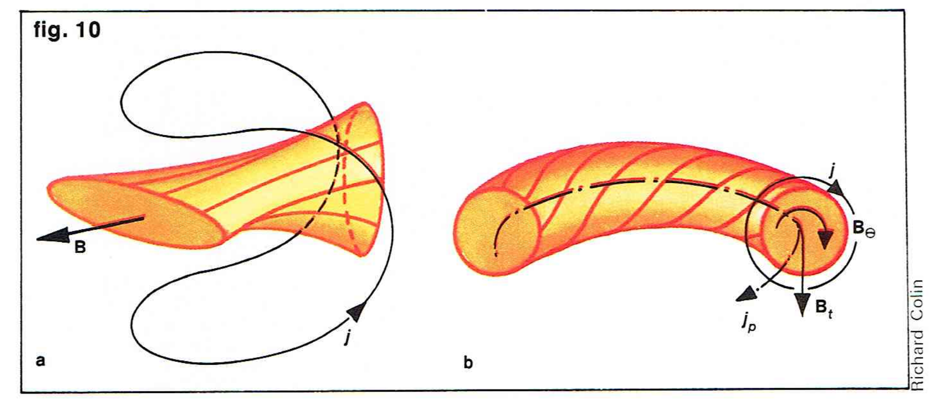
où la pression cinétique totale P est supposée scalaire. C'est l'équation habituelle de l'hydrodynamique, ou plus précisément de la magnétohydrodynamique. On obtient de même :

(52) $$\frac{m_e}{q_e}\frac{\partial \vec{j}}{\partial t} = n_e q_e (\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B} - \eta \vec{j}) + \vec{j} \wedge \vec{B} - \vec{\nabla} P_e$$

qui, dans le cas où l'on peut négliger $\partial j/\partial t$, B et ∇P_e, se réduit à :

(53) $$\vec{E} = \eta \vec{j}$$

η étant la résistivité du plasma, l'équation **(53)** est simplement la loi d'Ohm, si bien que l'équation **(52)** est la loi d'Ohm généralisée.



Diamagnétisme du plasma

Soit un plasma en équilibre dans un champ magnétique. Alors $\partial v/\partial t = 0$, et l'équation **(51)** conduit à :

(54) $$\vec{\nabla} P = \vec{j} \wedge \vec{B}$$

En exprimant j en fonction de B à l'aide des équations de Maxwell, cette équation conduit à :

(55) $$\vec{\nabla} P = \frac{1}{\mu_0} \vec{B} \cdot \nabla B - \vec{\nabla}\,(B^2/2\,\mu_0)$$

L'équilibre d'un plasma confiné dans un champ magnétique uniforme est alors décrit par :

(56) $$P + B^2/2\,\mu_0 = \text{constante}$$

Le terme $B^2/2\,\mu_0$ apparaît alors comme une pression magnétique qui s'ajoute à la pression cinétique du plasma, la pression totale restant constante à l'intérieur et à l'extérieur du plasma. En d'autres termes, c'est la différence des pressions magnétiques à l'extérieur et à l'intérieur du plasma qui équilibre la pression cinétique du plasma. Le plasma se comporte donc comme un corps diamagnétique, l'intensité du champ magnétique à l'intérieur du plasma étant inférieure à l'intensité de ce champ à l'extérieur.

Stabilité du confinement d'un plasma

On peut de la même façon utiliser les équations macroscopiques globales pour étudier la stabilité de l'équilibre d'un plasma dans un champ magnétique : les équations ci-dessus, qui traduisent le diamagnétisme du plasma, montrent que, placé dans un champ hétérogène, le plasma aura tendance à se déplacer vers les régions de champ magnétique minimal ou décroissant. Si le plasma est en équilibre dans une région où la pression magnétique est minimale, cet équilibre est stable. On peut s'en convaincre en observant que, dans un déplacement autour de cette position d'équilibre, le plasma rencontre une pression magnétique qui augmente, et qui tend donc à le ramener dans sa position d'équilibre. C'est le cas des géométries dites en « berlingot » ou en « balle de tennis », qui présentent des pressions magnétiques croissantes dans toutes les directions autour d'un point de l'espace. C'est aussi le cas des géométries toriques, où l'existence d'un courant sur des surfaces isobares assure une pression magnétique croissante à partir d'une ligne fermée appelée axe magnétique du système. Ces configurations sont mises à profit dans les machines destinées à confiner les plasmas en vue des recherches sur la fusion thermonucléaire contrôlée.

Toutes les géométries ne présentent pas cette stabilité dans le confinement d'un plasma ; par exemple, on peut vérifier facilement que la pression magnétique diminue lorsqu'on s'éloigne du centre d'une bouteille magnétique dans un plan perpendiculaire à l'axe. L'instabilité prédite par la théorie magnétohydrodynamique ci-dessus s'observe effectivement dans cette géométrie.

Propagation des ondes dans les plasmas froids

La propagation des ondes dans les plasmas froids peut être décrite à partir des équations de Maxwell écrites dans le vide auquel on ajoute une densité de charge ρ et un vecteur densité de courant $\vec{j}$ ainsi que des charges et courants extérieurs possibles. Une autre présentation équivalente consiste à introduire un tenseur diélectrique qui

remplace la constante diélectrique du vide, conduisant à un nouveau vecteur déplacement $\bar{D}$ lié au champ électrique par :

(57) $$\bar{D} = \bar{\bar{\varepsilon}}\,\bar{E}$$

En fait, une description complète exigerait l'introduction d'une perméabilité magnétique μ distincte de celle du vide à cause du diamagnétisme du plasma. Cet effet est lié, comme nous l'avons vu, à la pression cinétique, et donc à l'énergie thermique des particules, si bien que nous le négligerons pour les plasmas froids.

Les équations de Maxwell s'écrivent donc comme dans un diélectrique :

(58) (59) $$\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \qquad \text{div}\,\vec{D} = 0 + (\rho_{\text{ext}})$$

(60) (61) $$\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + (\vec{j}_{\text{ext}}) \qquad \text{div}\,\vec{B} = 0$$

avec les relations :

(62) $$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$ et **(57).**

Le milieu diélectrique ainsi défini est caractérisé par son tenseur diélectrique obtenu à l'aide d'une loi d'Ohm généralisée dans le milieu, liant le vecteur densité de courant au champ électrique, comme nous l'avons vu au chapitre précédent. Nous nous limiterons dans la suite au cas simple où cette loi d'Ohm s'écrit :

(63) $$\vec{j} = \bar{\bar{\sigma}}\vec{E}$$

Cette équation est équivalente à l'équation **(53)** ; $\bar{\bar{\sigma}}$ est le tenseur de conductivité du milieu. Tenseurs diélectriques et de conductivité sont liés par la relation :

$$\bar{\bar{\chi}} = \frac{\bar{\bar{\varepsilon}}}{\varepsilon_0} = \bar{\bar{1}} - \frac{\bar{\bar{\sigma}}}{i\omega\varepsilon_0}$$

La résolution du système d'équations différentielles obtenu se fait simplement en observant la linéarité de ces équations et l'absence des coordonnées d'espace et de temps. On pourra donc utiliser des transformées de Fourier $A(k, \omega)$ sur l'espace et sur le temps des fonctions $A(r, t)$ qui apparaissent dans ces équations. Le vecteur d'onde k et la fréquence ω auront donc des coordonnées réelles. La résolution du système d'équations différentielles est ainsi ramenée à celle d'un système d'équations algébriques linéaires et homogènes de n équations à n inconnues. La condition de compatibilité entre ces équations fournira, comme nous l'avons vu pour les oscillations de plasma chaud, une relation entre k et ω appelée relation de dispersion.

En introduisant le vecteur indice optique N,

(64) $$\vec{N} = c\vec{k}/\omega$$

où (65) $$c = (\mu_0\varepsilon_0)^{-1/2}$$

est la vitesse de la lumière dans le vide, cette relation devient :

(66) $$D(k, \omega) = |N_\alpha N_\beta - N^2\delta_{\alpha\beta} + \chi_{\alpha\beta}| = 0$$

Si θ est l'angle que fait le vecteur d'onde k avec la direction du champ magnétique B, l'équation **(66)** donne la relation de dispersion explicite pour une propagation dans une direction déterminée dès que l'on a précisé le tenseur diélectrique réduit χ dans le modèle de plasma froid

(67) $$\bar{\bar{\chi}} = \begin{pmatrix} \chi_1 & -i\chi_2 & 0 \\ i\chi_2 & \chi_1 & 0 \\ 0 & 0 & \chi_3 \end{pmatrix}$$

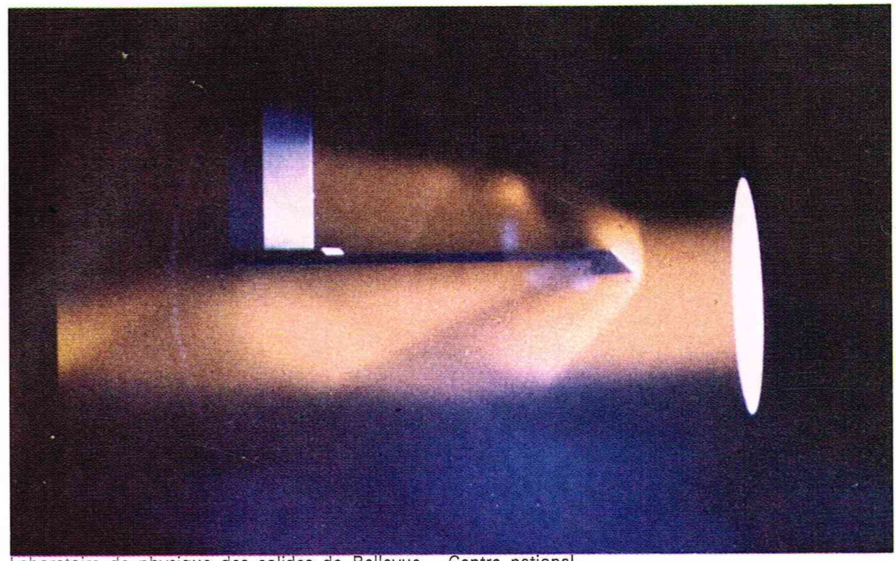
où (68) $$\chi_1 = 1 + \Sigma_s \frac{\omega_{ps}^2}{\Omega_s^2 - \omega^2}$$

$$\chi_2 = \Sigma_s \frac{\Omega_s \omega_{ps}^2}{\omega\,(\Omega_s^2 - \omega^2)}$$

$$\chi_3 = 1 - \Sigma_s \frac{\omega_{ps}^2}{\omega^2}$$

$s = e, i$ pour les électrons et les ions respectivement, Ω_s est la fréquence cyclotron des particules de type s donnée par l'équation **(3)**, ω_{ps} est leur fréquence plasma :

(69) $$\omega_{ps} = (n_s q_s^2/\varepsilon_0 m_s)^{1/2}$$



Laboratoire de physique des solides de Bellevue - Centre national de la recherche scientifique

▲ ***Jet de plasma d'azote sur une plaque plane métallique. Étude de la recombinaison catalytique de l'azote sur la paroi.***

Pour un angle de propagation θ quelconque, la relation de dispersion ci-dessus conduit à une équation du second degré en N^2 :

(70) $$AN^4 - BN^2 + C = 0$$

où : (71)
$$\begin{cases} A = \chi_1 \sin^2\theta + \chi_3 \cos^2\theta \\ B = (\chi_1^2 - \chi_2^2)\sin^2\theta + \chi_1\chi_3\,(1 + \cos^2\theta) \\ C = \chi_3\,(\chi_1^2 - \chi_2^2) \end{cases}$$

dont le discriminant D est toujours positif ou nul. Il y a donc toujours deux solutions en N^2 :

(72) $$N^2 = (B \pm D^{1/2})/2\,A$$

Pour un angle θ donné, il y a donc en général deux modes de propagation distincts. On remarquera que deux valeurs opposées de N correspondent à deux ondes se propageant dans la même direction, mais en sens inverse, si bien qu'elles ne sont pas distinctes en nature. On résout aussi très souvent la relation de dispersion en θ, ce qui conduit à la relation :

(73) $$\text{tg}^2\theta = -\frac{\chi_3\,[(N^2 - \chi_1)^2 - \chi_2^2]}{(\chi_1 N^2 - \chi_1^2\chi_2^2)\,(N^2 - \chi_3)}$$

Pour préciser les propriétés de propagation, nous allons examiner quelques cas particuliers importants.

Propagation parallèle au champ magnétique

Si l'on suppose $\theta = 0$ dans l'équation **(73)**, on peut avoir :

Oscillation de plasma

$\chi_3 = 0$ conduit à la relation de dispersion :

$$\omega^2 = \omega_{p0}^2 = \omega_{pi}^2 + \omega_{pe}^2$$

C'est l'oscillation de plasma que nous avons vue précédemment. Remarquons qu'ici l'hypothèse de plasma froid entraîne une oscillation à fréquence constante, la fréquence plasma, quel que soit le nombre d'onde k. En fait, l'approximation utilisée ici n'est valable que pour des nombres d'onde k inférieurs au nombre d'onde de Debye k_d inverse de la distance de Debye donnée par la relation **(28)**.

On remarquera en passant la relation :

(74) $$\lambda_d \omega_p = V_{\text{th}}$$

entre la distance de Debye, la fréquence plasma et la vitesse thermique des électrons.

Modes cyclotroniques

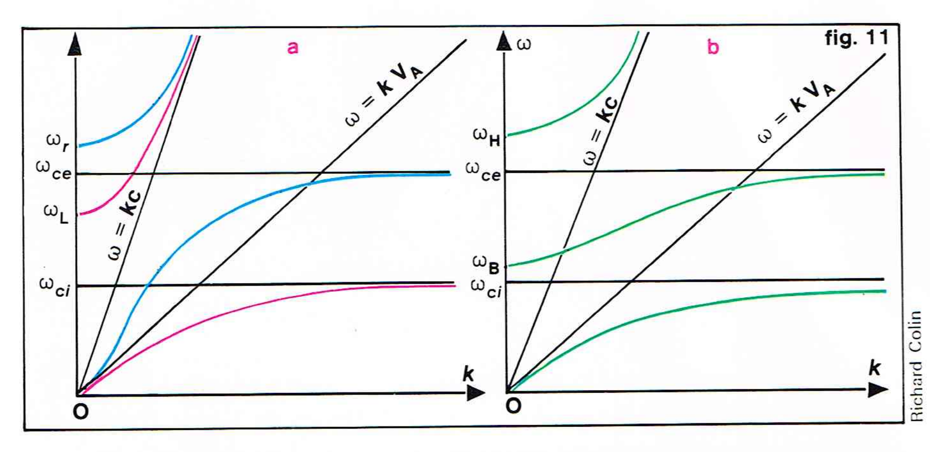
Pour une propagation parallèle au champ magnétique, on peut aussi avoir :

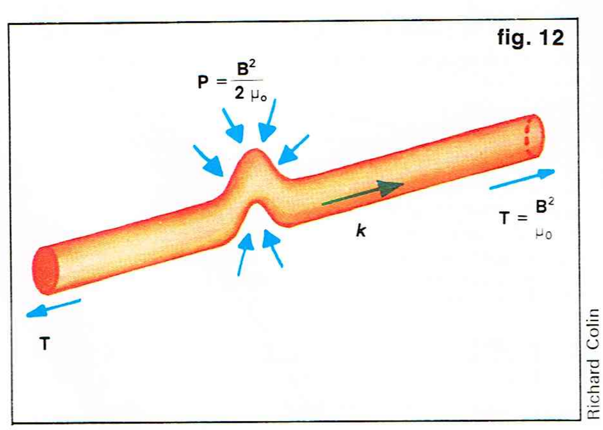
(75) $$(N^2 - \chi_1)^2 = \chi_2^2$$

ce qui conduit à deux modes purement électromagnétiques polarisés circulairement. Pour l'un de ces modes, appelé *mode droit*, le champ électrique E tourne dans le même sens que les électrons dans le champ magnétique :

(76) $$N_+^2 = 1 - \frac{\omega_{p0}^2}{(\omega - \omega_{ce})\,(\omega - \omega_{ci})}$$

◀ ***Page ci-contre, figure 10 ; puits magnétique : région de l'espace où la pression magnétique passe par un minimum. (a) Minimum en un point isolé : le « berlingot ». Les lignes de champ magnétique ne sont pas de révolution mais s'appuient au contraire sur deux faces croisées. Ce champ peut être créé par une bobine dite « en balle de tennis ». (b) Minimum autour d'une ligne fermée : les lignes de forces du champ s'enroulent autour de tores concentriques autour d'un grand cercle. Cette configuration peut être produite par un bobinage qui produit le champ principal B_t, tangent à ce cercle et par un courant circulant le long de ce cercle, et produisant un champ poloïdal B_θ. C'est la géométrie utilisée dans les machines du type Tokomak pour les recherches concernant la fusion thermonucléaire contrôlée.***





▲ *A gauche, figure 11 : courbes de dispersion des ondes dans un plasma froid infini. (a) Ondes cyclotroniques se propageant dans une direction parallèle au champ magnétique. Les deux modes dits droit (électronique) et gauche (ionique) présentent des résonances aux fréquences cyclotron respectives et une zone de coupure au-dessus de cette résonance. Ces deux modes s'identifient en basse fréquence avec l'onde d'Alfven. (b) Mode extraordinaire se propageant dans une direction perpendiculaire au champ magnétique. En plus du mode ordinaire qui présente une coupure à la fréquence plasma, le mode extraordinaire présente deux résonances aux fréquences cyclotron électronique et ionique, ainsi que deux bandes de coupure au-dessus de ces résonances. A droite, figure 12 : onde d'Alfven. En basse fréquence, cette onde s'apparente aux vibrations d'une corde de masse volumique n m_i soumise à une tension B^2/μ_0. Le plasma est en quelque sorte gelé dans le champ magnétique et suit les déformations des lignes de champ. On retrouve ainsi l'image d'une corde vibrante.*

Ce mode présente une résonance quand la fréquence tend vers la fréquence cyclotronique des électrons. L'indice optique tend alors à devenir infini. Physiquement, cette résonance correspond au fait que, le champ électrique tournant dans le même sens que les électrons et à la même vitesse, les électrons sont soumis dans leur référentiel à un champ électrique constant qui les accélère : l'onde échange alors son énergie avec les électrons, et la description macroscopique utilisée ci-dessus est insuffisante ; c'est l'absorption cyclotron qui constitue un moyen efficace de chauffage d'un plasma.

Ce mode présente également une coupure, c'est-à-dire que l'indice optique s'annule pour la fréquence de coupure :

(77) $$\omega_r = (\sqrt{\omega_{ce}^2 + 4\,\omega_{pe}^2} + \omega_{ce})/2$$

Il existe un mode cyclotronique ionique ou mode gauche où le vecteur champ électrique E tourne dans le même sens que les ions. Ce mode est parfaitement semblable au précédent, il présente de même une résonance et une coupure, les rôles des ions et des électrons étant simplement inversés.

Caractères électrostatiques et électromagnétiques d'une onde

Les différents modes rencontrés ci-dessus sont en fait de natures très différentes : l'oscillation de plasma est un mode que l'on peut qualifier d'électrostatique pur. En effet, on peut le décrire en supposant dans les équations de Maxwell que le vecteur champ magnétique B associé à l'onde est nul. Les équations de Maxwell se réduisent alors aux deux équations portant sur le champ électrique et le vecteur déplacement :

(78) $$\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{E} = 0 \quad \text{et} \quad \text{div}\,\vec{D} = 0$$

Dans le vide, ces deux relations entraîneraient que le champ électrique est nul, et donc l'absence de tout mode possible de propagation. Dans un plasma, il n'en est pas de même à cause de la charge d'espace. L'équation $\overrightarrow{\text{rot}}\,\vec{E} = 0$ entraîne simplement que le champ électrique est parallèle au vecteur nombre d'onde *k*.

Au contraire, les modes cyclotroniques présentent un caractère électromagnétique pur, c'est-à-dire que l'on retrouve, comme pour l'onde électromagnétique classique dans le vide, des vecteurs nombre d'onde, champ électrique et champ magnétique formant un trièdre trirectangle.

En général, une onde se propageant dans un plasma n'aura pas un caractère purement électrostatique ou électromagnétique. Ce caractère variera suivant les modes et suivant les fréquences pour un mode donné. On pourra s'en faire une idée exacte en considérant le rapport des composantes du champ électrique dans les directions parallèles et perpendiculaires au nombre d'onde.

Onde d'Alfven

● Les deux modes cyclotroniques se propageant parallèlement au champ magnétique que nous avons décrits ci-dessus tendent à devenir un mode unique en basse fréquence, c'est-à-dire lorsque la fréquence de l'onde est négligeable devant la fréquence cyclotron des ions les plus lourds. La vitesse de phase devient indépendante de la fréquence :

(79) $$V_A = B/(\mu_0 n m_i)^{1/2}$$

Cette vitesse, appelée vitesse d'Alfven, correspond à la vitesse de phase d'une onde transversale dans un milieu matériel de masse volumique nm_i soumis à une tension B^2/μ_0 perpendiculaire à la direction du déplacement de matière. Cette onde est donc tout à fait analogue à celle qui se propage dans une corde de violon, par exemple. Les équations macroscopiques décrites précédemment montrent en effet que pour des déplacements lents des lignes de champ magnétique, le plasma contenu dans un tube de force du champ se déplace avec lui et constitue ainsi un véritable milieu matériel analogue à une corde vibrante, ce qui explique l'analogie ci-dessus.

Propagation perpendiculaire au champ magnétique

Les divers modes possibles sont obtenus en supposant $\theta = 90°$ dans l'équation **(73)**.

Mode ordinaire

Une première solution $N^2 = \chi_3$ conduit à la relation de dispersion :

(80) $$\omega^2 = \omega_{p0}^2 + k^2c^2$$

qui présente une coupure à la fréquence plasma. Ce mode ne dépend pas du champ magnétique. C'est un mode purement électromagnétique, polarisé linéairement. Pour des fréquences très supérieures à la fréquence plasma, on retrouve la propagation dans le vide. La coupure à la fréquence plasma est un phénomène qui nous est familier : c'est ce qui explique la réflexion d'une onde électromagnétique sur un conducteur. En effet, un solide conducteur métallique, par exemple, a une densité de l'ordre de quelque 10^{22} cm^{-3} correspondant à des fréquences plasma électroniques de quelque 10^{15} Hz. Les longueurs d'onde supérieures à quelques dixièmes de micron, et en particulier toute la lumière émise dans le spectre visible, seront réfléchies. C'est également cette coupure à la fréquence plasma qui produit la réflexion des ondes radio-électriques sur les couches ionisées de l'ionosphère autour de la Terre.

Mode extraordinaire

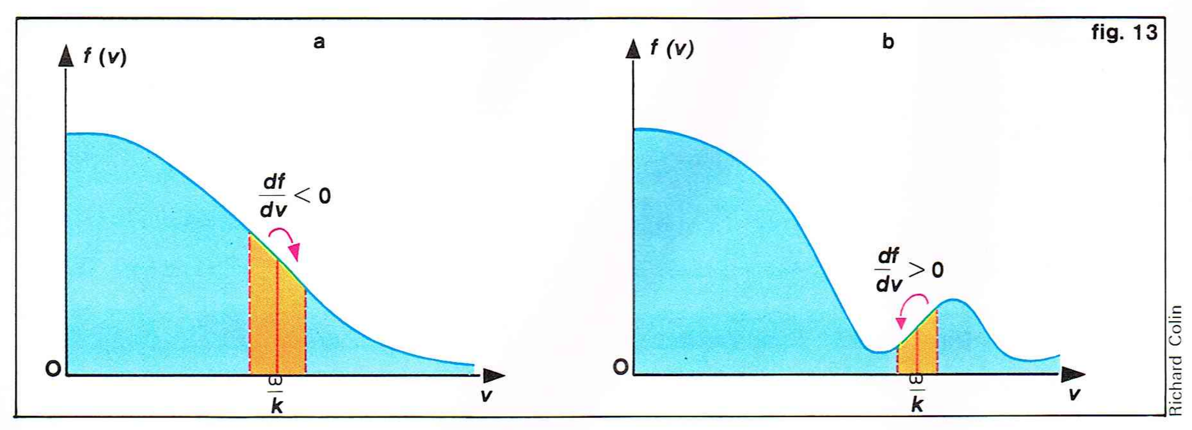
Une deuxième solution possible pour une propagation perpendiculaire au champ magnétique est le mode dit extraordinaire par analogie avec l'optique, et dont la relation de dispersion est :

(81) $$N^2 = (\chi_1^2 - \chi_2^2)/\chi_1$$

Ce mode présente également des résonances aux fréquences cyclotrons des ions et des électrons, ainsi que deux coupures à des fréquences supérieures aux deux fréquences cyclotroniques respectivement. Ce mode a une polarisation elliptique. En basse fréquence, ce mode se propage également avec une vitesse indépendante de la fréquence et égale à la vitesse d'Alfven.

Propagation oblique

Pour un angle θ quelconque, on trouvera en général deux modes de propagation qui se déduisent continûment des modes présentés ci-dessus en propagation parallèle ou perpendiculaire au champ magnétique. Ces modes présenteront des coupures possibles à des fréquences qui annulent le terme C de l'équation **(70)**, donc pour des valeurs indépendantes de l'angle θ de propagation, et qui sont donc les fréquences de coupure que nous avons rencontrées ci-dessus. Des résonances se produiront pour des fréquences qui annulent le terme A de l'équation **(70)**,



◀ *Figure 13 : effet Landau, amortissement sans collisions. Les particules résonnantes, dont les vitesses sont voisines de la vitesse de phase ω/k, échangent leur énergie avec l'onde. Comme il y a davantage de particules plus lentes que de particules résonnantes rapides, l'onde cède plus d'énergie aux particules lentes qu'elle n'en recueille des rapides, ce qui conduit à un amortissement de l'onde.* (a) *Si la pente de la fonction de distribution est négative pour la valeur de la vitesse de phase, on aboutit à un amortissement.* (b) *Si au contraire il existe localement une pente positive de la fonction de distribution, on aboutit à une instabilité, les particules cédant plus d'énergie à l'onde qu'elles n'en reçoivent.*

et les fréquences correspondantes dépendent cette fois de l'angle de propagation et satisfont :

(82) $$\mathrm{tg}^2\,\theta = -\chi_3/\chi_1$$

qui, pour des angles pas trop proches de 90° et des fréquences plasma faibles devant les fréquences cyclotrons correspondantes, conduit à des résonances à $\omega_{ce}\cos\theta$ et $\omega_{ci}\cos\theta$ pour les deux modes associés respectivement à la résonance des électrons et à celle des ions.

La description ci-dessus ne tient compte ni d'effets dissipatifs, ni d'effets liés aux dimensions finies du plasma considéré. On aura donc des amortissements possibles, liés par exemple aux collisions entre particules. De plus, les effets de dimensions finies pourront être importants, en particulier quand les longueurs d'onde deviennent du même ordre de grandeur que les dimensions du plasma.

Enfin nous avons supposé, dans tout ce qui précède, que les particules étaient sans vitesse relative moyenne. Cette hypothèse est très importante, comme nous le verrons plus loin, le mouvement relatif des ions et des électrons entraînant en général une instabilité.

Interaction entre onde et particules : effet Landau

La méthode de résolution des équations différentielles qui régissent les ondes dans les plasmas, telle que nous venons de la décrire, suppose l'existence d'un nombre discret de couples de valeurs de k et de ω possibles, la compatibilité entre ces valeurs prises deux à deux étant la relation de dispersion du mode de propagation cherché. L'existence de ces couples de valeurs en nombre discret n'est pas toujours assurée, en particulier quand il existe dans le plasma des particules de vitesse proche des vitesses de phases des ondes. La description macroscopique ci-dessus, utilisant une fermeture brutale des équations d'évolutions des grandeurs moyennes du plasma, ne permet pas de rendre compte de ces phénomènes. Il faut alors revenir à l'équation d'évolution de la fonction de distribution des particules.

C'est en analysant les oscillations de plasmas que le physicien soviétique Landau a découvert, en 1946, un amortissement des ondes de plasmas électroniques sans collisions, qui joue un rôle primordial en physique des plasmas, et qui porte le nom d'*effet Landau*. Il a fallu ensuite une vingtaine d'années pour que des expériences précises viennent confirmer que ce phénomène, longtemps considéré comme un artifice mathématique sans implication physique sérieuse, était en réalité un phénomène ayant une réalité physique profonde et aujourd'hui bien comprise. L'amortissement très important observé quand la vitesse de phase de l'onde devient de l'ordre de grandeur de la vitesse thermique des particules peut être relié à deux aspects physiques distincts.

D'une part, à cause de la dispersion des vitesses des particules, même sans interaction entre onde et particules, l'onde subirait un amortissement très important par simple mélange de phase. Ainsi, dans des gaz neutres à basse pression où les collisions ne jouent qu'un rôle négligeable, une perturbation de fonction de distribution des particules, produite à un instant donné, ne conduit qu'à une relaxation de cette fonction de distribution et non à une véritable propagation, l'écoulement libre des particules produisant un mélange de phase qui « amortit » les perturbations sans modifier l'énergie moyenne qui y est associée.

Ce phénomène existe aussi dans un plasma, mais, d'autre part, l'onde échange de l'énergie avec les particules dites résonnantes qui ont des vitesses proches de celles de l'onde, accélérant les particules légèrement plus lentes que la vitesse de phase et ralentissant celles qui sont légèrement plus rapides que cette vitesse de phase. La valeur de l'amortissement de Landau rend compte de cet échange d'énergie. Les ondes de plasmas électroniques dans un plasma dont la fonction de distribution $f_0(v)$ est connue satisfont à la relation de dispersion :

(83) $$D(k,\omega) = 1 + \frac{\omega_p^2}{k^2}\,\mathrm{P}\int_{-\infty}^{+\infty}\frac{df_0}{dv}\,\frac{dv}{\omega - kv}$$

où P représente la valeur principale de l'intégrale au sens de Cauchy.

Pour une distribution $f_0(v)$ quelconque et pour des fréquences supérieures mais voisines de la fréquence plasma, cette relation de dispersion peut s'exprimer par une relation analogue à celle que nous avons rencontrée en **(42)** :

(84) $$\omega^2 = \omega_p^2 + 3\,k^2\,\langle V^2\rangle$$

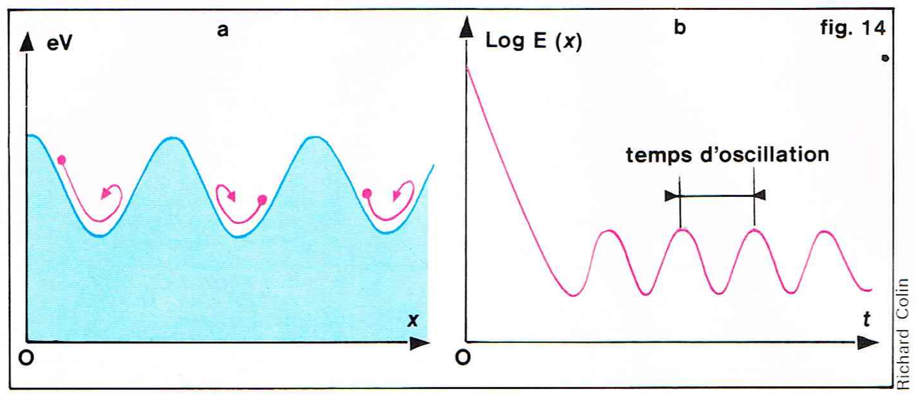
où $\langle V^2\rangle$ est la valeur moyenne du carré de la vitesse des particules dans la distribution $f_0(v)$. On retrouve donc bien ici cette relation de dispersion, mais la fréquence angulaire doit être considérée comme une valeur complexe dont la partie imaginaire représente le taux d'amortissement :

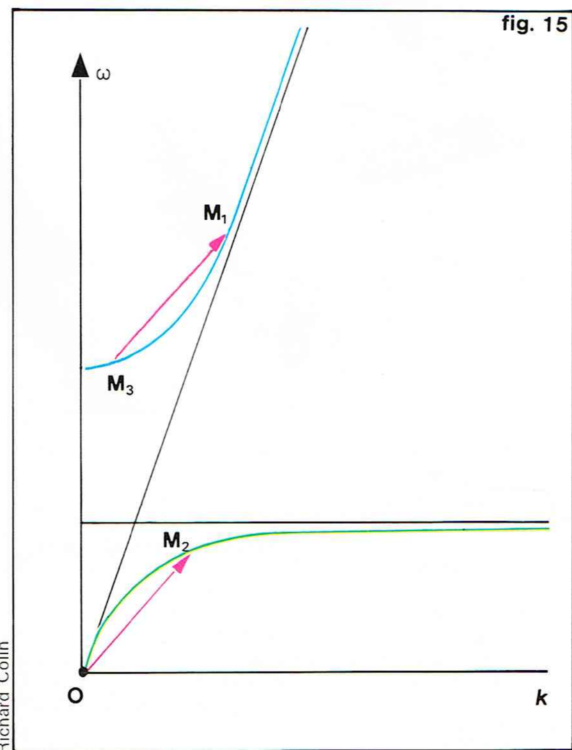
(85) $$\mathrm{Im}\,\omega = \frac{\pi}{2}\,\frac{\omega_p^2}{k^2}\left(1 - \frac{d\omega}{dk}\,\frac{k}{\omega}\right)\frac{d}{dv}\,f_0\left(\frac{\omega}{k}\right)$$

L'expression **(84)** montre que la partie imaginaire de la fréquence est proportionnelle à la pente de la fonction


Keystone

▼ *Le professeur* Lev Landau, *recevant le prix Nobel de physique, en 1962, à Moscou.*





▲▶ *Figure 14.*
(a) ***Particules piégées. Dans un référentiel se déplaçant à la vitesse de phase, le potentiel de l'onde est stationnaire. Les particules de faible énergie cinétique dans ce référentiel peuvent être piégées dans le puits de potentiel de l'onde et osciller au fond de ce puits.***
(b) ***Onde de plasma électronique de grande amplitude. Une onde de plasma électronique subit d'abord un amortissement linéaire : l'effet Landau, mais l'échange d'énergie avec les particules piégées conduit à une oscillation de l'amplitude de l'onde à la fréquence d'oscillation des particules piégées dans le puits de potentiel de l'onde.***
Figure 15 : couplage non linéaire de trois ondes. Si une onde est représentée par un point M (ω, k), les règles de sélection conduisent à la relation vectorielle $\overrightarrow{OM_1} = \overrightarrow{OM_2} + \overrightarrow{OM_3}$. ***Un couplage à trois ondes est donc possible pour*** $\overrightarrow{M_3M_1} = \overrightarrow{OM_2}$.

de distribution pour la valeur de la vitesse de phase. En particulier, si cette fonction de distribution a une forme voisine de celle d'une distribution de Maxwell, la pente est négative, si bien que l'onde est amortie. Au contraire, si la fonction de distribution des vitesses comporte localement une pente positive au voisinage de la vitesse de phase, par exemple produite par une bosse dans la queue de distribution, le signe de la partie imaginaire de ω est inversé, et l'on a affaire à une amplification de la perturbation initiale : c'est une situation instable.

Ce résultat est général et peut être étendu au cas des ondes dont la vitesse de phase peut être relativement voisine à la fois des vitesses des électrons et de celle des ions. On prendra alors pour fonction de distribution totale :

(86) $$f_0\,(v) = \Sigma_s\, m_s f_{0s}\,(v)$$

où $f_{0s}\,(v)$ est la fonction de distribution non normée des particules de type *s*, c'est-à-dire dont l'intégrale sur l'espace des vitesses donne la densité partielle dans le plasma. On voit par exemple qu'un plasma d'ions et d'électrons produit une situation instable si la vitesse relative des deux fonctions de distribution, supposées maxwelliennes, est supérieure à la vitesse thermique des électrons. C'est une situation très fréquente dans les machines à plasma dès que l'on induit des courants importants.

Effets non linéaires

Dans tout ce qui précède, nous avons supposé que les propriétés du plasma pouvaient être rendues par des équations linéarisées. Cette description a évidemment ses limites. En particulier, dans le cas de l'amortissement de Landau, l'interaction entre onde et particule modifie la fonction de distribution $f_0\,(v)$, et il sera nécessaire d'en tenir compte dans la description des propriétés du plasma sur des échelles de temps assez longues. Ainsi, en présence d'une instabilité, la situation évoluera au début sous la forme d'une croissance exponentielle des perturbations, mais très rapidement, des phénomènes nouveaux apparaîtront, conduisant d'une part à des mécanismes de saturation, d'autre part à des interactions entre les ondes générées dans le plasma instable, et l'on finira souvent sur un élargissement important du spectre des ondes instables, si bien que l'on aura affaire à une turbulence comportant un spectre continu d'ondes instables dont toutes les composantes sont en interaction.

Nous distinguerons donc, parmi les effets non linéaires, les effets d'ondes de grande amplitude, les couplages entre ondes, enfin les couplages non linéaires entre ondes et particules.

Onde de grande amplitude : piégeage de particules

Dans une onde de grande amplitude se déplaçant à la vitesse de phase ω/k, les particules de vitesse voisine de cette valeur vont interagir avec le potentiel de l'onde. Dans un référentiel se déplaçant à la vitesse de phase, ces particules n'ont que des vitesses très faibles et voient un potentiel périodique spatialement, constant dans le temps ou croissant lentement. L'énergie des particules résonnantes est donc faible, et dès que l'énergie de l'onde sera suffisante, ces particules auront une énergie insuffisante pour sortir du puits de potentiel représenté par les variations spatiales du potentiel de l'onde : les particules sont alors piégées et oscillent dans le puits avec la période T :

(87) $$T = \frac{2\pi}{k}\left(\frac{m}{eV_0}\right)^{1/2}$$

où V_0 est le potentiel du puits.

Les oscillations des particules piégées conduisent à des échanges importants d'énergie entre l'onde et les particules. On arrive en général à une situation de saturation, l'amplitude de l'onde oscillant dans le temps avec la période de piégeage des particules.

Couplage non linéaire à trois ondes

On pourrait imaginer *a priori* que la propagation des ondes dans un plasma, en tenant compte d'effets non linéaires, serait possible pour des modes très différents de ceux que l'on rencontre dans la description linéaire. En fait, il n'en est rien, et tout se passe comme si chaque onde représentait un oscillateur couplé à d'autres par des relations non linéaires. On montre alors que les oscillations compatibles avec le système sont celles qui ont déjà été décrites dans une représentation linéaire. Les ondes rencontrées dans une description non linéaire devront d'abord obéir aux relations de dispersion linéaires précédentes.

D'autre part, il va exister des relations entre les fréquences et les nombres d'onde des ondes couplées qui apparaissent comme des règles de sélection.

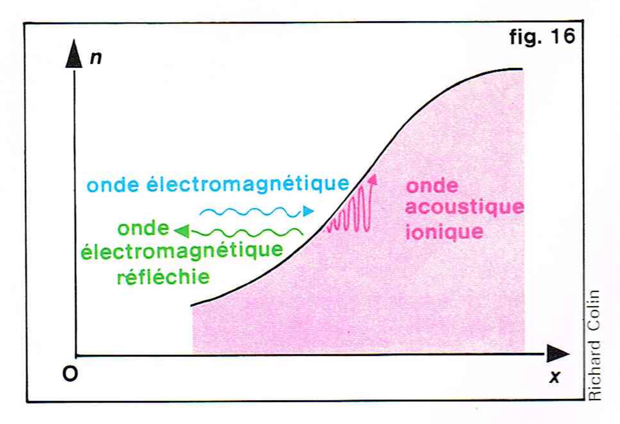
Pour trois ondes couplées, d'indices 1, 2 et 3, les fréquences et nombres d'onde satisfont aux deux relations :

(88) $$\omega_1 = \omega_2 + \omega_3$$
$$\vec{k_1} = \vec{k_2} + \vec{k_3}$$

En terme de quasi-particule, photons ou plasmons suivant qu'il s'agit d'ondes électromagnétiques ou d'ondes électrostatiques, ces relations expriment simplement la conservation de l'énergie et de l'impulsion. De très nombreux couplages sont possibles avec ces règles de sélection, compte tenu de la complexité des courbes de dispersion. Il est important de remarquer que le caractère électromagnétique ou électrostatique n'est pas conservé dans ces couplages. Par exemple, on peut observer la décomposition d'une onde électromagnétique en une autre onde électromagnétique de même nature et de fréquence plus faible et en une onde de plasma électronique :

$$\left(\text{photon} \begin{array}{l} \nearrow \text{photon} \\ \rightarrow \text{plasmon} \end{array}\right)$$

On peut voir également que les règles de sélection permettent des couplages entre des ondes de vitesses de phase très différentes. Si les ondes 2 et 3 sont deux ondes électro-



Richard Colin

◀ *Figure 16 : effet Brillouin stimulé. Un couplage non linéaire à trois ondes se produit lorsqu'une onde électromagnétique intense arrive sur un plasma de forte densité : une onde acoustique ionique est produite dans le plasma, et une onde électromagnétique de fréquence proche de l'onde incidente est produite dans la même direction, mais en sens inverse; l'onde électromagnétique incidente est donc pratiquement réfléchie.*

magnétiques de fréquences très voisines mais se propageant dans la même direction en sens opposés, le nombre d'onde k_1 résultant de la différence des nombres d'ondes 2 et 3 sera très faible, ce qui conduit pour l'onde 1 à une vitesse de phase très élevée : l'onde 1 pourra être, par exemple, une onde au voisinage de la coupure. Ces couplages d'ondes sont ainsi très semblables aux couplages rencontrés dans d'autres milieux physiques, et en particulier en optique non linéaire. On aura ainsi dans un plasma un *effet Raman* correspondant à un couplage entre deux photons et un plasmon, un *effet Brillouin* stimulé correspondant à un couplage entre deux photons et un phonon qui, dans un plasma, correspond à une onde acoustique ionique. Dans ce dernier cas, on assiste à une véritable réflexion de la lumière par un plasma si l'onde électromagnétique incidente est une lumière visible, comme cela se rencontre dans l'interaction d'un laser de grande puissance avec un plasma.

Conclusions et applications

Les quelques propriétés des plasmas que nous avons décrites ne sont que des exemples qui montrent la richesse des phénomènes physiques rencontrés dans les plasmas. Nous avons passé sous silence de nombreux phénomènes importants en particulier sur les phénomènes non linéaires où les travaux de recherche actuels enrichissent tous les jours nos connaissances. Ces propriétés interviennent dans beaucoup de phénomènes naturels, dans les plasmas stellaires et d'environnement terrestre aussi bien que dans d'autres domaines des sciences physiques.

Les plasmas interviennent dans notre entourage journalier de façon de plus en plus fréquente : enseignes lumineuses, tubes fluorescents; mais ils ont des applications bien plus importantes. Le plasma est le seul milieu dans lequel on puisse songer un jour à réaliser la fusion thermonucléaire contrôlée, ce qui constitue un enjeu extrêmement important pour l'avenir énergétique du monde. Mais les plasmas trouvent déjà de nombreuses applications pratiques, sans parler des implications dans de nombreux domaines de la connaissance : astrophysique, etc.

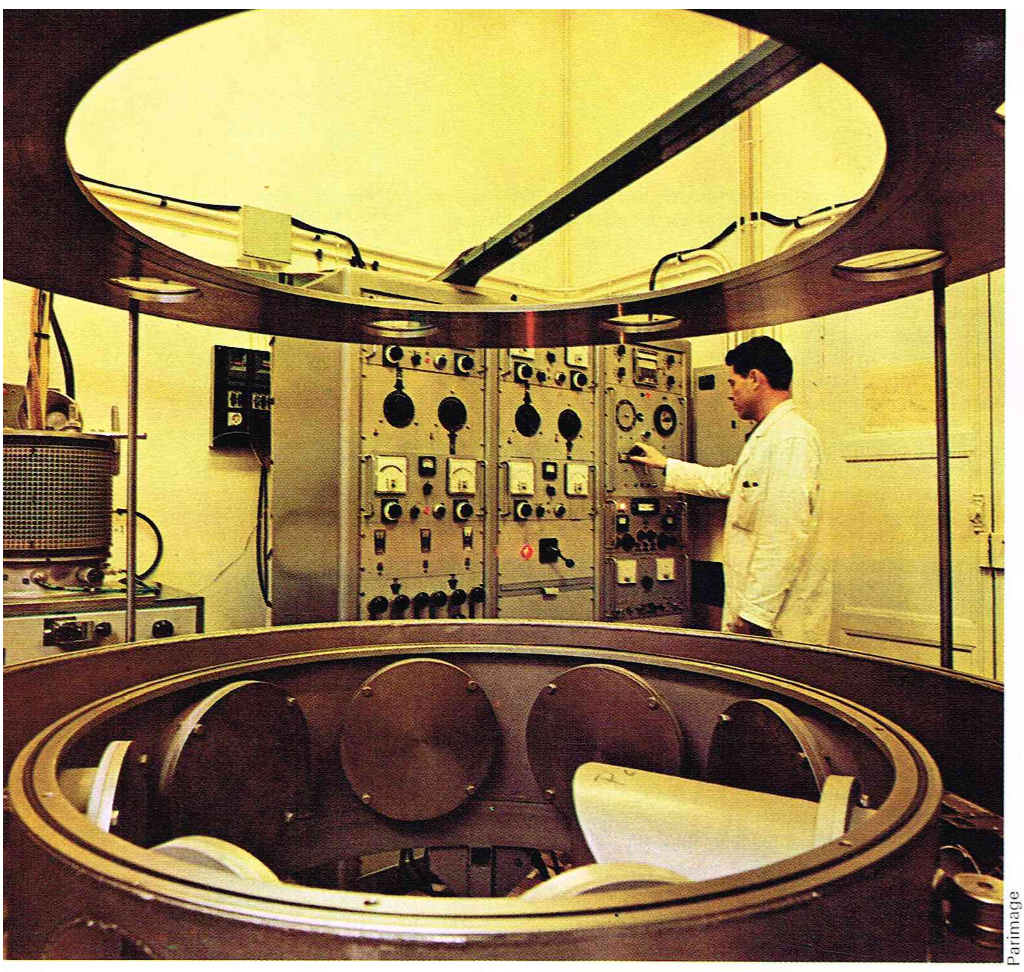
Les plasmas permettent de développer des techniques nouvelles : chalumeau à plasma, synthèse chimique à très haute température, ensemencement des gaz neutres pour en étudier les écoulements, propulsion ionique, etc. S'il est vain de chercher à développer des composants électroniques, comme certains l'avaient imaginé il y a quelques années, technique qui s'est le plus souvent révélée inefficace en raison du mauvais rapport signal sur bruit lié à la forte température du plasma, les plasmas sont par contre très utiles pour réaliser des milieux excités de grands volumes indispensables au développement des lasers à gaz de grande puissance. De nombreuses applications existent également en électrotechnique : interrupteurs de courants forts, etc.

BIBLIOGRAPHIE

BEKEFI G., *Radiation Processes in Plasma,* John Wiley, New York, 1966. - CHEN F.F., *Introduction to Plasma Physics,* Plenum Press, 1974. - DELCROIX J. L., *Physique des plasmas,* t. 1 et 2, Dunod, 1963-1966. - QUEMADA D., *Ondes dans les plasmas,* Coll. Méthodes, Hermann, Paris, 1968. - KRALL et TRIVELPIECE, *Principles of Plasma Physics,* Mac Graw Hill Book Company, 1973. - MONTGOMERY et TIDDMANN, *Plasma Kinetic Theory,* Mac Graw Hill Book Company, New York, 1964.

▼ *Les plasmas interviennent dans notre entourage journalier de façon de plus en plus fréquente, enseignes lumineuses, tubes fluorescents, etc.*

F. Hidalgo-TOP



Parimage

▲ *Une des salles du laboratoire de physique des solides du C. N. R. S. (Meudon-Bellevue).*

▶ *Page ci-contre en haut, à gauche, image de la structure atomique d'un cristal de nickel-phtalocyanine, obtenue avec un photosommateur. A droite, recristallisation d'une couche mince amorphe de CuTe (vulcanite).*

PHYSIQUE DES SOLIDES

Depuis son origine, l'homme a progressivement pris conscience de la notion d'objet solide, issue de la sensation du toucher. Il a su mettre à profit la dureté des solides, leur résistance aux contraintes mécaniques, leur tendance à conserver une forme donnée, lors de la fabrication d'armes, d'outils, puis de demeures. Jusqu'au XIXe siècle, la connaissance et la classification des solides, limitées aux phénomènes macroscopiques, étaient essentiellement descriptives et empiriques.

Depuis très longtemps, leurs propriétés acoustiques, mécaniques et optiques (coloration des minéraux, transparence des verres, réflexion de la lumière par les métaux) ont été utilisées; plus tard, les propriétés de symétrie de certains solides, les cristaux, ont été reconnues et étudiées. Ce n'est que très récemment (au début du XIXe siècle) que l'étude des propriétés thermiques, électriques et magnétiques a pris un réel essor.

En tant que discipline scientifique, la physique des solides ne s'est réellement développée qu'au début du XXe siècle, lorsque l'architecture atomique de la matière a pu être déterminée. Le mérite en revient à M. von Laue (1912) et à W. H. et L. Bragg, qui, par la découverte de la diffraction des rayons X dans les cristaux, ont apporté la preuve expérimentale de la nature périodique de l'édifice cristallin à l'échelle atomique et favorisé les études structurales et microscopiques de l'état solide. L'introduction et l'amélioration de techniques expérimentales nouvelles ont permis aux physiciens du solide de progresser très vite (microscopie électronique, diffraction des neutrons, utilisation des très basses températures, synthèse et purification des cristaux). L'excellente compréhension théorique de l'état solide doit une très large part aux développements de la mécanique quantique et des statistiques quantiques de Fermi-Dirac et Bose-Einstein; ces formalismes semblent actuellement suffire aux physiciens malgré la difficulté de mener à bien (même à l'aide d'ordinateurs) certains calculs théoriques.

La connaissance des phénomènes physiques dans les solides a entraîné de multiples applications industrielles. C'est ainsi que les matériaux diélectriques, piézo-électriques, magnétiques sont couramment utilisés; grâce au progrès des techniques de purification, de dopage et d'élaboration de couches minces, l'utilisation des semi-conducteurs s'est très rapidement développée, favorisant ainsi l'essor de l'industrie des composants électroniques.

L'état solide

L'état solide se différencie à première vue des autres états de la matière (liquides, gaz, plasmas) par ses propriétés de dureté, de cohésion; soumis à des contraintes mécaniques, les solides présentent un comportement élastique.

Dans un solide, les atomes, constitués par un noyau chargé positivement entouré d'un nuage d'électrons, sont liés entre eux par des forces attractives qui assurent la cohésion de l'ensemble; ces interactions sont telles que ces atomes occupent dans l'espace des positions bien définies les unes par rapport aux autres : le réseau rigide ainsi formé occupe un volume bien défini à l'échelle macroscopique. Dans les liquides et les gaz, les interactions étant beaucoup plus faibles, les molécules (arrangement d'atomes) glissent les unes sur les autres et se déplacent librement sous l'effet de collisions.

En réalité, dans un corps solide, la fixité des atomes n'est pas absolue, car sous l'influence de la température ils peuvent vibrer légèrement autour de leur position d'équilibre; lorsque la température devient trop élevée, les liaisons atomiques peuvent se rompre, détruisant ainsi la rigidité du matériau : c'est la fusion (le solide se transforme en liquide) ou la sublimation (transformation en gaz).

On distingue en général deux catégories de solides.

— Les **solides amorphes**, dépourvus de formes géométriques caractéristiques, ne présentent aucune régularité dans l'arrangement spatial des atomes (verres, par exemple). Ils peuvent être considérés comme des liquides de viscosité très élevée.

— Les **solides cristallins** : l'examen de cristaux d'une même espèce montre que le milieu cristallin est homogène et anisotrope. Les monocristaux, naturels ou synthétiques, se présentent sous forme de polyèdres très particuliers; ils se caractérisent par une structure atomique périodique parfaite ou presque, ce qui rend leurs propriétés physiques plus faciles à expliquer théoriquement. On sait par exemple que leur température de fusion est très bien définie, alors qu'un verre passe très progressivement de l'état solide à l'état liquide.

A première vue, il ne semble pas qu'un barreau de cuivre possède une structure cristalline, car il a un comportement isotrope à l'échelle macroscopique; observé au microscope, il se présente comme un agglomérat de monocristaux microscopiques de différentes orientations séparés par des « joints de grains »; le diamètre de ces grains, compris entre quelques microns et quelques millimètres, dépend du traitement thermique (trempe, recuit) subi par l'échantillon. C'est sous cet aspect de *solides polycristallins* que se présentent les métaux et alliages usuels qui entrent dans la fabrication industrielle de pièces mécaniques.

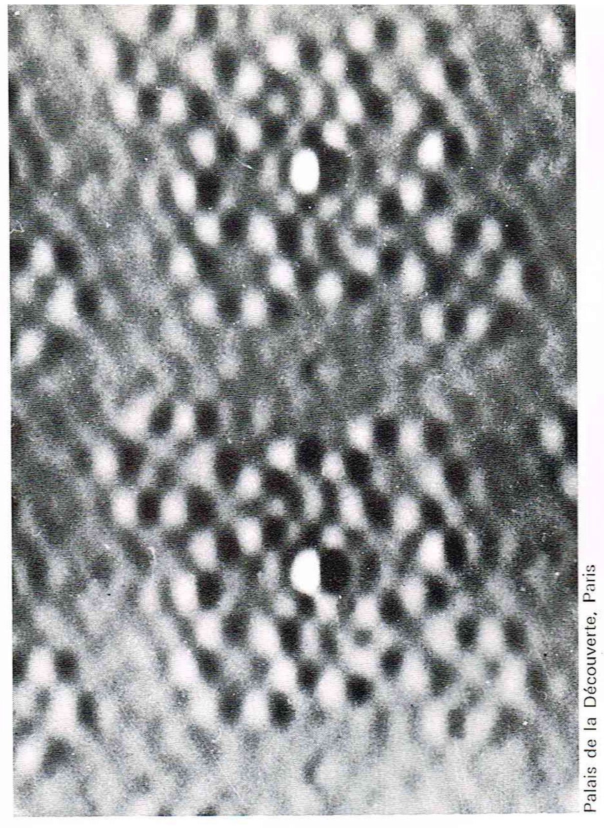
Entre les liquides et les monocristaux se situent les *« cristaux liquides »*. Ce sont des substances organiques caractérisées par plusieurs phases suivant la température : en dessous d'une certaine température, toutes ces substances forment des solides cristallins normaux, et, au-dessus du dernier point de fusion, ce sont des liquides isotropes. Entre ces deux températures, ces substances présentent une phase intermédiaire, appelée phase mésomorphe, caractérisée par un ordre suivant une ou deux directions, et jouissant de propriétés en lumière polarisée invisibles pour les liquides ordinaires. Suivant l'arrangement des molécules entre elles, on distingue trois phases mésomorphes : la phase smectique (pour certains savons et détergents dans lesquels s'intercalent les molécules d'eau), la phase cholestérique, et la phase nématique (les molécules peuvent être orientées par des champs électriques ou magnétiques).

La structure cristalline

Le cristal parfait - Les systèmes cristallins

L'aspect extérieur des cristaux, la facilité avec laquelle on peut les cliver suivant des plans particuliers (le plus souvent parallèles à des faces naturelles) incitent à les classer d'après leurs éléments de symétrie.

Un *cristal parfait* se caractérise par la répétition triplement périodique dans l'espace d'un *motif* atomique ou moléculaire; le motif le plus simple est formé d'un atome unique. A chaque point du cristal correspond une infinité



Palais de la Découverte, Paris



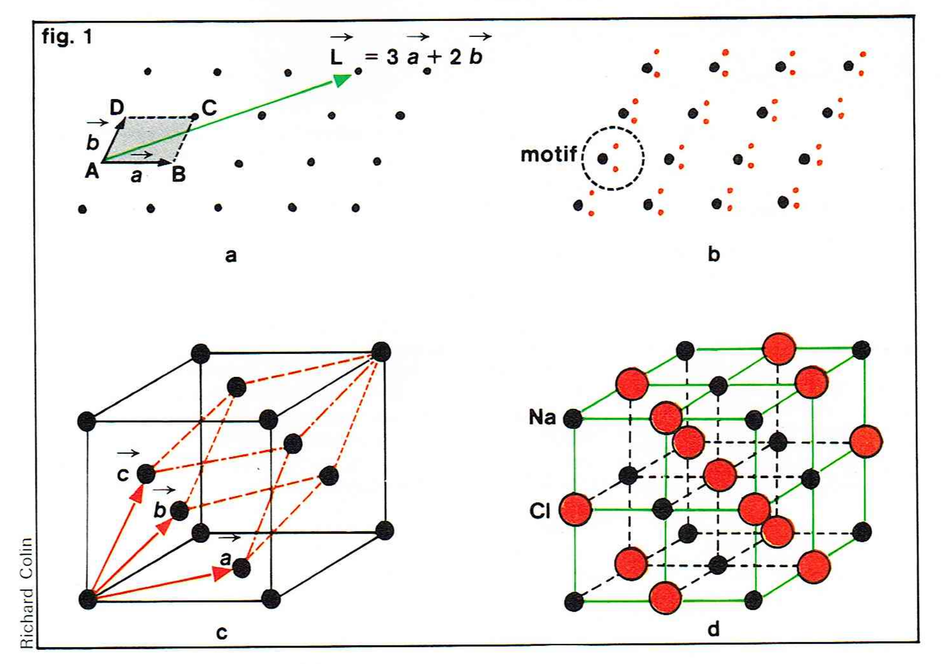
Laboratoire d'aérothermique de Meudon - Bellevue-Centre national de la recherche scientifique

de points homologues, de même environnement atomique, qui se déduisent les uns des autres par des translations élémentaires. On peut donc associer à ce cristal un *réseau* indéfini de *points*, appelés *nœuds*, représentant les motifs équivalents du cristal réel. Ce réseau, possédant la symétrie de translation du cristal, est défini par trois vecteurs indépendants $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$; un vecteur $\vec{L} = n_1\vec{a} + n_2\vec{b} + n_3\vec{c}$, avec n_1, n_2, n_3 entiers, relie entre eux deux nœuds du réseau et correspond à une translation dans le cristal. Ces vecteurs $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ définissent un parallélépipède appelé *maille*. On définit la *maille élémentaire* du réseau comme la maille de plus petit volume qui se reproduit identique à elle-même dans toute translation $\vec{L}$; les vecteurs qui la définissent sont appelés les *vecteurs fondamentaux*. Dans cette maille, qui n'est pas définie de façon unique, il y a un seul nœud à considérer (tous les sommets du parallélépipède s'obtiennent par diverses translations $\vec{L}$ et sont donc équivalents). La maille élémentaire correspondante du cristal réel possède donc un seul motif, c'est-à-dire le nombre minimal d'atomes nécessaire pour caractériser le cristal (*fig.* 1).

Dans les cristaux tridimensionnels à motif monoatomique, les seuls axes de rotation compatibles avec la périodicité du réseau sont des axes d'ordre 1, 2, 3, 4, 6 ; d'autres éléments de symétrie (symétries par rapport à un point ou par rapport à un plan) peuvent être définis. En dénombrant les différentes classes de symétrie ponctuelle des réseaux, on aboutit à une classification en *7 systèmes cristallins*. Toutefois, des cristaux d'un même système peuvent avoir des réseaux différents ; c'est le cas par exemple du système cubique, qui regroupe trois types de réseaux : le cubique simple, le cubique centré et le cubique à faces centrées. On obtient ainsi quatorze réseaux fondamentaux appelés *réseaux de Bravais*. L'adjonction d'un motif à plusieurs atomes autour de chaque nœud du réseau diminue la symétrie de l'édifice cristallin. En prenant en compte la nature des divers éléments de symétrie du motif, on montre que toutes les variétés cristallines se regroupent en 32 classes de symétrie ponctuelle.

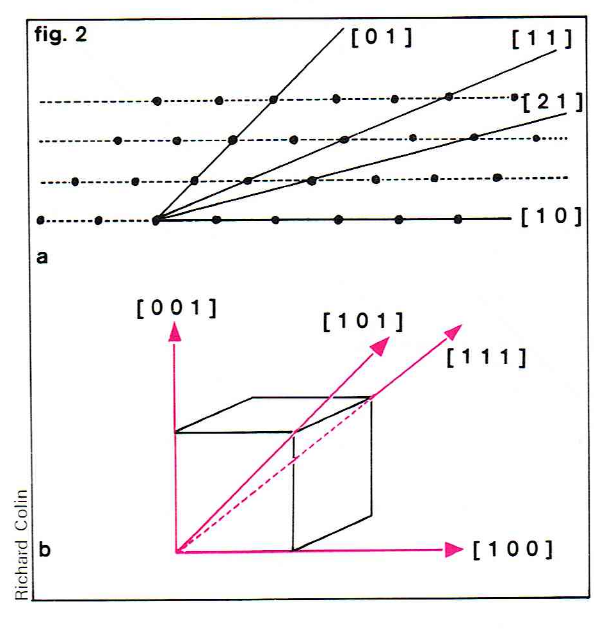
Toutefois, la description complète des propriétés de symétrie du milieu cristallin, étudiée dans le cadre de la « théorie des groupes », nécessite l'introduction d'opérations de symétrie non ponctuelle et aboutit à une classification en 230 groupes distincts appelés groupes de recouvrement.

- *Directions cristallographiques*. Les nœuds d'un réseau sont disposés sur des familles de droites appelées rangées. Ces rangées définissent dans le cristal des directions cristallographiques que l'on note [*u v w*] ; les nombres entiers *u*, *v*, *w*, premiers entre eux, représentent la projection sur les vecteurs fondamentaux d'un vecteur porté par la direction considérée (*fig.* 2).
- *Plans réticulaires*. On peut remarquer que tous les



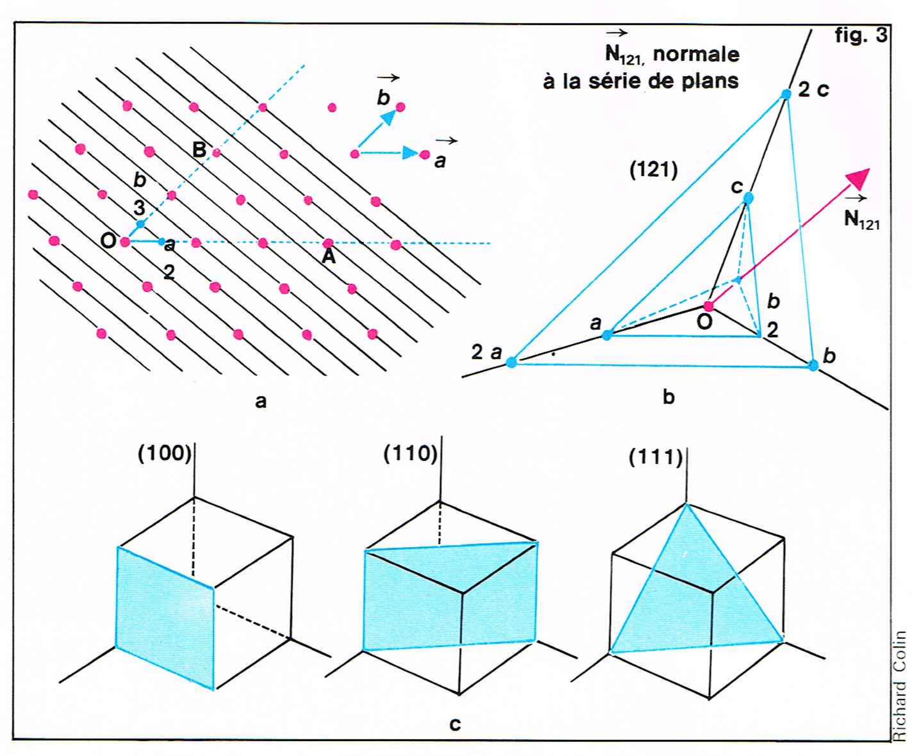
Richard Colin

▲ *Figure 1 : exemples de réseaux cristallins. (a) Cristal à deux dimensions à un atome par maille (ABCD est une maille élémentaire). (b) Cristal à deux dimensions avec un motif constitué de trois atomes. (c) Maille élémentaire du réseau cubique à faces centrées du cuivre (a = 3,61 Å). (d) Maille cubique du chlorure de sodium dont la structure résulte de deux sous-réseaux cubiques à faces centrées décalés de a/2 (a = 5,63 Å).*



Richard Colin

◀ *Figure 2 : directions cristallographiques dans un réseau ; (a) à deux dimensions ; (b) à trois dimensions.*



▲ *Figure 3 : plans réticulaires : (a) dans un réseau à deux dimensions, d'indices de Miller (23) ; (b) dans un réseau à trois dimensions ; (c) dans un réseau cubique.*

▼ *Figure 4 : (a) réseau cristallin à deux dimensions ; (b) son réseau réciproque ; (c) réseau réciproque et zones de Brillouin d'un réseau carré à deux dimensions.*

nœuds d'un réseau sont répartis sur une famille de plans équidistants, appelés plans réticulaires (*fig.* 3). Il existe une infinité de ces familles de plans ; la notation utilisée pour les distinguer est due à Miller. A partir d'un nœud pris pour origine, on cherche un plan de la famille considérée coupant les trois axes cristallins suivant un nœud du réseau. Entre ce plan et l'origine, il s'intercale le plus souvent d'autres plans qui coupent les axes en segments équidistants a/h suivant $\vec{a}$, b/k suivant $\vec{b}$, et c/l suivant $\vec{c}$. Les nombres entiers h, k, l, *premiers entre eux*, sont les *indices de Miller*, notés ($h\ k\ l$), de la famille de plans réticulaires considérée. Si cette famille de plans est perpendiculaire à l'un des vecteurs fondamentaux, l'indice de Miller correspondant est nul. L'intérêt d'une telle définition est d'exprimer de façon simple la direction normale à une famille de plans réticulaires. Partant de la maille élémentaire définie par les vecteurs $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, définissons trois nouveaux vecteurs $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ tels que :

$$(1)\quad \begin{aligned}&\vec{a}\cdot\vec{A}=\vec{b}\cdot\vec{B}=\vec{c}\cdot\vec{C}=2\pi\\&\vec{a}\cdot\vec{B}=\vec{a}\cdot\vec{C}=\vec{b}\cdot\vec{A}=\vec{b}\cdot\vec{C}=\vec{c}\cdot\vec{A}=\vec{c}\cdot\vec{B}=0\end{aligned}$$

Ces relations expriment que le vecteur $\vec{A}$ est perpendiculaire au plan réticulaire (100) défini par $\vec{b}$ et $\vec{c}$, et qu'il a pour longueur $(2\pi/a)$. De même $\vec{B}$ et $\vec{C}$ sont respectivement perpendiculaires aux plans définis par $(\vec{a}, \vec{c})$ et $(\vec{a}, \vec{b})$. Considérons alors un vecteur

$$\vec{G}_{hkl}=h\vec{A}+k\vec{B}+l\vec{C}=G_{hkl}\vec{N}_{hkl}$$

$\vec{N}_{hkl}$ étant le vecteur unitaire suivant la direction $\vec{G}_{hkl}$. Ce vecteur vérifie les relations suivantes :

$$\begin{aligned}\vec{G}_{hkl}\cdot\vec{a}&=G_{hkl}\,(\vec{N}_{hkl}\cdot\vec{a})=2\pi h\\\vec{G}_{hkl}\cdot\vec{b}&=G_{hkl}\,(\vec{N}_{hkl}\cdot\vec{b})=2\pi k\\\vec{G}_{hkl}\cdot\vec{c}&=G_{hkl}\,(\vec{N}_{hkl}\cdot\vec{c})=2\pi l.\end{aligned}$$

Ce système se réduit à l'équation suivante :

$$(2)\quad \vec{N}_{hkl}\cdot\frac{\vec{a}}{h}=\vec{N}_{hkl}\cdot\frac{\vec{b}}{k}=\vec{N}_{hkl}\cdot\frac{\vec{c}}{l}=\frac{2\pi}{G_{hkl}}$$

Des arguments géométriques simples permettent, si l'on appelle $\vec{N}_{hkl}$ la normale aux plans d'indices ($h\ k\ l$), d'exprimer la distance d_{hkl} entre plans consécutifs de cette famille :

$$(3)\quad d_{hkl}=\vec{N}_{hkl}\cdot\frac{\vec{a}}{h}=\vec{N}_{hkl}\cdot\frac{\vec{b}}{k}=\vec{N}_{hkl}\cdot\frac{\vec{c}}{l}$$

La comparaison des relations **(2)** et **(3)** permet de vérifier que le vecteur $\vec{G}_{hkl}$ est perpendiculaire aux plans réticulaires (hkl), la distance entre ces plans étant égale à :

$$(4)\quad d_{hkl}=\frac{2\pi}{G_{hkl}}$$

De façon générale, la structure microscopique particulière des cristaux se reflète aussi sur les propriétés macroscopiques. C'est ainsi que les faces naturelles et les plans de clivage sont parallèles aux plans réticulaires denses du réseau (loi de Haüy-Bravais).

Le réseau réciproque

Si l'on renonce à la condition h, k, l premiers entre eux, l'ensemble des vecteurs $\vec{G}_{hkl}$ définit un réseau de points dans un espace où les vecteurs $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$ constituent une base et correspondent à des translations élémentaires. Bien qu'introduit de façon purement géométrique, ce réseau de points, appelé *réseau réciproque*, est d'un intérêt beaucoup plus général : il est en effet représenté dans l'espace dual *(espace réciproque)* associé à l'espace cristallin réel. Nous verrons par la suite que cet espace est d'usage constant, car il permet d'exprimer plus simplement les propriétés physiques (diffraction, dynamique des électrons, etc.). Notons aussi qu'à tout réseau réel est associé un réseau réciproque et un seul (*fig.* 4).

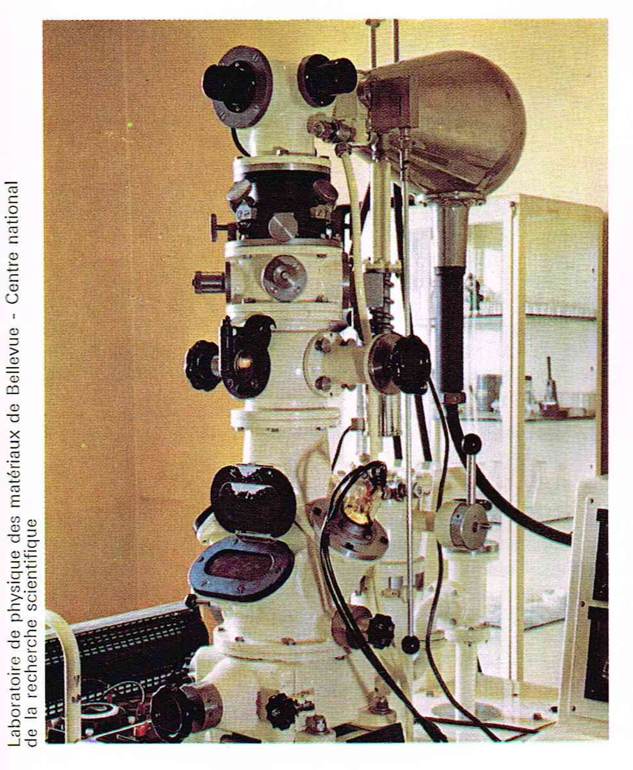
La maille élémentaire du réseau réciproque est définie par les vecteurs :

$$\vec{A}=2\pi\frac{\vec{b}\times\vec{c}}{\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})}\quad \vec{B}=2\pi\frac{\vec{c}\times\vec{a}}{\vec{b}\cdot(\vec{c}\times\vec{a})}\quad \vec{C}=2\pi\frac{\vec{a}\times\vec{b}}{\vec{c}\cdot(\vec{a}\times\vec{b})}$$

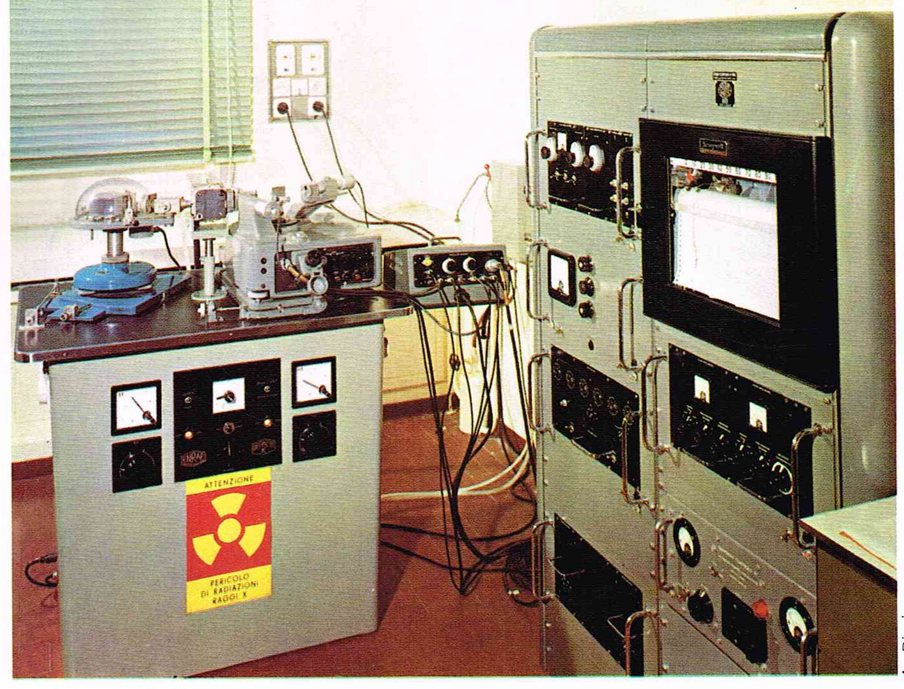
Ces expressions traduisent sous forme vectorielle les relations **(1)** ; le volume de cette maille :

$$(5)\quad V_r=\vec{A}\cdot(\vec{B}\times\vec{C})=\frac{(2\pi)^3}{\vec{a}\cdot(\vec{b}\times\vec{c})}=\frac{(2\pi)^3}{V_c}$$

est inversement proportionnel au volume V_c de la maille élémentaire du réseau spatial. Il faut aussi remarquer que tout vecteur défini dans l'espace réciproque a pour dimension l'inverse d'une longueur (en général le cm^{-1}). On utilise le plus souvent une maille élémentaire particulière, appelée *zone de Brillouin* (voir *fig.* 4), construite de façon symétrique autour d'un nœud du réseau réciproque pris comme origine : elle correspond au volume limité



Laboratoire de physique des matériaux de Bellevue - Centre national de la recherche scientifique



A. Rizzi

par les plans médiateurs des vecteurs $\vec{G}$ reliant le nœud origine aux nœuds proches voisins.

Une relation importante relie le réseau réciproque au réseau spatial. Considérons le produit scalaire d'un vecteur du réseau réciproque $\vec{G}_{hkl}$ par un vecteur $\vec{L}$ du réseau direct :

$$\vec{G}_{hkl} \cdot \vec{L} = (h\vec{A} + k\vec{B} + l\vec{C}) \cdot (n_1\vec{a} + n_2\vec{b} + n_3\vec{c}) = 2\pi\,(hn_1 + kn_2 + ln_3).$$

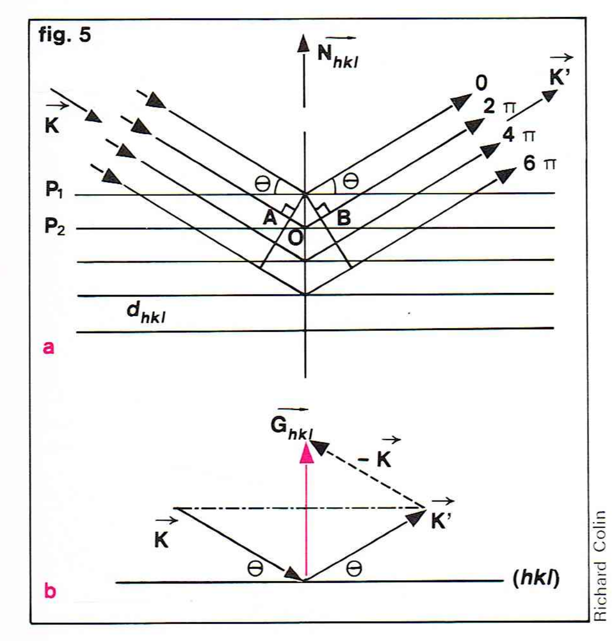
Chacun des nombres étant un entier, le nombre

$$(hn_1 + kn_2 + ln_3)$$

peut prendre toutes les valeurs entières, et par suite :

$$\vec{G}_{hkl} \cdot \vec{L} = 2\pi m, \quad \text{soit } \exp\,(i\vec{G}_{hkl} \cdot \vec{L}) = 1$$

Cette relation constitue une généralisation des définitions des vecteurs $\vec{A}$, $\vec{B}$, $\vec{C}$, et une justification de l'introduction du coefficient 2π dans les définitions du réseau réciproque comme le veut l'usage en physique des solides (ce coefficient n'est pas introduit en cristallographie).



Richard Colin

Diffraction des ondes par un cristal

Les rayons X (rayonnement émis par une plaque métallique bombardée par un faisceau d'électrons accélérés) sont des ondes électromagnétiques de même nature que les ondes lumineuses, mais de fréquences plus élevées (ou de longueur d'onde plus courte). Soumis à ce rayonnement, les électrons des couches profondes d'un atome voient leur mouvement perturbé et diffusent ces ondes de façon presque isotrope.

Si l'on soumet un cristal à un faisceau parallèle de rayons X, on constate que la direction et l'intensité des faisceaux diffractés dépendent de sa structure. Dans le cas d'un arrangement périodique d'atomes dans un plan, on montre que les ondes diffractées par chacun d'eux n'interfèrent de façon constructive que suivant une direction particulière, symétrique de celle du faisceau incident par rapport à la normale au plan : ce plan d'atomes se comporte donc comme un miroir qui réfléchit les ondes électromagnétiques. W. L. Bragg a alors admis que, dans un cristal, un faisceau monochromatique de rayons X est réfléchi par des plans réticulaires du réseau ; pour obtenir un faisceau diffracté correspondant à une direction incidente donnée, les faisceaux réfléchis par les plans réticulaires d'une même famille doivent être en phase afin que les ondes ne se détruisent pas. Considérons (*fig.* 5) deux plans consécutifs P_1 et P_2 ; si d_{hkl} est la distance entre eux, il faut que la différence de marche $D = OA + OB$ entre deux rayons faisant un angle θ avec les plans soit un multiple entier de la longueur d'onde : $D = n\lambda$. On obtient ainsi la *relation de Bragg :*

$$2\,d_{hkl} \sin\theta = n\lambda \tag{6}$$

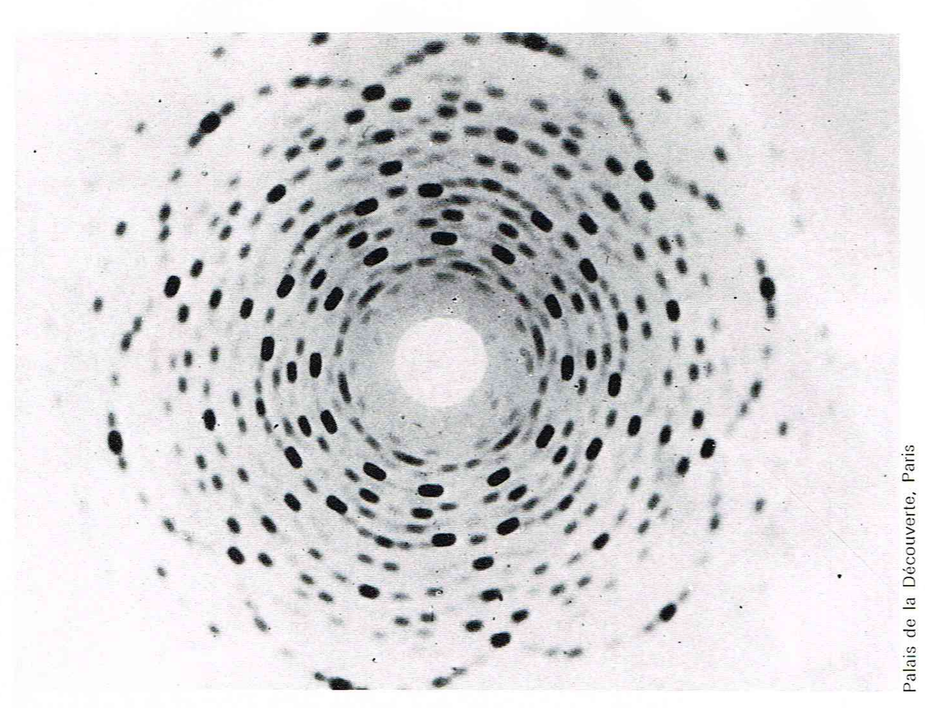
où le nombre entier *n*, généralement petit (1, 2, ...), est l'ordre de diffraction. Si cette relation est vérifiée pour deux plans d'une même famille, elle l'est aussi pour tous les autres plans.

Comme $\sin\theta$ est plus petit que 1, on voit qu'une famille de plans ne donne un faisceau diffracté que si $\lambda \leqslant 2\,d_{hkl}$; pour cette raison, de telles interférences ne peuvent être observées avec la lumière visible dont la longueur d'onde est trop grande ($\simeq$ 5 000 Å) devant les distances interatomiques (quelques angströms ; 1 Å $= 10^{-8}$ cm).

La relation de Bragg peut s'exprimer de façon plus élégante en utilisant le réseau réciproque. Rappelons tout d'abord qu'une onde plane est caractérisée par son vecteur d'onde $\vec{K}$ $\left(\text{de module } K = \dfrac{2\pi}{\lambda}\right)$ et sa pulsation ω : par exemple, son vecteur champ électrique peut s'écrire $\vec{E}\,(\vec{r}, t) = \vec{E}_0 \exp i\,(\vec{K} \cdot \vec{r} - \omega t)$.

▲ ***A gauche, un diffractomètre à rayons X ultra-moderne utilisé au laboratoire de physique des matériaux du C. N. R. S. La technique de la diffraction des rayons X est un des principaux instruments de recherche en physique des solides. A droite, un autre type de diffractomètre à rayons X et son appareillage de contrôle ; ce modèle s'emploie pour l'enregistrement de diagrammes.***

◀ ***Figure 5 :*** ***(a) réflexion de Bragg d'un faisceau de rayons X sur une série de plans réticulaires d'indice de Miller (hkl) ; (b) construction géométrique du vecteur d'onde du faisceau diffracté à partir du vecteur incident et de la normale aux plans (hkl).***



Palais de la Découverte, Paris

▲ *Diagramme du béryl, variété émeraude, obtenu par la méthode de Laue.*

Dans le vide, ω et K sont reliés par la relation $\omega = cK$ (c est la vitesse de la lumière). Soit $\vec{N}_{hkl}$ la normale à la famille de plans réticulaires ($h\ k\ l$). On peut alors écrire, en utilisant les relations **(4)** et **(6)** :

$$\vec{K} \cdot \vec{N}_{hkl} = K \sin\theta = \frac{nK\lambda}{2\, d_{hkl}} = \frac{n}{2} G_{hkl}$$

En multipliant les deux membres par G_{hkl}, on en déduit ($\vec{G}_{hkl}$ étant dirigé suivant la normale $\vec{N}_{hkl}$) :

$$\textbf{(7)} \qquad \vec{K} \cdot \left(\frac{1}{2}\vec{G}_{hkl}\right) = n\left(\frac{1}{2} G_{hkl}\right)^2$$

On obtient ainsi une relation géométrique simple dans l'espace réciproque permettant d'obtenir la condition de diffraction (les vecteurs d'onde $\vec{K}$ ont la même dimension que les vecteurs $\vec{G}$ et peuvent être représentés dans l'espace réciproque). Les extrémités des vecteurs $\vec{K}$ vérifiant la relation **(7)** sont sur les plans médiateurs des vecteurs $\vec{G}_{hkl}$: par définition, ces plans déterminent les frontières des zones de Brillouin.

Expérimentalement, θ ou λ peuvent varier; lorsque la condition de Bragg pour une série de plans réticulaires donnée est vérifiée, on observe des taches de diffraction claires.

— La *méthode de Laue :* le cristal est fixe et la longueur d'onde du rayonnement varie ; certaines longueurs d'onde sélectionnent ainsi les familles de plans de façon à satisfaire à la condition de Bragg. Cette technique est le plus souvent utilisée pour préciser rapidement l'orientation et la symétrie d'un cristal.

— Une autre méthode consiste à garder la longueur d'onde fixe et à faire tourner le cristal; le faisceau passe ainsi par toutes les orientations possibles par rapport aux plans réticulaires. Cette méthode, dite *« méthode du cristal tournant »*, permet de déduire d'une mesure d'angle les distances interatomiques et d'obtenir la structure du cristal.

— Dans la *méthode de Debye-Scherrer* (1916), utilisée pour des échantillons polycristallins (ou des cristaux en poudre), le faisceau de rayons X est monochromatique; les divers cristallites présentent une distribution continue d'orientations autour du faisceau incident, et la condition de Bragg est alors vérifiée pour toutes les familles de plans réticulaires.

L'utilisation des rayons X a permis aux cristallographes de développer les études structurales des cristaux (formes, symétries, dimensions de leurs mailles élémentaires). Des études théoriques plus rigoureuses ont permis de montrer que la diffusion d'une onde électromagnétique par un atome dépendait de sa densité électronique; aussi l'analyse de l'intensité des taches de diffraction permet, pour des cristaux ayant des motifs complexes, de préciser la nature et la position des divers atomes, et d'avoir ainsi des informations sur les liaisons atomiques.

Actuellement, des renseignements complémentaires sur les cristaux sont fournis par la diffraction des électrons et des neutrons; ces particules, auxquelles on associe une onde en mécanique quantique, sont aussi diffractées par un réseau. Les électrons interagissent fortement avec les atomes, et par suite pénètrent peu dans les solides; la microscopie électronique permet d'observer les défauts de surface (dislocations, impuretés). La diffraction des neutrons, qui s'est développée grâce à l'apparition des réacteurs nucléaires, est utilisée pour déterminer la structure des cristaux magnétiques et permet d'observer les modes de vibration des atomes dans les solides non magnétiques.

Cohésion des cristaux

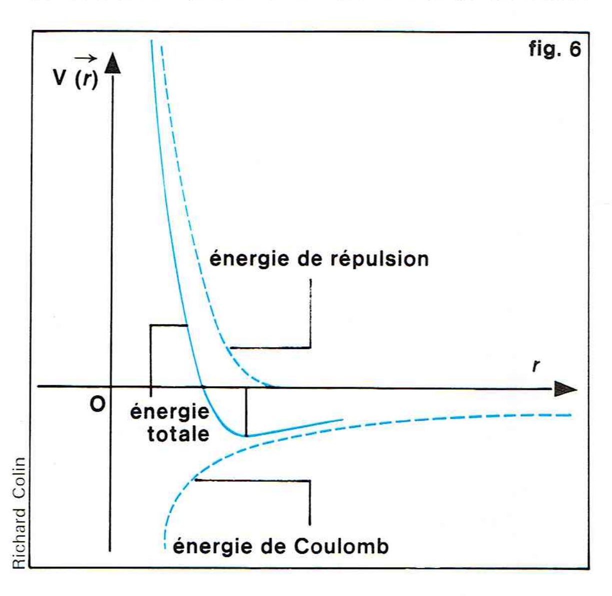
La structure d'un cristal est principalement déterminée par l'arrangement des différents atomes qui le constituent. La forme générale du potentiel d'interaction $V(\vec{r})$ entre deux atomes, représentée sur la *figure* 6, résulte d'une force attractive à grande distance (quand les atomes sont suffisamment rapprochés et la température assez basse) et répulsive à très courte distance (forces coulombiennes entre électrons et entre noyaux) ; pour une certaine distance entre ces atomes, ces forces se compensent : il en résulte un minimum de l'énergie potentielle $V(\vec{r})$. Dans un cristal, de tels puits de potentiel existent entre chaque atome, et à une température donnée, la structure la plus stable s'obtient lorsque l'énergie libre du système est minimale. Suivant les natures des liaisons mises en jeu, on peut distinguer quatre classes de solides.

Les métaux

Dans une liaison métallique, les électrons de valence des atomes (électrons de la couche externe incomplète) ont des fonctions d'onde de grande étendue spatiale (orbitales s) ; aux distances interatomiques concernées, le recouvrement de ces fonctions d'onde est tel que l'on ne peut plus associer un électron à un atome particulier : on dit que l'électron est délocalisé. On peut donc considérer un métal comme un ensemble de noyaux chargés positivement, immergés dans un gaz d'électrons. Ces électrons peuvent se déplacer avec une grande facilité dans le cristal, sous l'effet d'un champ électrique par exemple, d'où la grande conductivité électrique des métaux. De nombreux métaux cristallisent en des structures cubiques assez compactes; les liaisons n'ayant aucune direction privilégiée, chaque atome est entouré d'un nombre maximal de voisins.

Les cristaux covalents

Dans une liaison covalente, deux atomes voisins mettent en commun de façon égale des électrons de valence; les paires électroniques ainsi formées sont en général locali-



Richard Colin

▶ *Figure 6 : potentiel d'interaction V (r) entre deux atomes.*

sées entre les deux atomes. C'est une telle liaison covalente qui assure la stabilité d'une molécule d'hydrogène (H_2). Dans ce modèle simple, chaque atome d'hydrogène fournit un électron 1 *s*; par suite du recouvrement des fonctions d'onde électroniques, il existe une interaction d'échange, d'origine purement quantique, qui ne dépend que de l'orientation relative des spins des deux électrons. On montre alors que l'on obtient une liaison stable lorsque les électrons ont des spins opposés, et qu'ils sont localisés de préférence entre les deux protons (*fig.* 7).

Les caractéristiques essentielles des cristaux covalents sont leur grande cohésion, leur dureté, et la nature directionnelle de leurs liaisons. A cette catégorie appartiennent des isolants (carbone sous la forme diamant), des semi-conducteurs tels que les éléments du groupe IV (Si, Ge) et les composés binaires (AsGa, InSb, ZnS).

Les cristaux ioniques

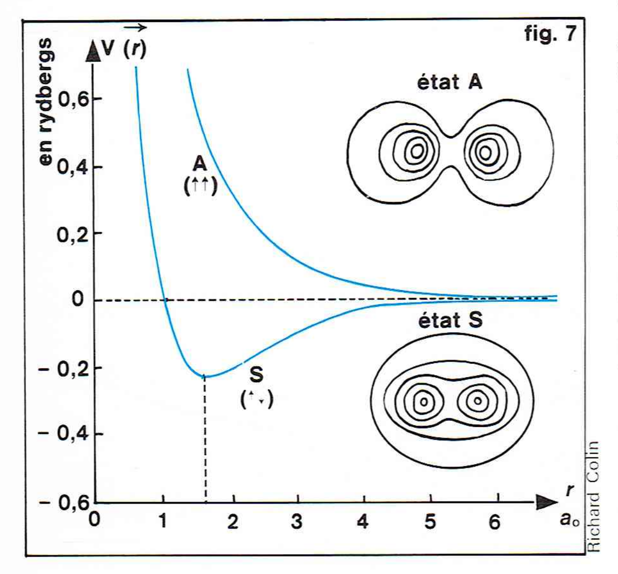
Le cristal KCl est un exemple de ce type. L'atome de chlore Cl a une couche électronique externe où il ne manque qu'un seul électron de valence; l'atome de potassium K, n'ayant par contre qu'un seul électron sur sa couche externe, cède, lors de sa liaison avec l'atome de chlore pour former le cristal KCl, son électron externe de telle sorte que les deux atomes présentent la configuration des gaz rares (couche externe complète). Dans ce transport de charges, l'atome de potassium s'est chargé positivement alors que l'atome de chlore s'est chargé négativement, d'où la formation d'ions K^+ et Cl^-. Grâce à l'interaction électrostatique attractive entre ces ions, il y a une diminution de l'énergie du système qui est responsable de la cohésion du cristal. Les cristaux ioniques possèdent des énergies de cohésion assez grandes; ils sont souvent solubles dans des solvants polaires tels que l'eau, et transparents à la lumière visible. A cette catégorie appartiennent les halogénures alcalins (KCl, NaCl, LiF), beaucoup d'oxydes (Al_2O_3) qui cristallisent dans diverses structures cubiques.

Les cristaux moléculaires

La cohésion de ces cristaux provient des forces dipolaires entre les atomes ou les molécules du cristal. En l'absence de tout moment électrique moyen, un atome possède à tout instant un moment dû à la position instantanée des électrons autour de son noyau; ce dipôle crée un champ électrique sur un autre atome qui acquiert à son tour un moment dipolaire électrique induit. L'interaction entre ces deux dipôles est attractive

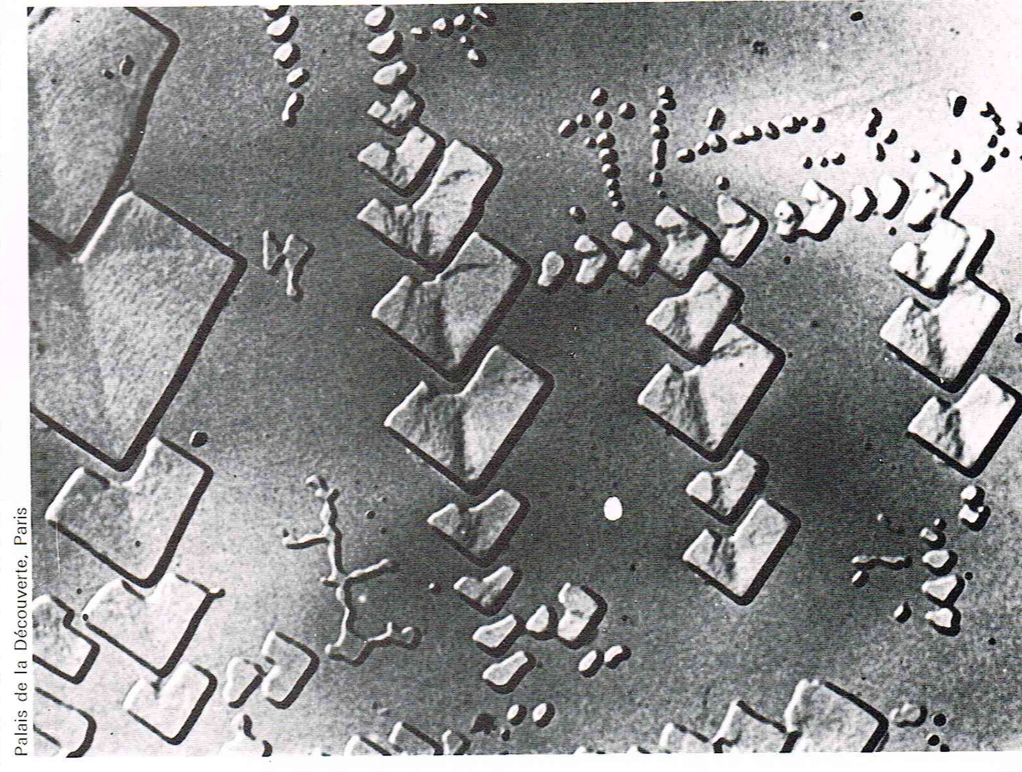
$$\left[V(r) \simeq -\frac{A}{r^6}\right]$$

Les forces mises en jeu, appelées *forces de Van der Waals*, sont faibles; ces cristaux qui cristallisent dans le système cubique ont de faibles énergies de liaison, des points de fusion et d'ébullition bas, une conductivité électrique faible (les électrons sont très liés aux atomes). Les gaz rares (He, Ne, Ar) ainsi que certains composés organiques appartiennent à cette catégorie de cristaux.



Richard Colin

◄ *Figure 7 : énergie de la molécule d'hydrogène en fonction de la séparation r entre les deux atomes (a_0 = 0,53 Å, rayon de Bohr). On a également représenté les densités électroniques autour des deux noyaux pour l'état S et l'état A.*



Palais de la Découverte, Paris

▲ *Petits cristaux orientés de NaCl vus au microscope électronique.*

Les cristaux réels - Les défauts dans les solides

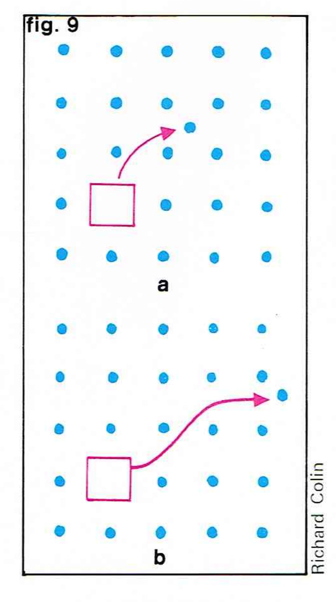
Le cristal idéal suppose une structure périodique infinie dans toutes les directions. En réalité, les monocristaux, même synthétisés en laboratoire, sont loin d'être aussi parfaits, ne serait-ce qu'à cause de leurs dimensions finies qui rompent l'arrangement périodique des atomes en surface. Les propriétés des solides peuvent être fortement altérées par la présence de défauts; si leur étude complète se révèle très difficile, on peut toutefois distinguer deux catégories de défauts : les défauts de structure du réseau (dislocations et défauts ponctuels), et les impuretés (atomes de nature différente).

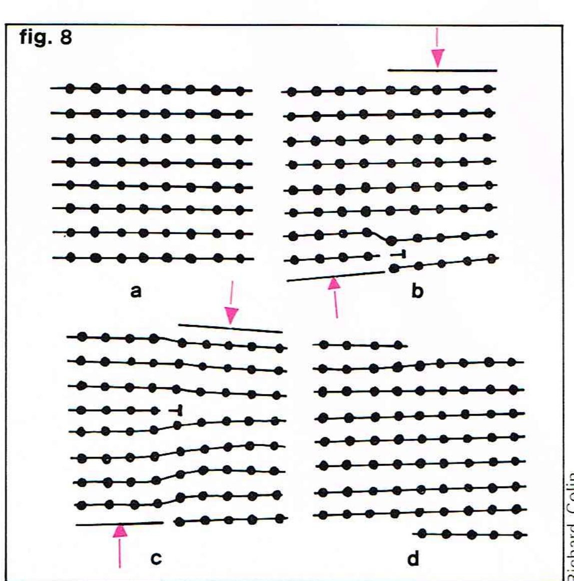
Dislocations

Lorsqu'on soumet un solide à une action extérieure (élongation, cisaillement), il présente tout d'abord une déformation élastique (donc réversible), c'est-à-dire qu'il retrouve sa forme initiale lorsque l'effort est supprimé; le coefficient de proportionnalité entre la contrainte (force par unité de surface) et la déformation est appelé le module d'élasticité. Au-dessus d'une certaine valeur de la force appliquée, il apparaît une déformation plastique (non réversible) qui subsiste lorsque la contrainte est supprimée; au-delà apparaît la rupture du matériau. Expérimentalement on constate que la plupart des monocristaux (surtout les métaux) sont ductiles, c'est-à-dire qu'ils présentent une zone de plasticité importante, exception faite pour les cristaux covalents (Ge et Si), qui sont cassants. Dans ces structures cristallines compactes, des plans cristallins de grande densité atomique peuvent glisser les uns sur les autres; la présence de dislocations dans ces cristaux facilite un tel glissement.

Sous l'effet d'une contrainte, ces dislocations se déplacent vers la surface du cristal : dans sa migration, une dislocation n'implique le déplacement que de quelques atomes à la fois par rapport à leur position d'équilibre, ces atomes étant situés au voisinage de la dislocation. Ce déplacement, que l'on peut comparer à celui d'un pli d'une extrémité d'un tapis à l'autre, est plus facile à réaliser que le déplacement d'un plan complet d'atomes, ce qui a pour effet de diminuer la limite élastique du cristal (environ 10^3 fois) par rapport à la valeur théorique. Ainsi, la déformation plastique résulte de la formation et du déplacement de telles dislocations (*fig.* 8).

Dans un métal polycristallin, préparé sans précautions spéciales, il existe de nombreuses discontinuités entre les grains, et par suite une densité de dislocations considérable. Lorsqu'on le déforme à une température assez basse, le déplacement des dislocations dans tout le cristal est



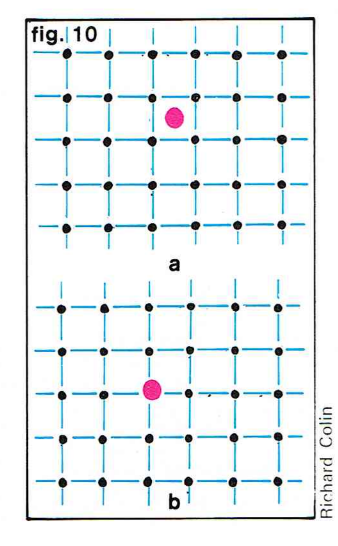


▲ *A gauche, figure 9; défauts ponctuels : (a) défaut de Frenkel; (b) défaut de Schottky. A droite, figure 8 : mouvement d'une dislocation dans un cristal sous l'effet d'une force de cisaillement.*

▶▼ *En haut, figure 11 : déformation d'un fil rectiligne sous l'action d'une force $\vec{F}$. En bas, figure 12 : décomposition de la force agissant sur la surface ΔA_2 perpendiculaire à l'axe x_2. La contrainte T_{12}, par exemple, est égale à :*

$$T_{12} = \lim_{\Delta A_2 \to 0} \frac{\Delta F_1}{\Delta A_2}$$

▼ *Figure 10 : (a) impureté interstitielle; (b) impureté substitutionnelle.*



freiné par ces discontinuités que sont les joints de grains. Ainsi, un polycristal présente une dureté plus grande que le monocristal correspondant, c'est-à-dire qu'il est moins déformable; un recuit augmente la dimension des grains et favorise la ductilité du matériau, alors qu'un écrouissage augmente la densité des dislocations et le rend cassant. Outre leur influence sur les propriétés mécaniques des solides, les dislocations jouent un rôle important dans la croissance des cristaux.

Défauts ponctuels

On rencontre dans les cristaux des imperfections locales, les lacunes; elles résultent de désordres thermiques qui apparaissent lorsqu'on approche du point de fusion du matériau. Ces lacunes se forment lorsqu'un atome quitte un nœud du réseau pour aller en un site de surface (défaut de Schottky), ou pour aller occuper une position interstitielle différente d'un nœud du réseau (défaut de Frenkel) (*fig.* 9). Ces lacunes facilitent les phénomènes de diffusion atomique dans les solides.

Impuretés

On peut introduire dans un cristal des atomes étrangers ayant approximativement la même dimension et la même valence que ceux du cristal hôte. Ces atomes peuvent remplacer un atome de la matrice (impureté substitutionnelle) ou se mettre en un endroit quelconque de la maille (impureté interstitielle) [*fig.* 10].

Dans un métal, peu d'atomes sont suffisamment petits pour se mettre dans un site interstitiel de sa structure compacte (hydrogène, bore, carbone, azote). Par contre, il est facile d'introduire en substitution des atomes d'impuretés métalliques : on forme ainsi un alliage qui constitue en fait une « solution solide cristalline » où les divers atomes sont intimement liés.

Suivant la température de l'alliage et sa concentration en impuretés, il apparaît plusieurs phases, c'est-à-dire plusieurs régions du système structuralement homogènes. Ainsi l'alliage Cu-Zn, à température ambiante, est dans la phase cubique à faces centrées (identique à la structure du cuivre) jusqu'à environ 40 % d'atomes de Zn (c'est le laiton), alors que, pour 50 % d'atomes de Zn, l'alliage précipite dans la phase cubique centrée. Dans les alliages dilués, les impuretés sont responsables de la résistivité résiduelle (à T = 0) proportionnelle à leur concentration, ou d'effets d'ordre magnétique.

Dans les semi-conducteurs (Si, Ge, Ga, As), l'introduction d'impuretés substitutionnelles pentavalentes (P) ou trivalentes (In) augmente de façon considérable la conductivité du matériau; ces semi-conducteurs dopés (respectivement type *n* et *p*) sont les éléments de base qui ont révolutionné l'électronique.

Dans les isolants, les impuretés affectent essentiellement les propriétés optiques. La coloration des cristaux (alumine, quartz) ou les propriétés luminescentes du sulfure de zinc sont liées à leur dopage par des impuretés diverses.

Dynamique du réseau cristallin

Propriétés élastiques

La cohésion cristalline se manifeste tout d'abord dans les propriétés élastiques des solides. Bien que les atomes aient une position d'équilibre déterminée dans le cristal, ils peuvent se déplacer autour de cette position sous l'effet d'une force extérieure ou par agitation thermique. Dans le premier cas, si la longueur d'onde λ de l'excitation est grande devant la distance interatomique, on peut considérer le cristal comme un *milieu continu et homogène*, et non comme un arrangement périodique d'atomes. Ce modèle s'applique aux ondes élastiques de fréquence inférieure à 10^{10} Hz, c'est-à-dire de longueur d'onde supérieure à 10^{-5} cm.

Considérons tout d'abord (*fig.* 11) le cas simple d'un fil extensible, de longueur L, soumis à une force de traction $\vec{F}$; sous l'effet de cette force, le fil s'allonge de façon réversible. Deux points voisins M et N se déplacent de quantités différentes $u(x)$ et $u(x + \Delta x)$. La déformation S au point M est définie par

$$S = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{u(x+\Delta x) - u(x)}{\Delta x} = \frac{\partial u}{\partial x}$$

Ce rapport sans dimension dépend du point x où il est mesuré.

Dans cet exemple, tous les points se déplacent dans la même direction, et la déformation se réduit à l'allongement du fil. Par contre, dans un solide, des points voisins peuvent se déplacer dans des directions différentes, et la déformation élastique présente alors une variation angulaire. Dans un repère orthonormé d'origine O, les coordonnées de deux points voisins M et N du solide non déformé sont $\vec{x}_M$ et $\vec{x}_N = \vec{x}_M + \vec{\Delta x}$.

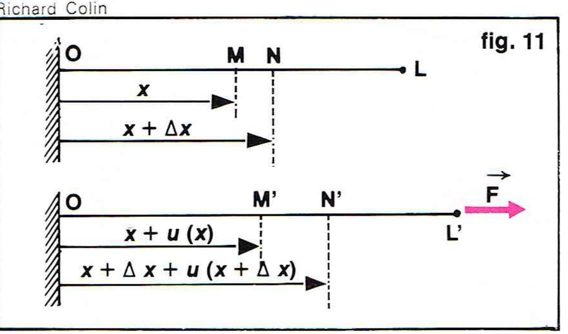
Sous l'action d'une force extérieure, ils se transforment en M′ et N′, de coordonnées

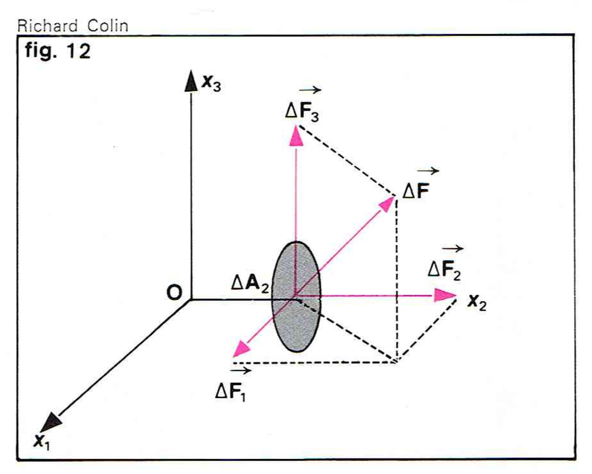
$$\vec{x}_{M'} = \vec{x}_M + \vec{u}_M \quad \text{et} \quad \vec{x}_{N'} = \vec{x}_N + \vec{u}_N = \vec{x}_{M'} + \vec{\Delta x'}.$$

La variation de distance entre deux points voisins $(\Delta x')^2 - (\Delta x)^2$ s'exprime en fonction du *tenseur des déformations* S_{ij} :

$$(\Delta x')^2 - (\Delta x)^2 = 2\, S_{ij} \Delta x_i \Delta x_j \quad \text{avec} \quad S_{ij} = \frac{1}{2}\left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i}\right)$$

Des tensions mécaniques appelées contraintes apparaissent alors dans le solide déformé et tendent à le ramener dans son état d'équilibre. Ces contraintes se trans-





mettent de proche en proche par les forces de liaison entre atomes. Ainsi la matière entourant un volume quelconque agit sur celui-ci à travers la surface de séparation. Appelons ΔA_k une surface perpendiculaire à l'axe $\vec{k}$ du repère orthonormé et ΔF_i la composante de la force qui s'exerce sur cette surface dans la direction $\vec{i}$. La contrainte T_{ik} est définie par (*fig.* 12)

$$T_{ik} = \lim_{\Delta A_k \to 0} \frac{\Delta F_i}{\Delta A_k}$$

C'est une force par unité de surface. L'ensemble des neuf composantes T_{ik} constitue le *tenseur des contraintes*. Les tenseurs des contraintes et des déformations sont de rang deux; tous deux sont symétriques ($T_{ij} = T_{ji}$), ce qui réduit à six le nombre de composantes indépendantes de chacun.

Au repos, les contraintes et les déformations sont nulles. Lorsque les déformations sont suffisamment petites, on admet que les composantes du tenseur des contraintes sont proportionnelles à celles du tenseur des déformations (loi de Hooke) :

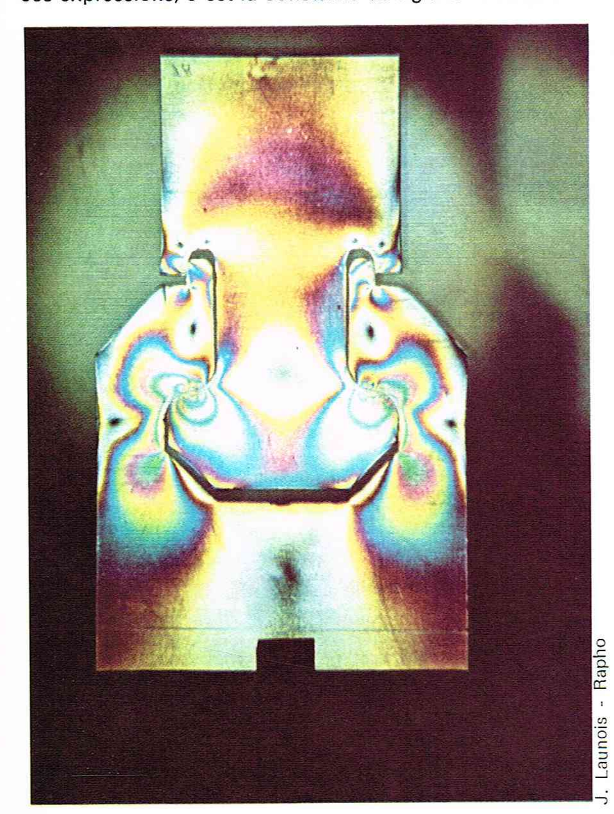
$$T_{ij} = \sum_{k,l} C_{ijkl} S_{kl}$$

Le tenseur de rang quatre de composantes C_{ijkl} est appelé *tenseur des rigidités élastiques*. La symétrie des tenseurs T_{ik} et S_{ij} ramène de 81 à 36 le nombre des constantes élastiques indépendantes. Ce nombre peut encore être réduit, compte tenu de la symétrie du solide étudié.

Les expériences de propagation d'ondes ultrasonores dans un cristal permettent de déterminer ses diverses constantes élastiques. En effet, si l'on applique par contact mécanique une vibration sinusoïdale à la surface d'un solide, cette vibration se propage dans le cristal. Considérons par exemple un déplacement $u(x)$, suivant la direction Ox, de la forme :

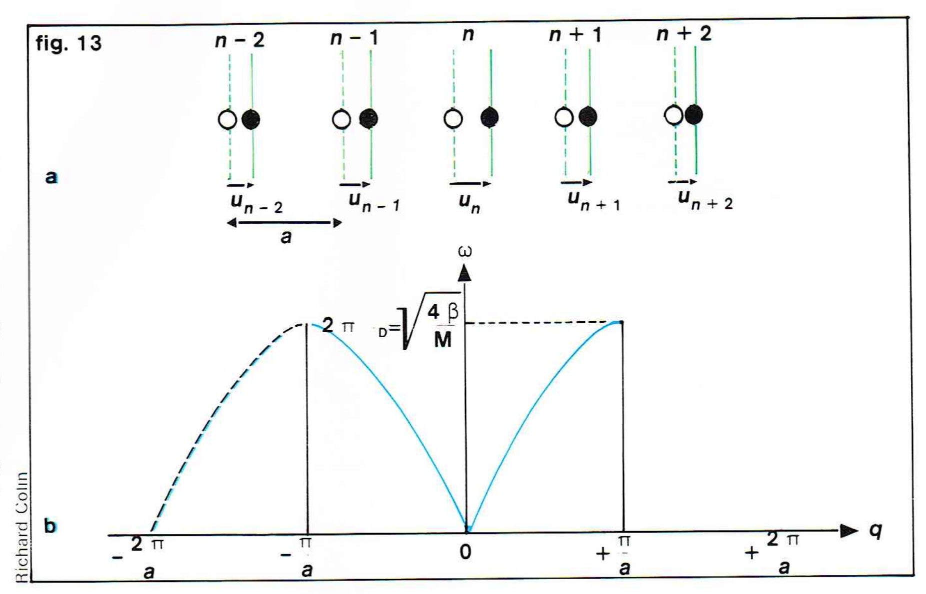
(8) $$u(x, t) = u_0 \exp i (qx - \omega t)$$

où $q = \frac{2\pi}{\lambda}$ est le vecteur d'onde et ω la pulsation. L'équation de propagation obtenue par un traitement classique impose une relation entre ω et q, appelée relation de dispersion $\omega = q \left(\frac{c}{\rho}\right)^{1/2}$, d'où l'on déduit la vitesse de propagation ou *vitesse du son* dans le cristal $V_S = \sqrt{\frac{c}{\rho}}$. Dans ces expressions, c est la constante de rigidité relative à la direction Ox et ρ la masse volumique du solide. Cette vitesse, grandeur aisément mesurable, est généralement comprise entre 10^3 et 10^4 m/s, et, pour un solide de masse volumique $\rho = 5 \cdot 10^3$ kg/m³, la rigidité c est de l'ordre de 10^{11} N/m².



J. Launois - Rapho

◀ *Photographie en lumière polarisée mettant en évidence les lignes de force entre deux pièces de métal soumises à une forte pression.*



Richard Colin

▲ *Figure 13; vibration d'une chaîne linéaire d'atomes identiques : (a) déplacement des atomes par rapport à leur position de repos; (b) relation de dispersion $\omega(q)$, représentée dans la première zone de Brillouin.*

Vibrations atomiques

Dans un cristal, les atomes sont constitués d'un noyau positif entouré d'électrons qui lui sont rigidement liés, exception faite de quelques électrons par atome, les « électrons de valence » qui interviennent dans la cohésion du cristal et jouent un grand rôle dans la conductivité électrique. Noyau et électrons liés constituent ainsi un ensemble rigide, appelé « ion », dont la masse est très sensiblement celle de l'atome. A moins d'être à une température voisine du zéro absolu, ces ions vibrent autour de leur position d'équilibre, l'amplitude de ces vibrations étant faible devant la distance interatomique. De plus, comme les longueurs d'onde mises en jeu sont de l'ordre des distances interatomiques, on conçoit que la structure périodique du réseau joue un rôle déterminant dans ce phénomène.

Examinons tout d'abord l'exemple simple d'une chaîne de N atomes identiques séparés par la distance a au repos (*fig.* 13a). Si l'on déplace un atome quelconque dans le sens de la chaîne, tous les atomes vont de proche en proche se mettre en mouvement par suite des forces de liaison : une telle vibration longitudinale crée un mouvement d'ensemble des atomes de ce cristal linéaire. On peut représenter les interactions entre ions par des ressorts parfaits liant ces ions entre eux; les forces de rappel sont alors proportionnelles à la différence des déplacements de deux ions voisins (hypothèse du potentiel d'interaction harmonique). L'équation de mouvement du n-ième ion, de masse M, s'écrit d'après la loi de la mécanique classique :

(9) $$F_{appl} = M \frac{d^2 u_n}{dt^2} = \beta (u_{n+1} - u_n) + \beta (u_{n-1} - u_n)$$

u_n, u_{n+1}, u_{n-1} étant les déplacements des atomes n, $n + 1$ et $n - 1$.

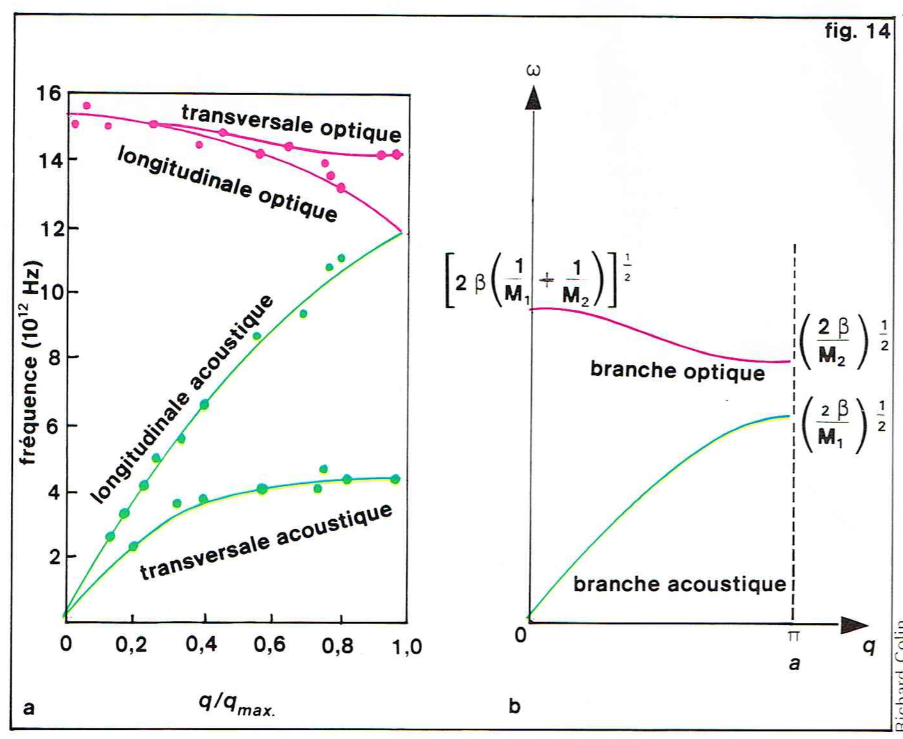
Dans le cas d'un milieu discontinu, le déplacement u_n de l'ion situé au point $x = na$ peut s'écrire par analogie avec la relation **(8)** :

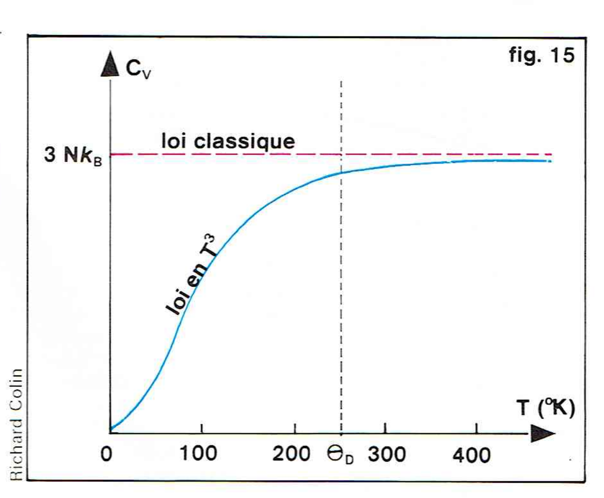
(10) $$u_n = u_0 \exp i (qna - \omega t)$$

Les équations **(9)** et **(10)** permettent d'obtenir la relation de dispersion :

$$\omega = \left(\frac{4\beta}{M}\right)^{1/2} \left|\sin \frac{qa}{2}\right|$$

L'espace réciproque où sont représentés les vecteurs d'ondes $\vec{q}$ est ici à une dimension, et le réseau réciproque est défini par le vecteur $A = \frac{2\pi}{a}$. La périodicité de la relation de dispersion $\omega(q)$ permet d'obtenir toutes les solu-





▲ *A gauche, figure 14 : (a) détermination expérimentale de la relation de dispersion d'ondes se propageant dans la direction [100] dans le silicium. L'existence des modes optiques est due au fait qu'il y a deux atomes par maille dans le réseau cubique à faces centrées du silicium. (b) Relation de dispersion dans un cristal à une dimension, de pas a, contenant deux atomes par maille de masses* M_1 *et* M_2. *A droite, figure 15 : variation de la chaleur spécifique en fonction de la température dans un solide ayant une température de Debye de l'ordre de 250 °K.*

tions indépendantes dans l'intervalle $-\frac{\pi}{a} \leqslant q \leqslant \frac{\pi}{a}$ qui constitue la 1re zone de Brillouin du réseau réciproque.

Pour des longueurs d'onde λ grandes devant a $\left(q \ll \frac{\pi}{a}\right)$, on remarque que $\omega = V_S q$; la grandeur $V_S = \left(\frac{\beta a^2}{M}\right)^{1/2}$ est la vitesse de groupe de ces ondes, égale à la vitesse de propagation des sons dans ce cristal : cette courbe de dispersion est appelée la branche acoustique (*fig.* 13b).

On remarque également l'existence d'une fréquence maximale $\nu_D = \frac{1}{2\pi}\left(\frac{4\beta}{M}\right)^{1/2}$ appelée fréquence de Debye, de valeur comprise en général entre 10^{12} et 10^{13} hertz. Le nombre de modes de vibration, de fréquence ω, n'est pas infini ; on peut montrer que les dimensions finies du réseau font que les seules valeurs de q possibles sont $q = n\frac{2\pi}{Na} = \frac{n}{N}$A pour une chaîne de N atomes. Ainsi, le nombre total de modes indépendants est égal au nombre d'atomes de la chaîne.

Pour une chaîne linéaire ayant deux atomes de masse différente par maille élémentaire, on peut démontrer l'existence de deux relations de dispersion, c'est-à-dire qu'à chaque valeur de q correspondent deux modes de vibration possibles (*fig.* 14). On retrouve aux basses fréquences la branche acoustique, caractérisée par le fait que deux atomes voisins vibrent en phase ; le centre de masse de la molécule qu'ils constituent subit une translation. L'autre relation, correspondant à des fréquences très élevées, est appelée la branche optique : pour $q \simeq 0$, deux atomes voisins vibrent en opposition de phase avec des amplitudes telles que le centre de masse reste immobile. Dans les cristaux ioniques, où les deux types d'ions ont des charges opposées, il en résulte un moment dipolaire électrique oscillant qui peut interagir avec un rayonnement électromagnétique de même fréquence (domaine infrarouge).

La généralisation aux cristaux tridimensionnels des résultats précédents est simple. Soit un cristal constitué de N mailles, chacune contenant p atomes ; chaque atome possédant trois degrés de liberté, on a en tout 3 pN *modes normaux de vibration*.

Le déplacement $\vec{u}(\vec{r}, t)$ d'un atome situé au point $\vec{r}$ du réseau, correspondant à un mode de vibration donné, s'écrit :

$$\vec{u}(\vec{r}, t) = \vec{u}_0 \exp i(\vec{q}\cdot\vec{r} - \omega t)$$

où $\vec{u}_0$ est l'amplitude du déplacement. La polarisation de l'onde est définie par la direction de $\vec{u}_0$ par rapport au vecteur d'onde $\vec{q}$: l'onde est longitudinale si $\vec{u}_0$ et $\vec{q}$ sont parallèles, et transversale s'ils sont orthogonaux. On obtient ainsi 3 branches acoustiques (3N modes), une longitudinale et deux transversales, et (3 p — 3) branches optiques ([3 p — 3] N modes).

Chaleur spécifique et conductibilité thermique des isolants

Dans les isolants, les transferts de chaleur se font par l'intermédiaire des vibrations élastiques du réseau atomique. Sous l'effet de l'agitation thermique, chaque atome d'un cristal vibre dans son puits de potentiel indépendamment des autres : on peut le considérer comme un oscillateur harmonique à trois dimensions, et par suite un cristal ayant N atomes se comporte comme un ensemble de 3 N oscillateurs harmoniques indépendants. En théorie classique, le nombre d'oscillateurs $f(\varepsilon)$ dans le même état d'énergie ε étant donné par la statistique de Maxwell-Boltzmann $f(\varepsilon) = A \exp(-\varepsilon/k_B T)$, on peut calculer l'énergie de l'ensemble : $U = 3\,Nk_B T$ (k_B est la constante de Boltzmann). On en déduit la chaleur spécifique $C_V = \frac{dU}{dT} = 3\,Nk_B$, qui est constante. Cette loi, appelée loi de Dulong et Petit, est bien vérifiée au voisinage de la température ambiante, mais est en contradiction avec l'expérience aux basses températures. Ce n'est qu'en faisant appel à la statistique quantique que l'on peut interpréter ces résultats. A chaque mode de vibration, de pulsation ω, on associe un quantum d'énergie $\hbar\omega$, appelé *phonon*, qui présente à la fois un caractère corpusculaire et ondulatoire. Ces phonons, qui sont des particules indiscernables, obéissent à la *statistique de Bose-Einstein*, c'est-à-dire que le nombre de phonons de pulsation ω existant dans un cristal à la température T est donné par

$$N(\omega, T) = \frac{1}{\exp(\hbar\omega/k_B T) - 1}$$

L'énergie de vibration d'un oscillateur harmonique quantique, de pulsation ω, s'écrit alors

$$E(\omega, T) = \hbar\omega\left[\frac{1}{2} + N(\omega, T)\right]$$

En intégrant sur tous les modes de vibration possibles, on peut déterminer l'énergie U et, par suite, en déduire la chaleur spécifique en fonction de la température (*fig.* 15) :

$$\text{si } T \ll \theta_D, \quad C_V = 234\,Nk_B\left(\frac{T}{\theta_D}\right)^3$$

$$\text{si } T \gg \theta_D, \quad C_V = 3\,Nk_B$$

θ_D est la température de Debye définie par $k_B\theta_D = \hbar\omega_D$.

Cette loi en T^3, due à Debye, est en bon accord avec les résultats expérimentaux.

Si l'on établit un gradient de température dT/dx le long d'un solide, on observe un transfert de chaleur de l'extrémité chaude vers la froide ; on définit la conductivité thermique $\varkappa$ par l'équation $\frac{dQ}{dt} = \varkappa\frac{dT}{dx}$, où $\frac{dQ}{dt}$ représente l'énergie transmise par unité de temps à travers une section de 1 cm² du solide. Dans un modèle simple, dérivé de la

théorie cinétique des gaz, Debye a montré que $\varkappa = \frac{1}{3} C_V V l$, C_V étant la chaleur spécifique, V la vitesse des phonons et l leur libre parcours moyen, c'est-à-dire la distance moyenne qu'ils parcourent entre deux collisions, surtout avec d'autres phonons. L'origine de telles collisions entre phonons est due à l'anharmonicité du potentiel d'interaction V (r).

Aux hautes températures ($T > \theta_D$), le nombre de phonons N (ω, T) peut s'approximer par $k_B T/\hbar\omega$, d'où un libre parcours moyen l (T) $\simeq 1/T$. A basse température, de telles collisions deviennent très rares, et le libre parcours moyen n'est plus limité que par les dimensions finies du cristal ou par ses imperfections. Ainsi les variations de l (T) jointes à celles de C_V (T) permettent d'interpréter les courbes $\varkappa$ (T).

Les rayons X et les neutrons (par leur interaction avec les noyaux atomiques) peuvent être diffusés de façon inélastique par un cristal; ils sont ainsi sensibles aux vibrations des atomes, c'est-à-dire qu'ils peuvent créer ou absorber un ou plusieurs phonons. De telles expériences permettent de déterminer les relations de dispersion des phonons et sont la meilleure preuve de leur existence.

Propriétés électroniques des solides

On doit à P. Drude (1900) et à H. A. Lorentz (1909) d'avoir démontré de façon tout à fait convaincante que les propriétés spécifiquement métalliques sont dues à la présence d'électrons, libres de se déplacer dans le réseau. Ces électrons se comportent comme un gaz de particules chargées qui, à l'équilibre thermique, obéissent à la statistique classique de Maxwell-Boltzmann. Si le succès de cette théorie fut d'interpréter les conductibilités électrique et thermique élevées des métaux et leur réflectivité dans le domaine optique, la contribution des électrons à la chaleur spécifique ainsi que leur susceptibilité magnétique restèrent incomprises : ces dernières propriétés ont été expliquées grâce à la première théorie quantique proposée par A. Sommerfeld (1923).

Dans un métal, les états d'énergie des électrons doivent conserver d'importantes ressemblances avec ceux des atomes isolés, car les interactions entre atomes voisins ne peuvent détruire complètement leur structure électronique spécifique; il en est ainsi pour les électrons des couches profondes qui sont fortement liés aux noyaux. Par contre, ces interactions sont assez fortes pour que les niveaux énergétiques des électrons des couches externes (électrons de valence) soient modifiés. Ces niveaux s'élargissent alors en bandes d'énergie presque continues : elles sont à l'origine de nouvelles propriétés du cristal que ne possèdent pas ses atomes constituants. Ainsi, dans les métaux, ces électrons de valence deviennent les conducteurs de l'électricité : on les appelle électrons de conduction.

Les électrons libres dans les métaux

Le modèle simple proposé par Sommerfeld revient à considérer le métal comme un gaz d'électrons de conduction, sans interaction mutuelle, qui se déplacent dans le potentiel moyen constant du cristal : cette hypothèse se justifie par le fait que l'énergie cinétique des électrons est si grande qu'ils ne sont pas sensibles aux variations de potentiel au voisinage des ions.

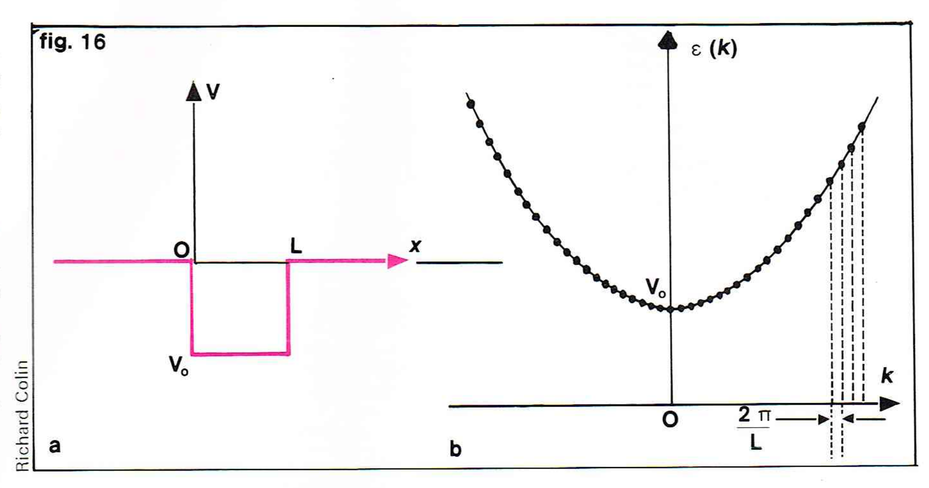
En mécanique quantique, à chaque électron de masse m est associée une onde; la recherche de ses états d'énergie possibles revient à déterminer les solutions de l'équation de Schrödinger stationnaire :

$$\frac{\hbar^2}{2m} \Delta\Psi(\vec{r}) + [\varepsilon - V(\vec{r})]\,\Psi(\vec{r}) = 0 \qquad (11)$$

où $\hbar$ est la constante de Planck divisée par 2π. Pour un électron libre, l'énergie potentielle V ($\vec{r}$) est une constante V_0. La fonction d'onde $\Psi(\vec{r}) = A \exp(i\vec{k}\cdot\vec{r})$, qui correspond, pour la solution dépendant du temps, à une onde plane de vecteur d'onde $\vec{k}$

$$\Psi(\vec{r}, t) = A \exp i\left(\vec{k}\cdot\vec{r} - \frac{\varepsilon}{\hbar}t\right)$$

est solution de cette équation et conduit à la relation de dispersion :



▲ *Figure 16 : états d'énergie d'un électron dans un potentiel constant V_0. (a) Énergie potentielle de l'électron dans un cristal unidimensionnel de longueur finie L. (b) Quantification des états d'énergie correspondants. La densité des vecteurs d'onde permis est $\frac{L}{2\pi}$.*

$$\varepsilon(\vec{k}) = V_0 + \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$$

La détermination de la fonction d'onde n'est complète que si l'on a précisé les conditions aux limites à la surface du cristal; on préfère remplacer les conditions réelles par les conditions périodiques de Born-von Karman qui permettent de dénombrer les états sans être influencé par les phénomènes physiques en surface (*fig.* 16). On obtient ainsi un ensemble discret de valeurs des vecteurs $\vec{k}$ permises, qui, dans l'espace réciproque, définissent un réseau de points, de densité uniforme $D_k = V/(2\pi)^3$ d'autant plus grande que le volume V du cristal est grand. Représentées dans cet espace, les surfaces d'énergie constante $\varepsilon = \varepsilon(\vec{k})$ sont des sphères. Il est alors commode d'introduire la densité des états électroniques n (ε), c'est-à-dire le nombre d'états disponibles d'énergie comprise entre ε et $\varepsilon + d\varepsilon$:

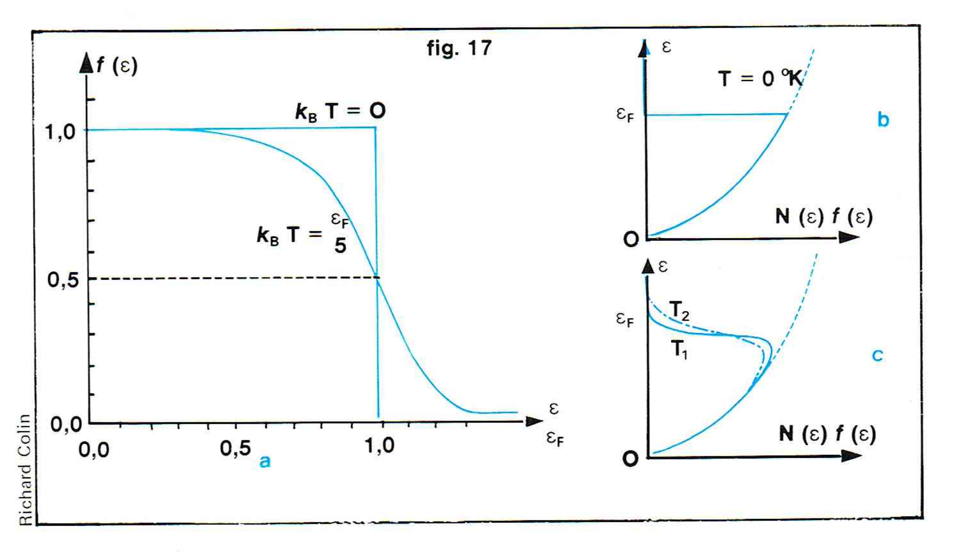
$$n(\varepsilon) = (V/4\pi^2)\,(2m/\hbar^2)^{3/2}\,(\varepsilon - V_0)^{1/2}$$

A l'équilibre thermodynamique, comment doit-on répartir les électrons dans ces états d'énergie disponibles? Comme pour les phonons, il faut introduire une statistique. Les électrons possédant un moment cinétique de spin demi-entier doivent obéir au principe d'exclusion de Pauli : dans un état quantique défini par un vecteur d'onde $\vec{k}$, il ne peut y avoir que deux électrons avec des spins opposés. La probabilité d'occupation d'un niveau d'énergie ε à une température T est donnée par la distribution de Fermi-Dirac (*fig.* 17) :

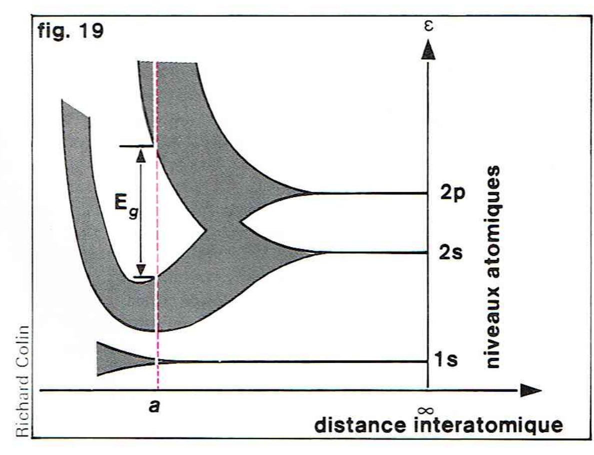
$$f(\varepsilon) = \frac{1}{1 + \exp[(\varepsilon - \varepsilon_F)/k_B T]}$$

Le paramètre ε_F est appelé « énergie de Fermi »; dans un métal, il varie assez peu avec la température. L'énergie de Fermi est fixée par le nombre d'électrons de conduction N présents dans le cristal :

▼ *Figure 17 : (a) fonction de distribution de Fermi-Dirac, représentant la probabilité d'occupation d'un niveau d'énergie ε, en fonction de ε, à une température T donnée. (b) N (ε) f (ε), densité des états d'énergie occupés en fonction de ε, pour trois températures : T = 0 °K et $T_2 > T_1 > 0$ °K. La courbe en pointillé représente N (ε) en fonction de ε.*



▶ *Figure 19 : bandes d'énergie du carbone (diamant), obtenues à partir de l'approximation des liaisons fortes; a est la distance interatomique à l'équilibre.*



$$N = \int_0^{\infty} N(\varepsilon)\, f(\varepsilon)\, d\varepsilon, \qquad \text{où} \quad N(\varepsilon) = 2\, n(\varepsilon)$$

est la densité des états avec les deux orientations de spin possibles et $f(\varepsilon)$ leur probabilité d'occupation. La distribution $f(\varepsilon)$ a une forme particulière à $T = 0\,°K$, si bien qu'un calcul très simple nous permet d'obtenir l'énergie de Fermi :

$$\varepsilon_F = \frac{\hbar^2 k_F}{2\,m} = \frac{\hbar^2}{2\,m}\,[3\,\pi^2 N/V]^{2/3}$$

Dans l'espace réciproque, la surface correspondant à cette énergie est appelée la *surface de Fermi*. Elle est caractérisée par une densité d'état $N(\varepsilon_F) = 3\,N/2\,\varepsilon_F$. Dans les métaux simples (alcalins) ou les métaux nobles (Cu, Ag, Au), les valeurs de ε_F sont d'environ 5 eV.

Électrons dans un potentiel périodique - Théorie des bandes

Si la théorie des électrons libres interprète de façon satisfaisante de nombreuses propriétés métalliques, elle est incapable d'expliquer pour quelle raison certains cristaux sont des isolants et d'autres de très bons conducteurs. L'hypothèse du potentiel constant faite dans ce modèle n'est pas satisfaisante, car elle néglige l'influence de la périodicité du potentiel cristallin sur le mouvement des électrons; la longueur d'onde associée à un électron au niveau de Fermi $\left(\lambda_F = \dfrac{2\,\pi}{k_F} \simeq a\right)$ étant comparable aux distances interatomiques, les électrons pourront être diffractés par le réseau.

Le problème à résoudre est celui d'un ensemble d'électrons dans un solide cristallin; c'est un problème « à N corps », impossible à résoudre rigoureusement, car il nécessite la connaissance des fonctions d'onde et des énergies de tous les électrons. La méthode pratique consiste à le réduire à un problème à un électron : on suppose que les électrons se déplacent indépendamment les uns des autres dans un potentiel moyen ayant la périodicité du réseau cristallin, dû à la fois aux interactions avec les ions fixes et les autres électrons. Il faut ainsi résoudre l'équation de Schrödinger **(11)** : $\vec{L}$ étant un vecteur du réseau, l'énergie potentielle vérifie la relation $V(\vec{r} + \vec{L}) = V(\vec{r})$. On remarque que si $\Psi(\vec{r})$ est une solution du problème correspondant à l'énergie ε $\Psi(\vec{r} + \vec{L})$ en est une aussi, ce qui permet de l'écrire sous la forme :

$$\Psi_{\vec{k}}(r) = e^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}\, U_{\vec{k}}(\vec{r}) \quad \text{où} \quad U_{\vec{k}}(\vec{r}) = U_{\vec{k}}(\vec{r} + \vec{L})$$

Une telle solution, appelée *fonction de Bloch*, correspond à une onde plane modulée par une fonction ayant la périodicité du réseau. Les valeurs de $\vec{k}$ permises, déterminées par la taille du cristal $\vec{L}_1 = N_1\vec{a}$, $\vec{L}_2 = N_2\vec{b}$, $\vec{L}_3 = N_3\vec{c}$, s'écrivent :

$$\textbf{(12)} \qquad \vec{k} = (n_1/N_1)\,\vec{A} + (n_2/N_2)\,\vec{B} + (n_3/N_3)\,\vec{C}$$

où n_1, n_2, n_3 sont des entiers (0, ± 1, ± 2, ...).

On démontre de même que l'énergie est une fonction périodique de $\vec{k}$: $\varepsilon(\vec{k} + \vec{G}) = \varepsilon(\vec{k})$, où $\vec{G}$ est un vecteur du réseau réciproque. Cette propriété permet de restreindre la recherche des solutions $\varepsilon(\vec{k})$ indépendantes dans le volume élémentaire de l'espace réciproque, c'est-à-dire dans la zone de Brillouin, qui, d'après la relation **(12)**, possède autant de valeurs de $\vec{k}$ que de mailles dans le cristal.

Lorsqu'on introduit le potentiel $V(\vec{r})$ comme une perturbation (approximation des *électrons presque libres*), son effet n'est important que sur des états dont les vecteurs $\vec{k}$ sont dans une région où la condition de diffraction de Bragg est vérifiée : $\vec{G}^2 + 2\,\vec{k}\cdot\vec{G} = 0$. Comme pour les rayons X, l'onde réfléchie interfère avec l'onde incidente : les fonctions d'onde ne sont alors plus progressives, mais stationnaires, et correspondent à deux valeurs distinctes de l'énergie. Il apparaît ainsi des bandes d'énergie interdite aux frontières des zones de Brillouin (*fig.* 18).

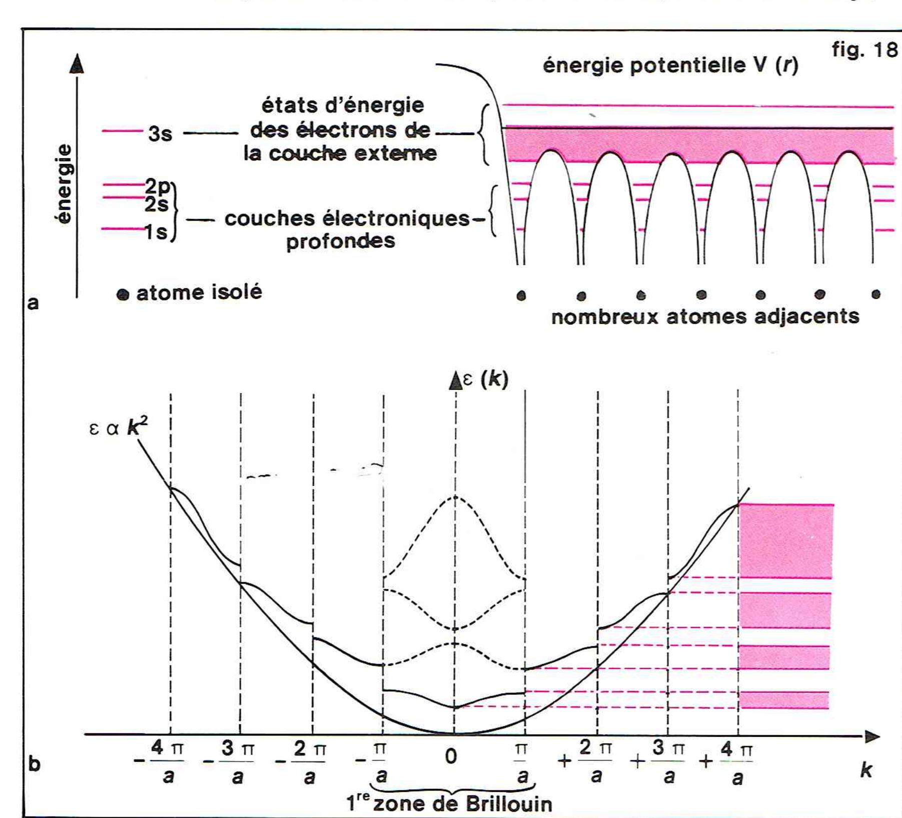
L'allure des courbes $\varepsilon(\vec{k})$, ramenées dans la 1re zone de Brillouin, est représentée sur la *figure* 18. On constate que l'énergie a une forme quadratique en k au voisinage des limites des bandes permises, dont la plus simple s'écrit :

$$\varepsilon(k) = \varepsilon_c + \frac{\hbar^2\,(\vec{k} - \vec{k}_0)^2}{2\,m^*}$$

Cette masse m^*, appelée *masse effective*, qui reflète l'influence du réseau sur le mouvement des électrons, peut être très différente de la masse de l'électron libre (elle est d'ailleurs négative en haut d'une bande permise).

Lorsque le recouvrement des fonctions d'onde atomiques n'est pas trop fort (couches 3d et 4d des éléments de transition tels que Fe et Pd), on construit des fonctions de Bloch à partir de combinaisons linéaires de fonctions d'onde atomiques; cette approximation, dite des *liaisons fortes*, conduit à des structures de bandes analogues (*fig.* 19).

▼ *Figure 18 : électrons dans un potentiel périodique — bandes d'énergie.* (a) *Bandes d'énergie du sodium : quand des atomes sont rapprochés pour constituer le cristal, les électrons de valence interagissent avec le potentiel V(r), d'où l'apparition d'une bande pour les électrons 3s.* (b) *Courbe ε (k) pour un électron dans un potentiel périodique, à une dimension, de pas* a.

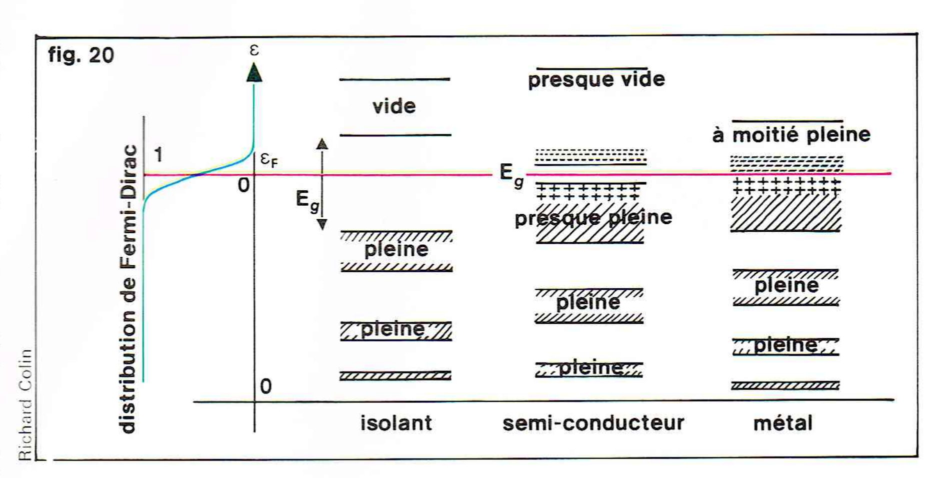


Métaux, isolants, semi-conducteurs

A une température donnée, les électrons vont se ranger dans les divers états d'énergie correspondant à des bandes permises conformément à la statistique de Fermi-Dirac.

Si un cristal possède N mailles, on a N vecteurs $\vec{k}$ indépendants dans la zone de Brillouin ; en tenant compte des deux directions de spin, chaque bande d'énergie contient 2 N états électroniques. S'il y a un atome par

maille fournissant un seul électron de valence, la bande sera à moitié remplie à T = 0 ; sous l'effet d'un champ électrique, des électrons au voisinage du niveau de Fermi pourront changer d'énergie à l'intérieur de la bande, puisqu'il reste des états disponibles : un tel solide, caractérisé par une conductibilité élevée, est un métal. Si le cristal possède un atome bivalent par maille, les 2 N électrons remplissent entièrement les états d'une bande. L'énergie d'excitation apportée par un champ électrique ou par la température est insuffisante pour faire passer des électrons de cette bande pleine (bande de valence) à la bande suivante vide (bande de conduction) ; le solide est un isolant et ne possède évidemment pas de surface de Fermi. En revanche, si la hauteur de bande interdite E_g est assez faible, des électrons de la bande de valence peuvent être excités thermiquement dans la bande de conduction ; la conductivité dépend alors fortement de la température : on dit que l'on a un semi-conducteur intrinsèque (*ex.* : Ge, Si) [*fig.* 20]. On peut encore définir une quatrième catégorie, les semi-métaux (*ex.* : As, Bi) ; ce sont des solides dont la dernière bande est presque entièrement remplie, mais, par suite d'un chevauchement de bandes, des électrons sont passés dans la bande supérieure ; ils présentent alors, même à T = 0, un état métallique.



Richard Colin

▲ ***Figure 20 : occupation des niveaux d'énergie, à une température T ≠ 0 °K, dans un isolant, un semi-conducteur et un métal.***

Dynamique des électrons dans un cristal

A ce stade, nous n'avons étudié que la répartition énergétique des électrons d'un cristal à l'équilibre thermodynamique. Si l'on modifie cet équilibre par une action extérieure (telle une force due à un champ électrique appliqué, un gradient de température...), la fonction de distribution est modifiée ; il est alors important de déterminer les propriétés électroniques de transport.

La vitesse moyenne d'un électron, caractérisé par un paquet d'ondes centré autour du vecteur d'onde $\vec{k}$, est définie comme la vitesse de groupe de ce paquet d'ondes, à savoir :

$$\vec{v}(\vec{k}) = \frac{1}{\hbar}\,\overrightarrow{\mathrm{grad}_{\vec{k}}}\,\varepsilon.$$

Si, dans cette région de la bande d'énergie, la relation de dispersion $\varepsilon(\vec{k})$ peut s'écrire

$$\varepsilon(\vec{k}) = \varepsilon_c + \frac{\hbar^2 k^2}{2\,m^*}$$

on obtient :

$$\vec{v}(\vec{k}) = \frac{\hbar\vec{k}}{m^*}$$

En mécanique classique, une particule de masse *m*, de charge — *e* et de quantité de mouvement $\vec{p}$, a une vitesse $\vec{v} = \dfrac{\vec{p}}{m}$; soumise à un champ électrique $\vec{E}$ et magnétique $\vec{H}$, elle subit une force $\vec{F} = -e\,(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$, où $\vec{B} = \mu_0\vec{H}$, et son mouvement est régi par l'équation $\dfrac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}$. Par analogie avec cette équation classique, on peut attribuer à un électron une quasi-quantité de mouvement $\vec{p} = \hbar\vec{k}$, et définir son équation dynamique dans un cristal :

$$\textbf{(13)} \qquad \vec{F} = \hbar\,\frac{d\vec{k}}{dt} = -e\,(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

Une autre notion très importante, introduite par la théorie des bandes, est la notion de trou dans une bande de valence incomplètement remplie ; on peut démontrer qu'un état électronique inoccupé en haut d'une bande d'énergie se comporte au point de vue électrique comme une particule fictive, appelée « trou », de charge + *e* et de masse positive, égale en valeur absolue à la masse effective qu'aurait l'électron absent. Nous verrons, en étudiant les propriétés des semi-conducteurs, l'importance que revêt cette notion.

Les métaux

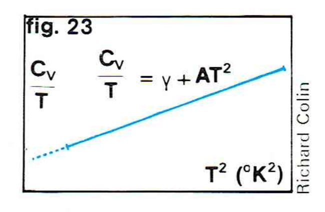
La surface de Fermi

Au zéro absolu, le niveau de Fermi ε_F, qui correspond au dernier état électronique occupé, est situé à l'intérieur de la bande de conduction du métal. Dans l'espace des $\vec{k}$, la surface d'énergie $\varepsilon = \varepsilon_F$ est appelée la surface de Fermi ; pour des électrons libres, nous avons vu que cette surface était une sphère. De façon générale, la surface de Fermi d'un métal dépend de ses propriétés structurales (zone de Brillouin) et électroniques (niveau de Fermi) ; elle possède toutes les symétries du réseau réciproque. Lorsque des recouvrements de bandes existent, sa forme, très complexe, résulte des contributions propres à chacune des bandes. Sous l'effet de forces extérieures, seuls les électrons au voisinage de la surface de Fermi vont se déplacer, car ils peuvent facilement changer d'énergie : d'où l'importance de cette surface. Il est possible, dans les métaux purs à basse température, de déterminer la forme de la surface de Fermi par des méthodes expérimentales faisant intervenir le mouvement des électrons dans un champ magnétique $\vec{H}$ (résonance cyclotron, magnétorésistance, diamagnétisme). L'extrémité du vecteur $\vec{k}$, qui évolue conformément à l'équation **(13)**, se déplace dans un plan perpendiculaire à $\vec{H}$ sur une surface d'énergie constante : on peut ainsi observer des orbites fermées extrémales sur la surface de Fermi, ou des orbites ouvertes si les courbes $\varepsilon(\vec{k})$ coupent les bords de la zone de Brillouin (*fig.* 21).

Conductibilité électrique

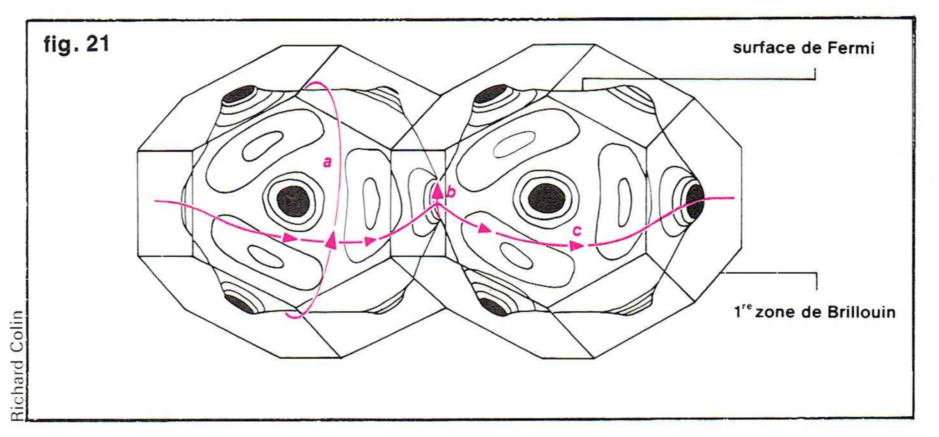
Dans un cristal, les collisions avec les défauts de périodicité du réseau (phonons, atomes d'impuretés) limitent le mouvement des électrons : ce sont elles qui assurent l'équilibre thermodynamique entre le gaz d'électrons et le réseau. Si l'on admet qu'après une collision la vitesse d'un électron est quelconque, la somme des vitesses de tous les électrons est nulle, et le métal n'est parcouru par aucun courant (*fig.* 22). Sous l'action d'un champ électrique $\vec{E}$, un électron acquiert de l'énergie, et son vecteur $\vec{k}$ évolue suivant la relation : $\dfrac{d\vec{k}}{dt} = -\dfrac{e\vec{E}}{\hbar}$. Au bout d'un temps Δt, toute la sphère de Fermi s'est déplacée suivant la direction de $\vec{E}$ d'une quantité $\Delta\vec{k} = -\dfrac{e\vec{E}}{\hbar}\,\Delta t$. Ce déplacement est limité par les collisions avec les phonons au bout d'un temps τ, et il s'établit un équilibre correspondant à un déplacement moyen de la sphère de Fermi de

▼ ***Figure 23 : variation de la chaleur spécifique à très basse température pour un métal pur. On remarquera la contribution électronique (C_{el} = γT) et celle des phonons (C_{ph} = AT³).***

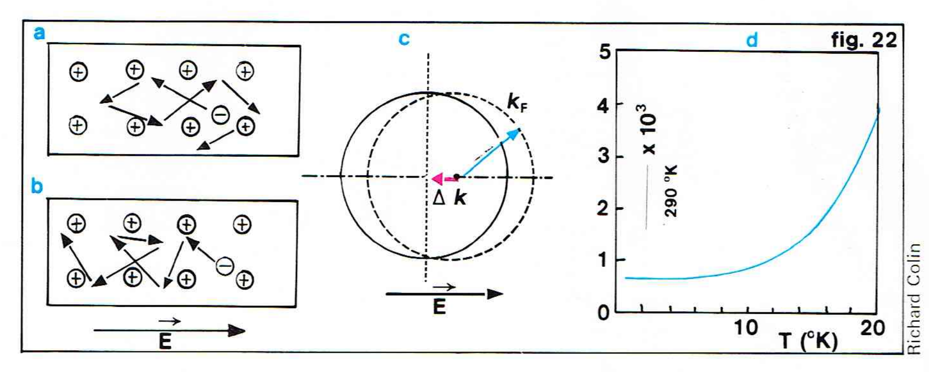


Richard Colin

▼ ***Figure 21 : surface de Fermi du cuivre et première zone de Brillouin. Les orbites a et b sont des orbites extrémales fermées, c est une orbite ouverte.***



Richard Colin



▲ *Figure 22.* (a) *Mouvement d'un électron dans un cristal sous l'effet de l'agitation thermique; le déplacement moyen est nul.* (b) *Mouvement d'un électron en présence d'un champ électrique; l'électron se déplace en sens inverse du champ.* (c) *Déplacement de la sphère de Fermi limité par les collisions.* (d) *Variation expérimentale de la résistivité du sodium.*

$\Delta\vec{k} = -\frac{e\vec{E}}{\hbar}\tau$. Il en résulte une vitesse d'entraînement $\vec{v}$ pour des électrons de masse effective m^*

$$\vec{v} = -\frac{e\tau}{m^*}\vec{E} = -\mu\vec{E}$$

μ est la mobilité des électrons. La densité de courant, ou courant électrique traversant une unité de surface, s'obtient alors : $\vec{J} = -ne\vec{v} = \frac{ne^2\tau}{m^*}\vec{E}$, où n est la concentration en électrons dans le cristal. Cette relation $\vec{J} = \sigma\vec{E}$ (loi d'Ohm) définit la conductivité σ du métal :

$$\sigma = ne\mu = \frac{ne^2\tau}{m^*}$$

L'expérience montre que la résistivité $\rho = 1/\sigma$ peut se mettre sous la forme $\rho = \rho_i + \rho_L$, ρ_i étant la résistivité due aux atomes d'impuretés et ρ_L celle qui est due aux collisions avec les phonons. La résistivité résiduelle, ou résistivité extrapolée au zéro absolu, dépend de la pureté du métal; elle est égale à ρ_i, car ρ_L s'annule à T = 0. Le libre parcours moyen l des électrons est défini par $l = v_F\tau$, où v_F est la vitesse de Fermi ($v_F \simeq 10^8$ cm/s), car les collisions ne font intervenir que les électrons voisins de la surface de Fermi. A haute température, l est inversement proportionnel au nombre de phonons et varie donc en 1/T; dans un métal tel que le cuivre, la valeur de τ à la température ambiante est de 10^{-14} s et peut atteindre 10^{-9} s à basse température.

Conductibilité thermique et chaleur spécifique

Il est bien connu qu'à la température ambiante les métaux conduisent mieux la chaleur que les isolants électriques : cela tient au fait que, dans les métaux, les électrons participent en plus des phonons au flux de chaleur. Les conductibilités électrique σ et thermique $\varkappa$ des électrons sont reliées par la loi de Wiedemann-Franz $\varkappa/\sigma = \mathfrak{L}T$, où $\mathfrak{L}$ est le nombre de Lorentz.

Par contre, contrairement aux prévisions de la statistique classique, les électrons ne participent pratiquement pas à la chaleur spécifique des métaux, alors qu'ils interviennent dans la conductibilité thermique comme des particules libres : chaque électron devrait apporter une contribution $\frac{3}{2}k_BT$ à la chaleur spécifique, en plus des $3k_BT$ dus à chaque atome du réseau.

La statistique de Fermi-Dirac a permis de résoudre ce dilemme, en montrant que la chaleur spécifique des électrons

$$C_{el} = \frac{\pi^2}{3} N(\varepsilon_F)\, k_B^2 T = \gamma T$$

est surtout importante à basse température, car la contribution des phonons est faible; on a ainsi une détermination possible de la densité d'états N (ε_F) au niveau de Fermi (*fig.* 23).

La supraconductivité

Trois ans seulement après la première liquéfaction de l'hélium, H. Kamerlingh Onnes découvre la supraconductivité (1911) [*fig.* 24] : la résistivité électrique du mercure devient pratiquement nulle en dessous d'une température critique T_c = 4,2 °K (c'est-à-dire — 268,8 °C), et cela dans un intervalle de température de quelques centièmes de degré. Depuis, ce changement de phase de l'état normal à l'état supraconducteur a été mis en évidence dans de nombreux métaux purs et alliages :

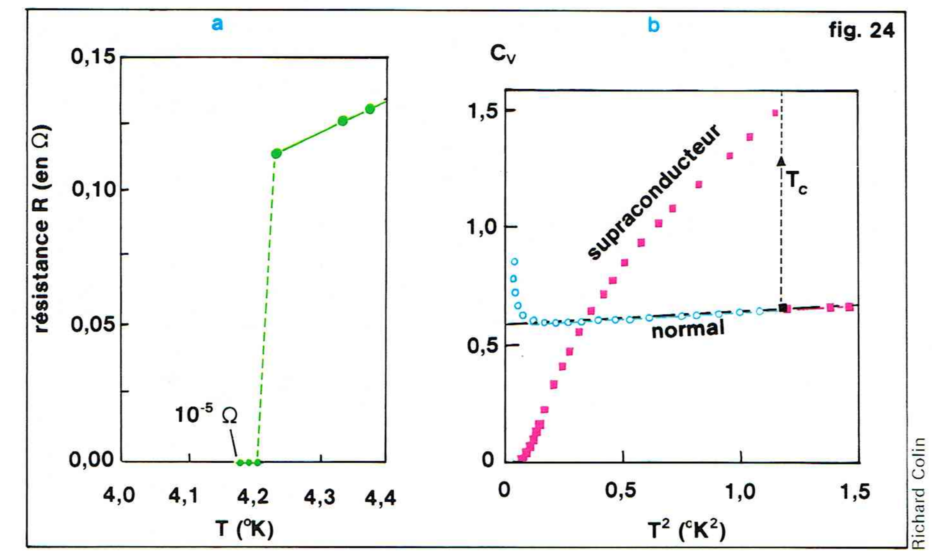
Pb (T_c = 7,2 °K), Nb (T_c = 9,1 °K), Nb_3Sn (T_c = 18 °K)

La résistivité en courant continu est tellement voisine de zéro qu'expérimentalement on a pu faire circuler un courant dans un anneau supraconducteur pendant plusieurs années sans observer la moindre décroissance. Par contre, la présence d'impuretés paramagnétiques peut considérablement abaisser la température de transition. D'autres phénomènes se produisent avec l'apparition de la supraconductivité : le flux magnétique est exclu d'un matériau supraconducteur soumis à un champ magnétique faible (effet Meissner); si ce champ est suffisamment élevé, le matériau revient dans son état normal. D'autre part, la faible variation de chaleur spécifique observée lors de la transition indique que peu d'électrons sont affectés, et sa variation exponentielle peut s'expliquer par l'apparition d'une bande interdite liée au gaz d'électrons. Enfin, la variation de la température critique pour les différents isotopes du mercure suivant la loi $M^{1/2}\,T_c$ = constante suggère que les phonons jouent un rôle important dans l'état supraconducteur (leur fréquence varie en $M^{-1/2}$).

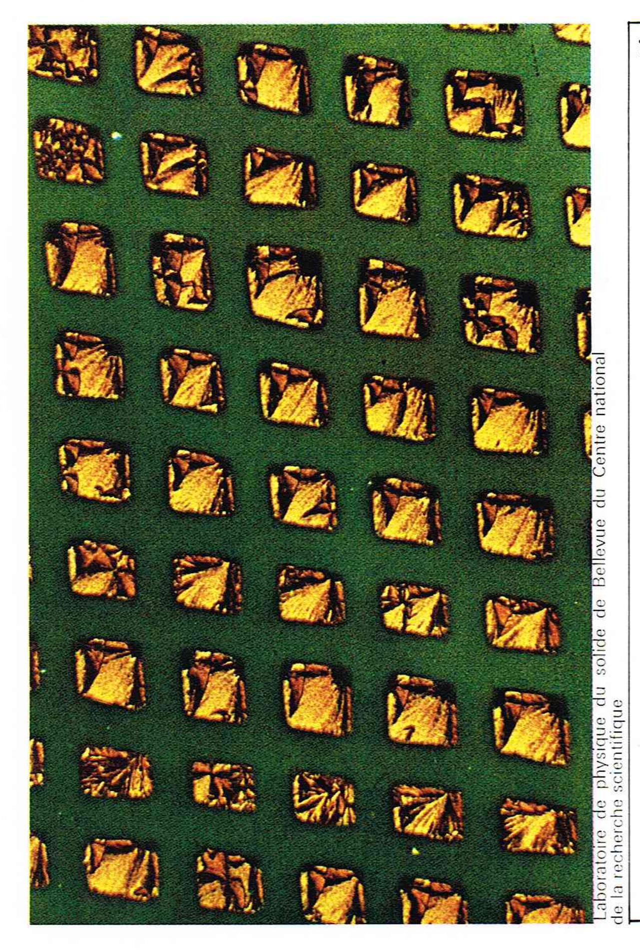
Dans la première théorie microscopique, due à J. Bardeen, L. N. Cooper et J. R. Schrieffer (1957), l'origine de cette transition est due aux interactions électron-électron *via* les phonons : un électron qui se déplace dans le cristal interagit avec le réseau et le déforme; cette région déformée exerce une force attractive capable d'attirer un autre électron, qui se trouve couplé au premier. Les électrons se groupent ainsi par paires, de moment cinétique et magnétique nul. Si l'on envoie un courant dans un supraconducteur, toutes les paires prennent la même quantité de mouvement, et il devient difficile d'arrêter un tel courant, car il faut soit briser les paires, soit les freiner de façon identique. Cette théorie explique l'effet Meissner et l'effet isotopique; elle prévoit l'existence d'une bande interdite de largeur de l'ordre de k_BT_c, ainsi qu'une quantification du flux magnétique dans un anneau supraconducteur en unités de $\Phi_0 = \hbar/2e = 2 \cdot 10^{-7}$ gauss · cm².

A travers une jonction entre deux supraconducteurs séparés par une mince couche isolante, il peut circuler un courant lié au passage par effet tunnel de paires d'électrons supraconducteurs : c'est l'effet Josephson (1962); si l'on applique une tension continue V aux bornes de la jonction, il apparaît dans le courant une composante alternative à la fréquence $\omega = 2\,eV/\hbar$. On peut mettre à profit ce phénomène pour relier des étalons de tension et de fréquence (1 μV correspond à une fréquence de 483,6 MHz), pour détecter les rayonnements électromagnétiques, ou pour mesurer des champs magnétiques faibles.

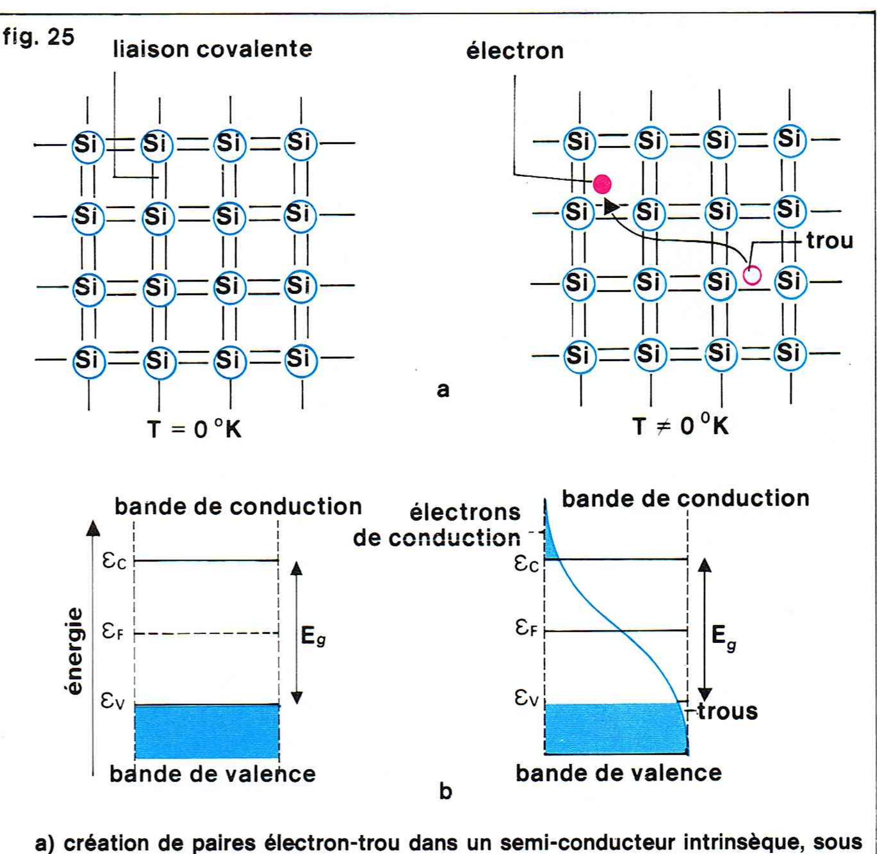
On peut distinguer deux catégories de matériaux supraconducteurs, suivant que l'effet Meissner complet existe jusqu'à des champs critiques de l'ordre de 10^2 à 10^3 G (type I), ou qu'un effet incomplet existe jusqu'à des champs très élevés (type II). Ces derniers sont utilisés pour la réalisation de bobinages permettant d'atteindre des champs magnétiques d'environ 100 kG.



▼ *Figure 24.* (a) *Résistance d'un échantillon de mercure en fonction de la température (expérience originale de Kamerlingh Onnes).* (b) *Chaleur spécifique du gallium montrant sa transition supraconductrice; l'état normal est restauré par la présence d'un champ magnétique de 200 G.*



Laboratoire de physique du solide de Bellevue du Centre national de la recherche scientifique



a) création de paires électron-trou dans un semi-conducteur intrinsèque, sous l'effet de l'excitation thermique;
b) occupation des états d'énergie, d'après la statistique de Fermi-Dirac.

Richard Colin

▲ *A gauche, mosaïque de couches minces de tellurure d'argent AgTe évaporées à travers une grille; le tellurure dopé à l'argent est un semi-conducteur. A droite, figure 25 : voir texte ci-contre.*

Les semi-conducteurs

Les semi-conducteurs sont des cristaux covalents dont la conductibilité augmente rapidement avec la température. L'expérience montre que la présence d'impuretés, même en petit nombre, modifie de façon considérable leurs propriétés électriques, ce qui a nécessité des développements considérables dans les techniques de purification des cristaux. Les semi-conducteurs les plus utilisés sont le germanium, le silicium et l'arséniure de gallium.

Les semi-conducteurs intrinsèques

Un semi-conducteur de très grande pureté présente une conductibilité intrinsèque. Au zéro absolu, c'est un isolant; les électrons occupent entièrement tous les états de la bande de valence, et la bande de conduction est vide : l'énergie de Fermi est située au milieu de la bande interdite. Sous l'effet de l'agitation thermique, des liaisons covalentes sont rompues, libérant des électrons qui peuvent se déplacer dans le cristal. En d'autres termes, des électrons (en nombre n) de la bande de valence sont excités et passent dans la bande de conduction; les états vacants (en nombre p) qui apparaissent en haut de la bande de valence sont assimilés à des particules de charge et de masse positives, les trous : on dit alors qu'il y a création d'une « paire électron-trou » (*fig.* 25). D'après ce mécanisme, on a $n = p = n_i$, appelée concentration intrinsèque; cette concentration, déterminée par les caractéristiques des bandes du semi-conducteur et par la distribution de Fermi-Dirac (qui peut s'approximer par celle de Maxwell-Boltzmann), dépend de la température suivant la loi

$$n_i = AT^{3/2} \exp [- E_g/2\, k_B T]$$

Sous l'effet d'un champ électrique $\vec{E}$, un électron de la bande de conduction acquiert une vitesse $\vec{v_n} = - \mu_n \vec{E}$, μ_n étant sa mobilité; par contre, le trou (ou défaut d'électron) se déplace en sens inverse des électrons, et si l'on appelle μ_p sa mobilité, il acquiert une vitesse $\vec{v_p} = \mu_p \vec{E}$. Électrons et trous participent ensemble au courant de conduction, ce qui permet d'écrire la densité de courant correspondante :

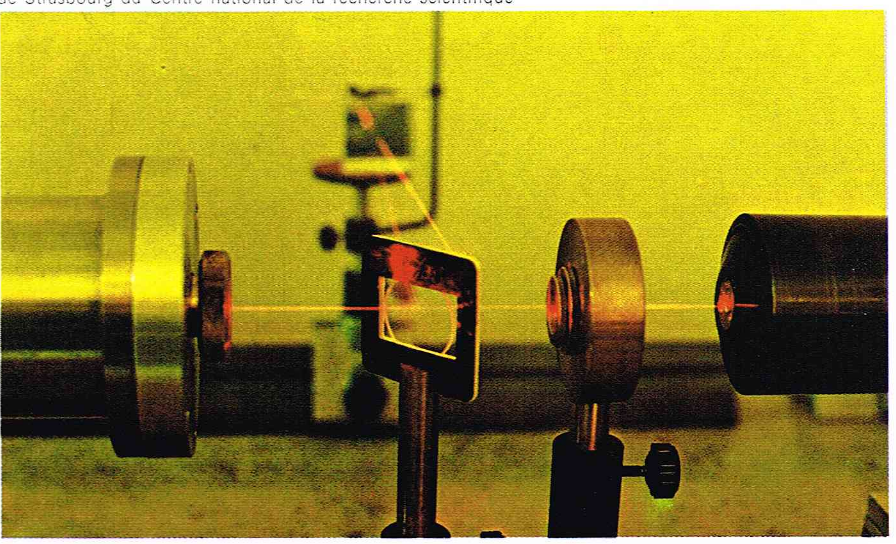
$$\vec{J} = - ne\vec{v_n} + pe\vec{v_p} = n_i e\, (\mu_n + \mu_p)\, \vec{E}$$

Ainsi, tant que le champ électrique est faible, le solide suit la loi d'ohm $\vec{J} = \sigma\vec{E}$; les variations thermiques de la conductivité intrinsèque $\sigma = en_i\, (\mu_n + \mu_p)$ dépendent essentiellement de celles de la concentration n_i, et donc de la hauteur E_g de la bande interdite. A température ambiante (T = 300 °K), $n_i = 10^{10}\ cm^{-3}$ dans le silicium et $10^{13}\ cm^{-3}$ dans le germanium, valeurs extrêmement faibles en comparaison des $10^{22}\ cm^{-3}$ atomes du cristal.

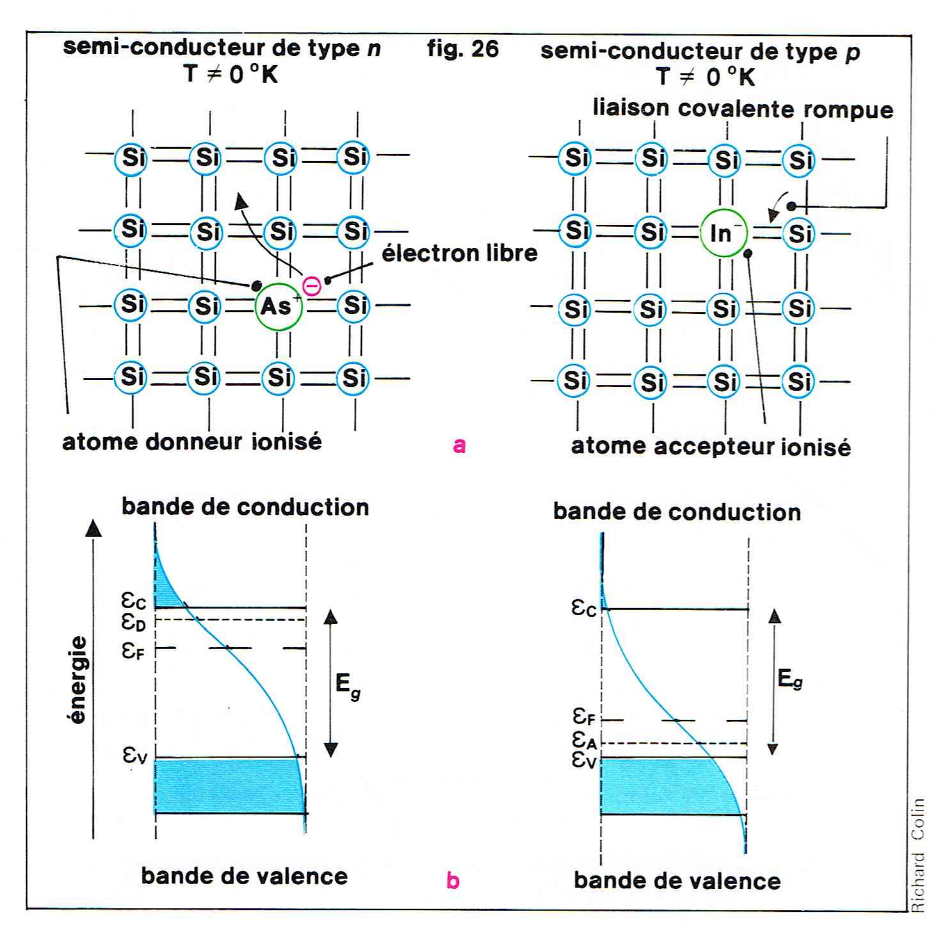
Les semi-conducteurs extrinsèques

L'introduction d'impuretés en substitution dans le réseau d'un semi-conducteur modifie son comportement électrique. Si l'atome d'impureté est pentavalent (As, P), quatre de ses électrons de valence assurent les liaisons de covalence avec quatre atomes voisins du réseau, et

Laboratoire de physique des rayonnements et d'électronique nucléaire de Strasbourg du Centre national de la recherche scientifique



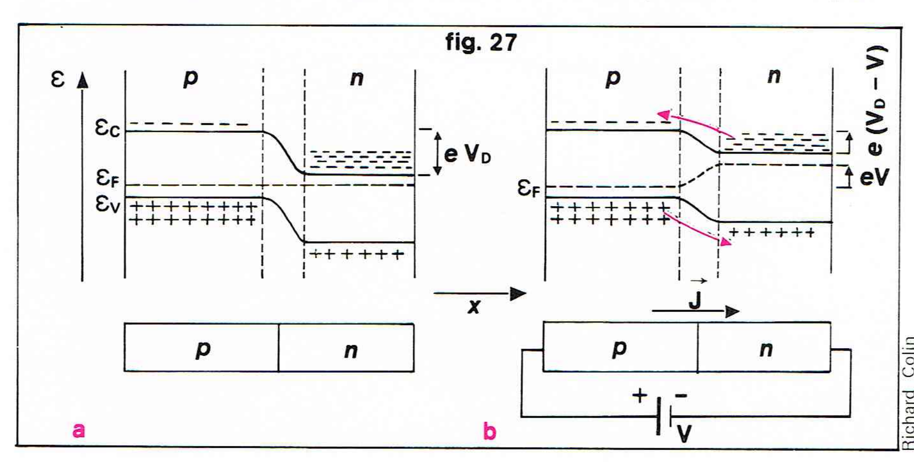
▼ *Mesure de la durée de vie dans les matériaux semi-conducteurs par la méthode optique du laser.*



▲ *Figure 26 :* (a) *création d'électrons (type n) et de trous (type p) par ionisation des impuretés dans un semi-conducteur extrinsèque;* (b) *occupation des états d'énergie, à T ≠ 0 °K.*

▼ *Figure 27 : jonction p-n après contact.* (a) *Jonction à l'équilibre thermique.* (b) *Jonction polarisée dans le sens direct; le courant J est dû au passage des porteurs majoritaires à travers la jonction.*

l'électron en excès se déplace dans le potentiel coulombien de l'impureté. L'énergie d'ionisation, c'est-à-dire l'énergie nécessaire pour que cet électron soit arraché à l'atome d'impureté et devienne un électron libre dans le cristal, est d'environ 0,01 eV; cela revient à dire qu'il se trouve sur un niveau d'énergie situé à 0,01 eV en dessous du bas de la bande de conduction. Sous l'effet de l'agitation thermique, les impuretés peuvent facilement s'ioniser ($k_B T = 0{,}025$ eV à T = 300 °K), et par suite la concentration des électrons n dans la bande de conduction est augmentée. A température ambiante, presque toutes les impuretés sont ionisées, et l'on a $p \ll n_i \ll n$ et $n \simeq N_D$ si N_D est la concentration en atomes d'impuretés. On dit que l'on a un semi-conducteur extrinsèque de type n, et l'impureté est un atome donneur. Si l'atome d'impureté est trivalent (In, Al), il lui manque un électron pour assurer toutes les liaisons de covalence : un électron d'une liaison voisine est piégé par cette impureté qui s'ionise négativement, laissant ainsi un trou dans la bande de valence. Lorsque toutes les impuretés sont ionisées, on a : $n \ll n_i \ll p$, avec $p \simeq N_A$ si N_A est la concentration en atomes d'impuretés (atomes accepteurs). On a



ainsi un semi-conducteur extrinsèque de type p (*fig.* 26). Dans les semi-conducteurs, des paires « électron-trou » sont créées en permanence par agitation thermique et sous l'effet d'actions extérieures (excitation optique); lorsque l'excitation cesse, les concentrations de porteurs reviennent à leurs valeurs d'équilibre en un temps caractéristique de l'ordre de 10^{-3} à 10^{-7} s. L'un des processus de recombinaison est le mécanisme inverse de l'excitation, c'est-à-dire la recombinaison directe d'une paire électron-trou avec émission d'un photon (recombinaison radiative) ou transfert de l'énergie à un autre porteur libre (recombinaison Auger). D'autres processus font intervenir des défauts ou des impuretés du cristal, dont les niveaux d'énergie sont situés dans la bande interdite; il peut alors y avoir émission de phonons et de photons.

Les semi-conducteurs dopés avec des impuretés sont les matériaux de base des composants à état solide en électronique. L'application sans doute la plus importante est la jonction entre deux semi-conducteurs, l'un de type p et l'autre de type n.

Une telle jonction p-n polarisée dans le sens direct est conductrice, et le courant qui la traverse varie de façon non linéaire avec la tension appliquée; polarisée en inverse, elle présente une résistance très grande (*fig.* 27). Grâce à cet effet redresseur, elle a remplacé les diodes à vide dans la plupart des applications, son intérêt résidant dans les faibles polarisations mises en jeu. L'élément actif à semi-conducteur le plus connu est le transistor, découvert en 1948 par J. Bardeen, W. Brattain et W. Shockley; il est constitué de deux jonctions en série, c'est-à-dire que sa structure est soit n-p-n, soit p-n-p. Convenablement polarisé, ce dispositif est un amplificateur.

L'évolution des techniques de fabrication et de miniaturisation de tels dispositifs permet d'intégrer plusieurs milliers de transistors, diodes et résistances sur des pastilles de silicium de quelques millimètres carrés : grâce à leurs performances dues à la complexité des circuits, leur fiabilité et leur faible prix de revient, les « circuits intégrés » remplacent de plus en plus les composants discrets dans les systèmes. Les semi-conducteurs (surtout Ga As) sont aussi très utilisés dans des amplificateurs ou des générateurs à état solide (diode Gunn) dans le domaine des hyperfréquences.

Les diélectriques

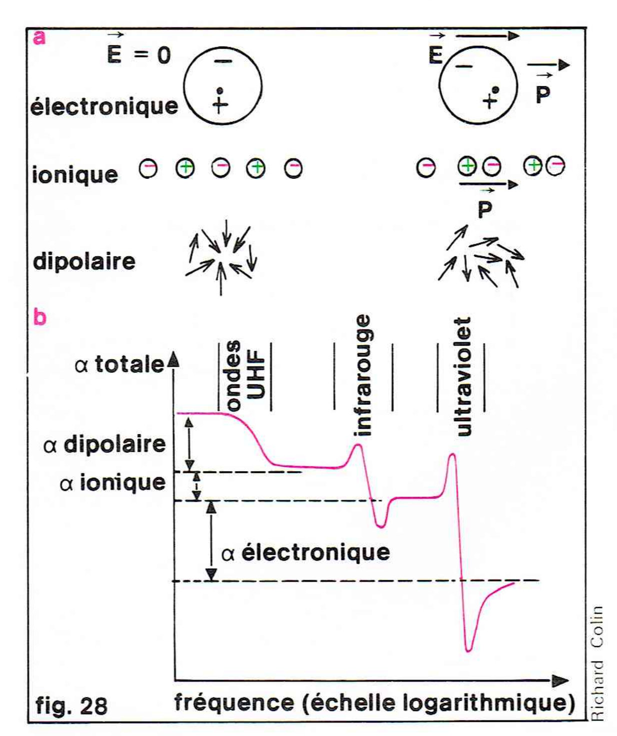
Dans un diélectrique, il n'existe pas de charges libres capables de conduire l'électricité : c'est un isolant. Cependant, l'application d'un champ électrique $\vec{E}$ peut produire de petits déplacements de charges positives et négatives des atomes constituants; les centres de gravité des deux types de charges ne coïncidant plus, il apparaît un moment dipolaire $\vec{P} = \Sigma_n q_n \vec{r}_n$ où $\vec{r}_n$ est le vecteur position de la charge q_n. La polarisabilité α de l'atome ou de la molécule considéré est alors définie en fonction du champ électrique local $\vec{E}_{loc}$ par $\vec{P} = \alpha \vec{E}_{loc}$.

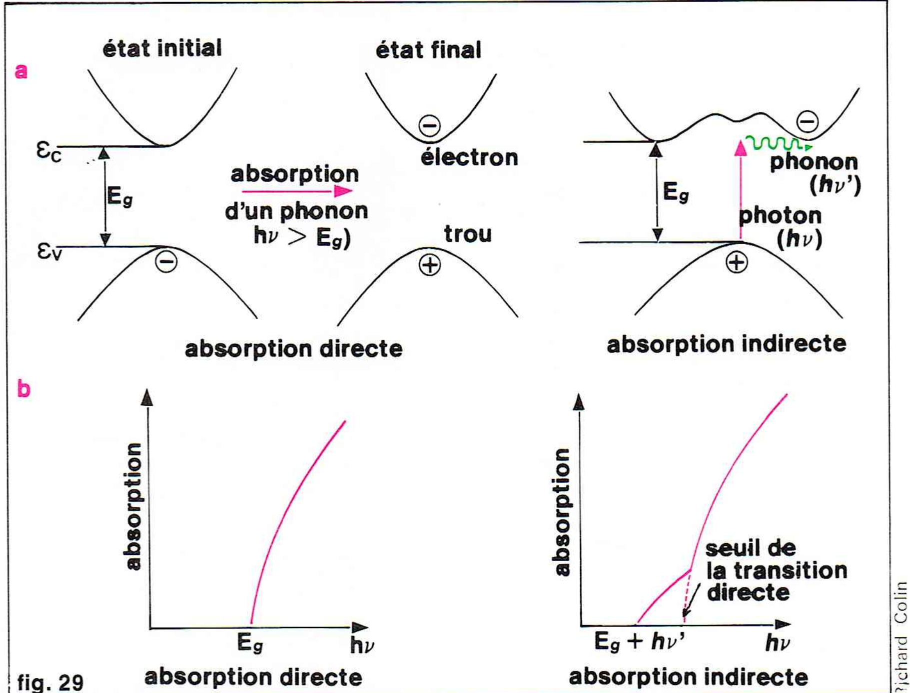
Il existe trois contributions principales à la polarisabilité. La polarisabilité électronique provient du déplacement des électrons d'un atome par rapport au noyau. Dans un cristal ionique, une polarisabilité ionique apparaît du fait du déplacement relatif des ions voisins. Enfin, si le solide est composé de molécules polaires dotées d'un moment dipolaire permanent, un champ électrique oriente partiellement ces dipôles, d'où l'apparition d'un moment dipolaire moyen.

Alors que la polarisabilité caractérise les propriétés atomiques, la constante diélectrique ε_r ou permittivité relative est une grandeur macroscopique qui tient compte de l'arrangement des atomes dans le solide. Elle est définie à partir de la polarisation $\vec{P}$, moment dipolaire moyen par unité de volume, par la relation $\vec{P} = \varepsilon_0 (\varepsilon_r - 1) \vec{E}$. En haute fréquence, la constante diélectrique est complexe; elle est reliée à l'indice de réfraction n par la relation $n^2 = \varepsilon_r$, et peut s'exprimer en fonction des différentes polarisabilités, dont l'importance relative varie avec la fréquence (*fig.* 28).

Les cristaux ferro-électriques - Électrets

Certaines substances, les cristaux ferro-électriques, possèdent naturellement une polarisation permanente qui disparaît au-dessus d'une température critique (température de Curie), au-delà de laquelle le cristal se comporte





▲ *A gauche, figure 28 :* (a) *diverses contributions à la polarisabilité ;* (b) *variation de la polarisabilité totale en fonction de la fréquence.* *A droite, figure 29 :* (a) *processus d'absorption de lumière dans un semi-conducteur ;* (b) *variation de l'absorption, en fonction de la fréquence, au voisinage du seuil d'absorption* $h\nu = E_g$.

▼ ***Les isolants électriques dans lesquels la bande interdite est généralement large sont très souvent transparents, comme le diamant pur caractérisé par*** $E_g = 7$ ***eV.***

comme un diélectrique normal de forte permittivité. L'origine de cette polarisation permanente est une dissymétrie dans la maille élémentaire. Si la maille est déformée par une action extérieure, la polarisation est modifiée, et il apparaît un champ électrique externe. Un tel effet peut être obtenu par dilatation thermique (c'est la pyroélectricité) ou par l'application d'une tension mécanique ; ce dernier effet est appelé piézo-électricité.

Des propriétés analogues existent dans les électrets, qui ont acquis une polarisation permanente à la suite d'un traitement électrique et thermique. Actuellement, l'utilisation de ces propriétés intéressantes dans les films minces de polymère (tels que le fluorure de polyvinylidène), qui sont d'excellents diélectriques, connaît un grand développement, par exemple dans les microphones à électrets.

Piézo-électricité

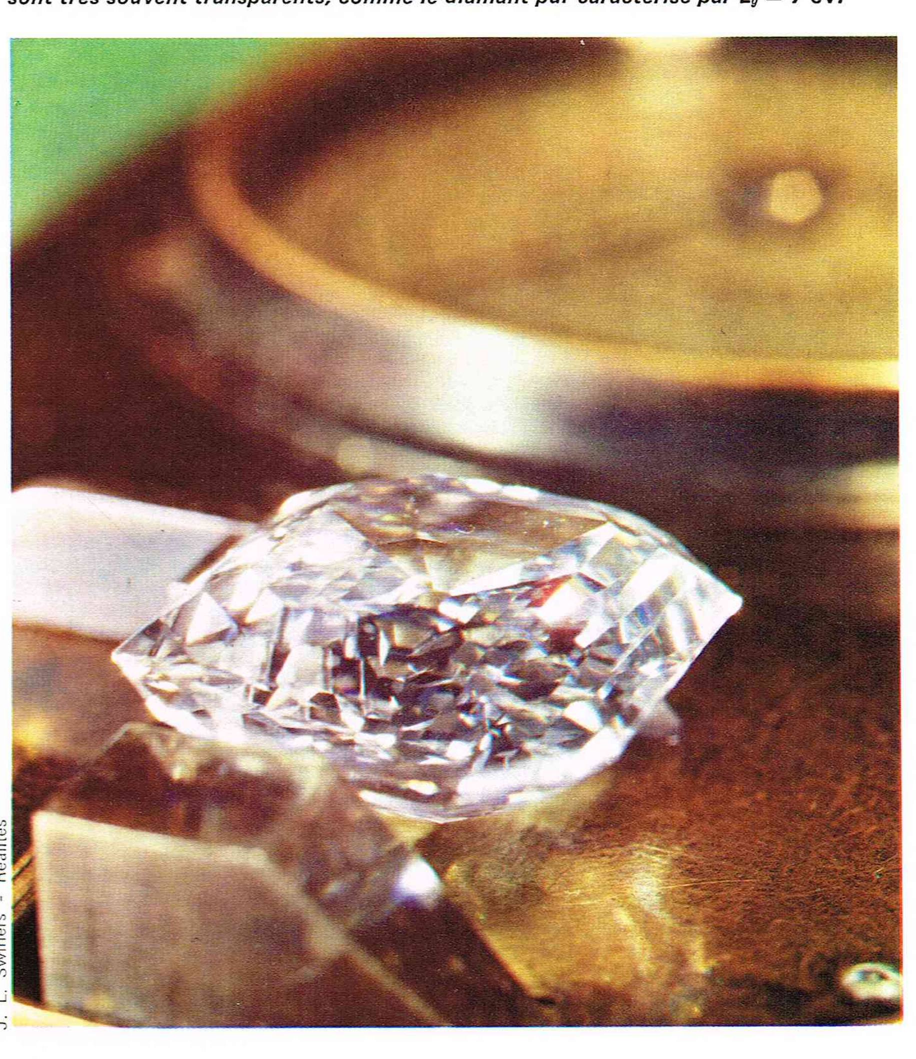
La piézo-électricité, découverte en 1880 par P. et J. Curie, existe dans tous les ferro-électriques, mais aussi dans des cristaux ioniques dissymétriques tels que le quartz (SiO_2) ou le sulfure de cadmium CdS. Un matériau piézo-électrique, soumis à une tension mécanique, se polarise électriquement : c'est l'effet piézo-électrique direct. Soumis à un champ électrique, il se déforme : c'est l'effet inverse. Ce couplage entre les propriétés électriques et mécaniques a donné lieu à de nombreuses applications. Les transducteurs, dispositifs convertissant l'énergie mécanique en énergie électrique, et réciproquement, sont généralement des matériaux piézo-électriques. L'acuité de la résonance mécanique de dispositifs piézo-électriques se répercute sur ses propriétés électriques et peut ainsi être utilisée en électronique dans le filtrage des signaux.

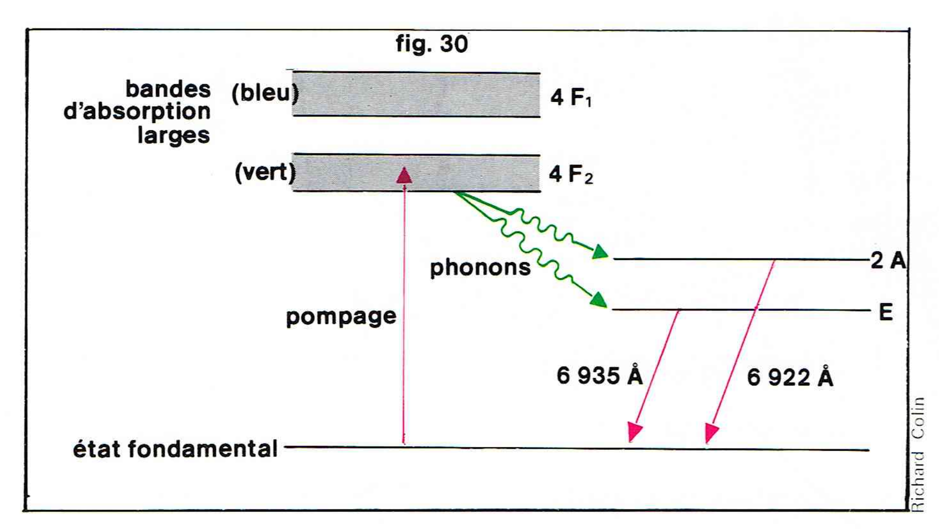
Propriétés optiques des isolants

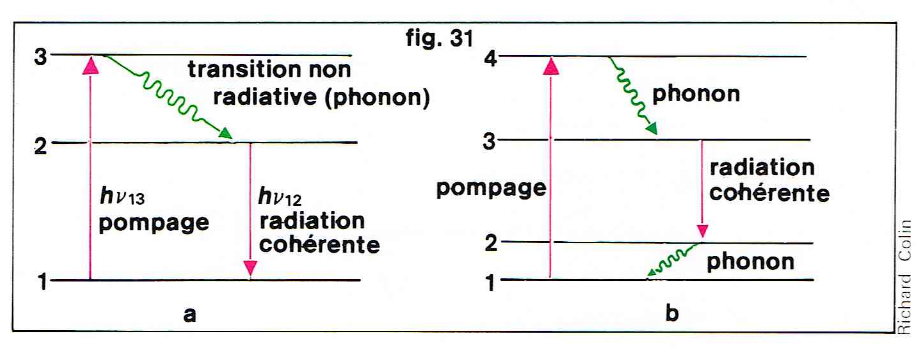
Deux mécanismes jouent un rôle essentiel dans l'absorption et l'émission de lumière par les solides non métalliques.

Dans les isolants, les propriétés optiques sont très liées à l'existence d'impuretés ionisées dans le cristal. Par contre, dans les semi-conducteurs, les effets les plus importants s'expliquent par la structure de bande des niveaux d'énergie électronique (*fig.* 29).

Lorsqu'un photon d'énergie $h\nu$ pénètre dans un cristal, il peut être absorbé et créer une paire électron-trou si son énergie est supérieure à la hauteur de bande interdite E_g. Dans le cas le plus simple, l'électron et le trou ont même vecteur d'onde $\vec{k}$: la transition est directe. Par contre, si les extrémums des bandes de valence et de


J. L. Swiners - Réalités





▲ *En haut, figure 30 : absorption et fluorescence de l'ion Cr^{3+} dans l'alumine. Ci-dessus, figure 31.* (a) *Laser solide à trois niveaux : le laser à rubis; les bandes d'absorption larges symbolisées par le niveau 3 sont peuplées par les flashes d'une lampe au xénon.* (b) *Laser solide à quatre niveaux : le laser à verre au néodyme; il est fait d'un verre de tungstate de calcium dopé avec des ions Nd^{3+}.*

▼ *Figure 32 : laser à jonction semi-conductrice; la zone hachurée est celle où sont produits les photons cohérents.*

conduction se produisent à des valeurs de $\vec{k}$ différentes, on peut montrer que la conservation du vecteur d'onde implique l'intervention d'un phonon : la transition est indirecte. Dans les deux cas, il existe un seuil d'absorption optique, facilement mesurable, qui permet de déterminer la hauteur de la bande interdite. Si E_g est inférieur à 3,5 eV, l'absorption se fait dans le domaine visible (7 400 à 3 600 Å correspondant respectivement à des énergies de 1,7 à 3,5 eV). Ainsi, dans le sulfure de cadmium (CdS), caractérisé par $E_g = 2{,}42$ eV, la région bleue du spectre d'énergie supérieure à 2,42 eV est absorbée par le cristal qui a la couleur jaune-orangé de la lumière transmise. Certains semi-conducteurs, tels que le silicium, absorbent toutes les longueurs d'onde du spectre visible, ce qui leur confère un aspect métallique. Par contre, les isolants électriques dans lesquels la bande interdite est généralement plus large sont très souvent transparents; le diamant pur, caractérisé par $E_g = 7$ eV, est transparent et incolore.

Photoconductibilité

Lorsque des électrons et des trous libres sont créés par absorption d'une onde lumineuse, ils peuvent participer à la conduction électrique dans le solide et augmenter sa conductivité électrique. Cet effet, appelé photoconductibilité, est fortement influencé par des impuretés présentes dans le matériau qui constituent des centres de piégeage des porteurs, et qui peuvent soit modifier la mobilité d'un type de porteurs, soit favoriser les recombinaisons.

L'effet photoconducteur a trouvé de nombreuses applications dans les dispositifs convertissant l'énergie lumineuse en énergie électrique, en particulier dans les cellules photo-électriques et les batteries solaires. Citons encore les détecteurs infrarouges, dans lesquels l'antimoniure d'indium InSb, de faible bande interdite $E_g = 0{,}23$ eV, est très utilisé.

Luminescence

Lorsque la recombinaison d'une paire électron-trou s'accompagne de l'émission d'un rayonnement lumineux, on dit que le matériau est luminescent. Plus généralement, la luminescence est l'absorption d'énergie par la matière et sa réémission sous forme de lumière visible ou proche du visible. Lorsque le retour à l'état de plus basse énergie a lieu pendant l'excitation du matériau, le phénomène est appelé fluorescence, alors que, si le retour à l'équilibre est retardé, on a un effet de phosphorescence.

De nombreux photoconducteurs sont luminescents. Une autre catégorie importante de substances luminescentes non photoconductrices est utilisée dans les tubes fluorescents : ce sont des isolants dopés avec des impuretés ionisées appelées « activateurs »; l'excitation est due au rayonnement ultraviolet produit par décharge électrique dans de la vapeur de mercure sous faible pression.

Les impuretés ionisées

Comment expliquer les différences de couleur, donc d'absorption optique, de cristaux aussi voisins que l'alumine pure, le saphir et le rubis ? Tous trois sont constitués d'un même réseau cristallin de base, celui de l'alumine; seules diffèrent les impuretés qu'ils contiennent. L'alumine pure est incolore; dopée avec des ions de chrome Cr^{3+}, elle prend la couleur rouge caractéristique du rubis, tandis que le saphir, de couleur bleue, contient des ions de titane Ti^{3+}.

Nous illustrerons les propriétés des impuretés ionisées dans les isolants par l'exemple de l'ion Cr^{3+} dans l'alumine (Al_2O_3) [*fig.* 30]. Parmi les états excités de cet ion se trouvent deux bandes larges que l'on peut peupler par absorption optique. Les atomes excités dans les bandes 4 F_1 et 4 F_2 retombent sur les deux niveaux $\overline{E}$ et $\overline{2A}$ en émettant des phonons. Le retour à l'état fondamental se fait assez lentement, dans un temps de l'ordre de 10^{-3} seconde, avec émission de photons. Les ions Cr^{3+} absorbent donc une partie du spectre visible, et par fluorescence ils réémettent un rayonnement de longueur d'onde différente.

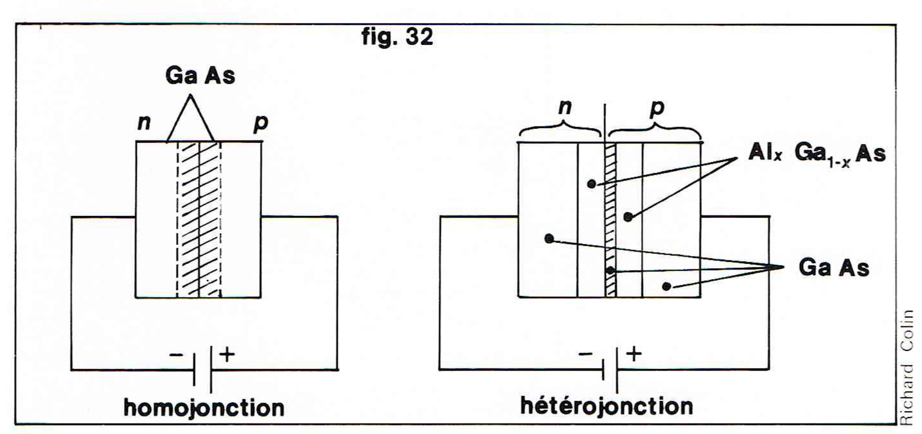
Les lasers solides

C'est dans le rubis que le premier effet laser a été découvert par T. H. Maiman en 1960. Rappelons que les lasers sont des sources de lumière cohérente, de grande luminance, dont les puissances émises sont de l'ordre du watt en régime continu et du gigawatt (10^9 W) en régime pulsé.

Le principe en est illustré sur la *figure* 31. En présence de rayonnement de fréquence ν_{12}, des processus d'absorption ($1 \rightarrow 2$) et d'émission induite ($2 \rightarrow 1$) peuvent se produire avec la même probabilité de transition. La puissance nette émise par le système sous forme de rayonnement de fréquence ν_{12} est alors proportionnelle à la différence de population des deux niveaux ($n_2 - n_1$). A l'équilibre thermique, n_2 est inférieur à n_1; il n'y a donc pas d'émission. Par contre, si l'on inverse les populations entre ces niveaux, c'est-à-dire si $n_2 > n_1$, il se produit une émission qui est stimulée par la présence du rayonnement émis lui-même (fonctionnement en oscillateur) et qui cesse quand $n_2 = n_1$. L'inversion de population est réalisée par le pompage d'une autre transition, qui permet d'égaliser les populations des niveaux correspondants.

Parmi les lasers à état solide utilisant des ions paramagnétiques, les plus répandus sont le laser à rubis et le laser à verre au néodyme Nd^{3+}. Leur rendement, rapport entre l'énergie électrique fournie et l'énergie lumineuse recueillie, est de l'ordre de 0,1 % à 1 %.

Depuis 1962, les lasers à jonction semi-conductrice (en particulier le laser à arséniure de gallium qui émet dans le proche infrarouge à 8 383 Å) ont pris un grand essor; l'émission est ici produite par la recombinaison d'électrons



◀ *Le laser à verre au néodyme est l'un des plus répandus parmi les lasers à état solide ; ici, un cristal d'aluminate de néodyme.*

Centre de recherches sur la physique des hautes températures - Orléans-La Source - Centre national de la recherche scientifique

et de trous au niveau d'une jonction *p-n* (*fig.* 32). Leur rendement, de l'ordre de 10 à 50 %, est bien supérieur à celui des précédents ; malheureusement, le pompage nécessite l'emploi de très fortes densités de courant qui rendent difficile leur fonctionnement en régime continu à température ordinaire. Actuellement, ce problème semble presque résolu, grâce aux lasers à hétérojonction qui ne sont pas encore produits industriellement, mais qui constituent certainement une solution de grand avenir.

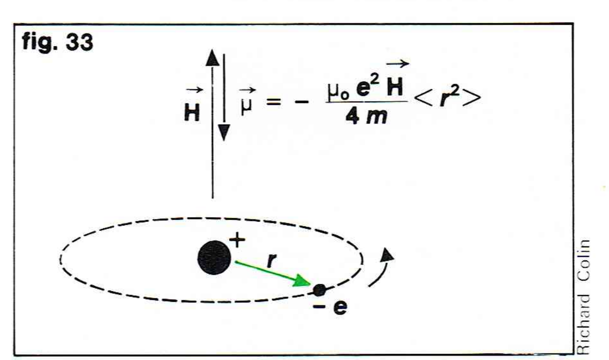
Propriétés magnétiques des solides

Tous les milieux solides sont affectés par la présence d'un champ magnétique, en ce sens qu'ils acquièrent un moment magnétique, ou dipôle magnétique. Certains matériaux sont attirés par un champ magnétique, d'autres sont repoussés ; d'autres solides, tels que le fer, le nickel, le cobalt, présentent un type de magnétisme permanent, appelé ferromagnétisme. Les effets magnétiques au sein de la matière ne peuvent s'expliquer correctement qu'à l'aide de la mécanique quantique, car il ne peut y avoir de moment magnétique induit dans un système classique en équilibre thermique.

L'expérience montre que, dans un matériau soumis à un champ magnétique $\vec{H}$, apparaissent des moments magnétiques ; l'aimantation $\vec{M}$, c'est-à-dire le moment magnétique par unité de volume, est proportionnelle à $\vec{H}$: $\vec{M} = \chi\vec{H}$; le coefficient χ, sans dimension, est appelé « susceptibilité magnétique ». L'origine principale des moments magnétiques provient des mouvements orbitaux des électrons dans les atomes, ainsi que de leur moment cinétique de spin correspondant à une rotation autour de leur axe. Beaucoup de noyaux atomiques peuvent avoir un moment magnétique, environ mille fois plus faible que celui des électrons : leur contribution à la susceptibilité magnétique est négligeable, mais on peut les mettre en évidence en résonance magnétique nucléaire.

Diamagnétisme

Le diamagnétisme est une propriété tout à fait générale de la matière qui ne peut être détectée que lorsque les autres effets magnétiques sont absents, c'est-à-dire lorsque les atomes du matériau ne possèdent pas de moment magnétique permanent. Soumis à un champ magnétique



Richard Colin

◀ *Figure 33 ; apparition d'un moment magnétique induit $\vec{\mu}$ pour un atome : effet diamagnétique.*

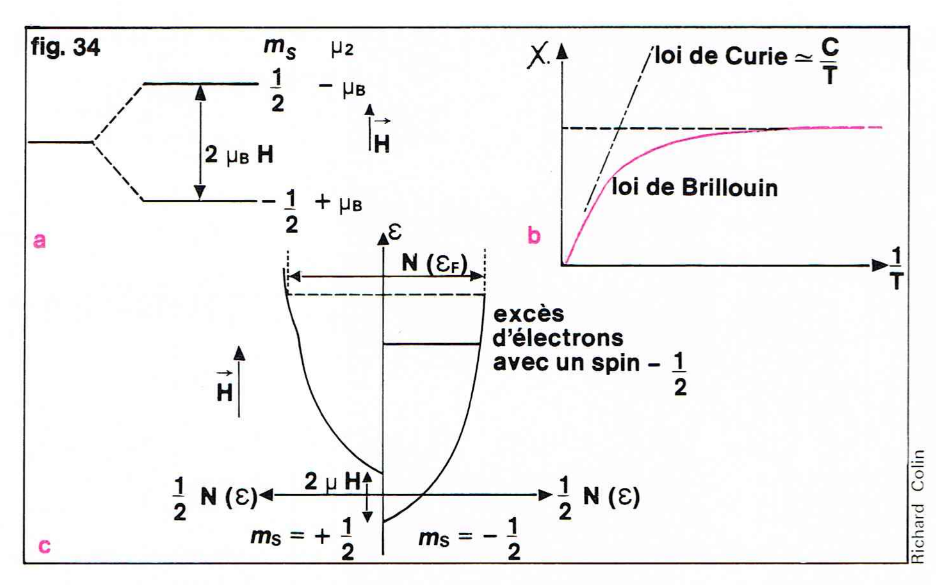
(*fig.* 33), les électrons d'un atome subissent des forces qui modifient leur mouvement orbital ; il apparaît ainsi un courant induit de sens tel que, en vertu de la loi d'induction de Lenz, il s'oppose à la variation de flux. Les moments magnétiques induits sont ainsi directement opposés au champ magnétique ; la susceptibilité diamagnétique, négative, est indépendante de la température et très faible en valeur absolue ($\chi \simeq -10^{-5}$). Ce résultat, dû initialement à P. Langevin, est en très bon accord avec des mesures faites dans des matériaux diélectriques.

Paramagnétisme

Le paramagnétisme est une propriété de certains matériaux ou de molécules qui possèdent un moment magnétique permanent ; il se traduit par une contribution positive à la susceptibilité magnétique. L'apparition du moment magnétique d'un atome est essentiellement liée à sa distribution électronique. Les électrons ayant un moment cinétique de spin $\hbar\vec{S}$, on leur associe un moment magnétique de spin $\vec{\mu}_S = -g_S\mu_B\vec{S}$ ($g_S = 2$, et $\mu_B = \frac{e\hbar}{2m}$ est le magnéton de Bohr) ; de plus, dans leur mouvement autour du noyau, ils possèdent un moment cinétique orbital $\hbar\vec{L}$, d'où un moment magnétique orbital

$$\vec{\mu}_{orb} = -\mu_B\vec{L}$$

Lorsque plusieurs électrons sont localisés sur une même couche électronique, le moment résultant s'obtient en

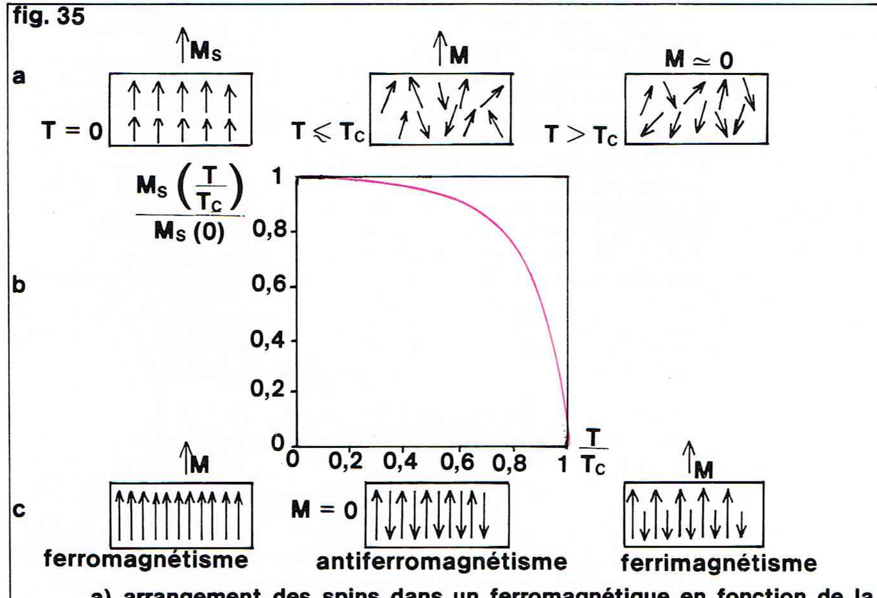


▲ *Figure 34.* (a) *Décomposition des niveaux d'énergie d'un électron de spin* S $= \frac{1}{2}$ *dans un champ magnétique. Le moment magnétique est opposé au spin* $\vec{S}$ *; dans l'état d'énergie minimale, le moment magnétique est parallèle à* $\vec{H}$. (b) *Représentation de la susceptibilité paramagnétique en fonction de la température.* (c) *Paramagnétisme de Pauli à 0 °K d'un métal.*

▼ *Figure 35 : voir développement dans le texte ci-contre.*

ajoutant tous les moments orbitaux et de spin suivant la règle de Hund. Lorsqu'une couche est complète, tous les électrons sont appariés avec des spins antiparallèles, et on démontre que le moment résultant est nul : une telle couche ne contribue qu'au diamagnétisme sous-jacent du matériau. Par contre, lorsqu'un atome ou un ion possède une couche interne incomplète, son moment magnétique résultant n'est pas nul ; ainsi, les ions des éléments de transition (groupe du fer et du palladium) et des terres rares sont paramagnétiques. Le paramagnétisme se rencontre également dans des atomes à l'état libre ou des molécules possédant un nombre impair d'électrons ; dans ce cas, le spin total de l'atome n'est pas nul.

En l'absence de champ magnétique, les moments sont orientés de façon aléatoire et l'aimantation résultante est nulle. Placé dans un champ, chaque moment acquiert une énergie $-\vec{\mu}\cdot\vec{H}$; il en résulte une réorientation des moments magnétiques limitée par l'agitation thermique. Statistiquement, il y a plus de moments alignés suivant $\vec{H}$ (correspondant à l'état de plus basse énergie) qu'en sens inverse, d'où apparition d'une aimantation. A haute température, la susceptibilité paramagnétique suit la loi de Curie $\chi = \frac{N\mu^2}{3\,k_B T} = \frac{C}{T}$, où N est le nombre de moments.



a) arrangement des spins dans un ferromagnétique en fonction de la température ;
b) aimantation relative en fonction de la température pour un ferromagnétique ;
c) comparaison à T = 0 °K des divers ordres magnétiques.

Les valeurs de χ déterminées expérimentalement sont de l'ordre de 10^{-3}.

Dans les métaux non ferromagnétiques (alcalins, cuivre...), on observe que la susceptibilité est faible (10^{-6}) et sensiblement indépendante de la température. En effet, seule une fraction des électrons libres au voisinage de la surface de Fermi contribue à la susceptibilité, appelée *susceptibilité de Pauli :* $\chi = \mu_B^2 N\,(\varepsilon_F)$.

Cet effet est parfois masqué par le diamagnétisme des atomes, car les contributions sont du même ordre de grandeur (*fig.* 34).

Ferromagnétisme et antiferromagnétisme

Certains matériaux présentent une aimantation spontanée, c'est-à-dire qu'ils possèdent des moments magnétiques permanents de même sens en l'absence de champ appliqué ; leur susceptibilité χ positive peut atteindre 10^3 ou plus. Cette propriété, appelée ferromagnétisme, ne peut être expliquée par le seul modèle des bandes ; il faut faire intervenir les interactions entre électrons pour obtenir une description de ce phénomène. Afin d'expliquer le comportement macroscopique de ces substances, P. Weiss, en 1907, a supposé l'existence d'un champ moléculaire dont l'effet est d'orienter les moments magnétiques dans certaines régions du cristal, appelées domaines. A l'état de repos, ces domaines s'orientent les uns par rapport aux autres de façon à minimiser l'énergie de l'ensemble, d'où l'origine de l'aimantation spontanée. Cette aimantation subsiste tant que le champ moléculaire reste compétitif devant le désordre thermique ; au-dessus d'une certaine température T_C, appelée température de Curie, l'ordre ferromagnétique disparaît et le matériau devient paramagnétique. En présence d'un champ magnétique, ces domaines tendent à basculer pour s'orienter parallèlement au champ, ce qui est l'équivalent d'un « paramagnétisme géant » (*fig.* 35).

Le champ moléculaire trouve son origine dans les interactions entre les moments magnétiques d'atomes voisins qui favorisent leur alignement. Cette interaction purement quantique, appelée interaction d'échange, résulte du recouvrement des fonctions d'onde électroniques et dépend de l'orientation relative des moments de spin $\vec{S}_i$ et $\vec{S}_j$, $U = -J\vec{S}_i\cdot\vec{S}_j$; J est l'intégrale d'échange.

Lorsque les spins électroniques proviennent d'ions différents, les valeurs de J sont négatives, ce qui favorise un alignement antiparallèle des spins. Si les spins sont ordonnés de façon que le moment résultant soit nul aux températures inférieures à une température critique (température de Néel), le matériau est *antiferromagnétique* (Mn O). Si le moment résultant est différent de zéro, on a un cristal *ferrimagnétique* (magnétite Fe_3O_4, grenat de fer $Y_3Fe_5O_{12}$ appelé YIG) ; ces substances, appelées ferrites, sont des isolants électriques utilisés dans certains dispositifs hyperfréquences (circulateurs).

Par contre, dans les métaux (Fe, Co, Ni), les valeurs de J sont positives, et les spins s'alignent parallèlement : ils sont *ferromagnétiques*. Dans ce cas, ce sont les électrons des bandes d'énergie 3 *d* qui interagissent en faveur d'une telle orientation. Les aimants permanents et les noyaux d'électro-aimants, aux performances très diversifiées, sont les applications les plus importantes des matériaux ferromagnétiques.

BIBLIOGRAPHIE

BEAM W. R., *Electronics of solids,* Mac Graw Hill, 1965. - BOULESTEIX C., BRUNEAUX M., *Électrons de conduction et surface de Fermi des métaux,* Monographies Dunod. - BURGER J. P., *la Supraconductivité des métaux, des alliages et des films minces,* Monographies de physique Masson, 1974. - de GENNES P. G., *Superconductivity of Metals and Alloys,* Benjamin, 1966. - KITTEL C., *Introduction à la physique de l'état solide,* 4e édition, Dunod, 1972. - MAC KELVEY J. P., *Solid State and Semi-conductor Physics,* Harper International, 1969. - MERCOUROFF W., *la Surface de Fermi des métaux,* Monographies de physique, Masson. - PISTOULET B., SAVELLI M., *Physique des dispositifs électroniques,* Dunod Université, 1969. - VAN DER ZIEL A., *Solid State Physical Electronics,* Prentice Hall, 1968. - ZIMAN Z. M., *Principles of the Theory of Solids,* Cambridge, 1964.

Cliché Thomson - CSF - M. Hermelin

LES HYPERFRÉQUENCES

En 1977, les télécommunications (relais hertziens, communications par satellites, contrôle des circulations routière, ferroviaire, aérienne et maritime), la recherche physique fondamentale (spectrométrie des solides, des liquides et des gaz, études des tissus biologiques, accélérateurs de particules) et certaines applications industrielles (fours) utilisent des sources émettant des ondes électromagnétiques de fréquences de plus en plus élevées et les circuits correspondants.

On démontre, en effet, que, pour transmettre un grand nombre d'informations, rapidement et avec un bon rapport signal sur bruit en puissance (1), il faut utiliser une large bande passante, donc travailler à fréquence élevée. Dans un système à porteuse, cela justifie l'adoption de fréquences très élevées où l'information est superposée comme une modulation (2). D'autre part, la montée en fréquence permet d'obtenir des renseignements de plus en plus riches dans l'étude de la matière.

(Les chiffres entre parenthèses notés en indice au cours de cet article se réfèrent à la bibliographie placée en fin de texte.)

Rappelons qu'une onde qui se propage dans un milieu infini qui est le vide, à la vitesse de la lumière *c*, à la fréquence *f*, présente une longueur d'onde $\lambda = \frac{c}{f}$. Les systèmes montrés sur les photographies de la *figure* 1 en a), b), c), d), e) mettent en œuvre des fréquences allant de 860 MHz à 10^6 GHz (GHz signifiant gigahertz, soit 10^9 hertz).

L'échelle de la *figure* 2 montre le spectre des fréquences concerné par le domaine dit des *hyperfréquences*. Il va de la centaine de mégahertz (1 MHz = 10^6 Hz) à 10^{15} Hz, c'est-à-dire la gamme des fréquences optiques.

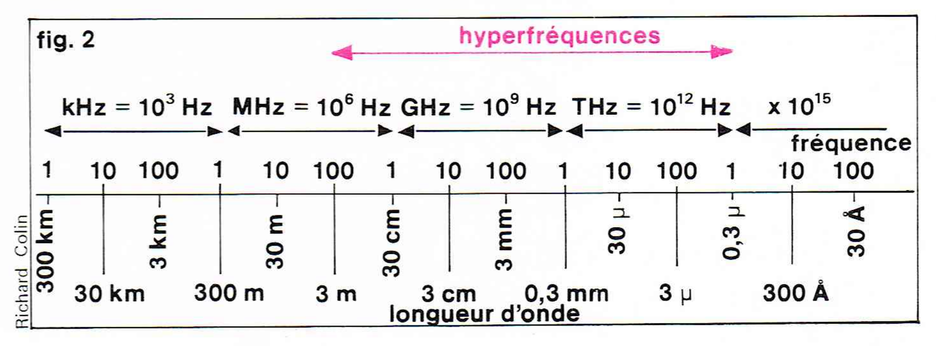
Si de grands progrès ont été réalisés depuis la dernière guerre mondiale, tant sur la puissance d'émission des sources, sur la directivité des antennes que sur l'intégration des circuits passifs et actifs, la théorie et les expériences fondamentales sur la propagation des ondes hertziennes avaient été effectuées dès la fin du XIXe siècle. Le schéma de la *figure* 3 évoque dans l'ordre chronologique les principaux travaux théoriques et expérimentaux menés à bien par leurs auteurs depuis la parution du *Grand Traité d'électricité et de magnétisme* de Maxwell, en 1873, jusque vers 1940.

longueur d'onde	
	1873 : MAXWELL J.C., *Grand Traité d'Electricité et de Magnétisme*, 1873.
	1876 : HEAVISIDE O., *Phil. Mag.*, Aug. 1876.
3 m → 66 cm	1887 : HERTZ H., *Sitz. KP, Akad Wiss Berlin*, t. L, 1888, traduit dans *J. Phys.*, 8, 1889.
	1891 : LECHER, *Wied Ann.*, t. XLII, 1891.
	1892 : BIRKELAND Kr., *Wied Ann.*, t. XLVII, 1892, traduit dans *J. Phys.*, 3, 1894.
10 cm → 3 cm	1897 : RIGHI A., *Mém. Rac. Sci. Inst. Bologna*, 516, 1897.
3 cm	1898 : BOSE J.C., *Roy. Soc. Proc.*, 42, 1898.
	1899 : POINCARÉ H., *Ecl. Elect.*, 28, 1899.
240 → 104 cm; 43 cm; 10 cm	1919 : BARKHAUSEN H., KURZ K., *Phys. Zeits.*, 21 Janv. 1920.
7 → 0,22 mm; 8,2 µ et 40 mm	1923 : NICHOLS E.F., TEAR J.D., *Nat. Acad. Sci. Proc.*, 9, June 1923.
	1924 : GLAGOLEWA A., ARKADIEWA, *Zeits f., Physiks*, 24, 1924.
	1936 : SCHELKUNOFF S.A., *Bell Syst. Techn. J.*, 15, Jan. 1936.
	1936 : CARSON J.R., *Bell Syst. Techn. J.*, 15 April 1936.
fig. 3	1939 : VARIAN R.H. et S.F., *J. of. Applied Physics*, 10 May 1939.

▲ *Figure 1a : station-relais du réseau hertzien à diffusion troposphérique (3 600 km en 14 bonds, dont 2 de près de 500 km). Fréquence : 830-960 MHz. Capacité de transmission : 120 voies téléphoniques. Fonctionnement en diversité 4 : c'est-à-dire en diversité d'espace et de fréquence (4 antennes) [Brésil, État du Mato Grosso, Urucum près de Corumbá (grande ville proche)].*

◀ *Figure 3 ; tableau des grands travaux théoriques et expérimentaux menés à bien par les auteurs, de 1873 jusqu'en 1940 : sont notés, à côté du nom de l'auteur, le titre de l'article original publié à cette occasion, et pour les expériences la longueur d'onde correspondante.*

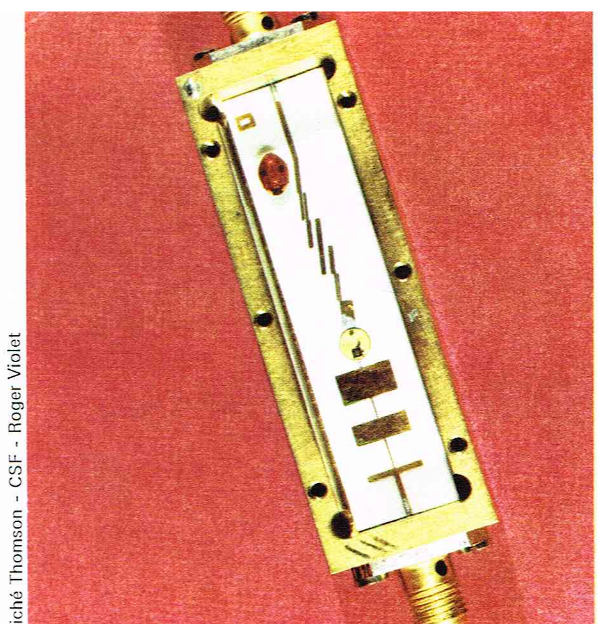
▼ *Figure 2 : le spectre des fréquences concerné par le domaine dit des* hyperfréquences.



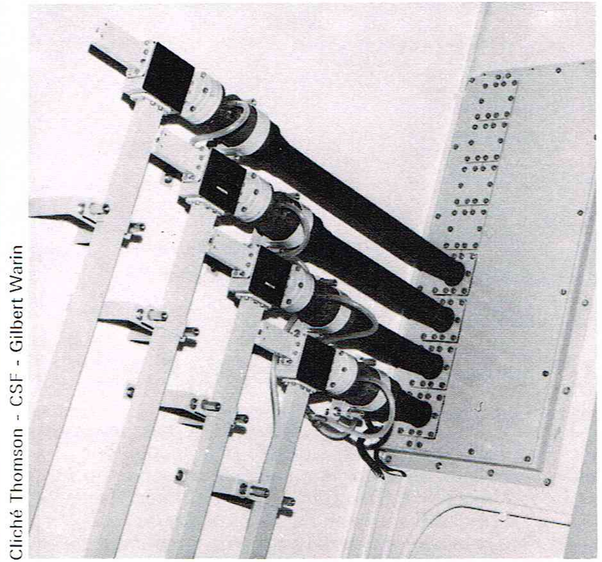
J. Guilloreau - Fotogram



Cliché Thomson - CSF - Roger Violet

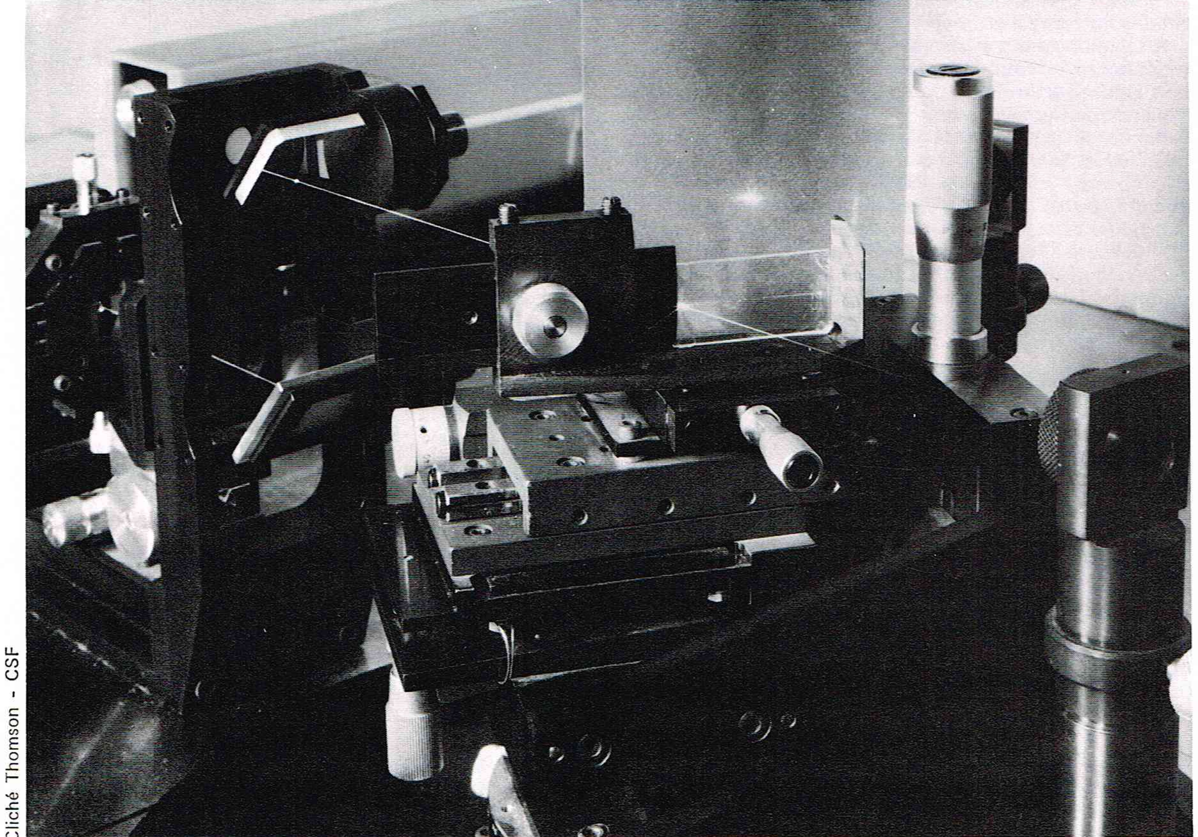


Cliché Thomson - CSF - Gilbert Warin

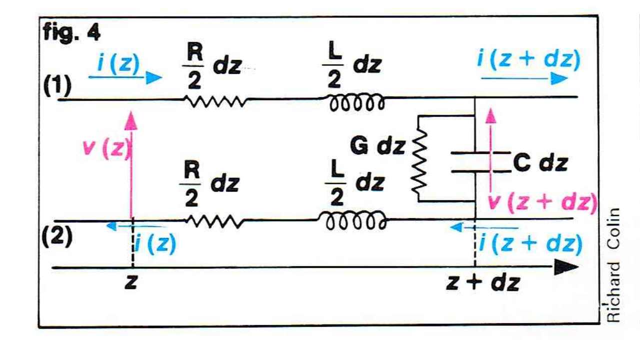


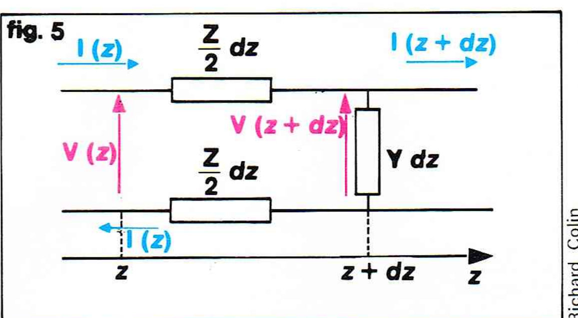
▲▶ Ci-dessus, figure 1b : tour hertzienne principale des P. et T. françaises à Meudon (f = 6 GHz). A droite en haut, figure 1d ; multiplicateur de fréquence réalisé en microbande : sortie bande X (f ≃ 10 GHz). En bas, figure 1c ; guides à l'intérieur d'une tour : sortie étanche des guides elliptiques, raccordement aux guides rectangulaires et guides rectangulaires.

Cliché Thomson - CSF



▶ Figure 1e : propagation dans un guide d'onde optique avec couplage par réseau (f ≃ 10^6 GHz).





◀ *A gauche, figure 4 : représentation schématique d'une ligne de transmission constituée de deux conducteurs plongés dans un matériau diélectrique. A droite, figure 5 : représentation schématique d'une ligne dans le cas où la source applique à l'entrée de la ligne en z = 0 une tension sinusoïdale E_g.*

La propagation d'un phénomène sinusoïdal se traduit par la relation $A = a \cos(\omega t - \beta z + \Phi)$ avec $\omega = 2\pi f$, $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Supposons que A soit la tension ou le courant en un point donné d'abscisse z à l'instant t.

— Si toutes les distances considérées z sont beaucoup plus petites que λ, on voit que A ne dépend que du temps t : *c'est l'approximation des états quasi stationnaires.*

Exemple : $f = 50$ Hz, $\lambda = 6\,000$ km : A a la même valeur en tous les points d'une ville ($c = 3 \cdot 10^8$ m/s) ; on parle alors de circuits à *constantes localisées.*

— Si z n'est plus négligeable devant λ, alors, à un instant t donné, A dépend de z. Dans ce cas, le circuit considéré est à *constantes réparties* ou *distribuées.*

Exemple : $f = 10^{10}$ Hz, $\lambda =$ 3 cm. Si f croît, λ diminue, et les dimensions du circuit deviennent importantes devant λ. C'est dans ce dernier cas que nous nous plaçons désormais.

Les lignes de transmission en hyperfréquence

Pour aborder l'étude des lignes de transmission et des circuits en hyperfréquence, il faut utiliser et la *théorie des circuits,* et la *théorie de l'électromagnétisme,* parfois séparément, parfois simultanément.

La théorie des circuits envisage des tensions V et des courants I dans des dispositifs constitués d'éléments idéalisés, chacun d'entre eux étant caractérisé par une relation du type $V = f(I)$ à ses bornes.

La théorie des circuits ne tient donc pas compte de la *géométrie* du dispositif réel, sauf en ce qui concerne la façon dont sont connectés les éléments entre eux. C'est en cela que résident la force et les limitations de la théorie des circuits. Par exemple, une bobine conductrice peut être une résistance, une inductance, un résonateur, une antenne de télévision, l'hélice d'un tube à onde progressive ou un ressort de lit ! [17] [18]. Cette description montre qu'il n'y a pas une correspondance unique entre l'apparence physique d'un objet et sa fonction, même si le dispositif en question est connu pour produire un champ électromagnétique, s'il est parcouru par un courant. Les caractéristiques du champ électromagnétique créé dans l'environnement de la bobine dépendent pour une large part de la fréquence d'excitation. En conséquence, les *propriétés du champ* déterminent les *fonctions* que le dispositif peut avoir dans un montage donné. Nous envisageons donc successivement la propagation le long d'une ligne en termes de tension et courant puis en termes de champs électrique et magnétique.

Description des lignes à l'aide de la théorie des circuits [19]

Équation des télégraphistes et des radio-électriciens en régime quelconque

Une ligne de transmission constituée de deux conducteurs plongés dans un matériau diélectrique — deux fils parallèles ou deux plans parallèles, ou deux conducteurs coaxiaux noyés dans un diélectrique — peut être symbolisée par le schéma de la *figure* 4 où est représenté un petit élément de ligne de longueur dz. Le circuit est défini par des éléments distribués tels que L, C, R, G, qui sont respectivement le coefficient d'auto-induction, la capacité, la résistance et la conductance par unité de longueur. Au courant $i(z)$ qui se propage dans le brin (1) correspond un courant $i(z)$ dans le brin (2), de même amplitude dans un même plan transversal, mais de sens opposé. Entre les deux brins, il existe une tension $v(z)$. R caractérise les pertes par unité de longueur (ohm/mètre) dans les fils conducteurs de coefficient d'auto-induction L (henry/mètre), G caractérise les pertes par unité de longueur (mho/mètre) dans le diélectrique de capacité C (farad/mètre).

Dans le plan d'abscisse z, on définit un courant $i(z)$ et une tension $v(z)$. La loi de Kirchhoff et la loi des mailles [20] appliquées au circuit de la *figure* 4 conduisent à :

$$-\frac{\partial v}{\partial z} = Ri + L\frac{\partial i}{\partial t} \quad \text{et} \quad -\frac{\partial i}{\partial z} = Gv + C\frac{\partial v}{\partial t}$$

La dérivation par rapport à z de ces deux équations donne l'équation des télégraphistes en régime quelconque :

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = RGv + (RC + LG)\frac{\partial v}{\partial t} + LC\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

Dans le cas où la ligne ne présente pas de pertes, $R = G = 0$. Cette équation s'écrit sous la forme

$$\frac{\partial^2 v}{\partial z^2} = LC\frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

équation dite des radio-électriciens.

Heaviside a établi l'équation des télégraphistes en 1876 à partir des concepts de tension et de courant et des lois de Kirchhoff. Vers 1900, Henri Poincaré retrouve cette équation à partir des équations de Maxwell.

L'équation des radio-électriciens admet comme solution générale $v = f_1(z - ut) + f_2(z + ut)$ où u est une constante arbitraire choisie telle que $LCu^2 = 1$: u n'est autre que la vitesse de phase de l'onde. A $v_1 = f_1(z - ut)$ correspond une onde se propageant vers les z positifs, à $v_2 = f_2(z + ut)$ correspond une onde se propageant vers les z négatifs.

Équation des télégraphistes en régime sinusoïdal

Le régime sinusoïdal est très important, car tout régime périodique en fonction du temps peut être décomposé en sommes de fonctions sinusoïdales grâce au développement en série de Fourier, et s'il n'est pas périodique, en intégrales de Fourier.

Dans le cas où la source applique à l'entrée de la ligne, en $z = 0$, une tension sinusoïdale E_g, un petit élément dz de ligne peut être représenté par le schéma de la *figure* 5, où $Z = R + j\omega L$ et $Y = G + j\omega C$. Dans ce cas, l'équation des télégraphistes s'écrit $\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = ZYV$. De même, $\frac{\partial^2 I}{\partial z^2} = ZYI$. La solution de l'équation $\frac{\partial^2 V}{\partial z^2} = ZYV$ est $V = V_1 e^{-\gamma z} + V_2 e^{+\gamma z}$ où $\gamma = \sqrt{ZY}$ et où V_1 et V_2 sont des constantes complexes. Le courant I est alors donné par $I = \frac{1}{Z_0}(V_1 e^{-\gamma z} - V_2 e^{+\gamma z})$ avec $Z_0 = \sqrt{\frac{Z}{Y}}$. Z_0 est appelé *impédance caractéristique* de la ligne.

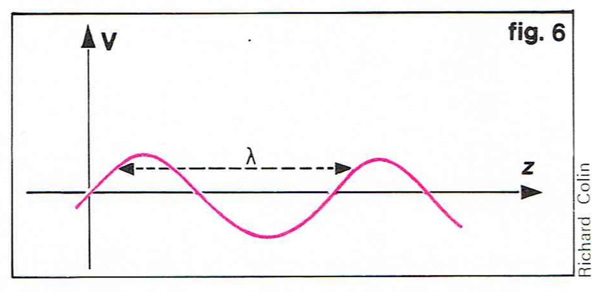
Dans le cas où la ligne est sans pertes, $Z_0 = \sqrt{\frac{L}{C}}$. Pour un câble coaxial de rayons a et b pour les conducteurs intérieurs et extérieurs :

$$C = \frac{2\pi\varepsilon}{\text{Log}\frac{b}{a}}, \quad L = \frac{\mu}{2\pi}\text{Log}\frac{b}{a}, \quad Z_0 = \sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0}} \cdot \sqrt{\frac{\mu_r}{\varepsilon_r}}\frac{1}{2\pi}\text{Log}\frac{b}{a}$$

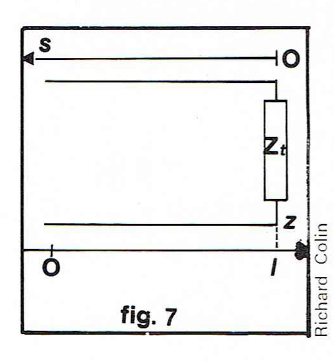
Exemple :

$\frac{b}{a} = 3{,}9$ $\quad C = 96$ pF/m $\quad L = 0{,}24$ µH/m $\quad Z_0 = 50\ \Omega$

▶ *Figure 6 : la longueur d'onde λ est à un instant donné la plus petite longueur dont il faut se déplacer pour retrouver la même valeur du potentiel.*



▼ *Figure 7 : représentation schématique d'une ligne fermée par une impédance Z_t.*



Les paramètres $\varepsilon = \varepsilon_0 \varepsilon_r$, $\mu = \mu_0 \mu_r$ supposés indépendants de la fréquence sont définis de la façon suivante :

ε : permittivité diélectrique absolue du diélectrique (farad/m) ;

$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_0}$: permittivité diélectrique relative du diélectrique ;

μ : perméabilité magnétique absolue du conducteur (henry/m) ;

$\mu_r = \frac{\mu}{\mu_0}$: perméabilité magnétique relative du conducteur ;

$\mu_0 = 4\,\pi\,10^{-7}$ (henry/m) par convention ;

$\varepsilon_0 = \frac{1}{36\,\pi\,10^9}$ (farad/m) est calculée grâce à la relation :

$\varepsilon_0 \mu_0 c^2 = 1$ où c, vitesse de la lumière, est mesurée (m/s).

Dans la plupart des cas, même pour des lignes à faibles pertes, on considère Z_0 comme réelle et égale à $\sqrt{\frac{L}{C}}$. Il n'en est pas de même pour la constante $\gamma = \alpha + j\beta$. α est le coefficient d'atténuation exprimé en nepers/m, et β la constante de propagation exprimée en m^{-1} ; α et β sont de même signe. Par conséquent, la présence de pertes atténue toujours l'onde dans son sens de propagation.

Exemple : prenons β positif, dans ce cas α aussi est positif. La tension V d'une onde se propageant vers les z positifs s'écrit $V = |V_1|\, e^{-\gamma z} \cos(\omega t - \beta z + \Phi)$. L'amplitude décroît au fur et à mesure que z croît.

Cas particulier :

a) pour une ligne sans pertes, $R = G = 0$, ce qui donne $\alpha = 0$, $\beta = \omega\sqrt{LC}$;

b) pour une ligne à faibles pertes

$$\alpha = \frac{R}{2\sqrt{\frac{L}{C}}} \qquad \beta = \omega\sqrt{LC}$$

Il reste à définir la vitesse de phase $u = \frac{\omega}{\beta}$. Dans le cas où la ligne bifilaire est plongée dans le vide, $u = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$.

La longueur d'onde λ est à un instant donné la plus petite longueur dont il faut se déplacer pour retrouver la même valeur du potentiel (et avec la même pente) [*fig.* 6] :

$$\omega t_1 - \beta(x + \lambda) + \Phi = \omega t_1 - \beta x + \Phi - 2\,k\pi$$

$$\text{Pour } k = 1, \qquad \beta = \frac{2\,\pi}{\lambda}$$

Impédance et coefficient de réflexion en un point d'une ligne

Plaçons une impédance Z_t à l'extrémité de la ligne en $z = l$, on dit que l'on a fermé la ligne par une impédance Z_t, c'est une condition aux limites de la ligne (*fig.* 7).

Dans le plan $z = l$, $V(l) = Z_t I(l)$, soit :

$$Z_t = \frac{V(l)}{I(l)} = Z_0 \frac{V_1 e^{-\gamma l} + V_2 e^{+\gamma l}}{V_1 e^{-\gamma l} - V_2 e^{+\gamma l}}$$

On appelle impédance réduite ou normalisée $z_t = \frac{Z_t}{Z_0}$.

Il vient :

$$z_t = \frac{1 + \frac{V_2}{V_1} e^{+2\gamma l}}{1 - \frac{V_2}{V_1} e^{+2\gamma l}}$$

Le rapport $\frac{V_2}{V_1} e^{+2\gamma l}$ est égal au rapport du potentiel de l'onde réfléchie et du potentiel de l'onde incidente dans le plan $z = l$:

$$\text{on pose } \Gamma_0 = \frac{V_2}{V_1} e^{+2\gamma l}$$

$$\text{dans ce cas, } z_t = \frac{1 + \Gamma_0}{1 - \Gamma_0}$$

Cette relation est généralisable dans tout plan de la ligne où le coefficient de réflexion Γ et l'impédance Z sont liés par la même relation :

$$\Gamma(z) = \frac{V_2}{V_1} e^{+2\gamma z} \rightleftarrows Z = \frac{V(z)}{I(z)} = Z_0 \frac{1 + \Gamma(z)}{1 - \Gamma(z)}$$

Si l'on prend comme origine des abscisses le plan $z = l$ (*fig.* 7) avec $s + z = l$, alors $\Gamma = \Gamma_0 e^{-2\gamma s}$ et, pour une ligne sans pertes, $\Gamma = \Gamma_0 e^{-2j\beta s}$. Si $\Gamma_0 = \rho_0 e^{j\theta_0}$ et $\Gamma = \rho e^{j\theta}$

$$\rho = \rho_0 e^{-2\alpha s} \quad \text{et} \quad \theta = \theta_0 - 2\,\beta s$$

Abaque de Smith

L'impédance réduite z_t et le coefficient de réflexion défini dans le même plan Γ_0 sont liés par la relation

$$\Gamma_0 = \frac{z_t - 1}{z_t + 1}$$

Connaissant Γ_0 en module et en phase, on peut en déduire z_t par la relation $z_t = \frac{1 + \Gamma_0}{1 - \Gamma_0}$ mais l'abaque de Smith permet le passage direct sans calcul.

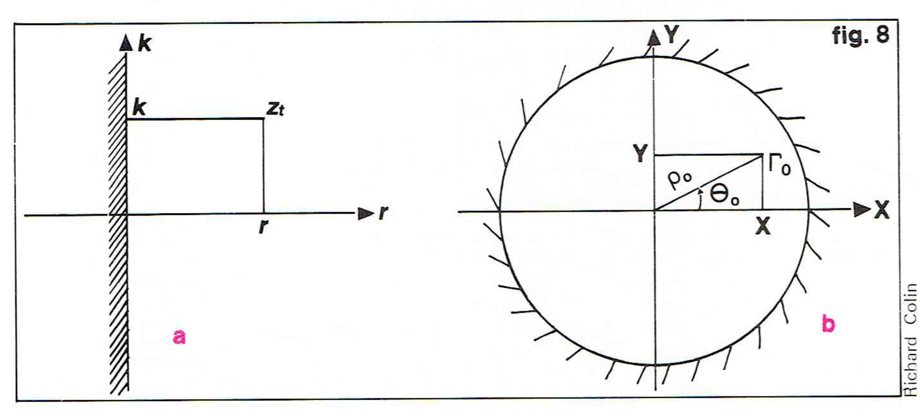
Posons $z_t = r + jk$

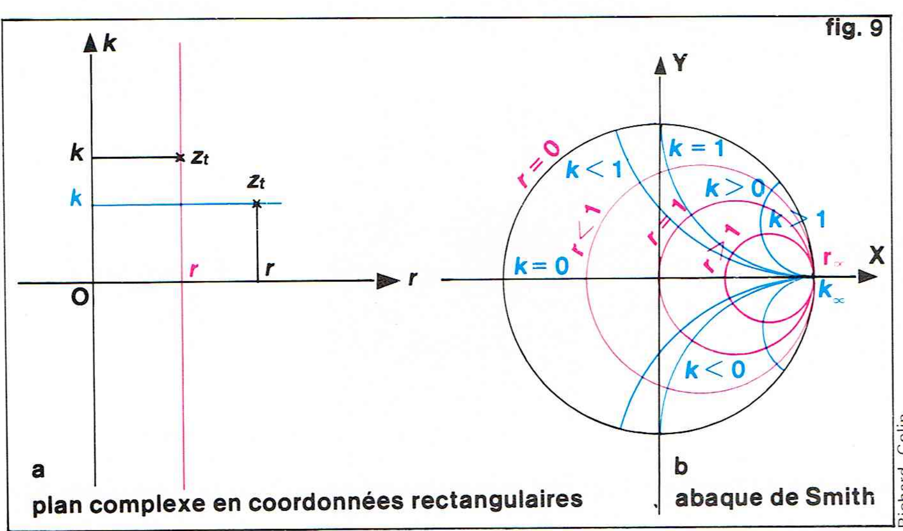
il vient $\Gamma_0 = X + jY$

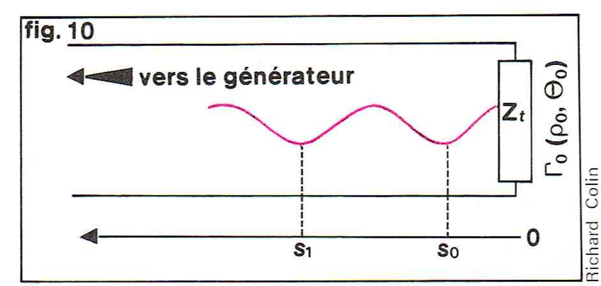
$$\text{avec } X = \frac{r^2 - 1 + jk}{(r+1)^2 + k^2} \quad \text{et} \quad Y = \frac{2\,k}{(r+1)^2 + k^2}$$

Au plan complexe en coordonnées rectangulaires (*fig.* 8a) correspond, par transformation conforme, le plan complexe en coordonnées curvilignes (*fig.* 8b).

▼ *Ci-dessous, figure 8 : (a) plan complexe en coordonnées rectangulaires auquel correspond, par transformation conforme, le plan complexe en coordonnées curvilignes (b). En bas, figure 9 : voir démonstration dans le texte.*







a) Si $r =$ constante, k variant (*fig.* 9a), le lieu de l'affixe de $\vec{\Gamma}_0$ est une famille de cercles (*fig.* 9b) d'équation

$$\left(X - \frac{r}{r+1}\right)^2 + Y^2 = \left(\frac{1}{r+1}\right)^2$$

b) Si $k =$ constante, r variant (*fig.* 9a), le lieu de l'affixe de Γ_0 est une famille de cercles (*fig.* 9b) d'équation :

$$(X-1)^2 + \left(Y - \frac{1}{k}\right)^2 = \frac{1}{k^2}$$

La donnée simultanée de r et k donne Γ_0 et inversement ; la donnée simultanée de ρ_0 et θ_0 donne z_t. Notons que le diagramme en impédance est le même que le diagramme en admittance.

Principe de toutes les mesures sur les lignes sans pertes ; lectures sur l'abaque de Smith

Z_t est déduit de la mesure de Γ_0.

a) *Détermination expérimentale de* $|\Gamma_0| = \rho_0$

L'onde incidente $V_1 e^{-j\beta z}$ et l'onde réfléchie $V_2 e^{+j\beta z}$ déterminent, le long de la ligne, des maximums V_M et des minimums V_m de potentiel tels que $|V_M| = |V_1|(1+\rho)$ et $|V_m| = |V_1|(1-\rho)$; on appelle taux d'ondes stationnaires S (en anglais, voltage standing waveratio) le rapport $\left|\frac{V_M}{V_m}\right|$. Puisque la ligne est sans pertes, $\rho = \rho_0$ et $S = \frac{1+\rho_0}{1-\rho_0}$, il suffit donc de mesurer S pour en déduire ρ_0.

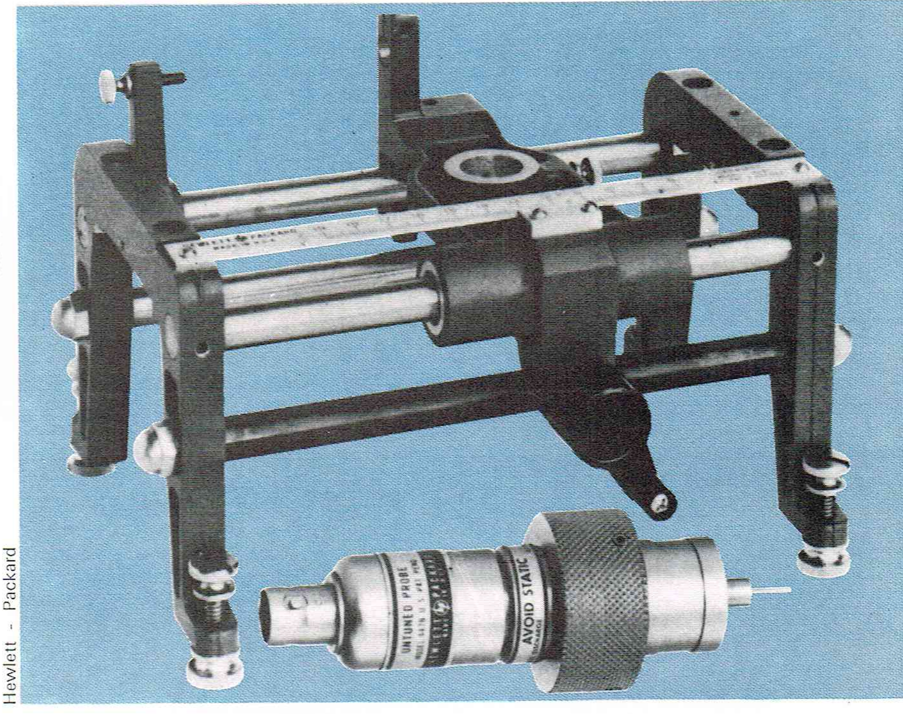
b) *Détermination expérimentale de* Arg $\Gamma_0 = \theta_0$

On a vu que $\theta = \theta_0 - 2\beta s$. Notons s_0 l'abscisse du 1er minimum à partir de la charge (*fig.* 10). En ce point, $\theta s_0 = \theta_0 - 2\beta s_0 = -\pi$ d'où $\theta_0 = -\pi + 2\beta s_0$. Il suffit donc pour déterminer θ_0 de mesurer la distance du 1er minimum à la charge.

c) *Détermination expérimentale de* $\beta = \frac{2\pi}{\lambda}$

Notons s_1 l'abscisse du 2e minimum (*fig.* 10). En ce point, $\theta s_1 = \theta_0 - 2\beta s_1 = -3\pi$. Compte tenu de l'expression de θs_0 précédemment trouvée, il vient $\beta = \frac{\pi}{s_0 - s_1}$ ce qui donne la valeur de λ.

Les mesures décrites ci-dessous s'effectuent point par point à l'aide d'une ligne de mesure à fente (*fig.* 11). On peut obtenir les mêmes résultats, mais de manière automatique, à l'aide d'un analyseur de réseaux (*fig.* 12).



▲ *A gauche, figure 10 : détermination expérimentale de Arg* Γ_0. *A droite, figure 11 : ligne de mesure à fente et sa sonde.*

Transformation d'impédance par une ligne

Si l'on coupe une ligne terminée par une charge Z_t (*fig.* 13a), au point d'abscisse s, l'impédance Z que l'on doit mesurer à cet endroit (après avoir retiré Z_t et le tronçon de ligne), pour que la répartition du courant et du potentiel entre le générateur et le point s soit inchangée, est telle que

$$Z = Z_0 \frac{Z_t + \text{th}\,\gamma s}{Z_0 + Z_t\,\text{th}\,\gamma s}$$

Dans le cas d'une ligne sans perte :

$$Z = Z_0 \frac{Z_t + j\,\text{tg}\,\beta s}{Z_0 + jZ_t\,\text{tg}\,\beta s}$$

Remarque : on utilise la même expression pour le calcul des impédances élastiques dans l'étude de la propagation des ondes élastiques dans un solide [20].

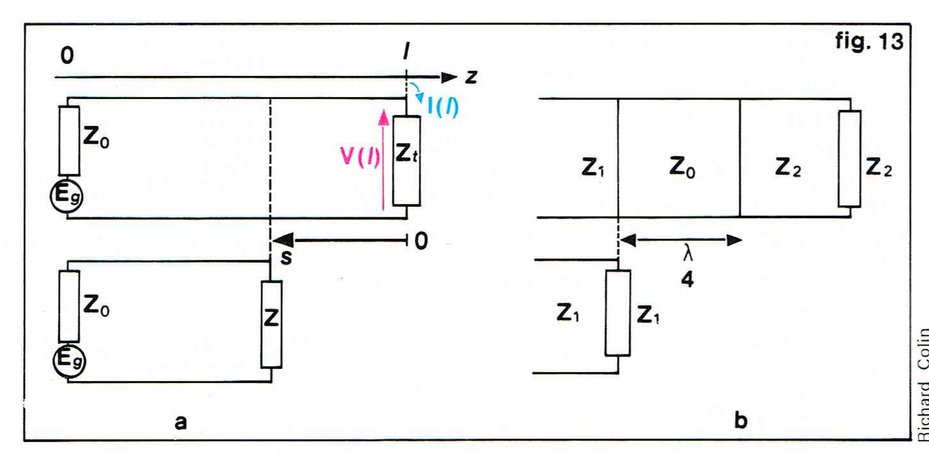
Application : une ligne $\lambda/4$ d'impédance caractéristique égale à Z_0 adapte deux lignes d'impédance caractéristique Z_1 et Z_2 si $Z_0^2 = Z_1 Z_2$ (*fig.* 13b).

Puissance active

La puissance transmise du générateur à la charge (*fig.* 13a) s'écrit $P = \frac{1}{2}\,\text{Re}\,V(l) \cdot I^*(l)$



◀ *Figure 12 : un analyseur automatique de réseaux.*



Richard Colin

Dans le cas d'une ligne à perte $P = \frac{1}{2} \frac{|V_1|^2}{Z_0} e^{-2\alpha l} (1 - \rho_0^2)$

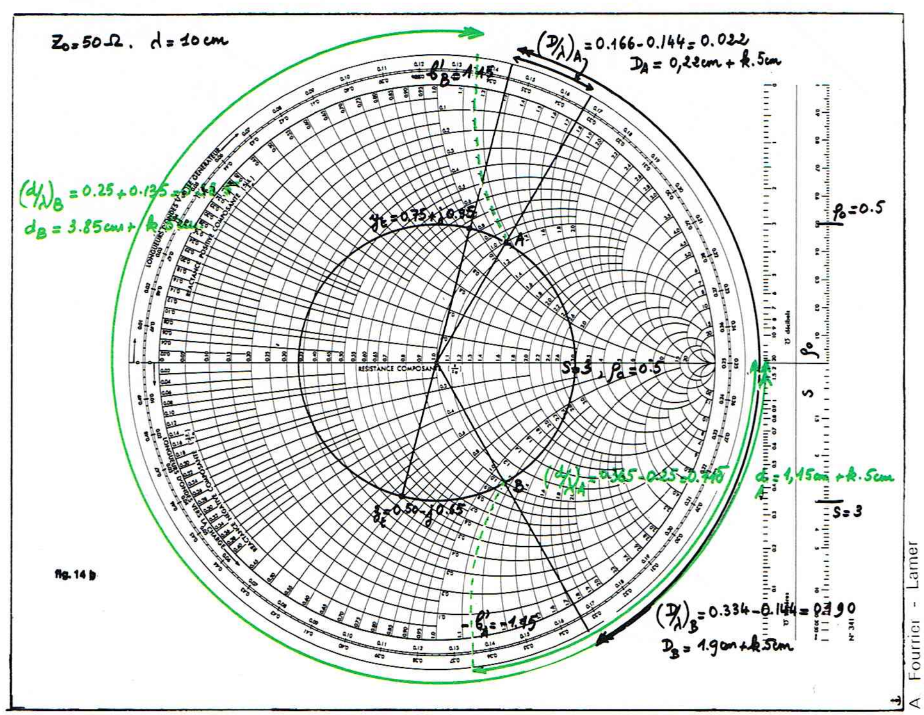
On appelle puissance incidente la quantité

$$P_i = \frac{1}{2} \frac{|V_1|^2}{Z_0} e^{-2\alpha l}$$

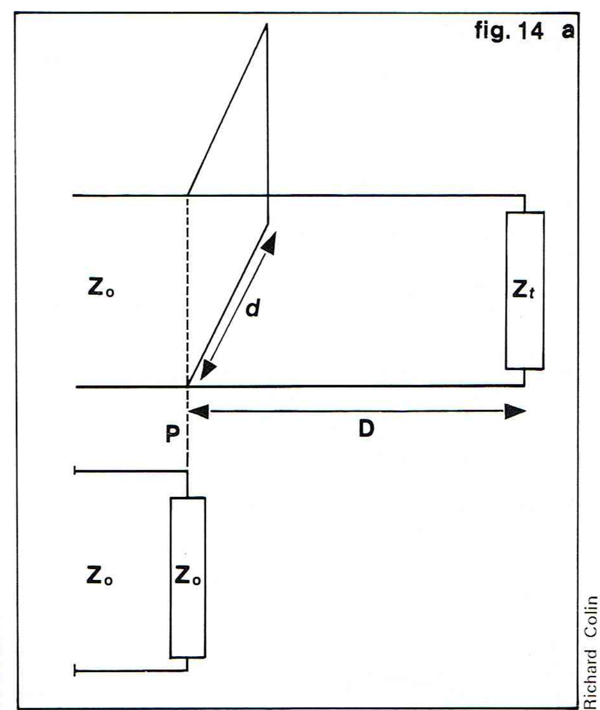
$P_r = \rho_0^2 P_i$ est la puissance réfléchie et $P = P_i - P_r$ la puissance transmise. Cette dernière peut être dissipée, emmagasinée ou réfléchie.

Adaptation à stub à fréquence fixe

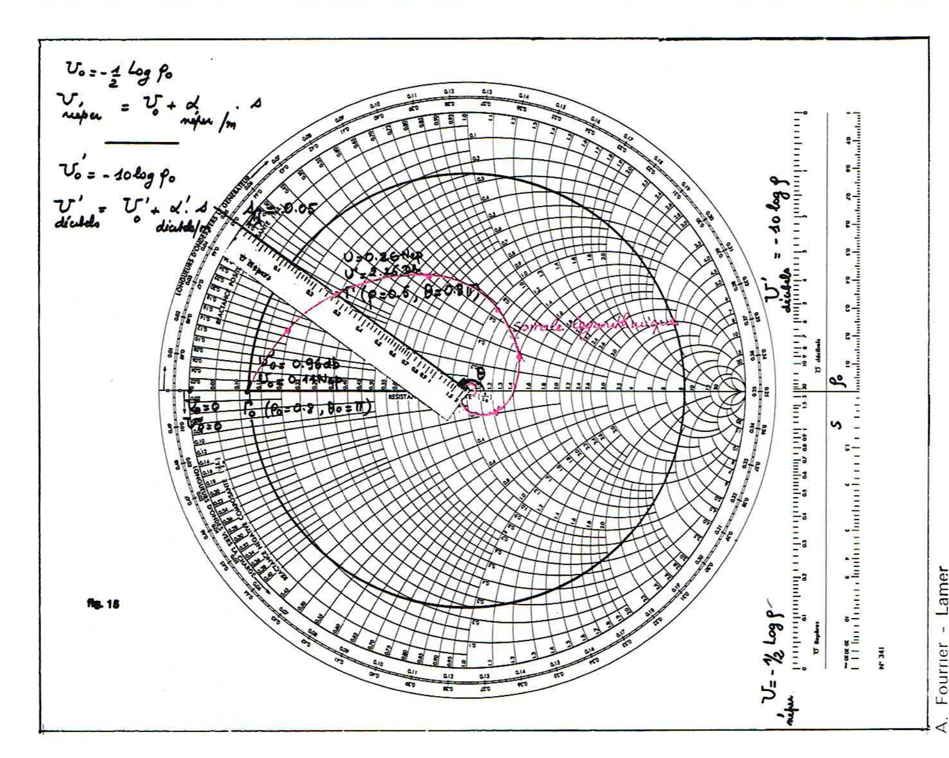
Le but est de transférer le maximum d'énergie à la charge. Pour ce faire, on rend l'impédance apparente à l'entrée de la ligne égale à Z_0 impédance caractéristique de cette ligne. On utilise des éléments non dissipatifs placés en parallèle ou en série sur la ligne. Une ligne court-circuitée de longueur *d*, appelée stub, de même impédance caractéristique Z_0, permet cette adaptation.



A. Fournier - Lamer



Richard Colin



A. Fournier - Lamer

Exemple : adaptation à un stub en parallèle (*fig.* 14a) ; cette adaptation se fait en deux temps.

— Adaptation de la partie réelle qui fixe la distance du plan du stub à la charge, soit D ; $y_{enP} = 1 + jb'$.

— Annulation de la partie imaginaire grâce à un stub de susceptance $-jb'$ qui fixe sa longueur *d*; ce problème se résout à l'aide de l'abaque. Il existe deux groupes de solutions — points A et B (*fig.* 14b).

Dans une situation où l'on ne peut déplacer le stub le long de la ligne, on envisage l'adaptation par deux stubs ou même trois stubs fixes.

Ligne avec pertes

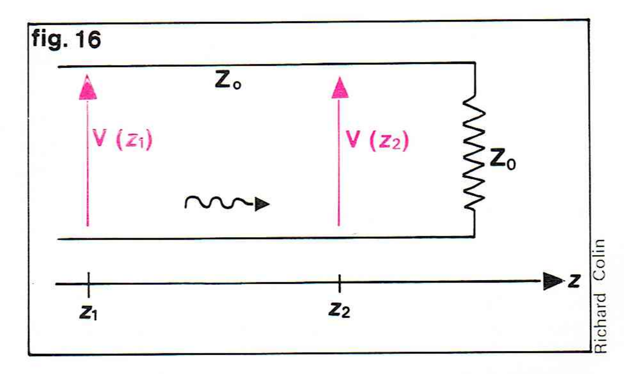
Lorsqu'une ligne est sans pertes, l'affixe du coefficient de réflexion sur l'abaque de Smith se déplace sur un cercle de rayon ρ_0, lorsque *s* croît.

Lorsqu'une ligne présente des pertes, ce n'est plus le cas, en effet $\rho = \rho_0 e^{-2\alpha s}$. Or $\theta = \theta_0 - 2\beta s$, donc $\rho = \rho_0 e^{\frac{\alpha}{\beta}(\theta - \theta_0)}$ qui est l'équation polaire de l'affixe de $\vec{\Gamma}$ qui se déplace alors sur une spirale logarithmique (*fig.* 15). Comment varie le module du potentiel le long de la ligne ?

$V = V_1 e^{-\gamma z} + V_2 e^{+\gamma z}$ et $\Gamma = \frac{V_2}{V_1} e^{+2\gamma z}$ donnent

$$|V|^2 = |V^1|^2 e^{-2\alpha l} \cdot e^{+2\alpha s} [1 + 2 \rho_0 e^{-2\alpha s} \cos(\theta_0 - 2\beta s) + \rho_0^2 e^{-4\alpha s}]$$

La notion de taux d'ondes stationnaires ne peut plus s'appliquer puisque α est différent de zéro.



Envisageons une ligne terminée par son impédance caractéristique Z_0 et deux points z_1 et z_2 tels que

$$z_2 - z_1 = 1 \text{ m} \qquad (fig.\ 16)$$

On pose $\alpha = \text{Log}\dfrac{|V(z_1)|}{|V(z_2)|}$ (logarithme népérien). α s'exprime en nepers/mètre. On définit aussi un coefficient d'atténuation α' exprimé en décibels/mètre

$$\alpha' = 20 \log \frac{|V(z_1)|}{|V(z_2)|} \qquad \text{(logarithme décimal)}$$

et α neper/mètre $= 0{,}115\ \alpha'$ dB/mètre.

Pour un câble coaxial en cuivre et téflon, $\alpha \# 1$ dB/m à 10 GHz.

Exemple : sur l'abaque (*fig.* 15), deux réglets U neper et U'dB donnent l'atténuation en nepers et en dB respectivement.

Exemple : Γ_0 ($\rho_0 = 0{,}8, \theta_0 = \pi$) $\lambda = 1$ m, $\alpha = 3$ nep/m. Quelle est la valeur de Γ à 5 cm de la charge ? Réponse : Γ ($\rho = 0.6$, $\theta = 0{,}8\ \pi$) [*fig.* 15].

Description des lignes à l'aide de la théorie électromagnétique [21]

Équations de Maxwell - Théorème de Poynting - Équation de propagation - Conditions aux limites

Après nous être attaché à la description d'une ligne de transmission en termes de tension et de courant, et après avoir vu les limitations de la théorie des circuits qui ne permet pas de décrire les caractéristiques physiques d'une ligne, faisons appel aux concepts de *champ électromagnétique*.

Nous reviendrons ultérieurement sur les fondements qui permettent de décrire indifféremment l'interaction entre un circuit électrique et une onde en termes de tension et de courant ou en termes de champs électrique et magnétique.

En électromagnétisme, on utilise six variables liées entre elles, chacune étant fonction de deux variables indépendantes, le temps t et l'espace r :

1) la densité de charges libres $\rho\ (r, t)$ [coulomb/m³] ;

2) la densité de courant $\vec{J}\ (r, t)$ [ampère/m²] ;

3) l'intensité de champ électrique $\vec{E}\ (r, t)$ [volt/m] ;

4) l'induction magnétique $\vec{B}\ (r, t)$ [weber/m²] ou densité de flux magnétique ;

5) l'induction électrique $\vec{D}\ (r, t)$ [coulomb/m²] ou densité de flux électrique ;

6) l'intensité de champ magnétique $\vec{H}\ (r, t)$ [ampère/m].

Les équations de Maxwell décrivent les lois suivantes :

a) la conservation des charges (loi de Gauss) $\text{div}\ \vec{D} = \rho$;

b) la loi de Faraday $\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{E} = -\dfrac{\partial \vec{B}}{\partial t}$;

c) le théorème d'Ampère $\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{H} = \vec{J} + \dfrac{\partial \vec{D}}{\partial t}$;

d) l'inexistence de charges magnétiques $\text{div}\ \vec{B} = 0$.

Dans le cas de champs *dépendant du temps*, elles prennent les formes écrites ci-dessus. En conséquence, les champs E (r, t) et H (r, t) sont couplés de façon bilatérale. Pour achever la détermination des six variables, on établit des relations du même type que celles qui existent dans la théorie des circuits entre V et I mais qui décrivent les propriétés du milieu au point considéré. Dans le cas d'un milieu isotrope, $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$ (e), $\vec{B} = \mu\vec{H}$ (f), $\vec{C} = \sigma\vec{E}$ (g) où ε est la permittivité électrique absolue (farad/m), μ est la perméabilité magnétique absolue (henry/m), σ est la conductibilité (mho/m),

$\vec{C}$ est la partie de la densité de courant totale $\vec{J}$ qui varie avec les champs. Dans ce cas, $\vec{J} = \vec{C} + \vec{J}_0$ (h) où $\vec{J}_0$ est la densité de courant de *source* indépendante du champ.

Dans le cas de *champ indépendant du temps*, les équations de Maxwell s'écrivent :

a') $\text{div}\ \vec{D} = \rho$, b') $\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{E} = 0$,

c') $\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{H} = \vec{J}$ $(\sigma \neq 0)$, d') $\text{div}\ \vec{B} = 0$.

Pour la solution électrostatique,

$$\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{E} = 0 \rightarrow \vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\ V$$

qui conduit à l'équation de Poisson $\Delta V = \frac{\rho}{\varepsilon}$, et dans le cas où $\rho = 0$ à l'équation de Laplace $\Delta V = 0$. On voit que les champs E et H ne sont plus couplés ($\sigma = 0$), ou du moins couplés de façon unilatérale ($\sigma \neq 0$).

A partir des éléments exposés, peut-on mettre en évidence que la transmission d'énergie à travers l'espace est possible ? Oui, c'est le théorème de Poynting qui le montre. Considérons une surface S fermée délimitant un volume V (*fig.* 17). Les grandeurs introduites vérifient la relation :

$$-\int_V \vec{J}_0 \cdot \vec{E} dv = \int_V \sigma\ |E|^2\ dv +$$

$$\int_V \left(\vec{E}\,\frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{H}\,\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}\right) dv + \int_S \vec{n}\ (\vec{E} \wedge \vec{H})\ dS$$

$$P = Pd + \frac{\partial}{\partial t}(W_E + W_H) + Pr$$

P est la puissance fournie par les sources, Pd la puissance dissipée, $\frac{\partial}{\partial t}(W_E + W_H)$ la variation d'énergie moyenne emmagasinée dans V, et Pr la puissance qui quitte le volume V à travers S. Cette relation est un bilan énergétique. On pose $\vec{E} \wedge \vec{H} = \vec{R}$, c'est le vecteur de Poynting en *termes réels*. Dans le cas d'un régime sinusoïdal et en notation complexe, $\underset{\sim}{\vec{E}} = \vec{E}_0\ (x, y, z)\ e^{j(\omega t + \Phi)}$ et $\vec{E} = \text{Re}\underset{\sim}{\vec{E}}$

$$\text{soit } \underset{\sim}{\vec{E}} = [\vec{E}]\ e^{j\omega t} \text{ avec } [\vec{E}] = \vec{E}_0 e^{j\Phi}$$

Les équations de Maxwell s'écrivent :

$$\text{div}\ [\vec{D}] = \rho,\ \text{rot}\ [\vec{E}] = -j\omega\ [\vec{B}],\ \text{rot}\ [\vec{H}] = [\vec{J}] + j\omega\ [\vec{D}]$$

$$\text{et}\quad [\vec{D}] = \varepsilon\ [\vec{E}],\ [\vec{B}] = \mu\ [\vec{H}],\ [\vec{J}] = [\vec{J}_0] + \sigma\ [\vec{E}].$$

D'autre part $\underset{\sim}{\vec{R}} = \frac{1}{2}\underset{\sim}{\vec{E}} \wedge \underset{\sim}{\vec{H}}^*$ *en termes complexes.*

Le théorème de Poynting en termes complexes prend la forme suivante :

$$-\int_V \left(\frac{1}{2}\underset{\sim}{\vec{E}} \cdot \underset{\sim}{\vec{J}_0}^*\right) dv = \int_V \frac{1}{2}\,(\sigma \underset{\sim}{E}\underset{\sim}{E}^*)\ dv +$$

$$2\,j\omega \int_V \frac{1}{4}\,(\mu\ \underset{\sim}{\vec{H}}\underset{\sim}{\vec{H}}^* - \varepsilon\ \underset{\sim}{\vec{E}}\underset{\sim}{\vec{E}}^*)\ dv + \int_S \underset{\sim}{\vec{R}}\vec{n} ds$$

$$\underset{\sim}{P} = \overline{Pd} + 2\,j\omega\ (\overline{W_H} - \overline{W_E}) + \underset{\sim}{Pr}$$

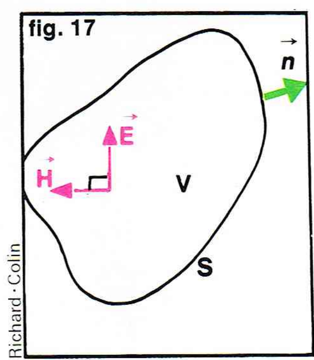
$\underset{\sim}{P}$ est la puissance complexe produite par toutes les sources placées en V, $\overline{Pd}$ est la puissance moyenne dissipée dans V, $(\overline{W_H} - \overline{W_E})$ la différence entre les énergies moyennes électrique et magnétique emmagasinées dans V, et $\underset{\sim}{Pr}$ la puissance complexe qui passe à travers S. Dans le cas particulier où le volume ne renferme pas de source, on peut dire que la partie réelle du flux du vecteur de Poynting à travers S est égale à la puissance dissipée dans V.

Résoudre les équations de Maxwell conduit à établir *l'équation de propagation* du type $\Delta E + k^2 E = 0$ et $\Delta H + k^2 H = 0$ où la valeur de k dépend de la pulsation ω et du milieu.

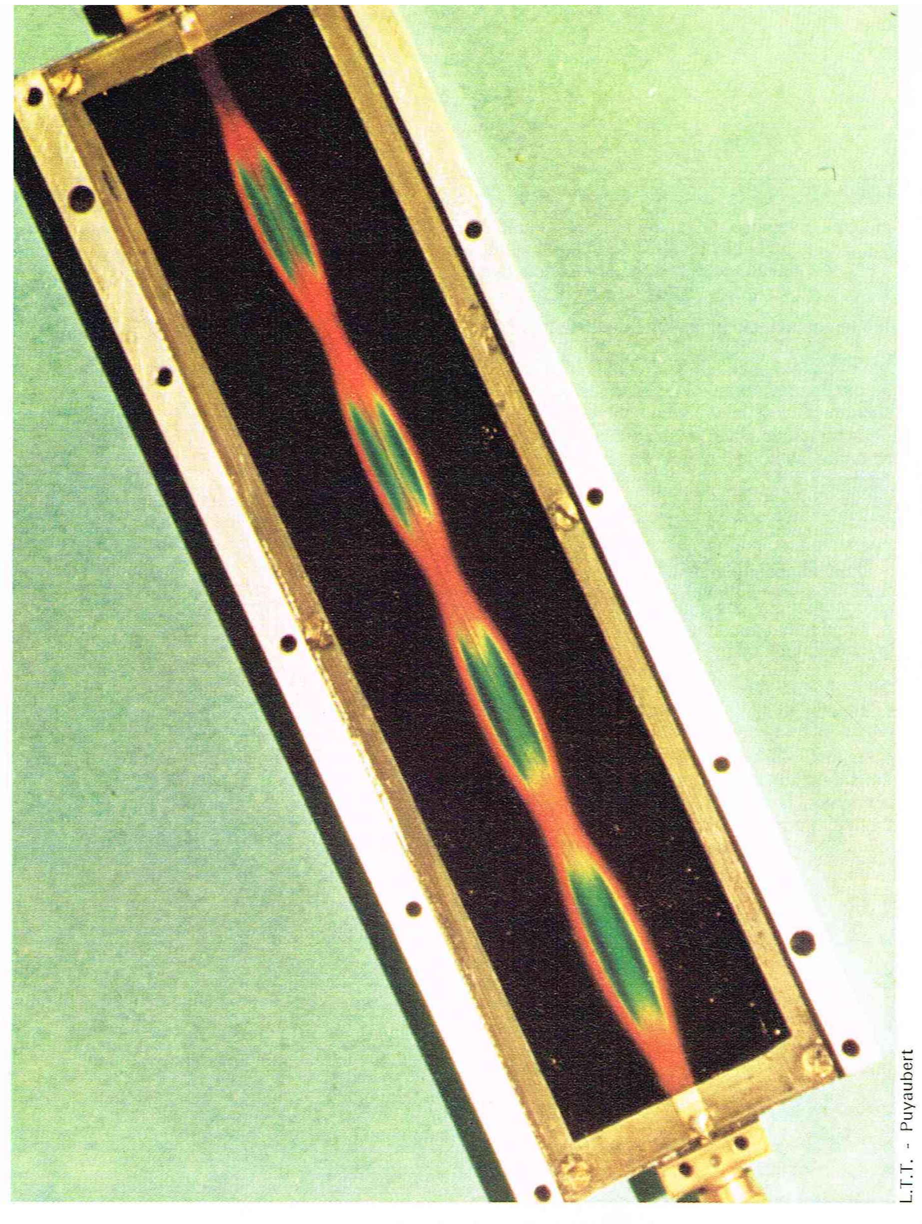
Remarquons que, si toute solution vérifiant l'équation de Maxwell vérifie l'équation de propagation, la réciproque

◀ Figure 16 : représentation schématique d'une ligne terminée par son impédance caractéristique Z_0 et deux points d'abscisse z_1 et z_2 tels que : $z_2 - z_1 = 1$ m.

***▼ Figure 17 : démonstration du théorème de* Poynting.**



◀ Page ci-contre. Figure 13a et b : transformation d'impédance par une ligne. Figure 14 : (a) adaptation à un stub en parallèle ; (b) résolution par l'abaque. Figure 15 : dans le cas d'une ligne avec pertes, l'affixe de $\vec{\Gamma}$ se déplace sur une spirale logarithmique.


L.T.T. - Puyaubert

▲ *Visualisation de l'onde électromagnétique à la surface d'une ligne microbande à l'aide de cristaux liquides.*

n'est pas vraie. Enfin, on précise la solution finale en prenant en considération la forme des circuits, ce qui est possible grâce à l'établissement des conditions aux limites.

Une surface S sépare deux milieux (1) et (2) de caractéristiques ε_1, μ_1, σ_1 fini, et ε_2, μ_2, σ_2 fini, respectivement (*fig.* 18). A la surface de séparation, les champs $\vec{E}_1$, $\vec{H}_1$ d'une part, $\vec{E}_2$, $\vec{H}_2$ d'autre part, sont liés par les relations suivantes, où $\vec{n}$ est le vecteur unité normal à S :

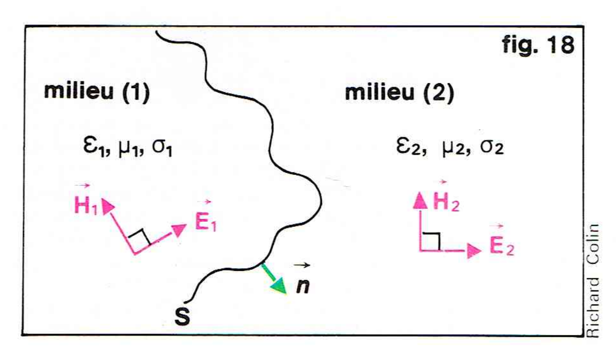
$$\vec{n} \cdot (\vec{E}_2 - \vec{E}_1) = 0, \quad \vec{n} \wedge (\vec{H}_2 - \vec{H}_1) = 0,$$

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_2 - \vec{B}_1) = 0, \quad \vec{n} \cdot (\vec{D}_2 - \vec{D}_1) = \rho_S$$

ρ_S représente une densité de charges libres placées sur la surface S (coulomb/m²).

Si le milieu 1 est un conducteur parfait, σ_1 est infini, et il n'existe aucun champ dans ce milieu. Alors $\vec{n} \wedge \vec{E}_2 = 0$, $\vec{n} \wedge \vec{H}_2 = \vec{C}_S$, $\vec{n}\vec{D}_2 = \rho_S$, où $\vec{C}_S$ est une densité de courant superficielle (ampère/m).

A partir des éléments exposés, le champ électromagnétique est déterminé en tous les points du circuit.



Richard Colin

▶ *Figure 18 : établissement des conditions aux limites.*

Relation entre les propriétés du champ électromagnétique que l'on observe au voisinage d'un dispositif et les caractéristiques des circuits qui le constituent

Pour établir ces relations, on développe les grandeurs E (x, y, z, t) et H (x, y, z, t) en série de Taylor, telle que si l'on pose $\tau = \alpha t$, on obtient pour le champ électrique :

$$E(x, y, z, \tau, \alpha) = E_0(x, y, z, \tau) + \alpha E_1(x, y, z, \tau) + \alpha^2 E_2(x, y, z, \tau) + \ldots + \alpha^k E_k(x, y, z, \tau)$$

$$\text{avec } E_k(x, y, z, \tau) = \frac{1}{k!}\left[\frac{\partial^k E(x, y, z, \tau, \alpha)}{\partial \alpha^k}\right]_{\alpha = 0}$$

On démontre alors que chaque terme de ce développement de Taylor, au voisinage de $\alpha = 0$, peut être évalué successivement en résolvant uniquement des équations du type statique, c'est-à-dire des équations qui concernent des champs conservatifs pour lesquels le rotationnel ou la divergence sont nuls. On associe donc à chaque champ électrique et magnétique respectif un potentiel qui satisfait l'équation de Poisson. Une fois les potentiels déterminés, il ne reste plus qu'à les relier aux éléments de base du circuit : résistance, capacité et inductance [18]. Par conséquent, il est possible d'évaluer dans certains cas chaque terme de la série par récurrence, et d'obtenir ainsi le champ électromagnétique complet.

Quelques lignes usuelles

Les lignes de transmission sont utilisées pour transporter l'énergie électromagnétique à des fréquences très élevées, d'un point à un autre, à l'aide d'un système ne rayonnant pas. La configuration géométrique du champ électromagnétique qui se propage s'appelle un *mode*. Déterminer les caractéristiques d'une ligne revient à faire en sorte qu'un seul *mode* existe sur une *large bande de fréquence* et que les ondes se propagent avec une *faible atténuation* dans cette même bande.

On peut classer l'ensemble des lignes utilisées de la façon suivante.

a) Les lignes pouvant propager le mode transverse électromagnétique (TEM) dans lequel les champs $\vec{E}$ et $\vec{H}$ sont perpendiculaires à la direction de propagation : ligne bifilaire, câble coaxial, lignes à bandes (*fig.* 19a).

b) Les lignes ne propageant pas le mode TEM mais pouvant propager :
— le mode transverse électrique (TE, $E_z = 0$),
— ou le mode transverse magnétique (TM, $H_z = 0$)
guides creux rectangulaires, cylindriques (*fig.* 19b).

c) Les lignes à structures ouvertes ne pouvant propager que des ondes E, H ($E_z \neq 0$, $H_z \neq 0$) comme l'hélice (*fig.* 19c).

d) Les fibres optiques où la lumière se propage en subissant des réflexions totales sur les surfaces de séparation guide air et guide support en donnant naissance à des ondes évanescentes à chaque réflexion (*fig.* 19d).

L'ensemble des lignes de transmission que nous analyserons est caractérisé par le fait qu'elles restent identiques à elles-mêmes lorsqu'elles subissent une translation parallèle à leur axe choisi comme étant l'axe Oz.

Le mode transverse magnétique (TEM)

Ce mode peut se propager dans un milieu isotrope, sans charge et non conducteur. Toutes les composantes, E_x, E_y et H_x, H_y, sont alors solution de l'équation

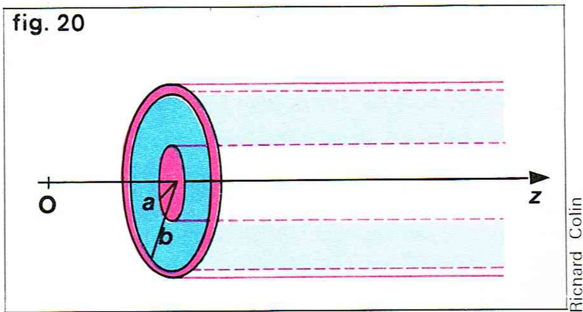
$$\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} = \frac{1}{\varepsilon\mu}\frac{\partial^2 f}{\partial z^2}$$

où f est une composante, ε et μ les caractéristiques du milieu. En régime sinusoïdal, avec des axes tels que $\vec{E} = E_x\vec{i}$ et $\vec{H} = H_y\vec{j}$, et pour une onde uniforme (les composantes du champ ne dépendant pas de x et y dans une section droite, z = constante), les solutions sont les suivantes :

$$[E] = Ce^{-j\beta z} + De^{+j\beta z} \qquad [H] = \frac{1}{\eta}(Ce^{-j\beta z} - De^{+j\beta z})$$

où C et D sont des constantes, $\eta = \sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}$ est l'impédance d'onde.

Remarques : en posant $\Gamma = \frac{D}{C}e^{+2j\beta z}$ et $\varepsilon = \frac{[E]}{[H]}$, on



obtient $\varepsilon = \frac{1 + \Gamma}{1 - \Gamma}$ qui est une formule analogue à celle trouvée en théorie des lignes. Cette analogie peut se généraliser à n'importe quel mode. Dans le cas du mode TEM, $\overrightarrow{\text{rot}}\ \vec{E}\ (x, y) = 0$, donc $\vec{E}\ (x, y) = -\overrightarrow{\text{grad}}\ V$ et, comme

$$\text{div}\ \vec{E} = 0, \quad \text{alors}\ \Delta V = 0$$

C'est l'équation de Laplace. La solution TEM dans une ligne, si elle existe, est la solution correspondant à l'électrostatique.

— *Le câble coaxial à section circulaire*

Au courant I qui circule à l'intérieur du conducteur central (*fig.* 20), correspond un même courant, mais de sens inverse, qui circule dans le conducteur extérieur. Les composantes s'écrivent en coordonnées cylindriques :

$$E_r = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\frac{I_0}{r}e^{-j\beta z} \qquad H_\theta = \frac{1}{2\pi}\frac{I_0}{r}e^{-j\beta z}$$

$$E_\theta = 0 \qquad H_r = 0$$

Le calcul, pour une onde progressive, de la différence de potentiel V qui existe entre deux points situés dans une même section droite et appartenant à chaque conducteur, à savoir $V = \int_a^b E_r dr$ donne $V = Z_0 I_0 e^{-j\beta z}$

$$\text{avec } Z_0 = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mu}{\varepsilon}}\text{Log}\frac{b}{a} \quad \text{d'où} \quad I = I_0 e^{-j\beta z}$$

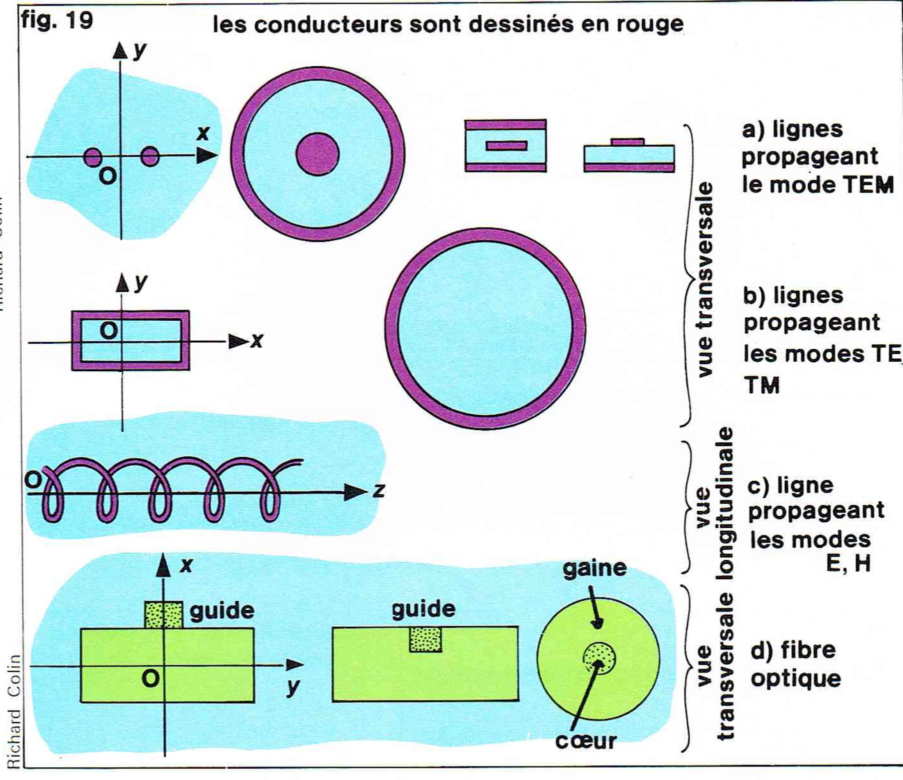
Z_0 est l'impédance caractéristique de la ligne. La vitesse de phase $v = \frac{\omega}{\beta}$ est la vitesse de propagation dans un milieu infini. Il n'y a pas de distorsion, on n'observe aucun phénomène de coupure. On retrouve ces dernières caractéristiques de mode TEM dans toutes les lignes qui le propagent.

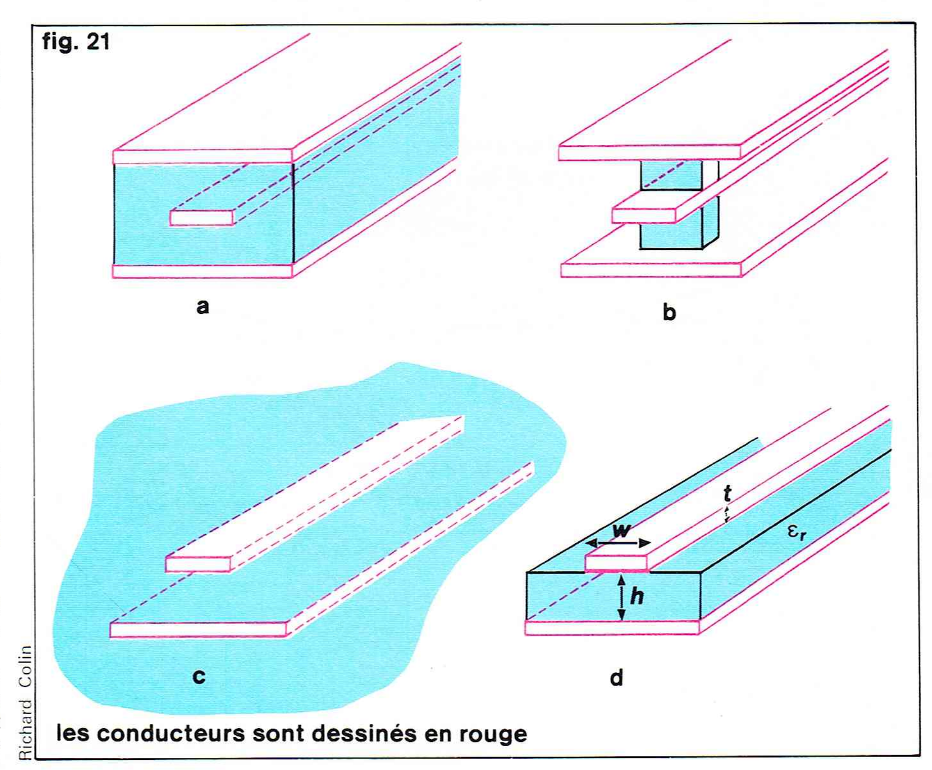
Utilisation du câble coaxial : il est utilisé en télécommunications pour des liaisons à grande distance (sous-marines; liaison d'une île au continent; d'un continent à un autre). L'atténuation augmentant avec la fréquence, on limite son utilisation vers les fréquences élevées — au-delà de 3 000 MHz sur de courtes distances ($\alpha = 1$ dB/m, à $f = 10$ GHz).

— *Les lignes à rubans* [22] (*fig.* 21a, b, c, d)

Les premières réalisations ont été obtenues entre 1945 et 1955, et depuis cette date, de nombreux développements de cette technique ont été effectués.

Ces lignes sont essentiellement utilisées dans le cas où elles propagent le mode TEM. Dans le cas de la *ligne triplaque* « stripline » (*fig.* 21a), le conducteur central est noyé dans un diélectrique solide homogène, et la ligne propage un mode *TEM pur*. Il en est de même pour la *ligne microbande* idéale dite « microstrip » où les deux conducteurs sont noyés dans un même diélectrique, par exemple l'air (*fig.* 21c). Ce n'est plus le cas pour la ligne « triplaque » (*fig.* 21b) où des supports diélectriques solides maintiennent de place en place le ruban central, et dans le cas de la ligne microbande réelle où le ruban central est posé sur un diélectrique solide différent du diélectrique environnant (*fig.* 21d). Cependant, en ce qui concerne la ligne idéale (*fig.* 21c), la théorie et l'expérience montrent que le champ électromagnétique et, par suite, la puissance transportée sont concentrés dans le diélectrique entre les deux conducteurs, si bien que, pour des calculs approchés, l'hypothèse d'un diélectrique unique et infini conduit à des résultats applicables aux lignes utilisées dans la pratique (*fig.* 21d).

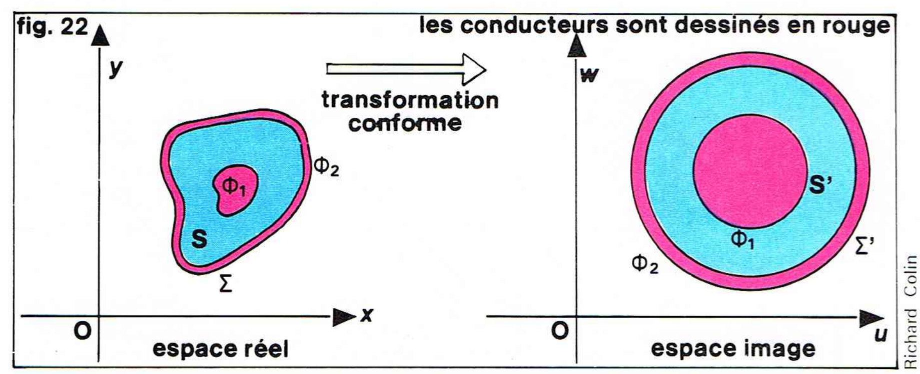




Le calcul de l'impédance caractéristique de telles lignes est très complexe à cause de leur géométrie et du nombre élevé de paramètres qui entrent en jeu.

Exemple (*fig.* 21d) : les paramètres sont la largeur w, l'épaisseur h de diélectrique, l'épaisseur t du ruban, la constante diélectrique ε_r du substrat. Une technique de calcul consiste à déterminer les caractéristiques électriques de la ligne image, à la géométrie plus simple, déduite de la ligne réelle, par *transformation conforme*. Il est donc nécessaire que la ligne image et la ligne réelle aient une impédance caractéristique identique et que la répartition des puissances traversant une section droite soit inchangée. Or, les propriétés analytiques de la transformation conforme montrent :

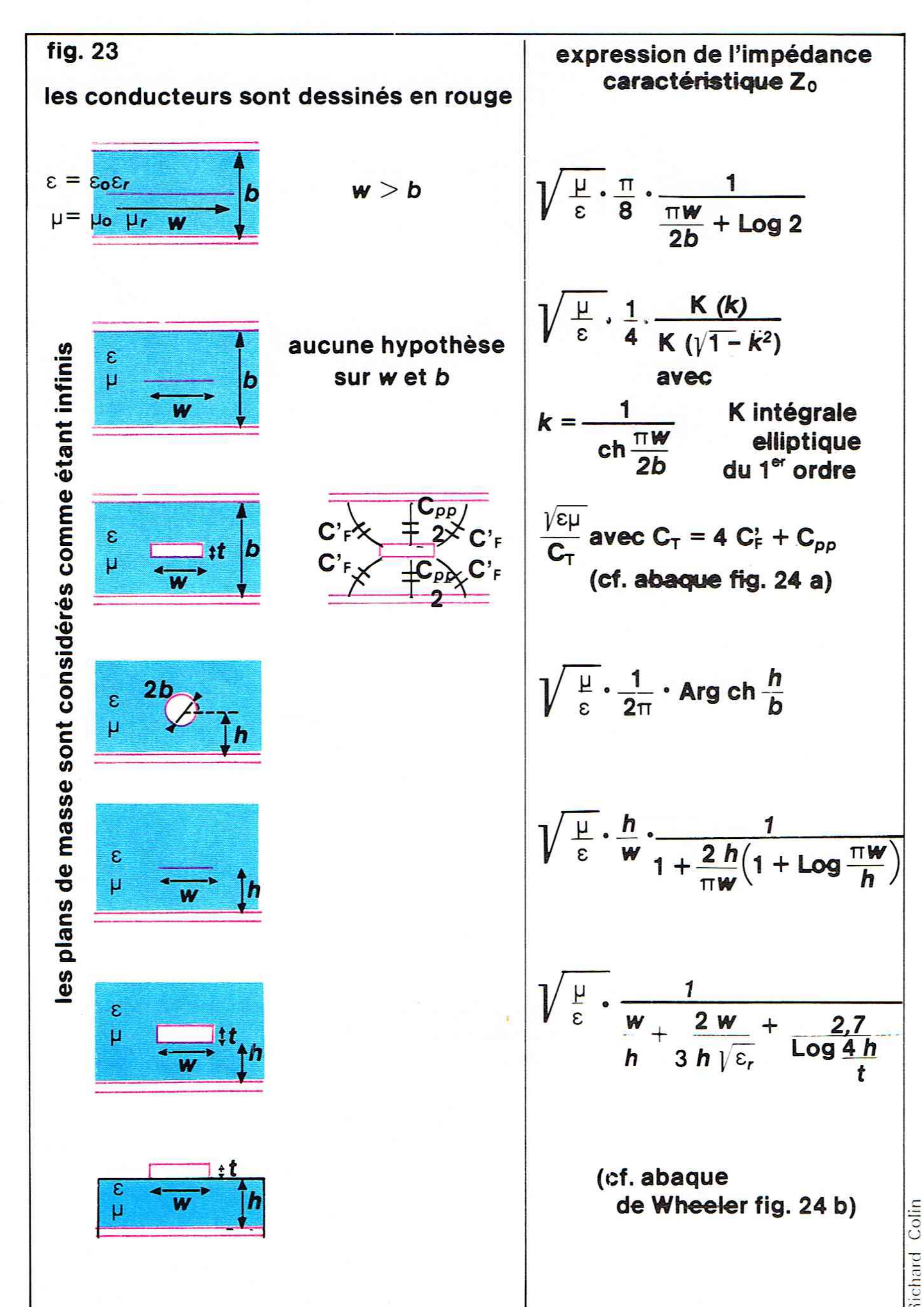
◀▲ A gauche, figure 20 : le câble coaxial à section circulaire. En haut, figure 19abcd : les quatre grands types de lignes de transmission usuelles. Ci-dessus, figure 21abcd : les lignes à rubans.



▲ *Figure 22 : démonstration graphique des propriétés analytiques de la* transformation conforme.

▼▶ *A gauche, figure 23 : valeurs des impédances caractéristiques par la méthode de la transformation conforme.*

A droite, figure 25 : propagation pour le mode TE.



a) Que la charge linéique Q de deux conducteurs portés aux potentiels Φ_2 et Φ_1 respectivement, est conservée. Puisque $Q = C\,(\Phi_2 - \Phi_1)$, la capacité linéique est conservée; compte tenu que $Z_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{C}$, l'impédance caractéristique est aussi conservée (*fig.* 22).

b) La puissance moyenne $\overline{P}$ qui traverse une section droite Σ de surface S dans l'espace réel est égale à la puissance moyenne qui traverse la section droite Σ' de surface S' dans l'espace image déduit de l'espace réel par transformation conforme (*fig.* 22).

En conclusion, Q, C, Z_0, $\overline{P}$ *sont invariants par transformation conforme des conducteurs envisagés.*

Le tableau de la *figure* 23 donne les valeurs des impédances caractéristiques trouvées par cette méthode, compte tenu des hypothèses de départ. Les abaques de la *figure* 24 donnent $Z_0\sqrt{\varepsilon r}$ et Z_0 pour les cas complexes [23]. L'utilisation des lignes à ruban à des fréquences supérieures à 3 GHz est permise grâce à la mise en place de substrat à faibles pertes et aux constantes diélectriques de plus en plus élevées. Les circuits sont alors miniaturisés par rapport aux circuits à câbles coaxiaux ou à guides creux, et la plupart des circuits hyperfréquences embarqués dans les satellites sont de ce type.

Les modes transverse électrique (TE, $E_z = 0$) et transverse magnétique (TM, $H_z = 0$) dans les guides creux [24]

L'origine des découvertes sur les guides creux date de la fin du XIXe siècle, mais la théorie complète fut établie vers 1936 grâce à Brillouin, Carson, Made, Schelkunoff et Southworth. Voyons comment se résume cette théorie.

On appelle $j\beta_g$ la constante de propagation selon Oz, $j\beta$ la constante de propagation dans le vide. L'écriture des équations de Maxwell conduit à l'équation de propagation pour le mode TE (*fig.* 25) :

$$\frac{\partial^2 H_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 H_z}{\partial y^2} + (\beta^2 - \beta_g^2)\, H_z = 0$$

Enfin l'établissement des conditions aux limites $E_y = 0$ en $x = 0$ et $x = a$, et $E_x = 0$ en $y = 0$ et $y = b$ donne la solution

$$H_z = H_0 \cos \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b}\, e^{-j\beta_g z}$$

D'où :

$$E_x = \frac{j\omega\mu}{\beta_c^2} \frac{n\pi}{b} H_0 \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}\, e^{-j\beta_g z}$$

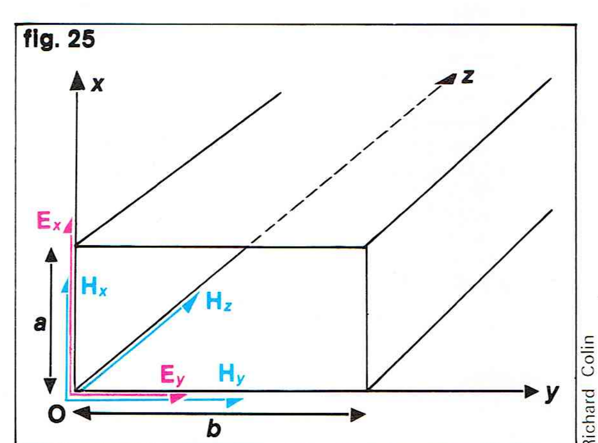
$$E_y = -\frac{j\omega\mu}{\beta_c^2} \frac{m\pi}{a} H_0 \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b}\, e^{-j\beta_g z}$$

$$E_z = 0$$

$$H_x = \frac{j\beta_g}{\beta_c^2} \frac{m\pi}{a} H_0 \sin \frac{m\pi x}{a} \cos \frac{n\pi y}{b}\, e^{-j\beta_g z}$$

$$H_y = \frac{j\beta_g}{\beta_c^2} \frac{n\pi}{b} H_0 \cos \frac{m\pi x}{a} \sin \frac{n\pi y}{b}\, e^{-j\beta_g z}$$

A chaque couple de nombres entiers *m* et *n*, correspond une répartition du champ électromagnétique que l'on appelle TE_{mn}. Ce sont les *conditions aux limites* qui ont



introduit les nombres entiers *m* et *n*. L'ensemble des modes forme une infinité dénombrable qui constitue un système complet, au sens des mathématiciens. On pose :

$$\beta^2 - \beta_g^2 = \beta_c^2 \quad \text{avec} \quad \beta_c = \sqrt{\frac{m^2\pi^2}{a^2} + \frac{n^2\pi^2}{b^2}}$$

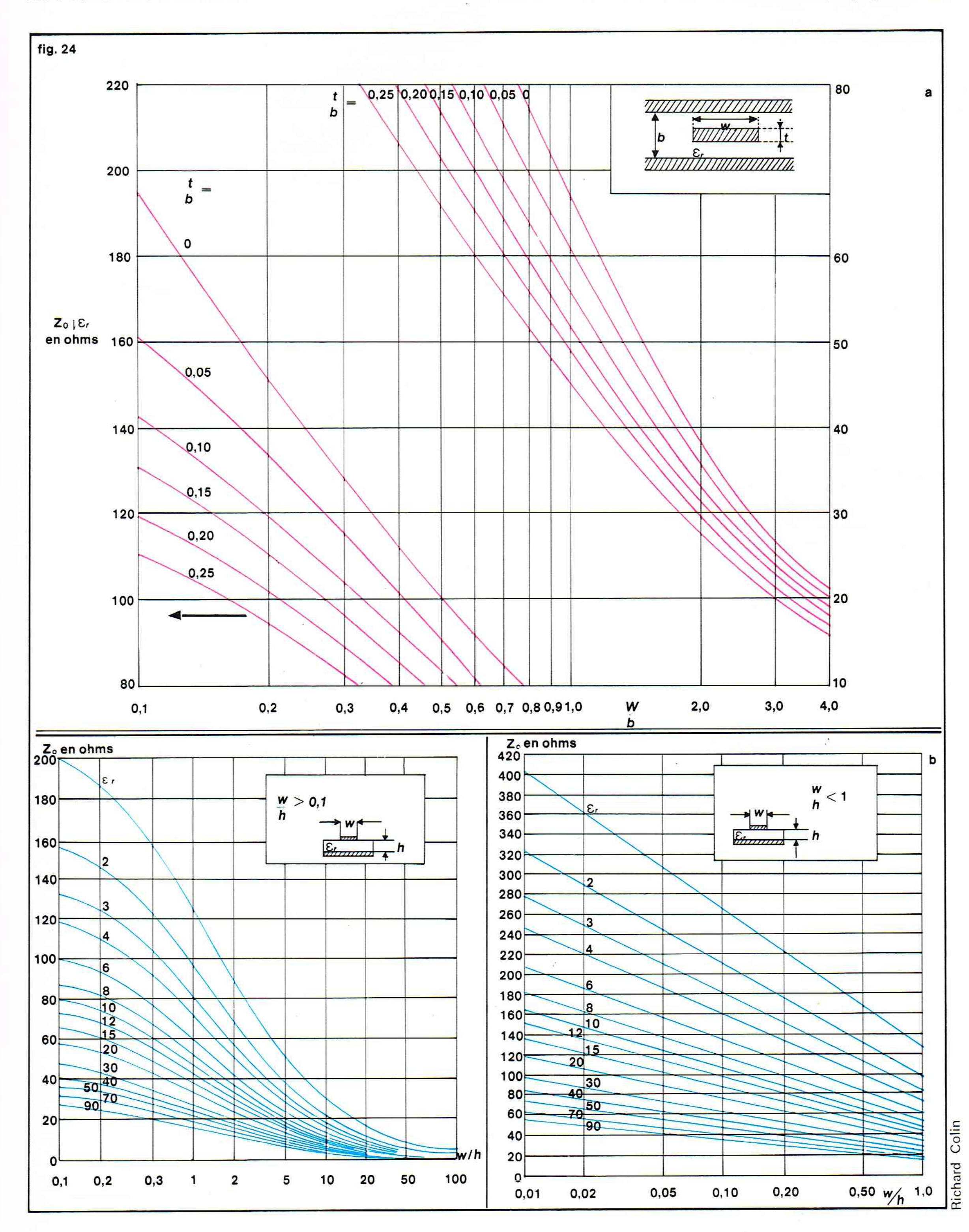
d'où
$$\beta_g = \sqrt{\omega^2\varepsilon\mu - \pi^2\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)}$$

Pour qu'il y ait effectivement propagation, il faut que β_g soit réel, d'où $\omega^2\varepsilon\mu > \pi^2\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)$. Pour chaque mode, il y a une « fréquence de coupure », en dessous de laquelle il n'y a plus transmission de champ électromagnétique, mais seulement atténuation.

Pour le mode TE_{mn} $\omega_c = \frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}}$. Le guide creux est un filtre *passe-haut ;* on appelle *mode fondamental* le mode pour lequel la fréquence de coupure *est la plus basse* ou encore le mode pour lequel la longueur d'onde de coupure est la plus grande, puisque

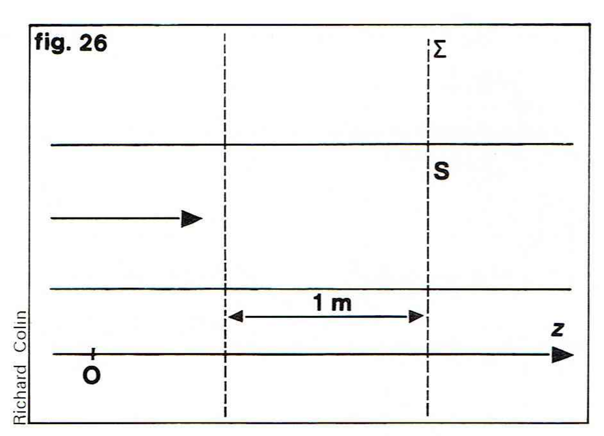
$$\frac{1}{\lambda_c} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}} \quad \text{avec} \quad \lambda < \lambda_c \quad \text{et} \quad \beta = \frac{2\pi}{\lambda},\ \beta_c = \frac{2\pi}{\lambda_c}$$

Pour le mode TE_{01}, $\lambda_c = 2\,b$. La vitesse de phase $v_p = \frac{\omega}{\beta_g}$ est égale à $\frac{\omega}{\sqrt{\omega^2\varepsilon\mu - \pi^2\left(\frac{m^2}{a^2} + \frac{n^2}{b^2}\right)}}$ pour un mode TE_{mn}. Elle dépend de la fréquence. Il y a donc distorsion. Pour caractériser la vitesse de propagation de



◀ ***Figure 24**ab : les abaques de Wheeler donnent $Z_0\sqrt{\varepsilon_r}$ et Z_0 pour les cas complexes.*

▶ *Figure 26 : définition de la vitesse de propagation de l'énergie v_E.*



l'information, on définit la vitesse de groupe $v_G = \frac{d\omega}{d\beta_g}$.

On démontre que $v_p \cdot v_G = v^2$ où v est la vitesse de propagation dans l'espace libre. On définit une troisième vitesse, la vitesse de propagation de l'énergie, v_E telle que (*fig.* 26) :

$$v_E = \frac{\text{énergie qui traverse la surface S par unité de temps}}{\text{énergie emmagasinée par unité de longueur de guide}}$$

Pour un guide creux, $v_E = v_G$. On vérifie bien, conformément à la théorie de la relativité, que cette vitesse est inférieure à celle de la lumière. L'étude de la structure de l'onde et le tracé des lignes de champ sont donnés sur la *figure* 27 pour quelques modes TE_{mn} et TM_{mn}.

Utilisation des guides creux

Ils sont requis chaque fois qu'une faible atténuation est nécessaire. En effet, compte tenu qu'ils sont remplis d'air en général, seule l'atténuation des parois conductrices intervient, et vers 10 GHz, leur atténuation est 10 fois plus faible que celles des lignes étudiées précédemment. Ils sont utilisés principalement en télécommunications au niveau des antennes de faisceaux hertziens pour relier ces dernières aux circuits changeurs de fréquences, mais surtout en physique fondamentale, pour étudier l'interaction de la matière avec le champ électromagnétique.

Exemple : $a = 1{,}01$ cm, $b = 2{,}29$ cm ; seul le mode TE_{01} se propage si $b < \lambda < 2\,b$,

d'où $6{,}5 \text{ GHz} < f < 13 \text{ GHz}$

En pratique, compte tenu de l'atténuation, très élevée au voisinage de la coupure, on adopte la bande suivante, $8{,}2 \text{ GHz} < f < 12{,}4 \text{ GHz}$, dite bande X.

Quelques circuits passifs

Il n'est pas envisageable d'aborder ici l'ensemble des circuits passifs et actifs réalisés dans le domaine des hyperfréquences, un tel sujet faisant l'objet d'un article plus important, mais, pour illustrer l'exposé qui précède sur les lignes de transmission, nous avons choisi de décrire trois types de circuits, à savoir ceux qui permettent de
— stocker l'énergie hyperfréquence : les circuits résonnants ;
— prélever une partie de la puissance de la ligne principale : les coupleurs directifs ;
— intégrer un système actif à la ligne principale : l'adaptation d'un amplificateur de puissance à transistor.

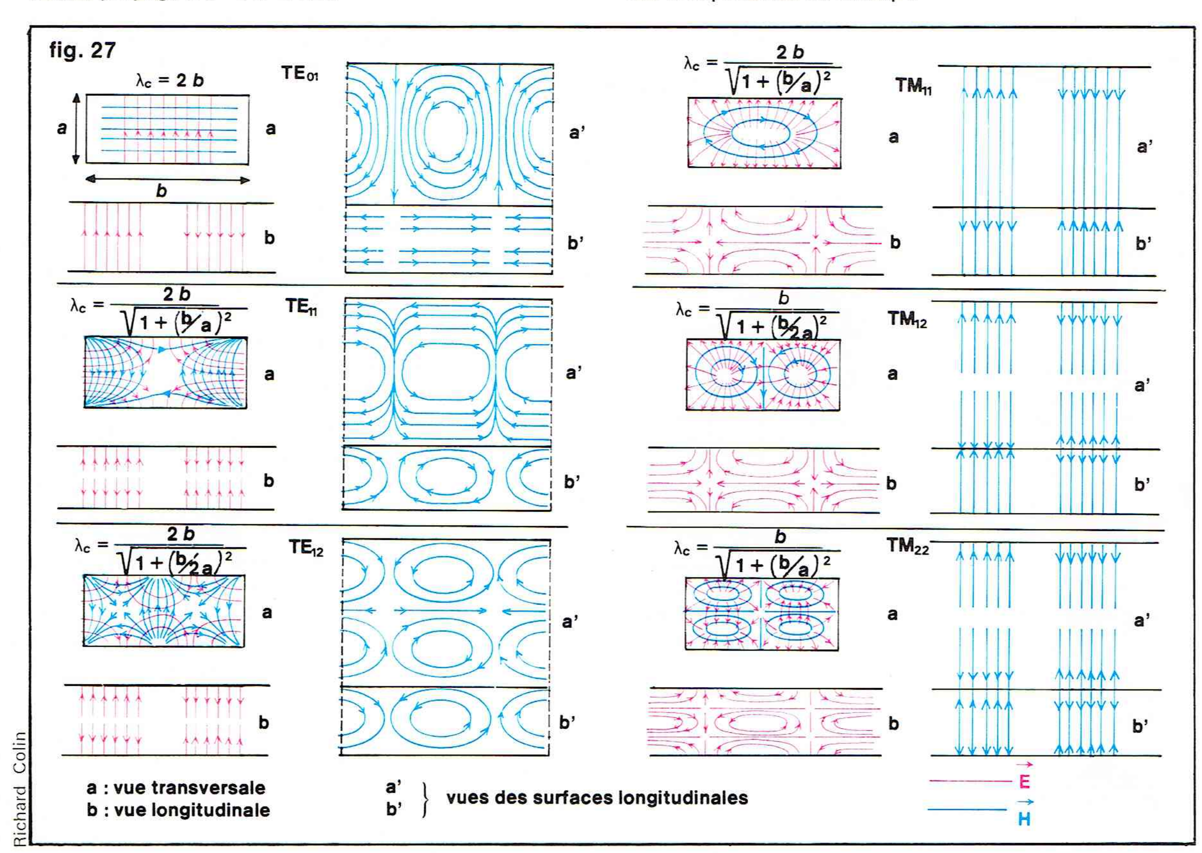
Les circuits résonnants en hyperfréquence [22] [25]

On peut réaliser un circuit résonnant en hyperfréquence, soit en technique microbande, soit en guide creux. Dans le premier cas, un circuit résonnant parallèle et un circuit résonnant série respectivement en parallèle sur la ligne sont représentés sur la *figure* 28a, b. En particulier, d'après ce qui a été vu sur les stubs, le stub 1 (l_1, Z_{01}) [*fig.* 28a], en circuit ouvert à son extrémité représente bien une capacité parallèle ; de même que le stub 2 (l_2, Z_{02}), court-circuité à son extrémité, représente bien une self en parallèle : c'est grâce aux hypothèses de départ, à savoir l_1 et l_2 beaucoup plus petites que $\frac{\pi}{2}\frac{v}{\omega}$ et $Z_{01} \ll Z_{02}$, qu'il en est ainsi.

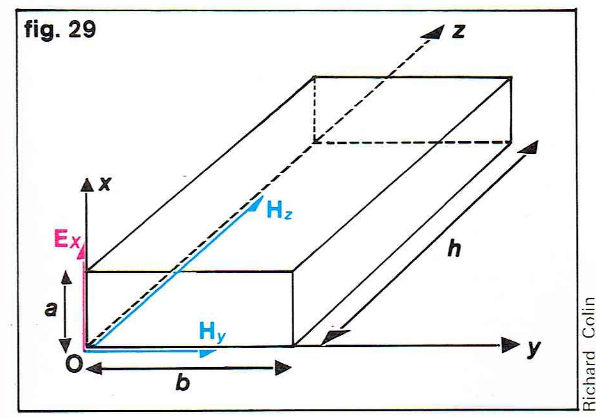
La pulsation de résonance ω_0 est donnée par la relation :

$$\omega_0^2 LC = 1$$

Dans le cas des guides creux, un circuit résonnant est une cavité siège de multiréflexions de l'onde électromagnétique. Pour des raisons de simplicité — mais les résultats sont généraux — envisageons une cavité rectangulaire (*fig.* 29). Pour le mode TE_{01}, les conditions aux limites en $z = 0$ et $z = h$ déterminent l'expression des composantes du champ :



▶ *Figure 27 : tracés des lignes de champ pour quelques modes TE_{mn} et TM_{mn}.*



$$H_z = -2\,jH_0 \cos\frac{\pi y}{b}\sin\frac{p\pi}{h}z$$

$$E_x = \frac{2\,\omega\mu}{\pi}\,bH_0 \sin\frac{\pi y}{b}\sin\frac{p\pi}{h}z$$

$$H_y = 2\,jp\,\frac{b}{h}\,H_0\sin\frac{\pi y}{b}\cos\frac{p\pi}{h}z$$

$$H_x = E_y = E_z = 0$$

avec $\beta_g h = p\pi$; p est entier positif. Compte tenu que $\beta^2 = \beta_g^2 + \beta_c^2$ et que pour le mode TE_{01}, $\beta_c^2 = \frac{\pi^2}{b^2}$, et $\beta^2 = \omega^2\varepsilon\mu$, on obtient $\omega_{01p} = \frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{\frac{p^2}{h^2}+\frac{1}{b^2}}$. C'est la pulsation de résonance pour le mode TE_{01p}. La fréquence ne peut prendre que des valeurs bien déterminées définies par cette dernière relation. Pour un mode TE_{mnp} et TM_{mnp}, on a :

$$\omega_{mnp} = \frac{\pi}{\sqrt{\varepsilon\mu}}\sqrt{\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}+\frac{p^2}{h^2}}$$

On caractérise les circuits résonnants par leur coefficient de qualité Q ; d'une façon générale $Q = \omega_0\frac{W}{P}$ où ω_0 est la pulsation de résonance, W l'énergie emmagasinée, P la puissance dissipée. Dans le cas de circuits non dispersifs, comme les circuits conçus en ligne microbande propageant le mode TEM, on peut écrire $Q = \frac{\omega_0}{2\,R}\left(\frac{\partial X}{\partial\omega}\right)_{\omega_0}$ si l'impédance Z du circuit a pour expression

$$Z = R + jX\,(\omega) \text{ pour } \omega \neq \omega_0 \text{ avec } X\,(\omega_0) = 0$$

Revenons à la définition énergétique du coefficient de qualité

$$\frac{1}{Q} = \frac{1}{\omega_0}\frac{P}{W} = \frac{1}{\omega_0}\cdot\frac{\text{puissance dissipée dans la cavité}}{W} + \frac{1}{\omega_0}\cdot\frac{\text{puissance rayonnée}}{W}$$

Dans ce cas, $\frac{1}{Q} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_e}$, Q est le coefficient de qualité en charge, Q_0 le coefficient de qualité à vide, Q_e le coefficient de qualité extérieur. Si le circuit est couplé à plusieurs lignes, $\frac{1}{Q_e} = \Sigma_i\frac{1}{Q_{ei}}$. Pour décrire le couplage du circuit résonnant à la ligne, on définit le coefficient α dit de couplage tel que $\alpha = \frac{Q_0}{Q_e}$; si $\alpha = 1$, le système est au couplage critique, donc parfaitement adapté à la résonance.

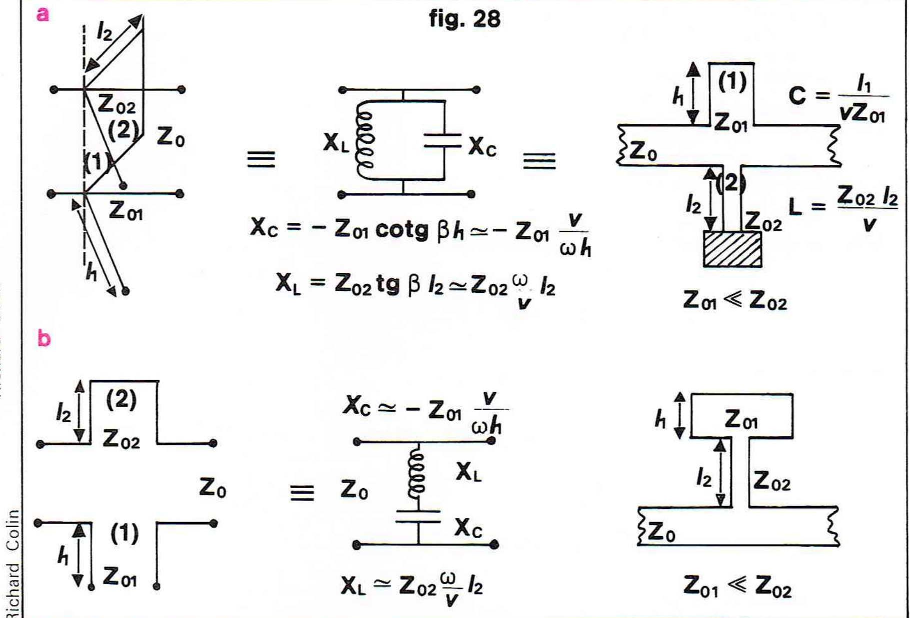
Sachant que la puissance dissipée dans les parois conductrices d'une cavité s'écrit

$$P = \frac{1}{\sigma\delta}\iint_{\text{surfaces des parois}} |H_t|^2 dS$$

que l'épaisseur de peau δ à très haute fréquence est très faible (1 μ dans le cuivre à 10 GHz), et que pour un excellent conducteur la conductivité σ est très élevée ($5{,}8\ 10^7$ Ω/cm pour le cuivre), on peut atteindre de très hautes valeurs pour le coefficient de qualité Q_0 d'une cavité, par exemple 10 000 à 10 GHz pour une cavité en bande X. Pour une cavité supraconductrice, Q_0 atteint 1 000 000. Dans ces structures, on peut réduire considérablement les pertes par couplage. Dans le cas des circuits microbande, les coefficients obtenus sont beaucoup plus faibles.

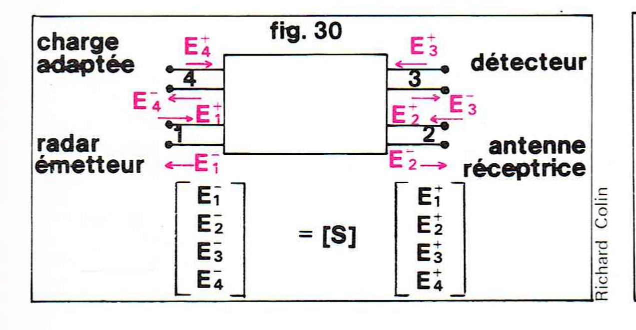
Les coupleurs directifs [26]

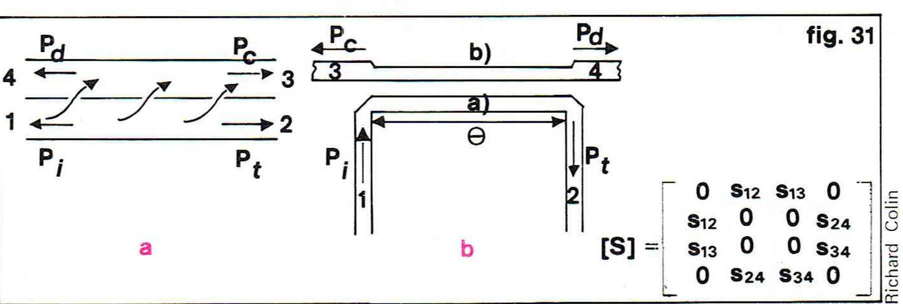
Un coupleur directif est une jonction à 4 portes — un octopôle — présentant les propriétés suivantes (*fig.* 30) : une onde incidente dans le bras 1 excite des ondes dans les bras 2 et 3, mais pas dans le bras 4; autrement dit, les bras 1 et 4 sont découplés. Il en est de même pour les bras 2 et 3. Les quatre bras sont adaptés. Les coupleurs directifs sont beaucoup utilisés dans les ponts pour mesurer la puissance : si un radar émetteur est en 1, l'antenne réceptrice en 2, un détecteur quadratique en 3 et une charge adaptée en 4, la puissance mesurée en 3 est directement proportionnelle à la puissance allant du radar à l'antenne. En effet, si l'antenne n'est pas adaptée, la puissance qu'elle réfléchit ne passe pas en 3 mais en 4, où elle est dissipée par la charge adaptée : le détecteur contrôle la puissance de sortie du radar. Le coupleur directif réalisé en *guide creux* consiste en deux guides couplés par des ouvertures judicieusement placées dans les parois (*fig.* 31a). Les coupleurs directifs réalisés *en microbande*



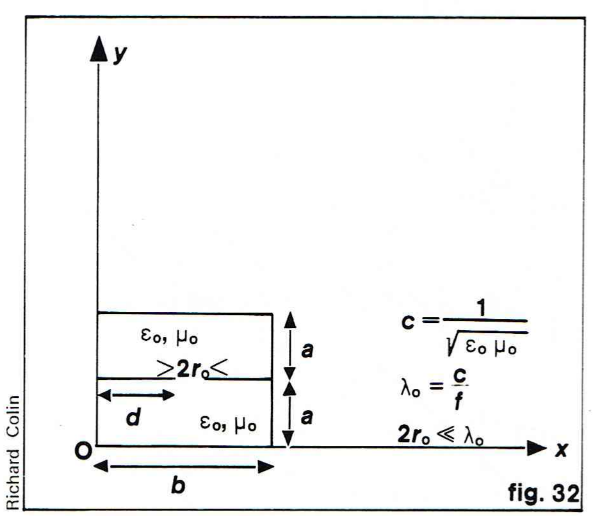
▲ *A gauche, figure 29 : représentation schématique d'un circuit résonnant : une cavité rectangulaire. A droite, figure 28ab : représentation d'un circuit résonnant parallèle et d'un circuit résonnant série respectivement en parallèle sur la ligne.*

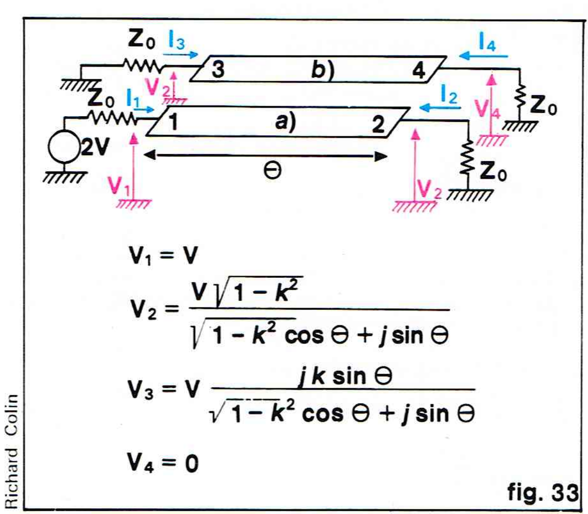
▼ *A gauche, figure 30 : représentation schématique d'un coupleur directif. A droite, figure 31 : (a) coupleur directif réalisé en guide creux; (b) coupleur directif réalisé en microbande.*





▶ *A gauche, figure 32 ; définitions des paramètres d, b, et* λ_0 *: le couplage est directif si la relation* $\sin\frac{\pi d}{b} = \frac{\lambda_0}{b\sqrt{6}}$ *est vérifiée. A droite, figure 33 : valeurs des différentes tensions dans les quatre bras si le coupleur est adapté.*





▶ *Page ci-contre, antenne d'un radar à moyenne portée destiné au contrôle du trafic aérien dans la « zone terminale » proche d'un aéroport. Antenne fonctionnant sur une bande* L *1 250 MHz avec une vitesse de rotation de 15 tours/mn ; antenne à double faisceau assurant simultanément une couverture haute et basse.*

consistent en 2 rubans parallèles dont les impédances et la longueur sont judicieusement choisies pour ajuster le couplage par rayonnement (*fig.* 31b). Les performances sont mesurées par deux paramètres :

— le coefficient de couplage : $C = 10 \log \frac{Pi}{Pc}$

— la directivité : $D = 10 \log \frac{Pc}{Pd}$

Remarquons que, dans la définition donnée pour le coupleur directif, $Pd = 0$. C'est un cas idéal où D est alors infinie. Or, un multipôle passif ou actif peut se définir à l'aide de la matrice de distribution (S) qui généralise la notion de coefficient de réflexion Γ. Dans le cas d'un octopôle (*fig.* 30), on obtient la relation $(E-) = (S)\,(E+)$ où $(E-)$ et $(E+)$ sont respectivement les matrices-colonnes représentant les amplitudes complexes des ondes réfléchies par la jonction, et les amplitudes complexes des ondes incidentes dans chaque bras. Pour un coupleur directif idéal, la matrice S symétrique et unitaire est donnée sur la *figure* 31. Les coefficients S_{ij} sont liés directement à C et D.

Dans le cas d'un coupleur directif réalisé en *guide creux*, le couplage se fait à l'aide de petites ouvertures percées dans les parois et qui rayonnent la puissance vers le guide non alimenté par une autre source (*fig.* 31a). Le couplage C et la directivité D sont alors optimalisés par ce nombre de trous, leurs dimensions, et leur emplacement dans la paroi du guide ; par exemple, dans le cas d'un coupleur à un trou circulaire, en guide rectangulaire, le couplage est directif si la relation $\sin\frac{\pi d}{b} = \frac{\lambda_0}{b\sqrt{6}}$ est vérifiée, les paramètres d, b, λ_0 étant précisés sur le schéma de la *figure* 32.

Pour obtenir une directivité élevée sur une grande bande de fréquence, on multiplie le nombre de trous. En ce qui concerne les coupleurs directifs réalisés en *microbande* (*fig.* 31b), le couplage s'effectue de façon uniforme sur une longueur électrique θ, entre deux lignes de transmission, selon deux modes simultanément.

Le mode pair : dans ce cas, l'onde excitée dans la ligne *b* a la même direction de propagation que l'onde se propageant le long de *a*.

Le mode impair : l'onde excitée dans la ligne *b* a la direction inverse de propagation de l'onde dans la ligne *a*. Les impédances caractéristiques correspondantes s'appellent respectivement Z_{0e} et Z_{0o}. Si la condition

$$Z_0^2 = Z_{0o} \cdot Z_{0e}$$

est vérifiée, on a réalisé un *coupleur directif* (Z_0 est l'impédance caractéristique de la ligne isolée). Si le *coupleur est adapté,* les tensions dans chaque bras sont celles données sur la *figure* 33. On pose :

$$k = \frac{\frac{Z_{0e}}{Z_{0o}} - 1}{\frac{Z_{0e}}{Z_{0o}} + 1}$$

Dans le cas où $\theta = \frac{\pi}{2}$, le couplage est maximal et $\left|\frac{V_2}{V_1}\right| = k$, alors $C = 20 \log k$ et D est *infinie.*

Adaptation d'un amplificateur à transistor à une ligne [27]

De la même façon que pour les multipôles passifs, les multipôles actifs peuvent se définir à l'aide de la matrice de distribution S. Sur la *figure* 34a, le quadripôle Q relie un générateur de f. é. m. E_g et d'impédance interne Z_g à une charge Z_L. Il a pour matrice de distribution

$$[S] = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix}$$

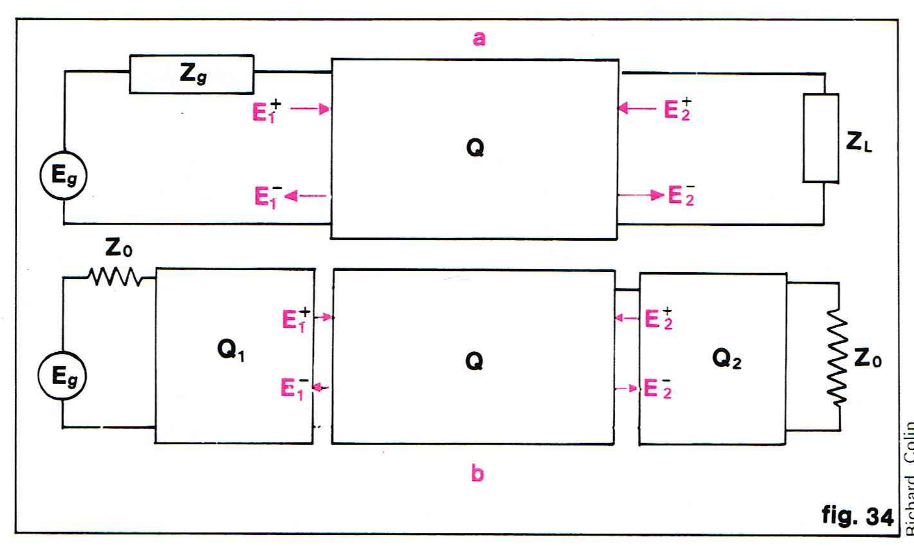
$|s_{21}|^2$ s'appelle le gain d'insertion (ou transducique) ou encore gain en puissance lorsque $Z_g = Z_L = Z_0$. $|s_{12}|^2$ est alors le gain d'insertion inverse. Nous le supposerons voisin de zéro pour plus de simplicité. Le schéma de la *figure* 34a, utilisé pour les définitions, représente un amplificateur Q relié au générateur et à la charge ; on définit le gain transducique de cet amplificateur de la façon suivante :

$$G_T = \frac{\text{puissance dissipée dans la charge } Z_L}{\text{puissance maximale disponible à la source}}$$

on démontre que $G_T = \frac{|s_{21}|^2\,(1 - |\rho_1|^2)\,(1 - |\rho_2|^2)}{|1 - s_{11}\rho_1|^2\,|1 - s_{22}\rho_2|^2}$.

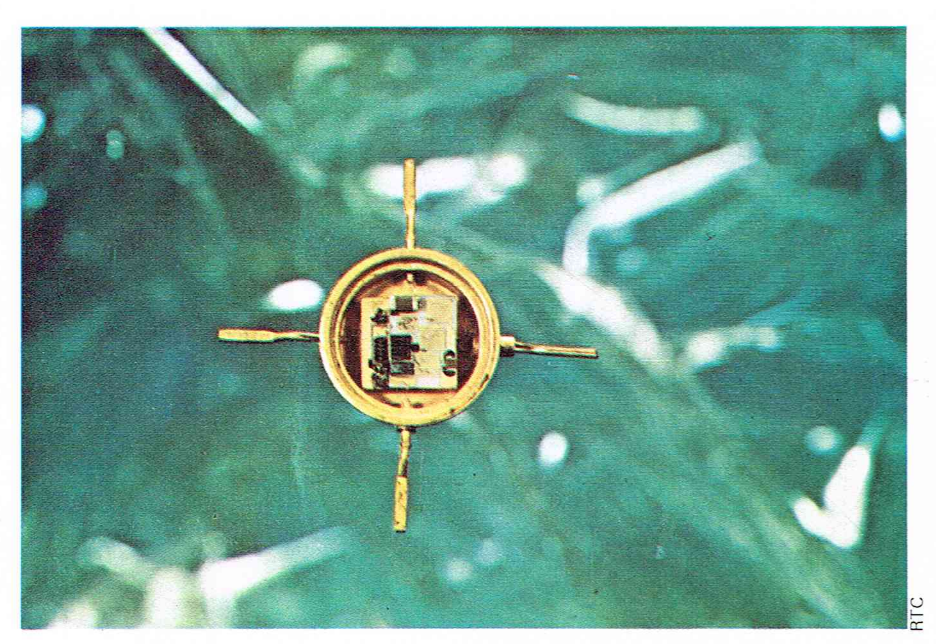
ρ_1 et ρ_2 sont respectivement les coefficients de réflexion définis dans les plans d'entrée et de sortie du quadripôle Q. A quelles conditions un amplificateur Q est-il adapté respectivement à un générateur et à une charge d'impédance égale à Z_0 ? Le schéma de la *figure* 34b est l'équivalent du schéma de la *figure* 34a, où Q_1 et Q_2 figurent des quadripôles transformateurs d'impédance, de telle façon que les répartitions de champs soient inchangées à l'entrée et à la sortie du quadripôle Q. Les quadripôles Q_1 et Q_2

▼ *Figure 34ab : adaptations d'un amplificateur à transistor à une ligne.*



Cliché Thomson - CSF


THOMSON-C



RTC

▲ ***Un amplificateur d'hyperfréquences.***

réalisent l'adaptation de telle façon que G_T soit maximal. Or, compte tenu de l'expression de G_T, les conditions d'adaptation s'écrivent :

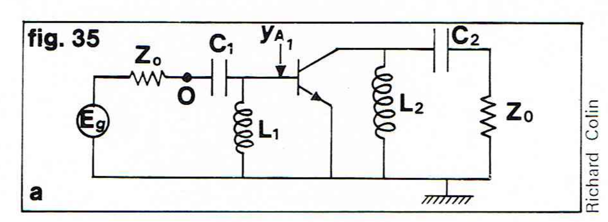
$$\rho_1 = s_{11}^* \quad \text{et} \quad \rho_2 = s_{22}^*$$

Si elles sont simultanément satisfaites, G_T prend la forme ci-dessous :

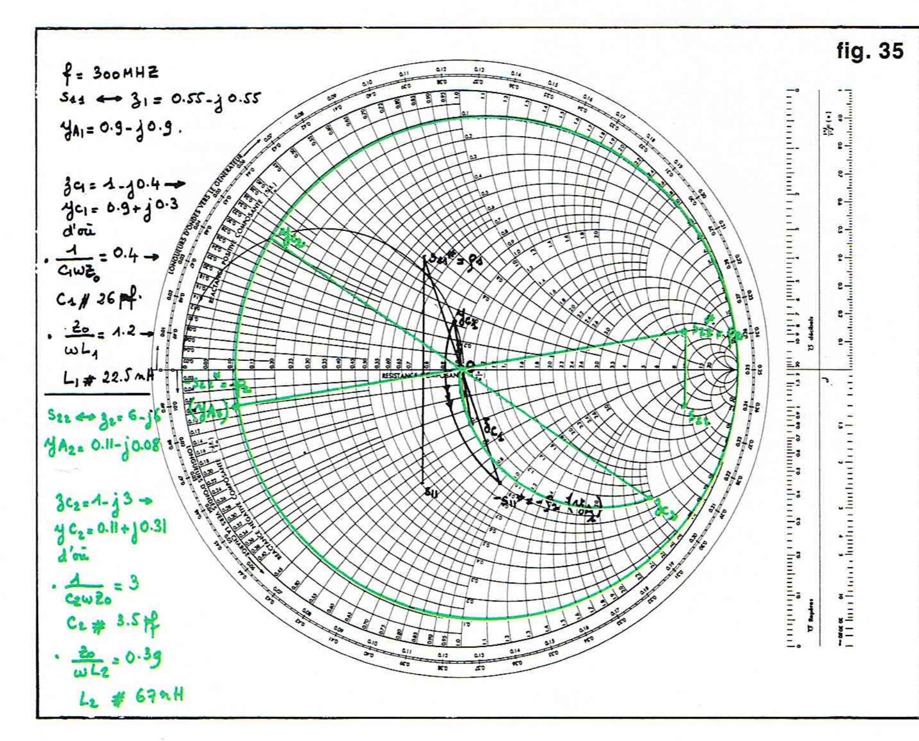
$$G_{TMAX} = \frac{1}{1 - |s_{11}|^2} \cdot |s_{21}|^2 \cdot \frac{1}{1 - |s_{22}|^2}$$

Adapter un amplificateur Q à un générateur d'impédance interne Z_0 et à une charge Z_0 consiste à déterminer les éléments des quadripôles Q_1 et Q_2 pour que les conditions

▶▼ ***Figure 35 :*** (a) ***transistor monté en émetteur commun ;*** (b) ***valeurs des éléments d'adaptation données par l'abaque.***



Richard Colin



A. Fourrier - Lamer

$\rho_1 = s_{11}^*$ et $\rho_2 = s_{22}^*$ soient simultanément satisfaites.

Application : les relations $\rho_1 = s_{11}^*$ et $\rho_2 = s_{22}^*$ signifient :

$$|\rho_1| = |s_{11}| \quad \text{et} \quad |\rho_2| = |s_{22}|$$

$$\text{Arg}\,\rho_1 = -\text{Arg}\,s_{11} \qquad \text{Arg}\,\rho_2 = -\text{Arg}\,s_{22}$$

Pour chaque cas, il y a deux conditions à satisfaire, ce qui signifie qu'il suffit de deux éléments pour réaliser chaque adaptation : une capacité série et une self en parallèle par exemple. On suppose que le transistor est monté en émetteur commun, on obtient alors le schéma de la *figure* 35a et les valeurs des éléments d'adaptation sont données par l'abaque de la *figure* 35b.

En conclusion, ce court exposé sur la propagation le long des lignes de transmission en hyperfréquence n'a pas permis de voir l'ensemble de tous les circuits réalisant les fonctions décrites dans le cadre de l'électronique des basses fréquences [1]. Si l'élargissement du spectre des fréquences a été possible vers les très hautes fréquences, c'est avant tout grâce à la mise au point de sources de plus en plus performantes : tubes à vide et sources solides à semi-conducteurs, qui, à eux seuls, mériteraient un long développement.

Enfin, soulignons que les principales applications des ondes hyperfréquences contribuent à la communication entre les hommes, entre les civilisations, à travers l'espace (radar, faisceaux hertziens, télécommunications par satellites) et que le nombre des échanges augmentant au cours des années, on peut se poser la question : quelles civilisations verront la saturation du spectre des fréquences ?

BIBLIOGRAPHIE

1-2 - AUVRAY J., *Électronique,* Grande Encyclopédie Alpha des sciences et des techniques.

3 - MAXWELL J. C., Roy. Soc. Trans. vol. CLV, Déc. 1864. Grand traité d'électromagnétisme, 1873.

4 - HEAVISIDE O., Phil. Mag., Aug. 1876.

5 - HERTZ H., Sitz. KP Akad Wiss Berlin, t. L, 1888, traduit dans J. Phys. 8, 1889.

6 - LECHER, Wied ann., t. XLII, 1891.

7 - BIRKELAND Kr., Wied Ann., t. XLVII, 1892, traduit dans J. Phys. 3, 1894.

8 - RIGHI A., Mem. Rac. Sci. Inst. Bologna 516, 1897.

9 - BOSE J. C., Roy. Soc. Proc. 42, 1898.

10 - POINCARÉ H., Ecl. Elect. 28, 1899.

11 - BARKHAUSEN H., KURZ K., Phys. Zeits. 21, Jan. 1920.

12 - NICHOLS E. F., TEAR J. D., Nat. Acad. Sci. Proc. 9, June 1923.

13 - GLAGOLEWA A., ARKADIEWA, Zeits f. Physik 24, 1924.

14 - SCHELKUNOFF S. A., Bell Syst. Techn. J 15, Jan. 1936.

15 - CARSON J. R., Bell Syst. Techn. J., 15 April 1936.

16 - VARIAN R. H. and VARIAN S. F., J. of Applied Physics 10 May 1939.

17 - ADLER - CHU - FANO, *Electromagnetic Energy Transmission and Radiation,* MIT Press.

18 - FANO - CHU - ADLER, *Electromagnetic, Fields, Energy and Forces,* MIT Press.

19 - RAMO S., WHINNERY J., *Fields and Waves in Modern Radio,* J. Wiley.

20 - DIEULESAINT E., ROYER D., *Ondes élastiques dans les solides, Applications au traitement du signal,* Masson.

21 - SLATER, *Microwave Electronics,* Mc Graw Hill.

22 - MATTHEI, *Microwave Filters, Impedance Matching Networks and Coupling Structures,* Young, Jones, Mc Graw Hill.

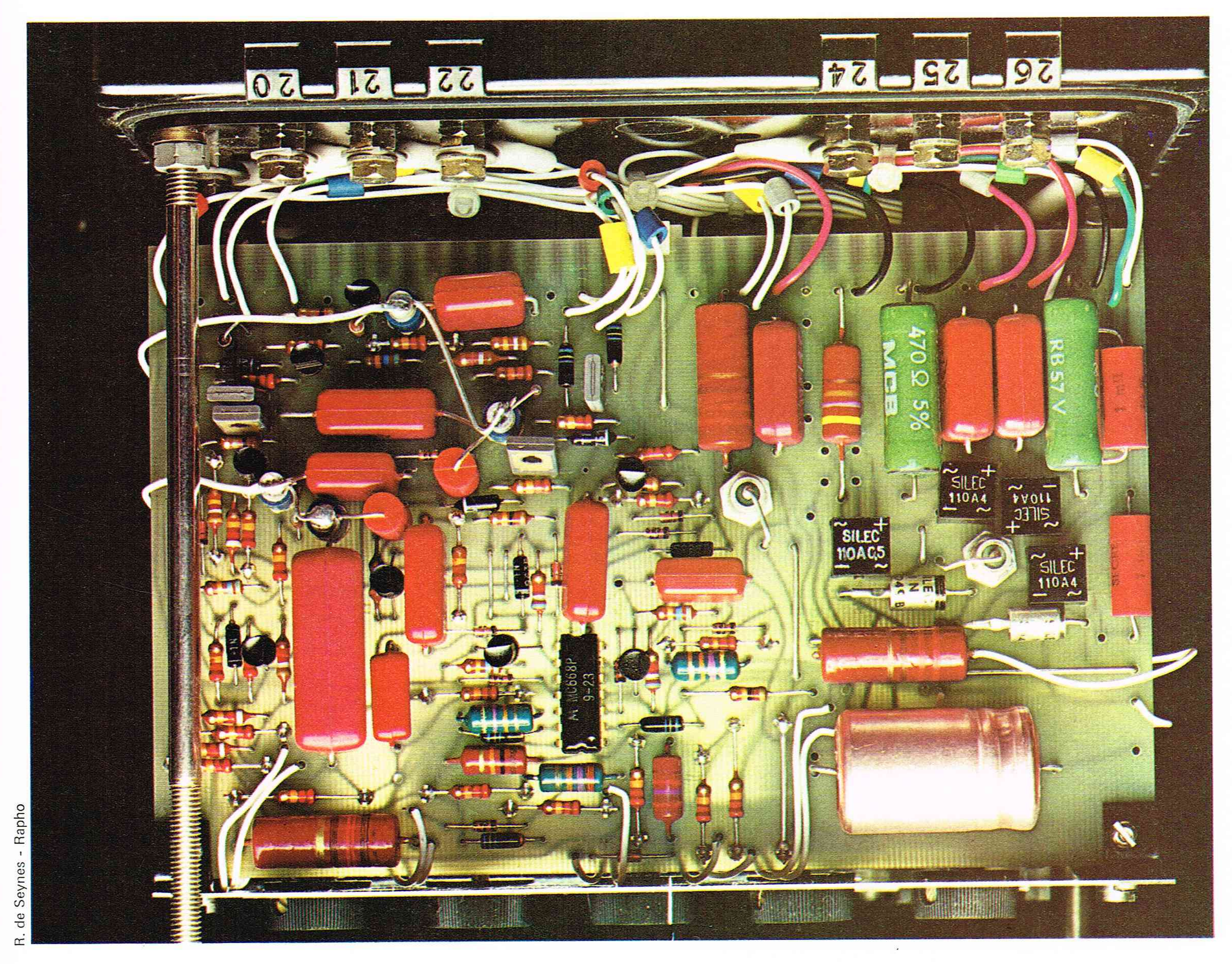
23 - WHEELER - HAIEEE, *Transactions on Microwave Theory and Technics,* nov. 1964.

24 - COLLIN, *Freld Theory of Guided Waves,* Mc Graw Hill.

25 - BONDOURIS G., *Cavités électromagnétiques,* Monographie Dunod.

26 - YOUNG L., *Parallel Coupled Lines and Directional Couplers,* Artech House.

27 - HEWLETT PACKARD Journal, Feb. 1967, vol. 18, N. 6.



R. de Seynes - Rapho

▲ ***Le développement des composants à semi-conducteurs fiables et de faibles dimensions a introduit, aujourd'hui, l'électronique dans tous les domaines de la technique.***

ÉLECTRONIQUE

L'électronique est la science dont l'objet est l'étude, en vue d'applications pratiques, du mouvement des électrons dans le vide ou dans les milieux matériels. Elle est née avec la découverte par Lee de Forest en 1907 de la *lampe triode,* qui a été le premier dispositif permettant de commander avec une vitesse suffisante une puissance importante par un signal de puissance beaucoup plus faible. Cette fonction « relais rapide » a permis la réalisation des amplificateurs, puis ultérieurement, avec l'apparition des systèmes de traitement des signaux électriques, le développement des télécommunications. Sous ce double aspect de commande et de traitement des signaux, et grâce au développement des composants à semi-conducteurs fiables et de faibles dimensions, l'électronique s'est introduite aujourd'hui dans tous les domaines de la technique : elle permet à nos robots de travailler seuls sur la surface des autres planètes, mais aussi de contrôler la marche de nos appareils ménagers les plus courants.

Les signaux - Notions de théorie du signal

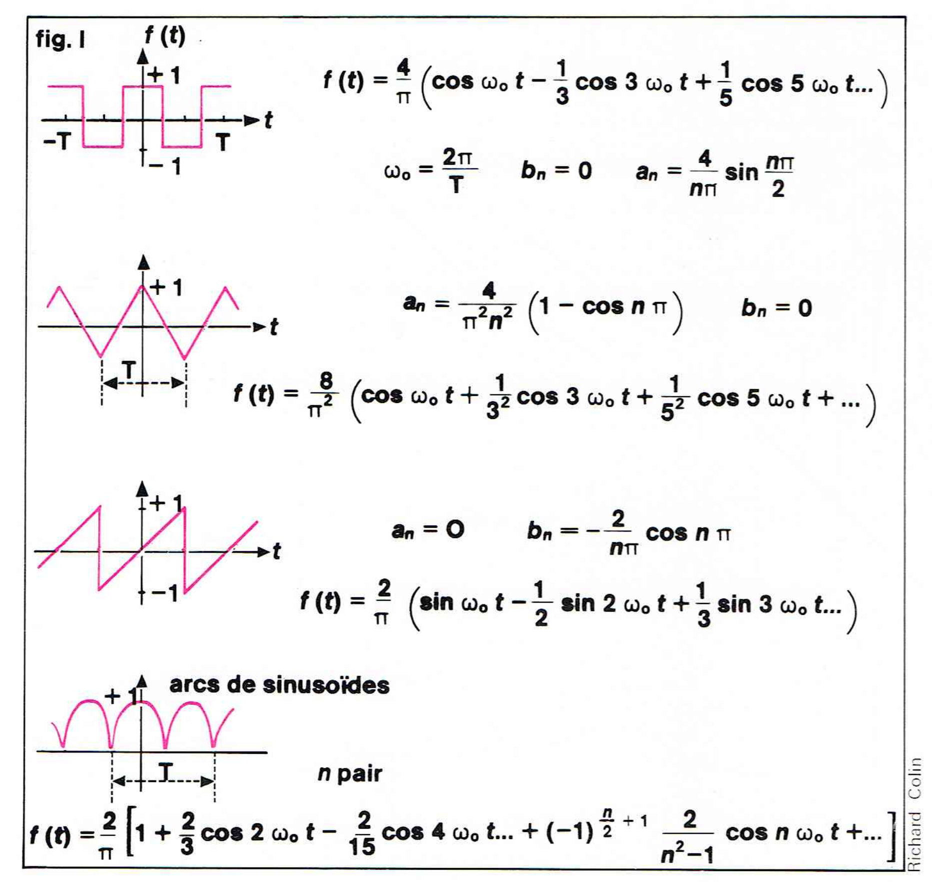
Les grandeurs physiques qui interviennent en électronique sont essentiellement de nature électrique : tension, courant, charge. Pour des fréquences pas trop élevées, les notions de champs électrique et magnétique peuvent être laissées au second plan ; le courant en un point d'un circuit ainsi que la différence de potentiel entre deux points sont parfaitement déterminés. Cela reste vrai tant que les dimensions des systèmes considérés restent faibles devant la longueur d'onde, ce qui sera toujours le cas dans ce qui va suivre. Un paragraphe spécial sera réservé plus loin au cas des hyperfréquences pour lesquelles ces conditions ne sont pas remplies.

Les signaux rencontrés dans les systèmes électroniques seront donc des tensions ou courants, le plus souvent variables, que nous représenterons par des fonctions $s\ (t)$. Parmi toutes les fonctions possibles, celles dont la forme se reproduit identique à elle-même périodiquement sont très souvent rencontrées : on appelle *fonction périodique* une telle fonction $s\ (t)$ telle que

$$s\ (t + k\mathrm{T}) = s\ (t)$$

k étant un *nombre entier algébrique* et T la *période*. La sinusoïde $s\ (t) = \mathrm{A} \cos \left(\frac{2\,\pi t}{\mathrm{T}} + \varphi\right)$, où φ est la phase, est un cas particulier très important. On l'écrit parfois $s\ (t) = \mathrm{A} \cos\ (2\,\pi f t + \varphi)$ en introduisant la *fréquence* $f = 1/\mathrm{T}$ ou plus souvent $s\ (t) = \mathrm{A} \cos\ (\omega t + \varphi)$ avec la *pulsation* $\omega = 2\,\pi f$.

On peut montrer que toute fonction périodique de forme quelconque et de fréquence f_0 peut être considérée comme la somme d'un nombre fini ou infini de fonctions sinusoïdales dont les fréquences sont des multiples entiers de f_0. C'est le principe de la décomposition des signaux en série de Fourier. Par exemple, le signal carré d'amplitude a peut se mettre sous la forme :

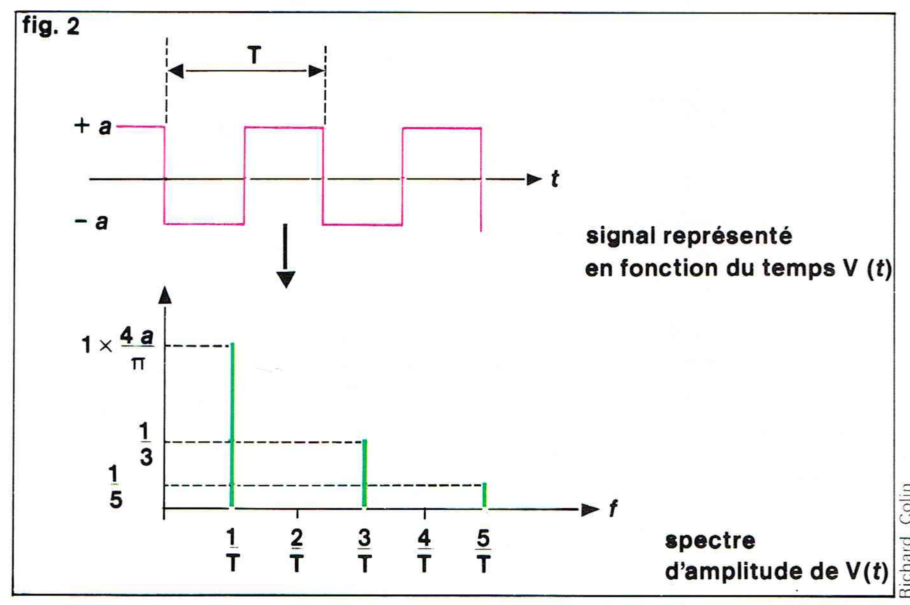


▲ *Figure 1 : décomposition en série de Fourier de quelques signaux périodiques simples.*

▼ *Figure 2 : représentation dans le domaine temps V (t) et dans le domaine « fréquences » (spectre) d'un même signal.*

$$c(t) = \frac{4a}{\pi}\left[\cos \omega_0 t - \frac{1}{3}\cos 3\omega_0 t + \frac{1}{5}\cos 5\omega_0 t + \ldots\right]$$

La *figure* 1 donne les décompositions des formes les plus usuelles en électronique. Les diverses composantes du signal sont appelées *harmoniques* de ce signal ; dans l'exemple ci-dessus, l'harmonique d'ordre 5 a pour amplitude le $\frac{1}{5}$ de l'amplitude de l'harmonique de rang 1 que l'on appelle le *fondamental,* et les harmoniques de rang pair sont nuls. On peut remarquer que les amplitudes successives ne sont pas toutes de même signe. Dans le cas le plus général, les diverses sinusoïdes doivent être déphasées avant d'être ajoutées pour reconstituer la forme cherchée ; c'est ce qui est fait dans l'expression générale ci-dessous, la somme de deux sinusoïdes d'amplitudes a_n et b_n déphasées de 90° étant une sinusoïde



de même fréquence, mais dont la phase dépend de a_n et b_n :

$$s(t) = \sum_{n=1}^{n=\infty} (a_n \cos n\omega_0 t + b_n \sin n\omega_0 t)$$

Compte tenu des relations bien connues :

$$\cos x = \frac{1}{2}(e^{jx} + e^{-jx}) \text{ et } \sin x = \frac{1}{2j}(e^{jx} - e^{-jx})$$

on remplace souvent les sinus et cosinus par des exponentielles complexes,

$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} c_n e^{jn\omega_0 t}$$

ce qui conduit à introduire des *fréquences négatives.* Bien entendu, il ne s'agit que d'un artifice de calcul, une fréquence négative n'ayant aucune signification physique. On démontre aisément que $c_n = c_{-n}^*$ les c_n étant éventuellement complexes et $|c_n|^2 = a_n^2 + b_n^2$.

Les coefficients du développement peuvent être calculés par les expressions suivantes :

$$a_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} s(t) \cos n\omega_0 t \, dt$$

$$b_n = \frac{2}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} s(t) \sin n\omega_0 t \, dt$$

ou

$$c_n = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} s(t)\, e^{-jn\omega_0 t} dt$$

Il est commode de représenter, en fonction de la fréquence, l'amplitude des divers harmoniques ; l'information ainsi présentée est très importante pour le traitement ultérieur du signal, comme nous le verrons plus loin. On constitue ainsi le *spectre du signal,* formé dans le cas présent de *raies* (*fig.* 2).

A partir des amplitudes des divers harmoniques, on peut calculer la *puissance du signal :* cette puissance est en effet à un coefficient près la moyenne du carré du signal ; par exemple, la loi de Joule nous enseigne qu'une résistance R parcourue par un courant $i(t)$ est le siège d'une dissipation de chaleur donnée par $P = R\overline{i^2}$. On a donc

$$P = \overline{s^2(t)} = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} s^2(t)\, dt$$

que l'on peut écrire en remplaçant s par sa décomposition en série de Fourier

$$P = \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} s(t)\left(\sum_n c_n e^{jn\omega_0 t}\right) dt =$$

$$\sum_n c_n \frac{1}{T}\int_{-\frac{T}{2}}^{+\frac{T}{2}} s(t)\, e^{jn\omega_0 t} dt$$

on reconnaît dans l'intégrale l'expression de c_n

donc $P = \Sigma c_n c_{-n} = \Sigma c_n c_n^* = \Sigma |c_n|^2$

ainsi : *la puissance est la somme des puissances contenues dans les divers harmoniques.* C'est le **théorème de Parceval.**

Lorsque la période d'un signal augmente, c'est-à-dire que sa fréquence diminue, les raies de son spectre sont de plus en plus resserrées ; on conçoit qu'à la limite, lorsque la période est infinie, c'est-à-dire que le signal n'est plus périodique, on puisse lui attribuer un spectre continu, c'est-à-dire qu'il est possible d'en reconstituer la forme en ajoutant un nombre infini de sinusoïdes dont les fréquences prennent toutes les valeurs possibles entre 0 et l'infini. Cela a été traité rigoureusement par Fourier qui a démontré que tout signal $s(t)$ pouvait s'écrire sous la forme d'une somme infinie de sinusoïdes, c'est-à-dire d'une intégrale ·

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(f)\, e^{j2\pi ft}\, df$$

F (f) étant l'amplitude qu'il faut donner à la composante de fréquence f; elle peut être calculée par l'expression :

$$F(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} s(t)\, e^{-j2\pi ft}\, dt$$

Les fréquences négatives n'ayant pas de sens physique mais n'étant introduites que pour regrouper des termes en sinus et cosinus, les F (f) ne sont pas quelconques. Pour deux fréquences de signe opposé, elles sont *complexes conjuguées*, c'est-à-dire de même module et de phase opposée. En écrivant $F(f) = |F|\, e^{j\varphi(f)}$ on a $|F(f)| = |F(-f)|$ et $\varphi(-f) = -\varphi(f)$.

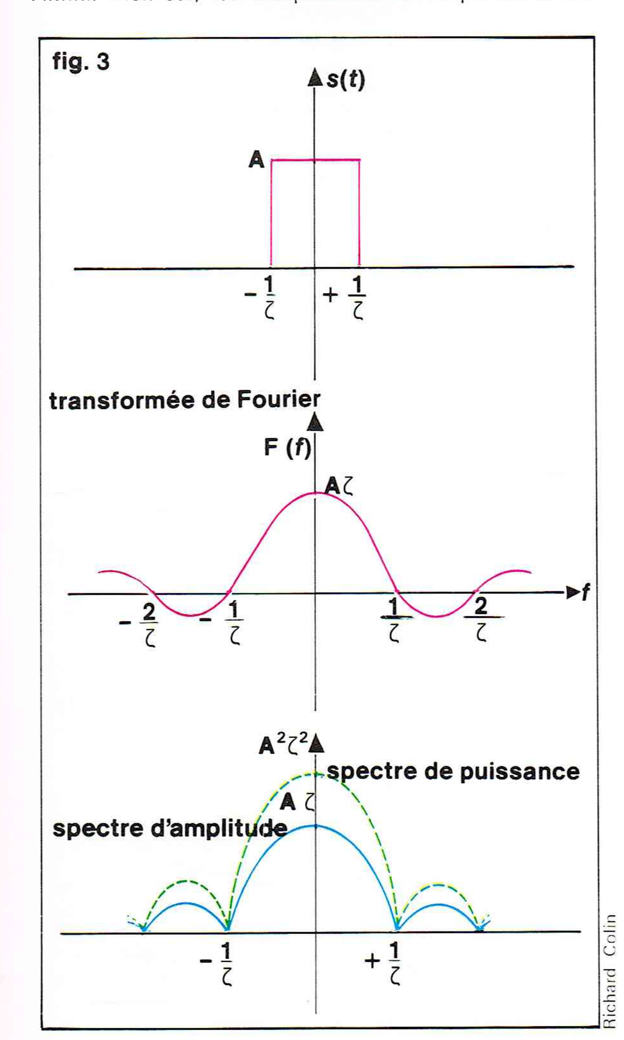
La courbe donnant le module de F (f) en fonction de la fréquence constitue le *spectre d'amplitude* du signal. Par généralisation du théorème de Parceval, la puissance totale transportée par le signal est la somme des puissances de chaque composante

$$P = \int_{0}^{\infty} |F(f)|^2\, df$$

et l'on désigne souvent par *spectre du signal* la représentation du carré de ce module en fonction de la fréquence.

Une impulsion rectangulaire unique constitue un bon exemple de signal non périodique; son spectre est représenté sur la *figure* 3.

On peut observer que les amplitudes des composantes décroissent rapidement au-delà de la fréquence $\frac{1}{\tau}$ (τ étant la largeur du top), mais ne s'annulent jamais. Il faut donc, pour reconstituer le top rectangulaire parfait, ajouter une infinité de sinusoïdes ayant des fréquences allant jusqu'à l'infini. Bien sûr, les composantes de fréquence élevée interviennent avec une amplitude très faible, et leur contribution est peu sensible. Pratiquement, en supprimant toutes les composantes au-delà de $\frac{1}{\tau}$ ou mieux $\frac{2}{\tau}$ on obtiendra une déformation très faible du signal. Retenons de cela que, pour reproduire convenablement un top de largeur τ, il faut ajouter des composantes dont la fréquence s'étend entre 0 et $\frac{2}{\tau}$ environ. Plus le top est bref, et plus large doit être la bande de fréquence retenue. A la limite, pour reproduire un top de largeur nulle [impulsion de Dirac $\delta(t)$] il faut une bande de fréquence d'étendue infinie.



◀ *Figure 3 : spectre d'une impulsion unique.*

Les formules citées plus haut permettent d'associer à tout signal fonction du temps $s(t)$ une fonction de la fréquence F (f) que l'on appelle transformée de Fourier de $s(t)$. On peut passer aisément de l'une à l'autre qui ne sont que les expressions mathématiques d'une même réalité. $s(t)$ est la *forme temporelle du signal* et F (f) sa *forme fréquentielle*. Cette transformation de Fourier a pris en physique une importance considérable, en particulier en optique.

Linéarité - Système linéaire

Très souvent, un système électronique peut être considéré comme une « boîte noire » ayant une entrée à laquelle on applique le signal à traiter, et une sortie où l'on recueille le signal traité (signal de sortie). Si $e(t)$ est le signal d'entrée, nous désignerons par $s(t)$ celui de sortie. Parmi tous les systèmes possibles, les plus simples à utiliser sont ceux qui satisfont à la condition de linéarité que l'on peut exposer de la façon suivante : soit $s_1(t)$ et $s_2(t)$ les signaux de sortie correspondant aux deux signaux d'entrée $e_1(t)$ et $e_2(t)$; on dit que le *système* est *linéaire* si, au signal d'entrée $\lambda_1 e_1 + \lambda_2 e_2$ où λ_1 et λ_2 sont des nombres algébriques, correspond un signal de sortie $\lambda_1 s_1 + \lambda_2 s_2$.

D'après ce que l'on a vu dans le paragraphe précédent, on conçoit que, dans ce cas, il soit possible de calculer la forme $s(t)$ du signal de sortie correspondant à une entrée $e(t)$ si l'on connaît la réponse du système à tout signal d'entrée de forme sinusoïdale. Il suffit d'ajouter les réponses à toutes les composantes de Fourier du signal d'entrée. Or on peut démontrer qu'un système linéaire ne déforme pas les sinusoïdes, c'est-à-dire qu'il n'en modifie que l'amplitude et la phase.

Si l'entrée est : $e = a \cos \omega_0 t$

la sortie est de la forme : $s = |G|\, a \cos(\omega_0 t + \varphi)$

Le comportement du système linéaire est parfaitement déterminé pour un signal d'entrée sinusoïdal de pulsation ω par le gain G, nombre complexe de module $|G|$ et d'argument φ

$$G(\omega) = |G|\, e^{j\varphi}$$

Ce nombre dépend naturellement de la fréquence considérée. Si F $(j\omega)$ est la transformée de Fourier du signal d'entrée, celle du signal de sortie sera :

$$S(j\omega) = F(j\omega) \times G(\omega)$$

puisque chaque composante d'amplitude F $(j\omega)$ du signal d'entrée subit dans la traversée du système une multiplication par G. La relation précédente est fondamentale en électronique, car on essaye toujours de se placer dans le cas où les systèmes utilisés sont linéaires, au moins approximativement.

Les éléments de circuit

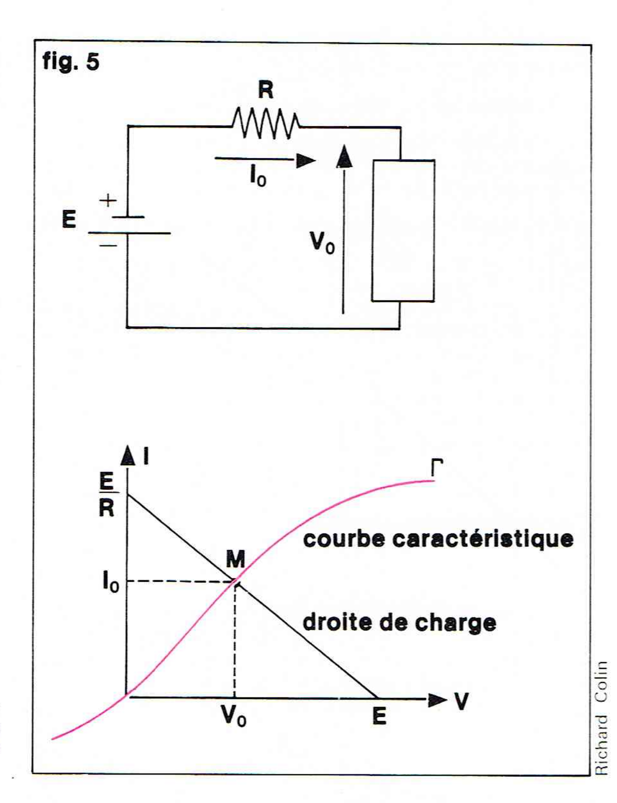
Le dipôle

L'élément de circuit le plus simple est le *dipôle*. C'est un système accessible par deux bornes, dont l'état électrique est entièrement déterminé à un instant donné par un courant et une tension. Nous conviendrons d'adopter pour les signes de ces deux grandeurs la convention indiquée sur la *figure* 4, le courant étant compté positif dans le sens entrant. Si, grâce à une source extérieure, on applique entre les deux points A et B une différence de potentiel V, le circuit est parcouru par un courant I. En modifiant V et en notant successivement les valeurs du courant on peut tracer une courbe I (V) qui est la *caractéristique* du dipôle étudié. Dans le cas général,

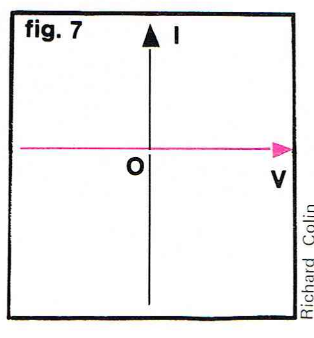
fig. 4
I > 0
A
V > 0
B
Richard Colin

▲ *Figure 4 : convention de signe pour un dipôle.*

▶ *Figure 5 : attaque d'un dipôle et détermination graphique du point de polarisation* M.



▼ *Figure 7 : courbe caractéristique statique d'une capacité* I = *0.*



cette courbe peut avoir une forme quelconque, le rapport V/I dépend de V et de I, c'est-à-dire que *le dipôle ne suit pas la loi d'Ohm.* D'autre part, pour I = 0, la tension V peut ne pas être nulle; c'est ce qui se produit si le circuit comporte des générateurs de tension. Excepté le cas des résistances pures, pour lesquelles la caractéristique est une droite, les méthodes de calcul des circuits linéaires décrites plus haut ne sont pas applicables.

Associé à une source extérieure E et à une résistance R (*fig.* 5), le dipôle est traversé par un courant I_0, V_0 étant la tension à ses bornes. Le point M (I_0, V_0) dans le plan (I, V) est appelé *point de polarisation* du dipôle. Il peut être déterminé graphiquement, car il se trouve à l'intersection de la courbe caractéristique I = I (V) et de la droite d'équation V = E — RI obtenue en appliquant la loi d'Ohm aux bornes de la résistance R. Cette droite, qui joue un rôle important dans les problèmes d'électronique, est appelée *droite de charge* du dipôle.

Un problème que l'on rencontrera très souvent est celui qui consiste à chercher comment est modifié le point de polarisation précédent si la tension E varie : la solution algébrique la plus générale est très difficile et doit être cherchée pour chaque nouvelle forme de caractéristique, mais elle peut être simplifiée si l'on admet que les variations ΔE de E sont faibles. On peut alors assimiler la courbe caractéristique à sa tangente au point M et écrire entre les variations de V et I une relation simple :

$$\frac{\Delta V}{\Delta I} = \frac{V - V_0}{I - I_0} = r$$

où *r*, qui a les dimensions d'une résistance, est la pente de la caractéristique au point M ; c'est la *résistance différentielle* du dipôle autour du point de polarisation M (I_0V_0). En différentiant les deux équations du système qui déterminent le point M, on obtient :

$$\begin{cases} \Delta V = r\Delta I \\ \Delta V = \Delta E - R\Delta I \end{cases}$$

équations qui seraient obtenues en appliquant les lois de Kirchhoff à un circuit formé en remplaçant la pile E par une pile fictive ne représentant que les variations ΔE de E et le dipôle non linéaire par sa résistance différentielle *r*. Ce circuit fictif est appelé *schéma équivalent* du circuit réel, sous-entendu, équivalent pour le calcul des variations de V et I autour du point de polarisation M. Ce remplacement du circuit réel par un circuit équivalent linéarisant le système autour d'un point de polarisation sera effectué couramment dans ce qui suit (*fig.* 6).

Un exemple important de dipôle non linéaire est la **diode.** C'est un composant qui n'est conducteur que dans un seul sens, c'est-à-dire dont la résistance différentielle est infinie lorsque la tension est appliquée dans le sens « bloquant ».

La description précédente reste valable tant que les variations de E, c'est-à-dire de V et I, ne sont pas trop rapides. Lorsque la vitesse augmente, il apparaît un retard entre les variations de la tension et du courant; le rapport ΔV/ΔI cesse d'être indépendant de *t*. Dans le cas simple où l'une des variations est sinusoïdale, l'autre l'est aussi (car c'est un système linéaire pour de faibles amplitudes) mais déphasée. Le rapport ΔV/ΔI n'est plus un nombre réel, la résistance différentielle devient une *impédance différentielle* qui dépend toujours du point de polarisation choisi, mais aussi de la fréquence. L'exemple le plus frappant est celui d'une *capacité parfaite :* il s'agit d'un dipôle qu'aucun courant continu ne peut traverser, et dont la caractéristique est l'axe des tensions lui-même (*fig.* 7); sa résistance différentielle est donc infinie. Par contre, on sait que, si la tension V à ses bornes varie, la capacité est traversée par un courant $i = C\frac{dV}{dt}$. En régime sinusoïdal, si $\Delta V = v_0 \cos \omega_0 t$ la variation du courant I, autour de la valeur de repos, qui est ici zéro, est

$$\Delta I = - Cv_0\omega_0 \sin \omega_0 t = Cv_0\omega_0 \cos\left(\omega_0 t + \frac{\pi}{2}\right)$$

on passe de ΔV à ΔI par une multiplication par Cω et un déphasage de π/2. C'est le résultat classique, que l'on exprime en écrivant l'impédance du condensateur :

$$Z = \frac{1}{jC\omega}$$

Dans ce cas, cette impédance ne dépend pas du point de polarisation. On retiendra ici le résultat important suivant :

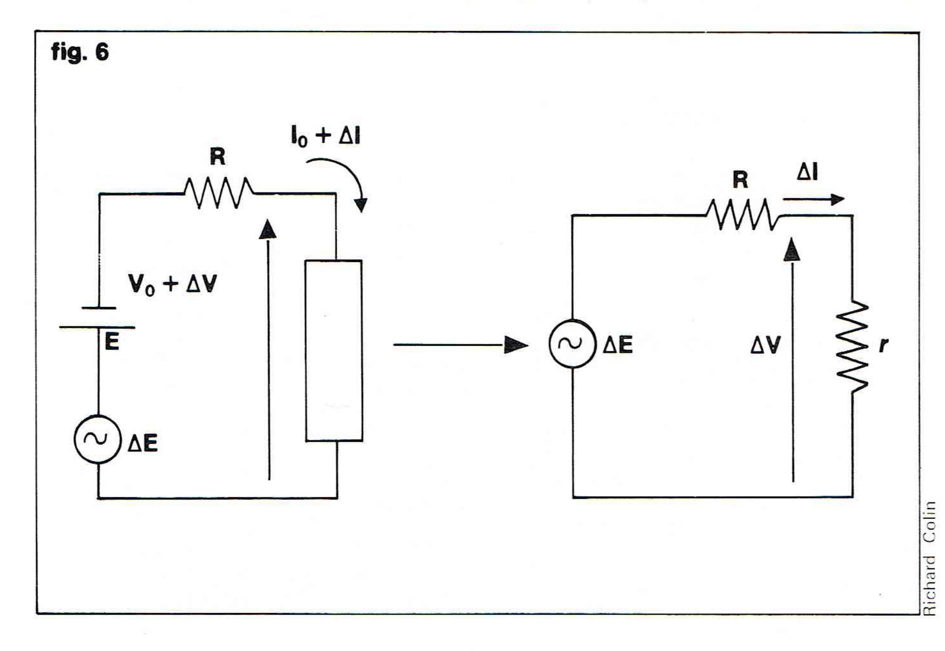
— l'impédance différentielle d'une capacité est infinie à fréquence nulle, ce que l'on exprime plus brièvement en disant qu'une capacité « ne passe pas le continu » ;

— l'impédance différentielle tend vers zéro lorsque la fréquence tend vers l'infini; une capacité « passe l'alternatif », et d'autant mieux que la fréquence est plus élevée.

Le quadripôle

A de rares exceptions près, le dipôle ne peut pas jouer un rôle de circuit de commande, puisqu'il n'a qu'un seul accès. Cette fonction est effectuée par un circuit plus complexe qui est le *quadripôle.* C'est l'association de deux dipôles, un dipôle d'entrée parcouru par un courant I_1 sous une tension V_1 et un dipôle de sortie I_2, V_2 (*fig.* 8a). Ces deux dipôles ne peuvent pas être représentés complètement chacun par une courbe caractéristique, car ils sont dépendants l'un de l'autre. La caractéristique du circuit de sortie dépend de l'état dans lequel se trouve le circuit d'entrée et réciproquement. Cela est facile à

▼ *Figure 6 : schéma réel et schéma équivalent pour les variations autour du point de polarisation.*



comprendre si l'on considère le cas particulier du quadripôle de la *figure* 8b constitué par trois résistances ; sa caractéristique d'entrée est différente suivant que la sortie est « en l'air » ou en court-circuit.

En toute rigueur, il existe deux relations :

$$I_1 = f\ (V_1, I_2, V_2)$$

$$I_2 = g\ (V_2, I_1, V_1)$$

qui ne sont en général ni linéaires, ni même exprimables algébriquement.

En pratique, le comportement du quadripôle est représenté graphiquement par un double réseau de caractéristiques : un réseau d'entrée formé de plusieurs courbes $I_1 = f\ (V_1)$ tracées chacune pour une valeur d'une des grandeurs de sortie I_2 ou V_2, par exemple $I_1 = f\ (V_1)_{V2=Cte}$, et un réseau de sortie $I_2 = g\ (V_2)_{I1=Cte\ ou\ V1=Cte}$.

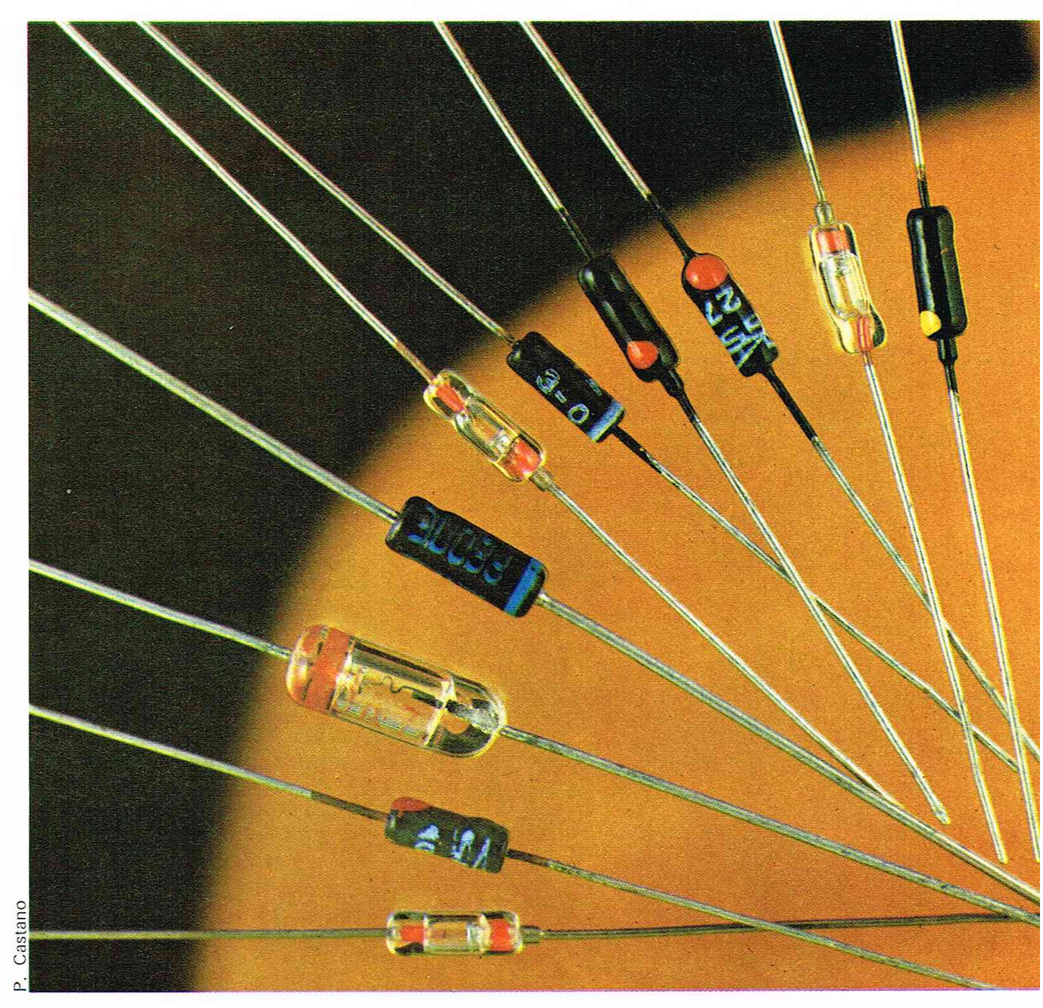
Dans les circuits, le quadripôle est associé avec des résistances et des sources de tension ; la détermination de son point de fonctionnement (I_1, I_2, V_1, V_2) se fait comme nous l'avons vu plus haut en traçant des droites de charges qui sont ici au nombre de deux : droite de charge d'entrée $V_1 = E_1 - R_1I_1$ et de sortie $V_2 = E_2 - R_2I_2$. Si l'on désire déterminer les variations de l'une des grandeurs électriques définissant le point de polarisation lorsque l'une des tensions d'alimentation varie, on pourra soit opérer graphiquement, soit, comme pour les dipôles pour de faibles variations, effectuer une linéarisation du système en assimilant les courbes à leur tangente au point de polarisation. Pour les variations, les deux relations citées plus haut conduisent à deux équations linéaires dont les coefficients ne dépendent que du point de repos choisi :

$$\Delta I_1 = a_{11}\Delta V_1 + a_{12}\Delta V_2$$

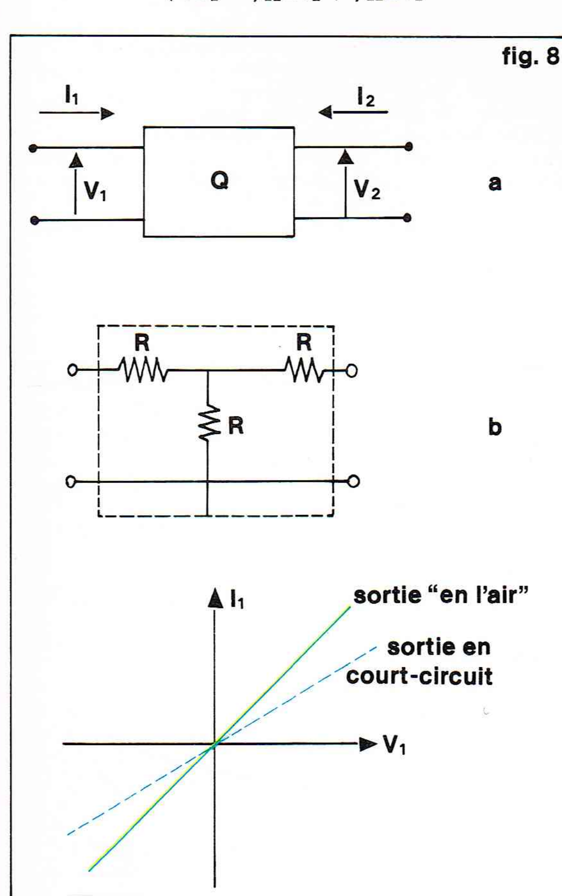
$$\Delta I_2 = a_{21}\Delta V_1 + a_{22}\Delta V_2$$

Par des opérations algébriques simples, on peut faire apparaître au premier membre deux variables quelconques. Par exemple, en explicitant les courants en fonction des tensions :

$$\begin{cases} \Delta I_1 = y_{11}\Delta V_1 + y_{12}\Delta V_2 \\ \Delta I_2 = y_{21}\Delta V_1 + y_{22}\Delta V_2 \end{cases}$$



▲ *Quelques types de diodes miniaturisées.*



◀ *Figure 8 : représentation générale d'un quadripôle et exemple simple.*

on obtient un système pour lequel les coefficients ont les dimensions d'une admittance ; on dit que ce sont les *paramètres y* du quadripôle. Il est d'usage d'utiliser des lettres minuscules pour représenter les variations

$$(\Delta I_1 = i_1)$$

Les deux relations ci-dessus peuvent se mettre sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} y_{11} y_{12} \\ y_{21} y_{22} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix}$$

La matrice des coefficients *y* est la *matrice admittance*, ou *matrice y* du quadripôle. On obtient de même une *matrice impédance* en explicitant les tensions en fonction des courants :

$$\begin{pmatrix} v_1 \\ v_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} z_{11} z_{12} \\ z_{21} z_{22} \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} i_1 \\ i_2 \end{pmatrix}$$

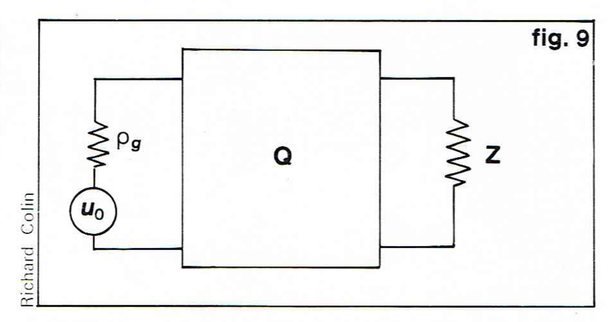
Une représentation souvent rencontrée est qualifiée d'hybride ; elle présente l'inconvénient de faire apparaître des paramètres n'ayant pas tous la même dimension, mais est très commode à utiliser avec les transistors :

$$\begin{cases} v_1 = h_{11}i_1 + h_{12}v_2 \\ i_2 = h_{21}i_1 + h_{22}v_2 \end{cases}$$

Les paramètres *h* sont dits « hybrides ».

De même que dans le cas des dipôles, les paramètres précédents ne sont réels que pour des vitesses de variations assez faibles. Au-delà, ils sont complexes et fonction de la fréquence considérée. Il est commode pour calculer les variations de faire appel à un circuit équivalent, obtenu en ne conservant des sources de tension ou courants que leur partie variable et en remplaçant le quadripôle par un « circuit équivalent » qui est un circuit linéaire formé de résistances, capacités, etc., dont les équations de Kirchhoff sont analogues aux systèmes matriciels écrits plus haut.

▶ *Figure 9 : circuits extérieurs associés à un quadripôle générateur d'attaque (u_0, ρ) et impédance de charge Z.*



Quadripôle associé à un circuit extérieur

Le signal d'entrée appliqué à un quadripôle est fourni par un circuit plus ou moins complexe qui, pour de faibles variations, c'est-à-dire dans le domaine linéaire, peut être représenté par un générateur ayant une résistance interne ρ_g et une force électromotrice u_0 (théorème de Thévenin). De même, la sortie est connectée à une charge assimilable à une impédance Z (*fig.* 9). Dans ces conditions, l'entrée du quadripôle se comporte comme un dipôle dont on peut calculer l'impédance différentielle. Il suffit d'ajouter aux deux équations précédentes définissant les paramètres, *h* par exemple, l'équation exprimant la loi d'Ohm en sortie $v_2 = -Zi_2$. Un peu d'algèbre conduit alors à :

$$\frac{v_1}{i_1} = h_{11} - \frac{h_{12}h_{21}}{h_{22} + \frac{1}{Z}}$$

on voit que, pour une charge Z faible, cette « impédance d'entrée » se réduit à h_{11}. De même, les variations de la tension de sortie en fonction de celles d'entrée, c'est-à-dire le « gain en tension » du quadripôle, s'écrivent :

$$G_v = \frac{v_2}{v_1} = \frac{-\frac{h_{21}}{h_{11}}}{h_{22} + \frac{1}{Z} - \frac{h_{21}h_{12}}{h_{11}}}$$

En explicitant la variation i_2 du courant de sortie en fonction de v_2, on trouve une équation de la forme

$$v = v_{20} - \rho i_2$$

montrant que, vu de la sortie, le quadripôle se comporte comme une source ayant une résistance interne ρ dont la valeur est :

$$\rho = \frac{1}{h_{22} - \frac{h_{12}h_{21}}{h_{11} + \rho_g}}$$

Nous verrons plus loin l'importance de ces relations.

Le transformateur parfait

Parmi les nombreux quadripôles que l'on rencontre en électronique, l'un est particulièrement important, c'est le *transformateur*. Il s'agit d'un quadripôle parfaitement linéaire dont les caractéristiques (aux phénomènes de saturation magnétique près) ne dépendent pas des courants et tensions continus qui peuvent lui être appliqués. Sa description complète est du domaine de l'électrotechnique, mais pour l'électronicien, compte tenu des faibles courants utilisés, on peut négliger les pertes et retenir un comportement idéal. Les lois de l'induction permettent d'écrire :

$$\begin{cases} v_1 = L_1 \dfrac{di_1}{dt} + M \dfrac{di_2}{dt} \\ v_2 = L_2 \dfrac{di_1}{dt} + M \dfrac{di_1}{dt} \end{cases}$$

où L_1 et L_2 sont les *self-inductions* des bobinages primaires et secondaires couplés par une mutuelle induction M. En l'absence de pertes magnétiques, $M = \sqrt{L_1L_2}$.

Si une impédance Z est connectée au secondaire $v_2 = -Zi_2$, on peut calculer quelle est l'impédance apparente du primaire v_1/i_1. Le calcul simple conduit à l'expression :

$$Z_1 = \frac{v_1}{i_1} = \frac{jL_1\omega Z}{Z + jL_2\omega}$$

en multipliant haut et bas par $\frac{L_1}{L_2}$, on obtient :

$$Z_1 = \frac{v_1}{i_1} = \frac{jL_1\omega \cdot Z\frac{L_1}{L_2}}{Z\frac{L_1}{L_2} + jL_1\omega}$$

de la forme $\frac{R_1R_2}{R_1 + R_2}$ qui montre que l'impédance d'entrée est formée par l'association en parallèle de la self primaire L_1 et d'une impédance $Z\frac{L_1}{L_2}$. Or, la self d'un bobinage étant proportionnelle au carré du nombre de spires de l'enroulement, le rapport L_1/L_2 est aussi le carré du rapport du nombre de tours de fil, donc $Z_1 = L_1 \,//\, Z\left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2$.

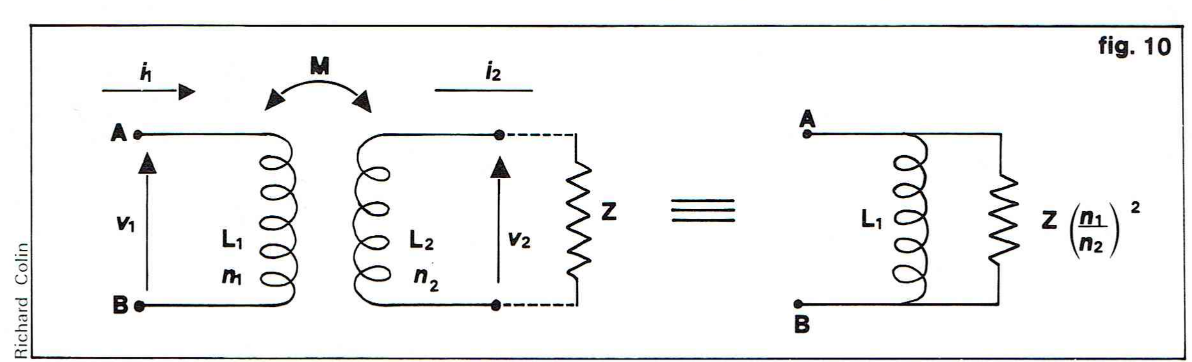
Si la self primaire est assez élevée, l'impédance d'entrée du transformateur se réduit au second terme qui est l'impédance Z, placée en sortie, multipliée par le carré du rapport de transformation. Le transformateur joue le rôle d'un transformateur d'impédance (*fig.* 10).

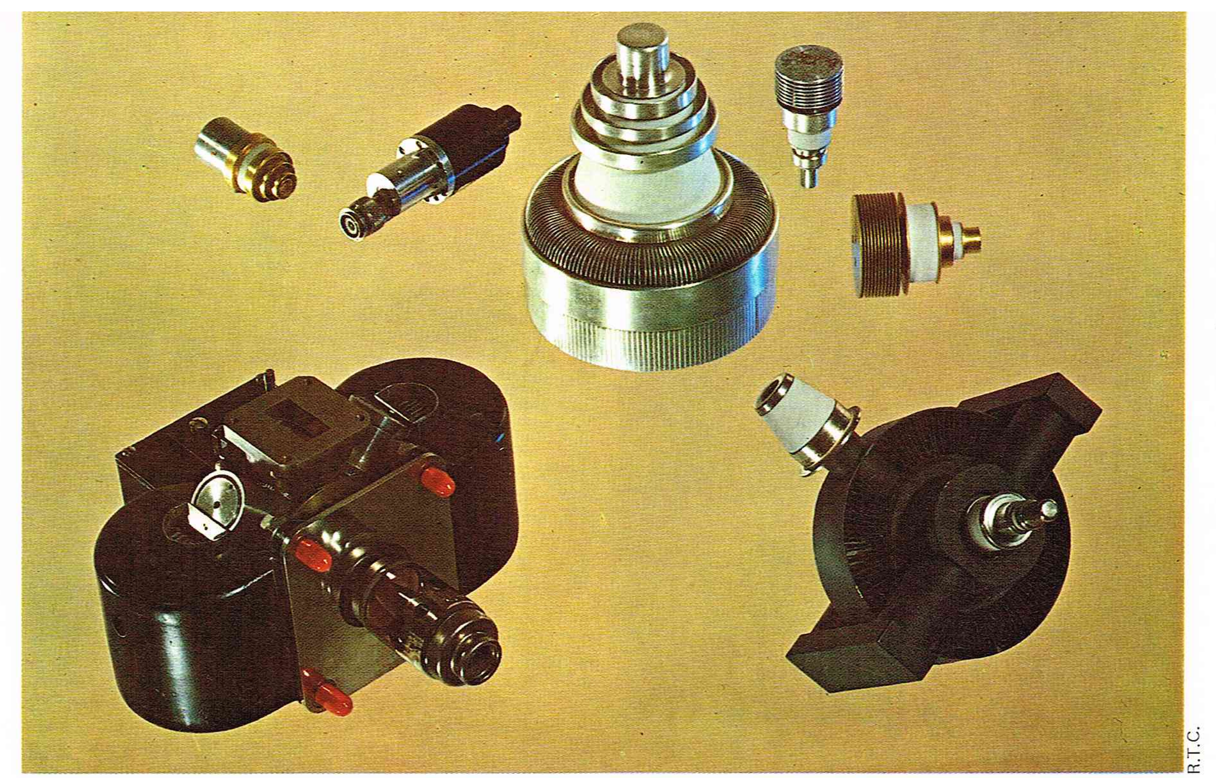
Éléments actifs et passifs

On distingue deux types fondamentaux de dipôles et quadripôles, les *éléments passifs* et les *éléments actifs*. Les éléments passifs peuvent fonctionner sans source d'énergie extérieure, c'est-à-dire autour du point de polarisation $I_0 = V_0 = 0$; c'est le cas de tous les assemblages de résistances, capacités et selfs ; l'énergie recueillie à leur sortie est toujours inférieure à celle qui leur est appliquée, la différence étant dissipée sous forme de chaleur dans les résistances. Le transformateur décrit plus haut en est un exemple. Pour les éléments actifs au contraire, une source de polarisation est nécessaire, l'énergie contenue dans le signal de sortie peut être plus grande que celle introduite à l'entrée, la différence étant bien entendu puisée dans la source de polarisation. Ainsi un amplificateur de sonorisation est un système qui fournit dans un haut-parleur une énergie importante, très supérieure à celle introduite à son entrée par le microphone, et prélevée, sous forme de courant continu, à la source d'alimentation. L'amplificateur se comporte en quelque sorte comme un transformateur d'énergie, prélevant une puissance électrique à la source, qui est souvent ici le secteur ou des piles, pour la transformer en énergie sonore qui est le fidèle reflet du signal très faible délivré par le micro.

Ces éléments actifs sont toujours dans les circuits associés à des résistances, selfs et capacités ; ils sont la plupart du temps non linéaires.

▶ *Figure 10 : transformateur parfait adaptateur d'impédances.*




R.T.C.

◀ *Le développement de la radio-électricité, et plus généralement, celui de l'électronique, a commencé avec l'invention, en 1906, par Lee de Forest, de la* triode. *Ici, quelques types de triodes de forte puissance.*

Les composants électroniques

De nombreux phénomènes physiques peuvent être mis à profit pour construire des dipôles et quadripôles utilisables comme éléments de circuits électroniques, mais ils ne seront retenus que s'ils sont suffisamment rapides, ce qui élimine pratiquement tous les effets thermiques. Une première catégorie de composants s'est développée à partir de l'émission thermo-électronique.

Émission thermo-électronique - Les tubes à vide

Sous l'influence d'une élévation de température, certains électrons d'un métal peuvent acquérir assez d'énergie pour franchir la surface et sortir du solide. L'énergie minimale nécessaire pour cela est appelée *énergie de sortie* ou *travail de sortie*, c'est une caractéristique de l'élément. Elle est particulièrement faible pour les métaux alcalins tels que le césium (1,8 eV) et vaut 4,5 eV pour le tungstène, qui est souvent utilisé à cause de sa température de fusion élevée. Pour un morceau de métal isolé, les électrons sont retenus par l'attraction électrostatique, et il se forme seulement un nuage électronique au voisinage de la surface. En appliquant un champ électrique grâce à une plaque métallique (anode) placée au voisinage du métal chauffé et portée à un potentiel positif par rapport à ce dernier, on peut extraire les électrons libres et obtenir un courant dans le circuit extérieur. Sa valeur maximale correspondant à la collection complète des électrons traversant la surface est donnée par la loi de Richardson :

$$I = SA_0T^2e^{-W_0/kT}$$

où S est la surface du métal, A_0 une constante identique pour tous les métaux purs, T la température, W_0 le travail de sortie et *k* la constante de Boltzmann.

Lorsque la tension appliquée à la plaque collectrice (anode) est négative, les électrons sont au contraire repoussés, et aucun courant ne peut circuler dans le circuit extérieur. Un tel dispositif ne peut être traversé par le courant que dans un seul sens : c'est une *diode*.

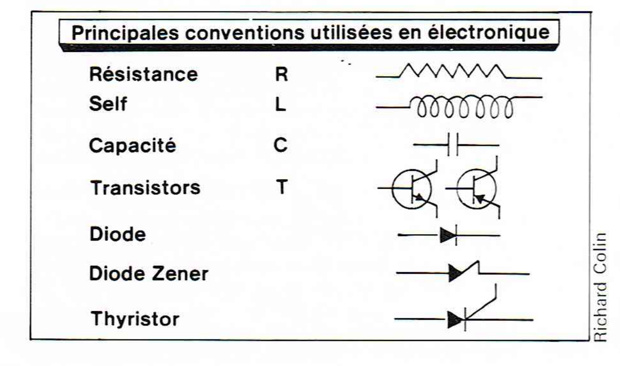
La diode

La *diode thermo-électronique* ou *diode à vide*, utilisant ce principe, comprend, dans une ampoule vidée d'air, une cathode chauffée émettrice d'électrons et une anode collectrice. La cathode n'est plus actuellement en métal pur, mais elle est constituée d'une substance ayant un travail de sortie plus faible, souvent un oxyde ; elle est chauffée au voisinage de 1 200 °C par un filament annexe (*fig.* 11). Le courant circulant entre les deux électrodes est bien plus faible que celui prévu par la loi de Richardson, car il existe un nuage électronique constituant une charge d'espace négative qui repousse les électrons vers la cathode. L'intensité du courant est donnée en fonction de la tension appliquée par l'équation de Child-Langmuir $I = \rho V^{3/2}$; le coefficient ρ est la *perveance* du tube et dépend de sa géométrie. La caractéristique I (V) du dipôle ainsi constitué est reproduite sur la *figure* 11 ; le courant n'a de valeur appréciable que pour un seul sens de polarisation, mais ne change pas de signe, tout en étant très faible dans le sens bloquant. Le non-renversement du sens du courant est évident, puisque seule la cathode émet des électrons mais ne se retrouve pas avec les diodes à semi-conducteur, et il est bon de le signaler, car c'est une différence fondamentale entre les deux types de composants. La diode ainsi constituée est progressivement abandonnée, car elle nécessite un circuit de chauffage du filament qui consomme beaucoup d'énergie, de plus elle est considérablement plus grosse qu'un redresseur solide de mêmes performances, et elle est plus fragile mécaniquement.

La triode

C'est Lee de Forest qui, en 1907, eut le premier l'idée permettant de transformer la diode à vide en un relais électrique rapide, donnant ainsi naissance à toute l'électronique actuelle. Le courant anodique d'une diode dépend surtout, nous venons de le voir, du champ électrique au voisinage de la cathode, lui-même très sensible à la charge d'espace régnant en son voisinage. Pour commander ce courant, il suffit d'introduire une électrode

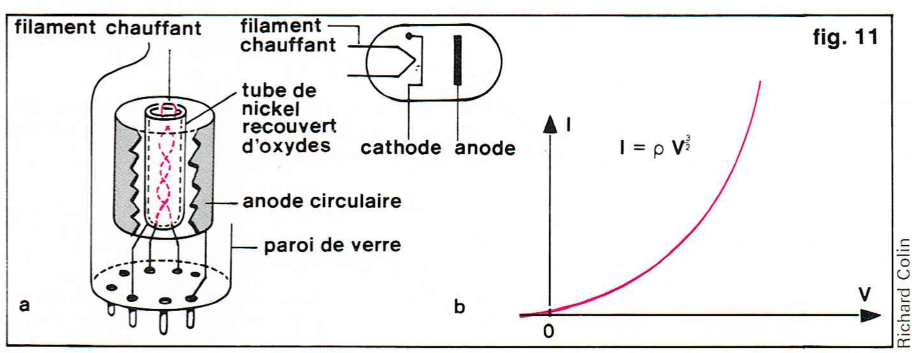
▼ *A gauche, tableau des principales conventions utilisées en électronique. A droite, figure 11 ;* la diode à vide : a) *structure ;* b) *représentation schématique et caractéristique.*



Principales conventions utilisées en électronique

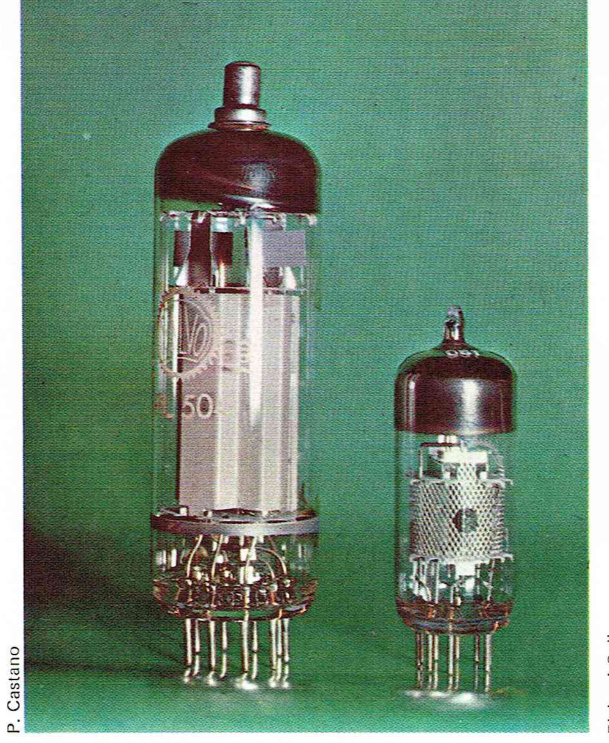
Résistance	R	
Self	L	
Capacité	C	
Transistors	T	
Diode		
Diode Zener		
Thyristor		

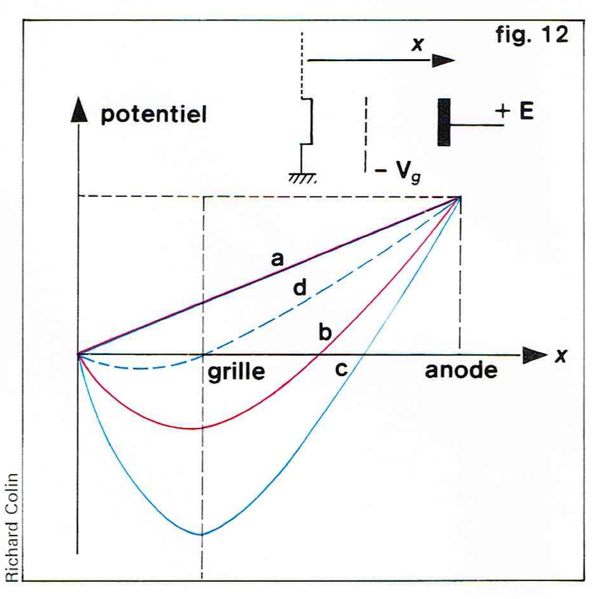
Richard Colin



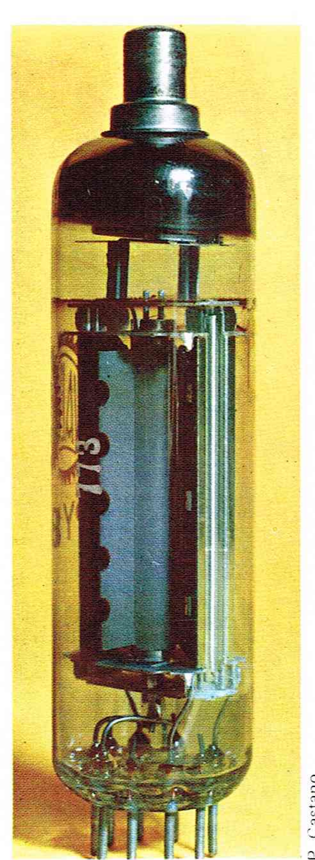
Richard Colin

▶ *A gauche, deux types de* pentodes. *A droite, figure 12 ; potentiel en fonction de la distance à la cathode* x *:* a) *idéal en l'absence de charge d'espace ;* b) *dans une diode en présence d'un nuage électronique (charge d'espace) au voisinage de la cathode ;* c) *dans une triode avec la grille polarisée négativement ;* d) *avec grille au potentiel de la cathode.*


P. Castano



Richard Colin


P. Castano

▲ *Une* diode.

supplémentaire ou *grille*, portée à un potentiel négatif par rapport à la cathode, qui modifie la répartition des potentiels dans le tube. On a représenté sur la *figure* 12 cette répartition de potentiels pour une diode et pour le nouveau composant qui porte le nom de *triode*. Pour une tension suffisamment négative appliquée à la grille, aucun électron ne peut parvenir à l'anode, et le courant s'annule ; si la grille est portée au potentiel de la cathode, le courant est au contraire bien plus grand que le courant de la diode de même géométrie, comme le montre la *figure* 12 ; la présence de la grille atténue en effet dans ce cas fortement la barrière de potentiel créé par la charge d'espace. On peut encore accroître le courant en portant la grille à un potentiel positif, mais ce mode de fonctionnement est à éviter, car la grille capte alors beaucoup d'électrons, et il apparaît un « courant grille » important.

Le système ainsi constitué est un quadripôle, ou plus exactement un tripôle, car l'une des électrodes est commune à l'entrée et à la sortie. Le circuit d'entrée est le *dipôle grille-cathode*, la sortie le *dipôle anode-cathode*. En régime de fonctionnement normal, c'est-à-dire avec une grille portée à un potentiel négatif par rapport à la cathode, il n'y a pas de réseau de caractéristiques d'entrée car le courant de grille est nul. Le comportement statique de l'ensemble peut être décrit par un seul réseau de sortie $I_A = f\,(V_{AK})_{V_{gK}=Cte}$; son allure générale est reproduite sur la *figure* 13a.

On utilise parfois une autre représentation en traçant le courant anodique en fonction de la tension grille-cathode pour différentes valeurs de la tension anode-cathode $I_A = f\,(V_{gK})_{V_{AK}=Cte}$ (*fig.* 13b). Le relevé expérimental de ces courbes peut être effectué à l'aide d'un montage analogue à celui qui est représenté sur la *figure* 13c.

Les réseaux précédents permettent de déterminer le point de polarisation lorsque l'on connaît les éléments extérieurs, résistances et piles associées à la triode, mais se prêtent mal à un calcul de variations des tensions et courants autour de ce point de polarisation. Comme il a été exposé plus haut, on effectue pour cela une linéarisation locale. Les grandeurs en jeu sont ici $\Delta I_A = i$, $\Delta I_g = 0$ (courant grille nul) $\Delta V_{gK} = u$, $\Delta V_{AK} = v$.

En explicitant les courants en fonction des tensions, on obtient une seule équation, puisque le courant grille est nul :

$$i = \alpha u + \beta v$$

les coefficients α et β ont les dimensions d'une admittance. Il est d'usage de présenter cette unique relation sous une forme un peu différente

$$\rho i = \mu u + v$$

ou

$$i = \frac{\mu}{\rho} u + \frac{1}{\rho} v$$

Pour $v = 0$, c'est-à-dire à tension grille constante, l'équation se réduit à $v = \rho i$, ce qui montre que ρ est la pente au point de polarisation de la courbe

$$I_A = f\,(V_{AK})_{V_{gK}=Cte}$$

du réseau de sortie, ρ a les dimensions d'une résistance, c'est la *résistance interne* du tube. Si l'on maintient constant le courant anodique $i = 0$, alors $v = -\mu u$, μ est ainsi le rapport entre les variations de potentiel de plaque et de grille ; on l'appelle *coefficient d'amplification* de la triode. Si la tension anodique est maintenue constante ($v = 0$), le terme μ/ρ relie les variations du courant anodique à celle de la tension grille, c'est la *pente* du tube, et aussi la pente au sens géométrique du terme de la caractéristique $I = f\,(V_g)_{V_A=Cte}$ au point de fonctionnement. Pour une triode de faible puissance, les ordres de grandeur de ces paramètres sont les suivants : ρ quelques kilo-ohms (kΩ), μ quelques dizaines (10 à 200), la pente μ/ρ étant ainsi de quelques mA/V.

L'équation fondamentale de la triode permet de construire le schéma équivalent du tube qui se présente comme un générateur de force électromotrice $-\mu u$ et de résistance interne ρ ; la *figure* 14 montre comment, pour calculer les variations autour du point de repos, on peut remplacer le schéma réel par un montage équivalent.

fig. 13
a
I_A ; V_{AK} ; $-V_{gK}$
$V_{gK} = 0$; $V_{gK} = -1$ V ; $V_{gK} = -2$ V ; $V_{gK} = -3$ V ; $V_{gK} = -4$ V ; $V_{gK} = -5$ V ; $V_{gK} = -6$ V
b
I_A ; V_{gK}
$V_{AK} = 250$ V ; 200 V ; 150 V ; 100 V
c
V_{AK} ; 220 V ; V_g ; I_A ; 30 V ; 300 V

Richard Colin

▶ *Figure 13 :* a) *réseau de Kellog d'une triode ;* b) *réseau* $I_A = f(V_{gK})$ *;* c) *montage pour le relevé des caractéristiques d'une triode.*

La pentode

Dans une triode, l'ensemble grille-anode forme une capacité qui, bien que de très faible valeur, perturbe le fonctionnement du tube aux fréquences très élevées. Il existe des montages permettant de remédier à cet inconvénient, mais il est possible de réduire considérablement cette capacité en intercalant entre la grille et l'anode une électrode supplémentaire portée à un potentiel intermédiaire fixe et formant blindage, c'est la *grille écran*. On constate cependant que cette grille peut recueillir des électrons arrachés à l'anode par le choc du faisceau cathodique (électrons secondaires), et cela se traduit par une forme particulière des caractéristiques pouvant donner naissance à des oscillations parasites. Pour éviter cela, une grille supplémentaire portée au potentiel de la cathode est ajoutée entre l'anode et l'écran, c'est la *grille suppresseuse*. La structure ainsi réalisée comprend alors cinq électrodes, d'où son nom de pentode.

Les circuits utilisant des pentodes sont semblables à ceux qui utilisent des triodes ; il faut seulement prévoir une alimentation supplémentaire pour l'écran. Le potentiel de l'écran étant constant, la répartition de la charge d'espace au voisinage de la grille est bien moins sensible à la tension anodique que dans le cas de la triode, et il faut s'attendre à une faible variation de I_A en fonction de V_{AK} pour V_{gK} constant, c'est-à-dire à une forte résistance interne. C'est effectivement ce que l'on constate en observant les caractéristiques du tube EF 86 reproduites sur la *figure* 15.

L'équation de fonctionnement pour les petits signaux établie pour la triode reste valable, mais, compte tenu de la forte valeur de ρ, le terme v/ρ est souvent négligé ; il ne reste alors que $i = \frac{\mu}{\rho} u$ que l'on écrit $i = gu$, la pente g étant le paramètre le plus important pour une pentode. En pratique, ρ peut atteindre plusieurs dizaines de kilo-ohms, et *g* 10 à 50 mA/V, ce qui correspond à un coefficient d'amplification μ de plus de 1 000.

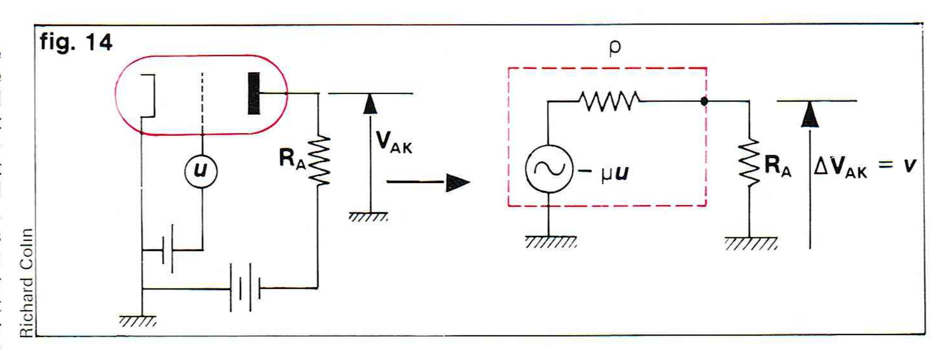
Il est important de remarquer que la pentode n'est un tripôle que parce que l'on maintient constantes les tensions d'écran et de suppresseuse. Il est parfaitement possible d'appliquer des tensions variables à ces deux électrodes, le courant anodique étant alors fonction des tensions sur les trois grilles. La mise en œuvre et le calcul des circuits deviennent alors bien plus complexes, mais l'éventail des possibilités d'utilisation de la pentode s'ouvre considérablement. En fait ces possibilités ont été assez peu utilisées ; quelques générateurs de signaux en dents de scie utilisent de façon active les trois grilles, et en télécommunications on emploie ainsi la pentode pour les modulations ou la détection de signaux.

Après avoir régné en maitre pendant près d'un demi-siècle sur l'électronique, les tubes disparaissent peu à peu de tous les circuits courants ; ils sont volumineux, fragiles et consomment beaucoup d'énergie, en particulier pour le chauffage des cathodes. Il est très difficile d'assurer le fonctionnement sûr d'un appareil comprenant plus de quelques dizaines de tubes ; en particulier, les problèmes d'échauffement deviennent difficiles et coûteux à résoudre. Un récepteur de télévision en couleurs est à la limite de ce qui est réalisable, et le développement des systèmes complexes actuels tels que les calculatrices électroniques est impossible avec de tels composants ; une calculatrice 8 chiffres, 4 opérations, telle que l'on en trouve actuellement à très bas prix sur le marché, nécessite l'emploi de l'équivalent de plus de 5 000 triodes, et ce chiffre est à multiplier par 1 000 pour un gros ordinateur.

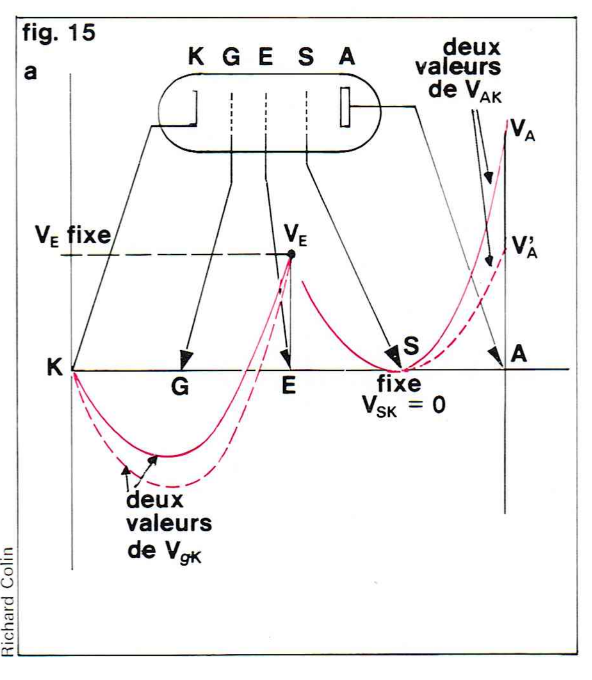
Cependant les tubes électroniques restent encore irremplaçables pour les très fortes tensions et puissances rencontrées dans les émetteurs de radio et de télévision, et aussi sous une forme assez différente comme générateurs d'ondes de fréquences très élevées et de forte puissance (klystrons, carcinotrons, etc.).

Les semi-conducteurs

Les semi-conducteurs doivent leur nom au fait que leur résistivité est intermédiaire entre celle des conducteurs, tels que les métaux, et celle des isolants ; en fait, la différence la plus caractéristique tient au sens de variation de cette résistivité avec la température. La résistance d'un fil métallique augmente avec la température (un filament d'ampoule à incandescence est beaucoup plus résistant à chaud qu'à froid) alors que celle d'un semi-conducteur diminue. La physique de ces matériaux a été exposée dans le chapitre de *Physique du solide*, mais il est possible de comprendre le fonctionnement des dispositifs électroniques à semi-conducteurs en se limitant à un exposé simplifié. Les semi-conducteurs sont des éléments tétravalents (germanium, silicium) qui cristallisent dans le système cubique, c'est-à-dire que, dans le réseau cristallin, chaque atome est placé au centre d'un tétraèdre dont les sommets sont les quatre

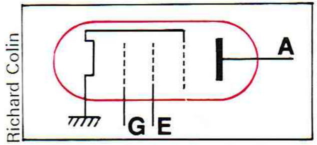


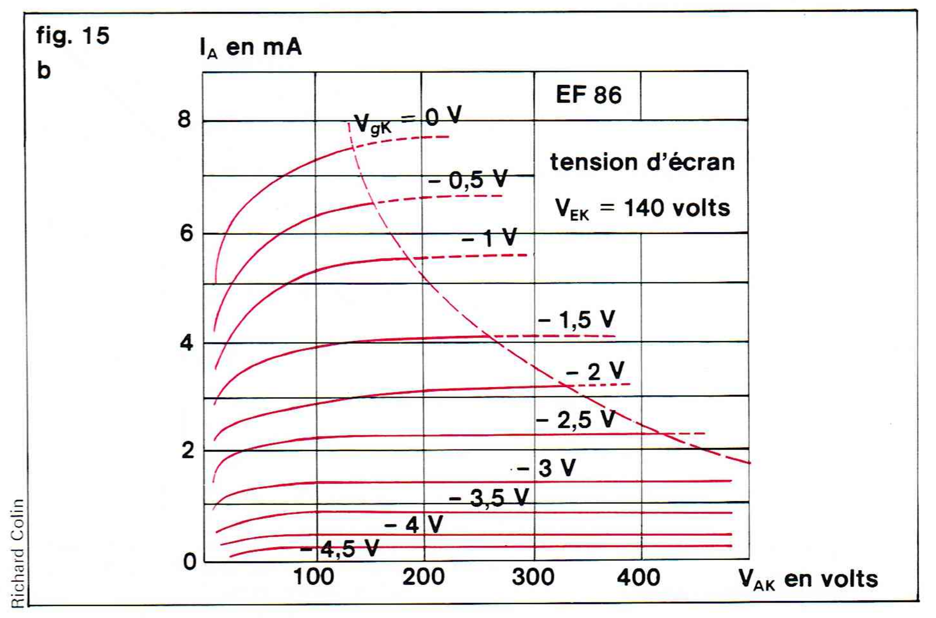
▲ *Figure 14 : passage du schéma réel au schéma équivalent (cas d'une triode).*

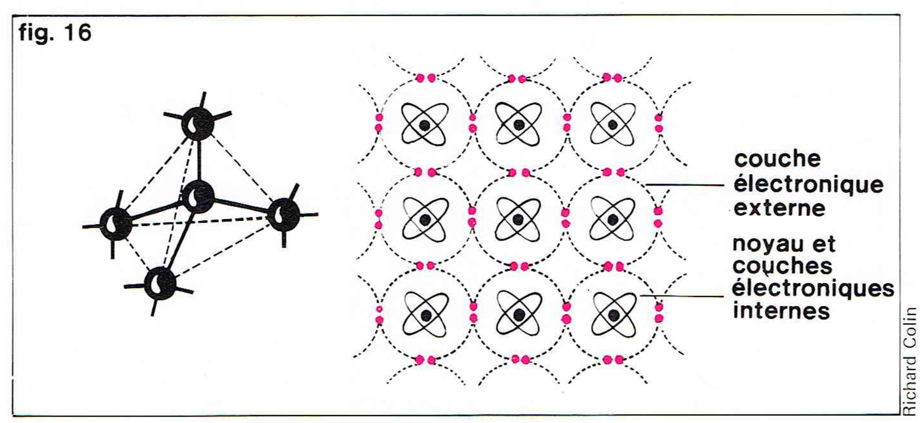


◀ *Figure 15a : répartition des potentiels dans une pentode.*

▼ *Figure 15b : représentation schématique et caractéristiques d'une pentode EF 86.*







▲ *Figure 16 : environnement d'un atome dans un cristal de semi-conducteur et représentation schématique du réseau cristallin, chaque noyau étant entouré de 8 électrons périphériques.*

atomes voisins. Cette configuration est naturelle pour des éléments tétravalents dont les atomes ont une couche électronique extérieure contenant quatre électrons. On sait en effet qu'une couche électronique est particulièrement stable lorsqu'elle contient huit électrons ; cette situation est réalisée ici par la mise en commun de chaque électron par deux atomes voisins. Il se forme ainsi autour de chaque noyau une couche externe de huit électrons *(octet)*, dont quatre sont ceux provenant du noyau lui-même, et les quatre autres appartiennent aussi aux quatre atomes voisins. C'est ce qui est représenté sur la *figure* 16, sur laquelle, pour faciliter le dessin, le réseau est symbolisé sous forme plane. Ainsi, avec une telle configuration, tous les électrons sont retenus par les forces de valence, et aucun ne peut contribuer au transport de charges électriques. Un semi-conducteur est donc isolant, au moins au voisinage du zéro absolu. Lorsque la température s'élève, l'agitation thermique confère à certains électrons une énergie suffisante pour qu'ils brisent leur liaison avec les noyaux et deviennent des électrons libres dans le cristal. Le nombre de ces électrons croît exponentiellement avec la température, car la probabilité pour qu'un électron acquière l'énergie suffisante est proportionnelle à un terme $e^{E/KT}$ où E est l'énergie d'activation nécessaire (gap) et T la température absolue. Sous l'influence d'un champ électrique, ces électrons libres vont se déplacer d'un mouvement d'ensemble et constituer ainsi un courant électrique traversant le solide. Ce type de conduction est identique à celui rencontré avec les métaux, pour lesquels deux électrons par atome sont libres dans le solide et constituent un nuage électronique permanent baignant les noyaux placés aux nœuds du réseau. On conçoit donc que la résistance d'un semi-conducteur décroisse lorsque la température s'élève, puisque le nombre de porteurs augmente. Mais un autre mode de transport de charge intervient ici ; chaque électron libre a été arraché à un octet autour d'un noyau qui, ayant ainsi perdu une charge négative, prend une charge positive de même valeur absolue. Il n'y a plus que sept électrons dans la couche électronique externe de cet atome ; on dit qu'il s'est formé un « octet déficient ».

Cette déficience en électrons a naturellement tendance à se combler pour revenir à un état d'énergie plus basse ; elle le sera par un électron provenant d'un atome voisin, auquel à son tour il manquera un électron, et ainsi de suite. La charge électrique positive due au départ de l'électron initialement arraché par l'agitation thermique se déplace donc dans le réseau par comblement successif de la même façon qu'une particule positive fictive que l'on appelle un *trou*. Si un champ électrique est appliqué au cristal, la probabilité pour que le trou soit comblé par un électron venant du côté cathode est plus grande que de le voir comblé par un électron arrivant d'une autre direction, car sous l'action du champ il se crée un mouvement d'ensemble des électrons de la cathode vers l'anode ; le trou se déplace donc de proche en proche vers la cathode, c'est-à-dire dans le sens du champ électrique.

Le transport de charge électrique entre cathode et anode se fait toujours par des électrons qui sont les seules particules réelles mobiles dans le réseau cristallin, mais, dans ce dernier cas, il y a saut successif d'un atome à l'autre et non déplacement « libre » comme dans la conduction de type métallique. Il est plus simple de parler du déplacement d'une particule fictive, le *trou* ayant une charge inverse de celle d'un électron, et il est libre dans le solide.

Dans un semi-conducteur idéalement pur, il y a naturellement autant de trous que d'électrons libres puisque les premiers apparaissent lors de la formation des seconds. On peut écrire une équation :

atome neutre = électron libre + trou

à laquelle, si n est le nombre d'électrons libres par unité de volume et p le nombre de trous, on peut appliquer la loi des équilibres chimiques :

$$np = \text{constante} = n_i^2$$

cette constante n_i étant une caractéristique du matériau ($n_i = 1{,}5 \cdot 10^{10}/\text{cm}^3$ pour le silicium). Pour un tel semi-conducteur pur, dit *intrinsèque*, la conduction est assurée de façon égale par les électrons libres (conduction métallique ou de type N) et par les trous (conduction de type P) [*fig.* 17].

Cet équilibre est rompu si l'on introduit dans le cristal des atomes étrangers. Si l'impureté est constituée d'atomes dont les dimensions ne sont pas très différentes de celles des atomes du réseau intrinsèque, il peut y avoir substitution d'un des atomes du réseau par un atome étranger. La situation est alors très différente suivant la valence de l'impureté ainsi introduite.

Si l'atome étranger est pentavalent (antimoine, phosphore, arsenic), il a cinq électrons dans sa couche externe, c'est-à-dire, compte tenu des quatre électrons provenant des quatre voisins et constituant la liaison de covalence, un de trop qui se trouve dans le cristal et peut contribuer à la conduction de type N. Si la concentration des impuretés est grande devant n_i il y aura ainsi un très grand nombre d'électrons libres supplémentaires dont certains combleront les trous formés naturellement par l'agitation thermique. Il y a en quelque sorte déplacement vers la gauche de l'équilibre chimique : atome neutre $\leftrightarrows n + p$, la relation $np = n_i^2$ restant valable.

L'ensemble du cristal restant neutre électriquement, le nombre d'électrons libres par unité de volume est égal au nombre D d'atomes étrangers, que l'on qualifie dans ce cas de *donneurs* (puisque chacun de ces atomes fournit un électron), augmenté du nombre d'électrons libres ordinaires provenant de l'agitation thermique, qui est égal au nombre de trous, soit $n = D + p$. Si $D = 100\ n_i$ les deux équations précédentes permettent de calculer que le nombre de trous restant est le centième de sa valeur dans le semi-conducteur intrinsèque ($p \sim n_i/100$). Ainsi, il n'y a presque plus de trous (on dit qu'ils sont devenus des porteurs minoritaires), et la conduction se fait essentiellement par les électrons. Un tel semi-conducteur est dit de type N.

Inversement, si l'atome étranger est trivalent (bore, gallium, indium), il lui manque un électron pour constituer un octet ; il se forme des trous supplémentaires qui vont être en partie comblés par les électrons libres naturels, dont la concentration sera ainsi très réduite. Les atomes étrangers sont appelés *accepteurs*. Si A est leur concentration, on peut écrire de la même façon que plus haut $p = A + n$. Pour A assez grand, la conduction ne se fait pratiquement plus que grâce aux trous, le semi-conducteur est de type P.

▼ *Figure 17 : dans le cas d'un semi-conducteur pur, tel le silicium, la conduction est assurée par les électrons libres (type N) et par les trous (type P) de façon égale.*

fig. 17
noyaux Si
noyau P^{5+}
électron en excédent
noyau In^{3+}
trou
comblement éventuel du trou
silicium de type N
silicium de type P
Richard Colin

La jonction PN

Plaçons l'un contre l'autre en contact intime deux cristaux semi-conducteurs dont l'un est de type P, l'autre de type N. Au voisinage de la *jonction* ainsi effectuée vont se produire un certain nombre de phénomènes importants, qui sont illustrés par la *figure* 18. Loin de la jonction du côté P, la concentration p_p des trous est grande, celle des électrons n_p faible, la situation est inversée dans la zone N de l'autre côté où $n_n > p_n$. Au voisinage de la jonction, les trous abondants à gauche ont tendance à diffuser vers la droite pour neutraliser les électrons majoritaires du côté N. Cette diffusion suit des lois complexes, mais il est certain que les courbes de concentration doivent se raccorder, comme le montre la *figure* 18a.

Considérons alors la mince couche de matière placée de part et d'autre du plan de jonction. Du côté P, à une distance comprise entre 0 et $-x_p$ le cristal comporte moins de trous que dans une zone plus éloignée de la jonction, mais aussi plus d'électrons. Il y a par rapport à la matière électriquement neutre plus de charges négatives et moins de positives; l'équilibre électrique se trouve donc détruit, et il existe une zone chargée négativement. Symétriquement, dans la zone N entre 0 et x_n, la concentration en trous est plus élevée que celle rencontrée dans la zone située plus à droite, et la concentration des électrons plus faible; c'est cette fois une zone chargée positivement qui apparaît. De part et d'autre de la jonction, il existe donc une double répartition de charge, assez semblable à celle que l'on trouve sur les armatures d'un condensateur (*fig.* 18b). Au voisinage du plan de jonction, une particule positive est attirée du côté P, c'est-à-dire qu'il y règne un champ électrique, dit *champ interne* ($\overrightarrow{E_{int}}$) dirigé de N vers P (*fig.* 18c). Ce champ s'oppose à une diffusion des trous situés à gauche vers la zone N à droite, et réciproquement des électrons de droite vers la gauche.

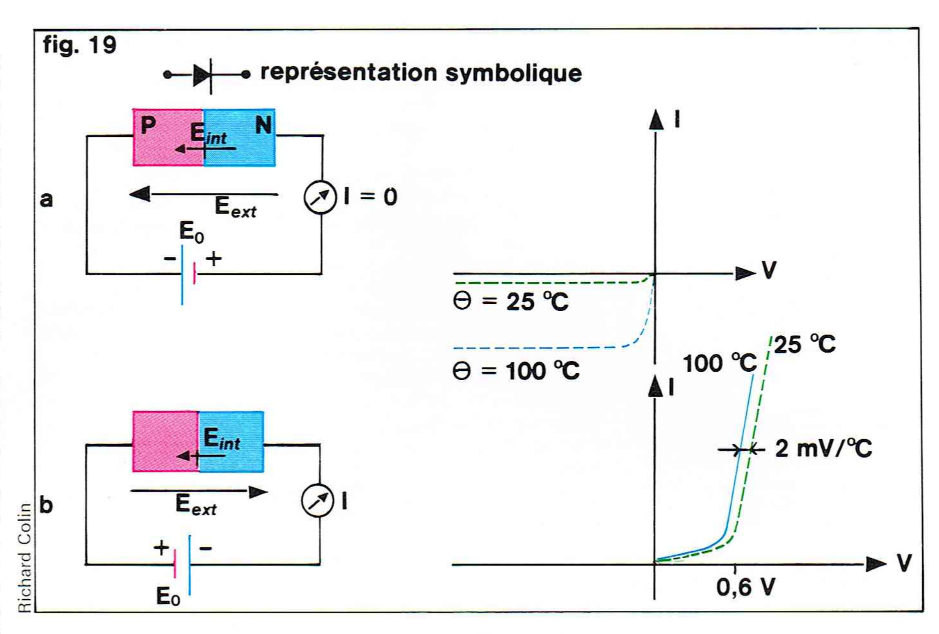
La jonction polarisée - Diode

Appliquons maintenant à cette jonction un champ électrique extérieur grâce à une pile E_0, le — étant du côté P (*fig.* 19a). Le champ électrique extérieur (E_{ext}) se trouve ainsi avoir le même sens que le champ interne et renforce donc son action. Les électrons sont chassés plus énergiquement encore de la zone de jonction vers la zone N à droite, et les trous vers la région P à gauche. La zone d'épaisseur W dans laquelle sont localisées les charges électriques est donc élargie. On retiendra que cette épaisseur W suit une loi du type $W = k \cdot \sqrt[n]{V + V_0}$ où V est la tension de polarisation extérieure appliquée, V_0 une constante et *n* un nombre variant de 2 à 3 suivant la technologie utilisée pour fabriquer la jonction. Aucun courant ne peut circuler dans le circuit extérieur. En réalité, ce n'est pas rigoureux, car il existe dans les deux zones des porteurs minoritaires (électrons dans la zone P, trous dans la zone N) dont le passage d'une zone à l'autre est au contraire favorisé par le champ appliqué. Ils sont à l'origine d'un faible courant inverse pratiquement indépendant de la tension, car il ne dépend que des concentrations de ces porteurs dans les deux régions. De plus, des trous et électrons apparaissent toujours dans la zone de jonction, du fait de l'agitation thermique; ces porteurs sont immédiatement séparés par le champ électrique, les trous rejoignant la zone P et les électrons la zone N, d'où un faible courant qui, en vertu de ce qui a été dit plus haut, varie exponentiellement avec la température. Ce courant inverse, ou *courant de fuite*, double environ tous les 7 °C dans le cas du silicium; il est ainsi 16 000 fois plus élevé à 125 °C qu'à 25 °C et ne peut jamais être négligé à haute température. Cette « création de porteurs » dans la zone de jonction peut également être obtenue par l'effet photo-électrique si le cristal est éclairé; c'est ce qui est mis à profit dans les *photodiodes*.

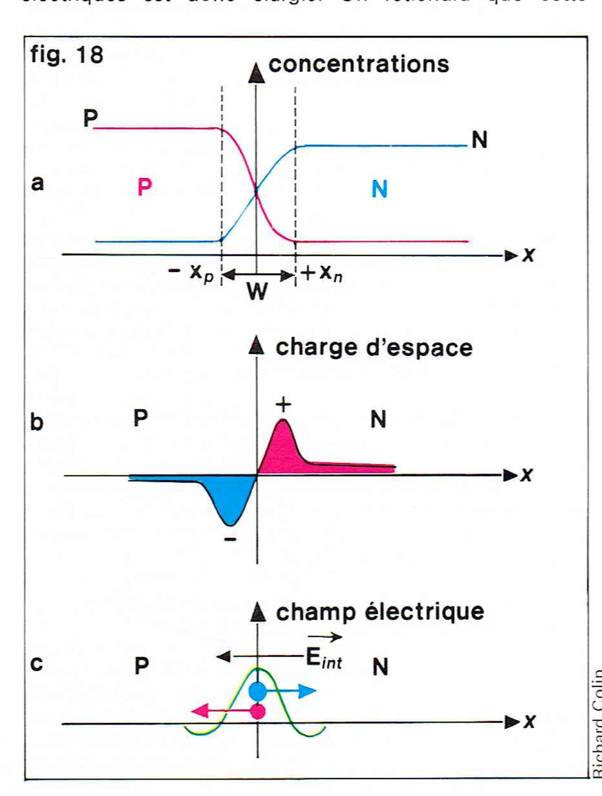
Nous avons enfin remarqué plus haut que la répartition des charges ressemblait à celle qui existe dans un condensateur. Le courant de fuite étant très faible, la jonction polarisée en inverse se comporte effectivement comme un condensateur dont la valeur dépend de l'épaisseur W de la zone perturbée, c'est-à-dire est fonction de la tension de polarisation. Approximativement, cette capacité varie en $V^{-1/2}$.

On appelle diode à capacité variable ou *Varicap* (marque déposée) un tel composant, qui est très utile, car il peut remplacer les condensateurs variables à lames mobiles beaucoup plus volumineux, et dont la commande automatique est bien plus délicate, puisqu'elle nécessite l'emploi d'un moteur d'asservissement.

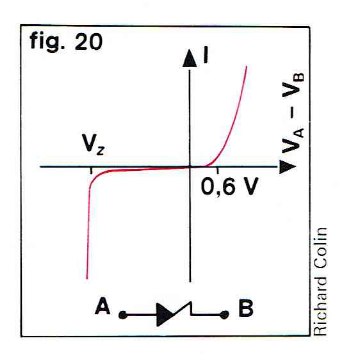
Inversons le sens de la pile en reliant son pôle + à la région P (*fig.* 19b). Le champ externe se trouve maintenant opposé au champ interne. Tant que $E_{ext} > E_{int}$ le courant électrique circulant dans le circuit extérieur reste faible, mais au-delà la barrière de potentiel interne est en quelque sorte effacée, et le courant croît très vite quand la tension augmente. Sa valeur ne dépend que très peu de la température, car elle est fonction seulement des concentrations des porteurs majoritaires dans les deux zones qui dépendent essentiellement de la quantité d'impuretés donneuses (côté N) et accepteuses (côté P) introduites lors de la fabrication du cristal. On retiendra que, pour un courant donné, la tension aux bornes de la jonction diminue d'environ 2 millivolts par degré Celsius. La valeur limite $E_{ext} = E_{int}$ correspond pour le silicium à une tension de l'ordre de 0,6 volt, et pour le germanium de 0,15 volt.



▲ *Figure 19 : polarisation d'une jonction.*



◀ *Figure 18 : phénomènes physiques au voisinage de la jonction.*



▲ *Figure 20 : représentation schématique d'une diode Zener et courbe caractéristique.*

En réalité, le courant ne croît pas brusquement à partir de 0,6 ou 0,15 volt, car le champ interne est lui-même fonction, comme W, de la tension extérieure appliquée. La théorie complète montre qu'il n'y a dans la courbe aucune discontinuité; le courant suit une loi exponentielle :

$$I = I_0 \, (e^{V/\psi} - 1)$$

où $\psi = \frac{kT}{q}$, k étant la constante de Boltzmann, T la température absolue et q la charge de l'électron. Numériquement, pour T = 300 °K, ψ = 26 mV.

I_0 est le *courant inverse de jonction*, fonction exponentielle de la température, mais qui est très faible à la température ambiante (quelques pico-ampères au plus à 25 °C pour du silicium). Dès que I est notablement supérieur à I_0, ce qui se produit dès que V dépasse une centaine de millivolts, l'expression peut se simplifier en $I = I_0 e^{V/\psi}$. Le courant est directement proportionnel à l'exponentielle de la tension ou inversement la tension varie comme le logarithme du courant. Cette propriété sera utilisée dans les amplificateurs logarithmiques.

Cependant le courant ne prend de valeur notable (des micro-ampères) qu'au-delà de 0,6 volt pour du silicium; c'est pourquoi cette valeur est à retenir.

La jonction PN ne conduit donc le courant que dans un seul sens (au courant de fuite près) ; c'est une diode que l'on représente schématiquement comme il est indiqué sur la *figure* 19.

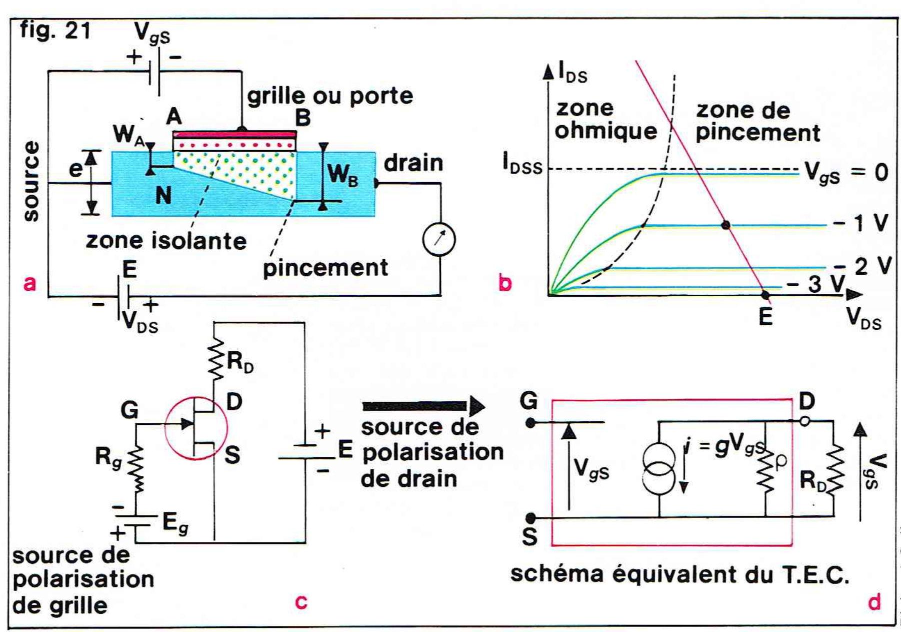
La diode Zener

Lorsque la jonction est polarisée en sens inverse, le courant ne reste faible que pour des tensions inférieures à une limite au-delà de laquelle il se produit un phénomène de claquage. Le courant croît alors très vite ; pratiquement la caractéristique devient verticale, la tension ne dépendant plus du courant. Cette valeur limite de tension est appelée *tension Zener*. Certaines diodes sont construites pour fonctionner normalement dans ces conditions, ce sont les *diodes Zener* ou diodes régulatrices de tension, qui sont largement utilisées comme étalons de tension. On les représente comme il est indiqué sur la *figure* 20.

Le transistor à effet de champ à jonction (T. E. C.)

La zone perturbée au voisinage d'une jonction est très peu conductrice, car les porteurs y sont en faible concentration, comme le montrent les courbes de la *figure* 18. Ils sont en effet repoussés de part et d'autre par le champ interne. Cette zone est pour cette raison appelée souvent *zone isolante* ou *intrinsèque*. La variation de son épaisseur en fonction de la tension inverse appliquée est mise à profit pour réaliser un quadripôle actif dans lequel une tension commande la conductibilité d'un barreau de silicium ; c'est le *transistor à effet de champ* à jonction ou T. E. C. (Jonction Field Effect Transistor ou J. F. E. T.).

▼ *Figure 21 : principe du transistor à effet de champ* (T. E. C.).



Ce transistor est constitué par une mince plaquette de silicium de type N sur laquelle est ménagée latéralement une jonction (*fig.* 21a). Deux contacts appelés *source* et *drain* sont pris aux deux extrémités, et un contact dit de *grille* sur la zone P latérale. Appliquons une tension E entre drain et source grâce à une pile extérieure placée entre grille et source ; polarisons en inverse la jonction latérale. Il se forme une zone isolante de part et d'autre, et en particulier dans le barreau N, mais elle n'a pas la même épaisseur du côté de la source et du drain, car à gauche la tension entre la zone de grille (qui est équipotentielle, car il n'y a aucun courant grille, la jonction étant polarisée en inverse) et le barreau est $-V_{gS}$, alors qu'elle est $(-V_{gS} - V_{DS})$ à droite où la zone N se trouve portée à un potentiel voisin de V_{DS}. Le courant circulant entre source et drain est donc obligé de passer dans une zone dont l'épaisseur est réduite à $(e - W_B)$ au voisinage du point B. Si l'épaisseur e du barreau est du même ordre de grandeur que celle de la zone intrinsèque W, il existe une tension $V_{gS} = V_p$ dite de *pincement* pour laquelle $e = W_B$ c'est-à-dire que le canal est complètement fermé et qu'aucun courant ne peut circuler entre le drain et la source. Connaissant la loi de variation de l'épaisseur W en fonction de la tension et la résistivité ρ du matériau N, on peut écrire les équations du système. Pour une valeur fixe de la tension de polarisation de grille V_{gS} on montre que le courant I_{DS} varie en fonction de V_{DS} suivant une loi sensiblement parabolique, pour prendre à partir d'une certaine tension une valeur pratiquement constante donnée par :

$$I_{DS} = I_{DSS} \cdot \left(\frac{|V_{gS}|}{|V_p|} - 1\right)^2$$

Le réseau de caractéristiques de sortie ressemble beaucoup à celui d'une pentode (*fig.* 21b). On distingue deux zones :

— au voisinage de l'axe des courants, les caractéristiques partent en éventail de l'origine ; le barreau se comporte comme une *résistance variable commandée par la tension grille* ; c'est la zone ohmique ;

— ensuite, pour des V_{DS} plus élevées, les caractéristiques sont horizontales ; c'est la zone de pincement, dans laquelle on cherche en général à se placer. Comme pour les tubes électroniques, un seul réseau suffit à décrire le fonctionnement statique, car la caractéristique d'entrée se réduit à $I_g = 0$.

● *Polarisation du T. E. C.*

Pour fonctionner normalement, le T. E. C. doit recevoir une tension drain-source positive (source d'alimentation), et sa grille doit être négative par rapport à la source. Cela est réalisé dans le montage de la *figure* 21c où l'on a utilisé la représentation schématique du T. E. C. le plus souvent rencontrée. On remarquera que rien dans le dessin ne distingue source et drain ; ces deux électrodes sont en effet le plus souvent interchangeables, car le dispositif est symétrique. La position du point de polarisation est déterminée en cherchant l'intersection entre la caractéristique V_{gS} = Cte = E_g avec la droite de charge de sortie d'équation $V_{DS} = E - R_D I_{DS}$.

● *Paramètres pour petits signaux et schéma équivalent*

Autour du point de polarisation, les faibles variations peuvent être calculées en effectuant une linéarisation des caractéristiques, comme nous l'avons exposé plus haut. Par suite de la nullité du courant grille, il reste une seule équation :

$$\Delta I_{DS} = \alpha \Delta V_{DS} + \beta \Delta V_{gS}$$

que l'on écrit en mettant en évidence la *pente*

$$g = \left(\frac{dI_{DS}}{dV_{gS}}\right)_{V_{DS} = Cte}$$

et la *résistance interne*

$$\rho = \left(\frac{dV_{DS}}{dI_{DS}}\right)_{V_{gS} = Cte}$$

et en remplaçant les Δ par les lettres minuscules :

$$i_{DS} = g v_{gS} + \frac{v_{DS}}{\rho}$$

Pour un bon T. E. C. utilisé dans la zone de pincement, ρ est souvent de l'ordre du mégohm, et le second terme est alors négligeable ; il reste $i_{DS} = g v_{gS}$. Comme pour la pentode, ces relations sont équivalentes à un schéma

contenant une source commandée (*fig.* 21d), et les variations seront calculées sur un schéma équivalent du montage total obtenu, comme il a été exposé plus haut, en ne conservant que les parties variables des sources présentées.

Si la tension d'alimentation de drain E est fixe, on calcule les variations de la tension drain en fonction de celle de la tension grille

$$v_{DS} = -\left(\frac{\rho R_{DS}}{\rho + R_{DS}}\right) g v_{gS}$$

qui, si ρ est grand devant la résistance de charge R_{DS}, se réduit à :

$$v_{DS} = -g R_{DS} v_{gS}$$

Le montage est un amplificateur de gain $-gR_{DS}$. Pour les T. E. C. les plus courants, la pente est de l'ordre de quelques milliampères par volt; elle varie beaucoup avec le point de polarisation choisi. En dérivant l'expression de I_{DS} présentée plus haut, on trouve en effet :

$$g = \left(\frac{dI_{DS}}{dV_{gS}}\right)_{V_{DS} = \text{Cte}} = 2 \cdot \frac{I_{DSS}}{V_P}\left(\frac{V_{gS}}{V_P} - 1\right)$$

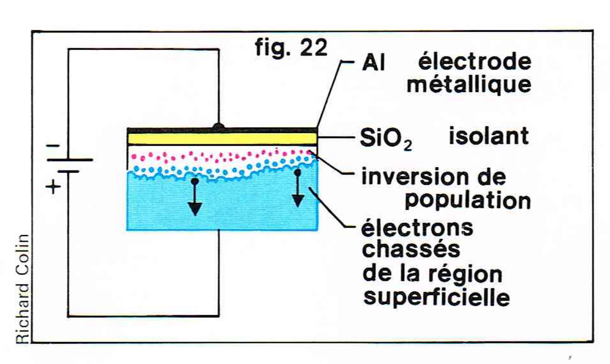
elle varie de $g = g_{max} = \frac{2\, I_{DSS}}{V_P}$ lorsque la grille est au potentiel de la source, à 0 pour la tension de pincement.

La caractéristique la plus importante du transistor à effet de champ est son impédance d'entrée élevée. L'impédance d'entrée d'un quadripôle est l'impédance différentielle présentée par son dipôle d'entrée $Z_e = \frac{\Delta V_1}{\Delta I_1}$, le courant d'entrée est ici le courant grille, c'est-à-dire le courant de fuite inverse de la jonction grille-source; il est très faible, et à 25 °C une impédance d'entrée de 1 000 mégohms est tout à fait normale pour un bon élément. Elle varie naturellement avec la température et peut ne guère dépasser quelques mégohms au-delà de 100 °C; c'est un inconvénient qui n'existe pas avec les transistors à effet de champ à grille isolée que nous allons décrire maintenant.

Le transistor à effet de champ à grille isolée

La variation de la conductibilité d'un matériau sous l'influence d'un champ électrique n'est pas un phénomène limité aux jonctions; il existe pour tous les conducteurs mais n'intéresse le plus souvent qu'une épaisseur très faible et est très difficile à mettre à profit pour réaliser un dispositif actif. Considérons une plaquette de semi-conducteur de type N sur laquelle est placée une électrode métallique permettant d'appliquer un champ électrique E perpendiculaire à la surface; cette électrode est isolée électriquement par une couche isolante de faible épaisseur qui, dans le cas du silicium, est commodément de la silice obtenue par oxydation du cristal (*fig.* 22). Si l'électrode métallique est portée à un potentiel positif par rapport au silicium, les électrons libres sont attirés et s'accumulent au voisinage de la surface. Dans cette zone, le nombre de porteurs augmentant, la conductibilité du solide s'accroît. Si, inversement, on polarise négativement l'aluminium, les électrons sont repoussés, et la conductibilité diminue; si l'intensité du champ est encore accrue dans ce dernier sens, les trous venant s'accumuler sous la surface peuvent devenir plus nombreux que les électrons, et le semi-conducteur de N devient P; c'est le phénomène d'*inversion de population*. C'est ce phénomène qui est mis à profit dans le transistor à effet de champ à grille isolée.

La structure de ce dispositif est représentée sur la *figure* 23g. Pour le fabriquer, on part d'une plaquette de silicium P qui sera le socle sur lequel reposera tout le système; c'est le *substrat*. Par oxydation en phase gazeuse, une mince couche de silice SiO_2 isolante est formée sur toute la surface qui est ensuite recouverte d'une laque (*fig.* 23a) ayant la propriété de devenir insoluble dans les solvants si elle est éclairée par une lumière ultraviolette. Un masque photographique est alors placé sur la pièce qui est insolée (*fig.* 23b), puis la laque restée soluble est éliminée (*fig.* 23c), ne laissant ainsi à nu la silice qu'en deux zones. Par action d'acide fluorhydrique, solvant de la silice, le silicium est mis à nu à ces endroits (*fig.* 23d). Après élimination de la laque restante, l'ensemble est placé dans un four où circule un mélange gazeux contenant une impureté



◀ *Figure 22 : inversion de population par effet de champ.*

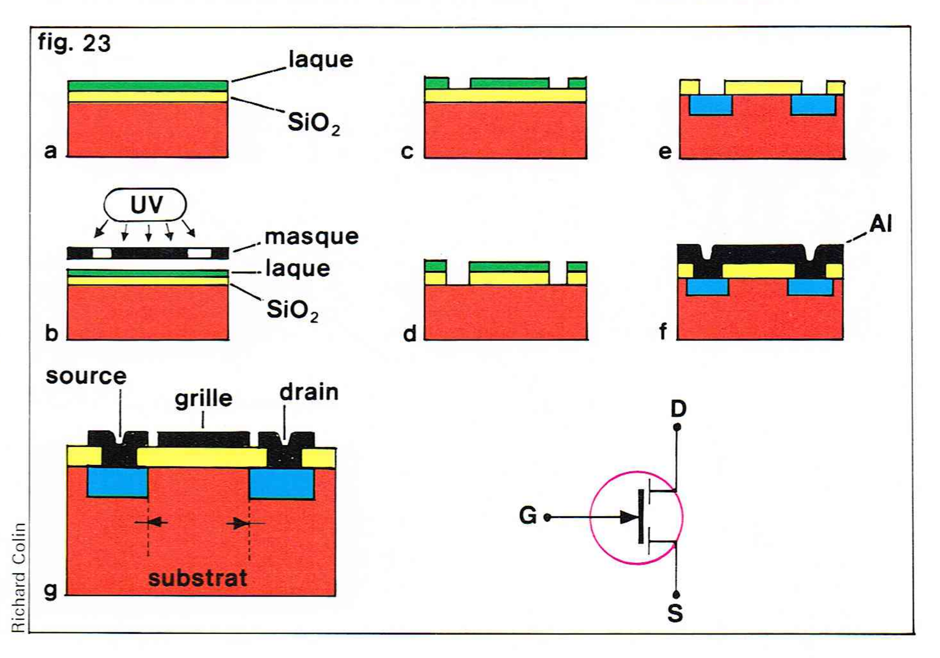
donneuse d'électrons qui diffuse dans le cristal aux endroits où il est accessible, créant ainsi deux zones N (*fig.* 23e). Une métallisation est alors effectuée sur toute la surface par pulvérisation cathodique d'aluminium (*fig.* 23f). En utilisant de nouveau un masque photosensible suivi d'une attaque chimique, on découpe dans la couche métallique les zones qui vont former les trois électrodes (source, drain, et grille), sur lesquelles des contacts sont pris en écrasant à chaud de fins fils d'or (thermocompression).

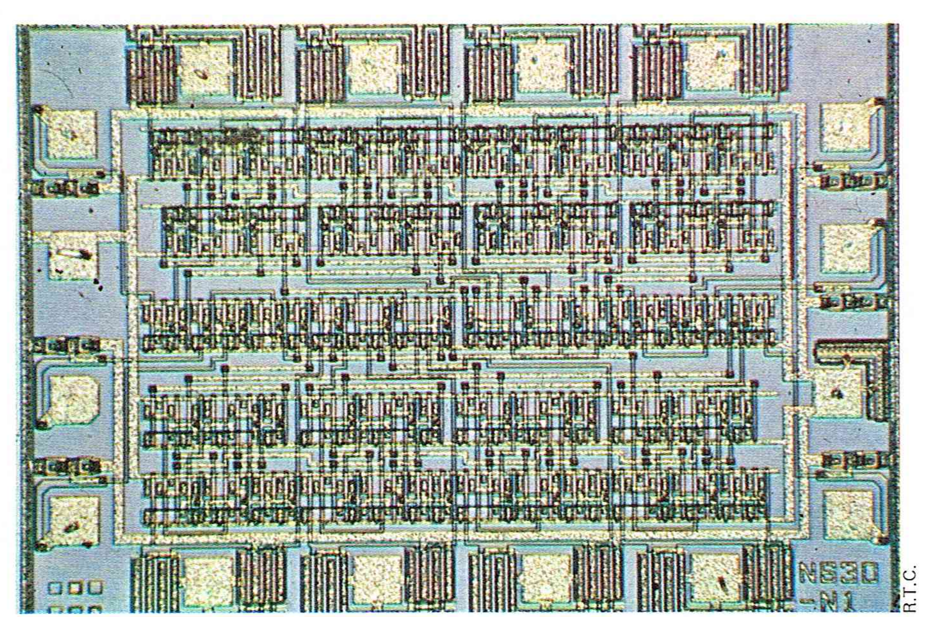
● *Fonctionnement*

En absence de toute polarisation de grille, aucun courant ne peut circuler entre la source et le drain, car il devrait franchir deux jonctions constituant deux diodes tête-bêche. Si une tension positive est appliquée à la grille, elle chasse par effet de champ les électrons de la surface, et, à partir d'une valeur suffisante, il se produit une inversion de population qui crée entre source et drain un canal N permettant le passage du courant. La résistivité de ce canal dépend naturellement de la tension appliquée, et le comportement de l'ensemble est analogue à celui du T. E. C. à jonction. On remarquera cependant que le courant n'apparaît que pour une tension positive appliquée à la grille; le I_{DSS} est nul. Pour le T. E. C. à jonction, une tension positive ne pouvait être appliquée, car elle aurait débloqué la jonction grille-source. Ce n'est pas le cas ici, la couche de silice empêchant la circulation de tout courant grille. L'impédance d'entrée du transistor à grille isolée, que l'on appelle souvent M. O. S. (Métal Oxyde Semi-conducteur) à cause de sa structure, est considérable et indépendante de la température. Elle n'est limitée que par les fuites superficielles, mais atteint couramment $10^{13}\,\Omega$ et parfois $10^{17}\,\Omega$.

Les circuits à M. O. S. sont semblables à ceux qui utilisent les T. E. C. à jonctions. La manipulation des transistors à effet de champ à grille isolée est délicate par suite de leur fragilité électrique; la couche de silice peut en effet être percée si une surtension est appliquée à la grille, or, par suite de la valeur de l'impédance et de la faiblesse de la capacité grille-source, une charge élec-

▼ *Figure 23 : structure et fabrication d'un* M. O. S. *canal* N.





▲ ***Un circuit intégré à M. O. S.***

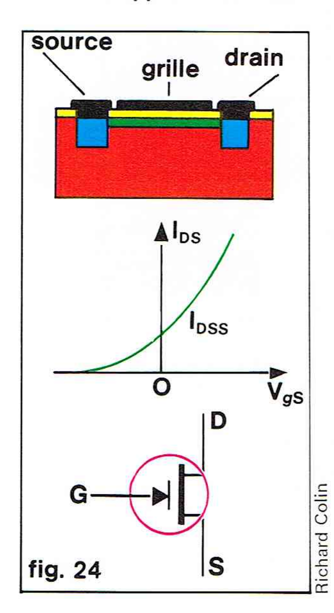
trique très faible (des microcoulombs) suffit à élever considérablement la tension grille, et il faut prendre les plus grandes précautions vis-à-vis des phénomènes électrostatiques.

● *Différents types de M. O. S.*

Le M. O. S. dont nous avons décrit la fabrication est un *M. O. S. canal N* dit *à enrichissement*, car, à polarisation nulle, le canal n'existe pas entre drain et source et est créé seulement en enrichissant en électrons la zone superficielle par effet de champ. Le plus souvent, on part d'un substrat N ; le fonctionnement est le même, mais le canal est de type P, et les tensions doivent être inversées. Il est possible également, au prix d'un nombre d'opérations plus élevé à la fabrication, de créer par diffusion un canal initial entre source et drain. Le courant à $V_{gS} = 0$ n'est plus nul ; il diminue si une tension négative est appliquée à la grille (M. O. S. canal N) et augmente dans le cas contraire (*fig.* 24). Un tel transistor est appelé *M. O. S. à appauvrissement* ; son réseau de caractéristique est alors très semblable à celui d'un T. E. C., avec une tension de pincement et un I_{DSS} non nul, mais la grille peut être positive, et il n'y a pas de jonction source-grille.

Les M. O. S. individuels sont utilisés en électrométrie à cause de leur impédance d'entrée et dans quelques circuits haute fréquence où certaines de leurs propriétés sont intéressantes, mais leur fragilité limite la généralisation de leur emploi. Par contre, il est facile sur un même substrat d'en fabriquer d'un seul coup plusieurs milliers, et les *circuits intégrés à M. O. S.* se développent de plus en plus. Ce sont eux que l'on rencontre dans les calculatrices électroniques portatives.

▼ ***Figure 24 : structure d'un M. O. S. canal N à appauvrissement.***



Le transistor à jonctions

C'est le composant le plus important, dont la mise au point a révolutionné l'électronique depuis 20 ans.

● *Principe*

Il est constitué de trois couches (*fig.* 25).

— Une couche N dopée fortement, c'est-à-dire dans laquelle la concentration des électrons est élevée et celle des trous très faible (leur produit *np* est toujours constant) ; ce sera l'*émetteur du transistor* (E).

— Une couche mince P dans laquelle la concentration des impuretés est beaucoup plus faible, constituant la *base* (B).

— Une couche de nouveau dopée N formant le *collecteur* (C).

La jonction émetteur-base est polarisée dans le sens direct par une source E_B et la jonction base-collecteur dans le sens inverse par E_C. Sous l'influence de E_B un courant émetteur-base circule entre ces deux électrodes ; c'est un courant d'électrons I_{EN} de E vers B et de trous I_{EP} de B vers E, mais, la concentration des porteurs étant beaucoup plus faible dans la base que dans l'émetteur, le courant de trous est pratiquement négligeable devant le courant d'électrons, et le courant total vaut :

$$I_E = I_{EP} + I_{EN} \# I_{EN}$$

La base étant mince, une grande quantité de ces électrons *émis* par l'émetteur la traversent et se rapprochent de la zone de collecteur. Or il existe au voisinage de cette seconde jonction un champ interne dont le sens est tel que ces électrons sont collectés et rejetés vers le collecteur (les électrons en transit dans la base sont en effet des porteurs minoritaires pour cette zone et peuvent traverser la barrière de jonction). Cependant, pendant la traversée, une faible proportion est neutralisée par les trous de la base, proportion d'autant plus faible que l'épaisseur de la couche est plus réduite. Le courant collecteur s'écrit finalement :

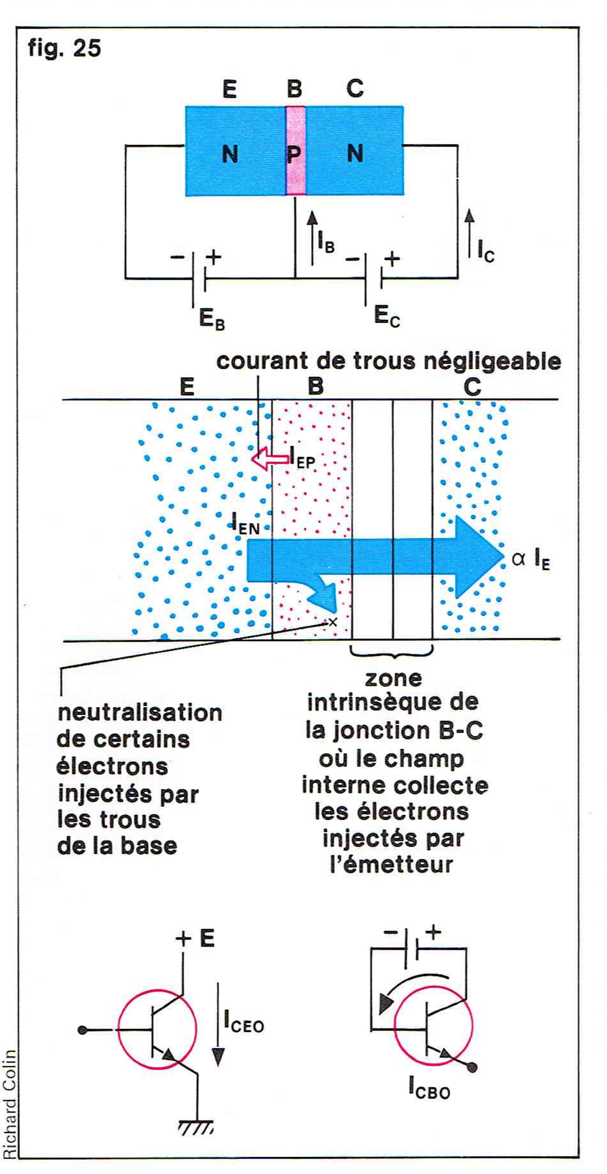
$$I_C = \alpha I_E$$

α étant un nombre voisin de 1. Pour maintenir la neutralité électrique de la base, un courant $I_B = (1 - \alpha)\, I_E$ doit parvenir à cette électrode ; il correspond aux électrons capturés par les trous de la zone de base. Il est important de remarquer que, si la connexion de base était coupée, le courant de collecteur s'annulerait, car la base prendrait une charge de plus en plus négative qui très rapidement empêcherait tout passage de porteurs venant de l'émetteur. Le courant base est donc nécessaire au fonctionnement du système ; il commande en quelque sorte le courant collecteur. Les deux relations précédentes peuvent s'écrire :

$$I_C = \frac{\alpha}{1 - \alpha} I_B = \beta I_B$$

β est le *gain en courant* du transistor ; il vaut de 10 à plus de 500. Le transistor apparaît ainsi comme une

▶ ***Figure 25 : structure du transistor à jonctions et courants de fuite.***



source de courant commandée. Il a un gain en puissance important, car la puissance nécessaire pour injecter le courant base est de l'ordre de $P_e = I_B \times V_{BE}$ (la tension V_{BE} est celle d'une jonction conductrice, soit typiquement 0,6 volt), et la puissance commandée $P_S = I_C E_C$. Le rapport entre les deux s'écrit alors $P_S/P_e \# \beta \frac{E_C}{0,6}$, il peut être de plusieurs centaines.

En réalité, le fonctionnement est un peu plus complexe, et il faut tenir compte des courants de fuite inverse des jonctions. Laissons « en l'air » la connexion d'émetteur en ne conservant que la pile E_C ; il circule dans le circuit de collecteur un courant faible qui est le courant inverse de la jonction CB, soit I_{CB0}. Si maintenant nous coupons le fil de base, nous observons un courant de collecteur I_{CE0} bien plus élevé que le précédent. En effet, nous venons de voir que le courant collecteur était β fois plus fort que celui parvenant à la base ; le courant de fuite I_{CB0} précédent permet aussi une fuite des charges négatives de la base ; il contribue de la même façon que I_B à son équilibre électrique ; il est donc amplifié comme lui. La mesure montre en effet que :

$$I_{CE0} = \beta I_{CB0}$$

- *Réseaux de caractéristiques du transistor*

On peut considérer le transistor comme un tripôle, l'entrée étant le dipôle base émetteur, la sortie prise entre collecteur et émetteur. Cette fois, aucun courant n'est nul, et la description du fonctionnement nécessite le tracé de deux réseaux.

— *Le réseau d'entrée.* Le circuit d'entrée est la jonction base-émetteur. Les courbes pourront donc, par exemple, exprimer le courant base I_B en fonction de la tension V_{BE} pour différentes valeurs de la tension entre collecteur et émetteur V_{CE} :

$$I_B = f\,(V_{BE})_{V_{CE} = \text{Cte}}$$

Cependant nous avons vu que les porteurs injectés dans la base étaient capturés par le champ interne de la jonction CB qui existe dès qu'elle est polarisée en inverse ; une augmentation de la tension de polarisation n'augmentera que très peu la proportion α de porteurs capturés, qui est déjà très voisine de 1 si la base est assez mince. Le fonctionnement de l'ensemble sera donc peu sensible à la valeur de la tension collecteur, et, pratiquement, pour toutes les valeurs de V_{CE} supérieures à 1 volt, toutes les courbes sont confondues. Il y aura une seule caractéristique d'entrée, et non un réseau (*fig.* 26). La résistance différentielle du dipôle d'entrée qui est l'impédance d'entrée du transistor est donc celle d'une diode ; elle peut être calculée à partir de l'expression du courant écrite plus haut,

soit $$r = \frac{dV_{BE}}{dI_B} = \frac{d}{dI_B}\left(I_0 e^{V_{BE}/\psi}\right) = \frac{\psi}{I_B}$$

Elle ne dépend que du courant base et non du type de semi-conducteur utilisé. Sa valeur numérique est à retenir : 1 kΩ pour $I_B = 26\ \mu A$.

— *Le réseau de sortie.* Il décrit l'évolution du courant collecteur en fonction de la tension collecteur-émetteur pour diverses valeurs de la grandeur d'entrée la plus caractéristique, laquelle est ici le courant base

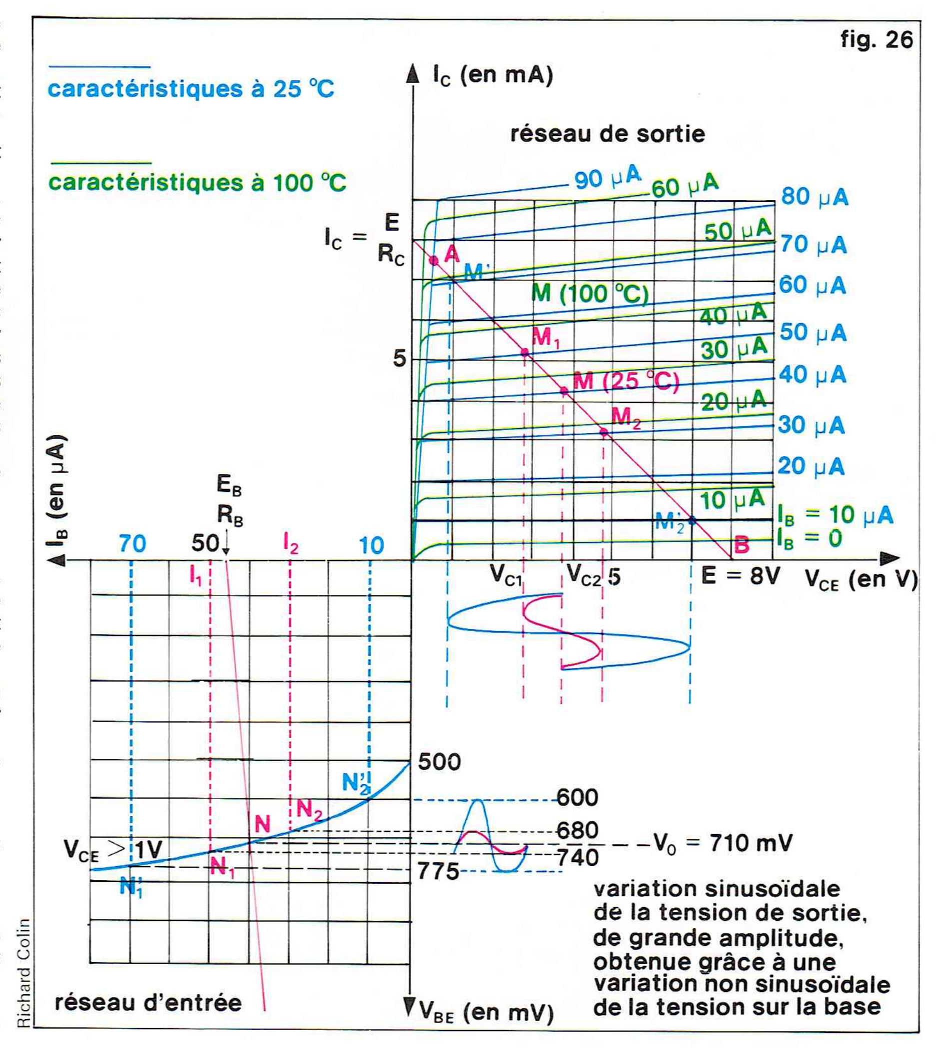
$$I_C = f\,(V_{CE})_{I_B = \text{Cte}}$$

D'après ce qui précède, on peut écrire : $I_C = \beta I_B + V_{CE_0}$ où V_{CE} n'intervient pas. En réalité, la résistance interne dV_{CE}/dI_C n'est pas infinie comme cette équation simplifiée peut le laisser croire, car le gain β augmente avec la tension. Lorsque V_{CE} s'accroît, l'épaisseur de la zone intrinsèque de la jonction CB augmente ; les électrons provenant de l'émetteur ont donc une épaisseur de base plus faible à franchir avant d'être collectés, et α se rapproche de 1, ce qui a une grosse influence sur

$$\beta = \frac{\alpha}{1 - \alpha}$$

Cela se traduit par une inclinaison des caractéristiques (*fig.* 26) et une résistance de sortie r_C relativement faible (typiquement 10 kΩ pour un petit transistor).

Signalons enfin que β diminue pour les courants collecteurs très faibles ; seuls certains transistors spécialement construits ont des gains en courants supérieurs à quelques dizaines, en dessous de 1 μA de collecteur ; ce phénomène est en partie dû à des courants superficiels.

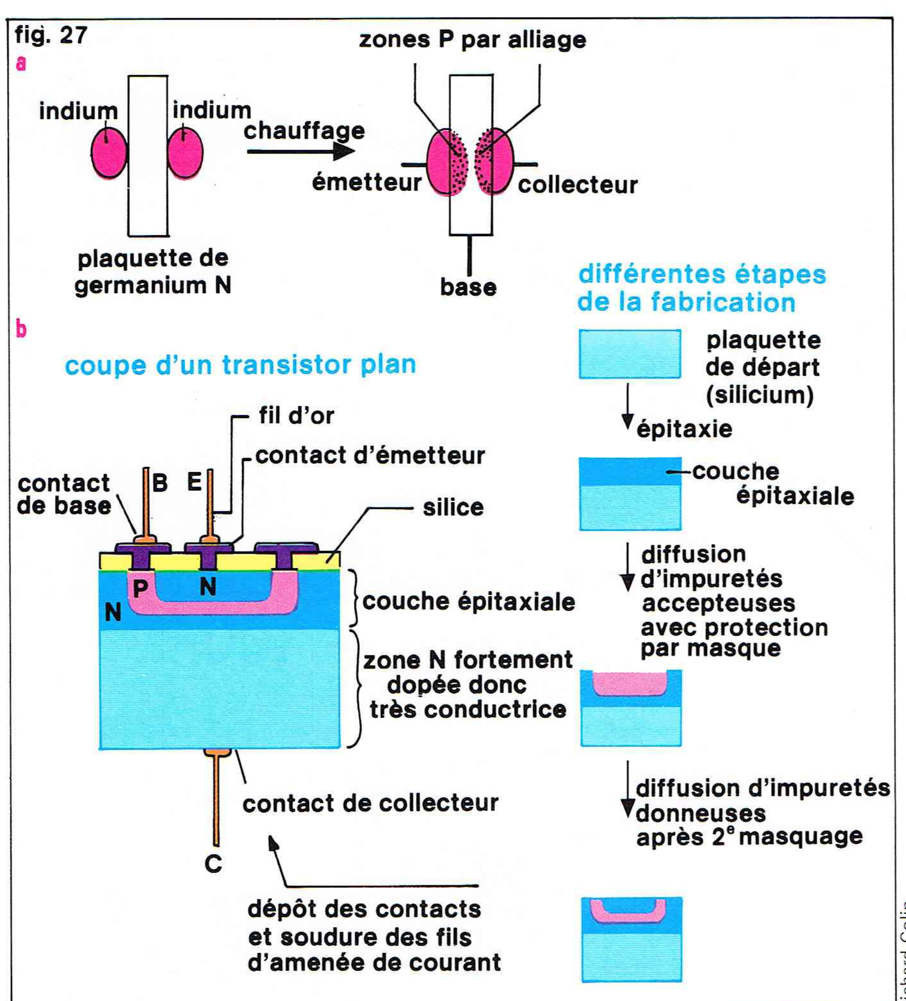


▲ ***Figure 26 ; réseau de caractéristiques d'un transistor à jonctions : droites de charge et point de polarisation.***

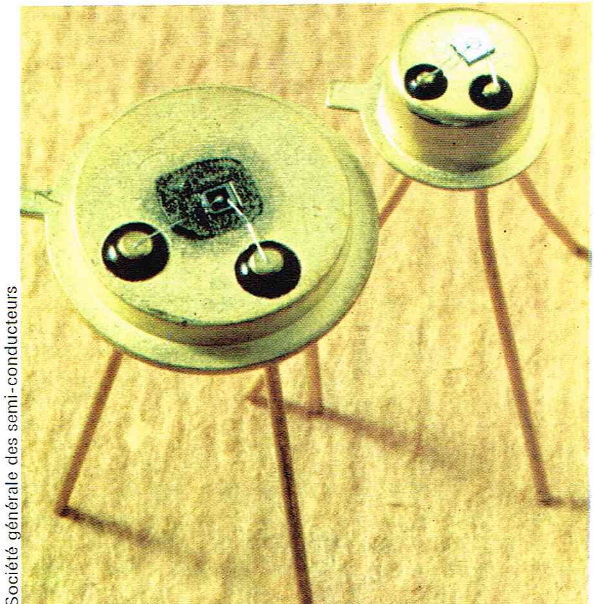
- *Fabrication des transistors*

Les premiers transistors étaient au germanium et de type PNP. On les obtenait à partir d'une mince plaquette de germanium N de part et d'autre de laquelle on plaçait une petite bille d'indium. Par chauffage, les atomes d'indium pénétraient dans le réseau du germanium, formant ainsi deux zones P de part et d'autre de la zone centrale N qui constituait la base. L'épaisseur de cette dernière était ajustée en agissant sur la durée du chauffage ; elle restait toujours assez grande pour éviter un perçage et les transistors fabriqués par cette méthode dite *méthode d'alliage* avaient des performances et en particulier un gain faibles.

Les éléments actuels ont une structure plane *(transistors planar)* et sont fabriqués par des techniques de diffusion gazeuse. Pour obtenir des transistors NPN, on part d'une plaquette mince de silicium N (épaisseur de l'ordre de 200 μm) assez fortement dopé de façon à être très conducteur, cela pour diminuer la résistance série du composant. Cette plaquette est d'abord placée dans un four à une température de l'ordre de 1 000 °C en présence de vapeurs contenant du silicium N. Il se dépose à sa surface une mince couche N faiblement dopée et très bien cristallisée de quelques micromètres d'épaisseur ; c'est ce que l'on appelle une *couche épitaxiale* dans l'épaisseur de laquelle on va fabriquer le transistor. Pour cela, on va, comme il a été exposé plus haut pour les M. O. S., effectuer des diffusions d'impuretés après avoir protégé le métal par des masques de géométrie convenable, réalisés par des méthodes photographiques. La fabrication est beaucoup plus longue que celle des transistors à effet de champ, car la structure est plus complexe. Trois cycles successifs au moins de photogravure sous trois masques différents sont nécessaires, mais il est possible d'obtenir simultanément sur une même pastille de très nombreux transistors, et le prix de revient individuel de ceux-ci est réduit à quelques centimes. Les

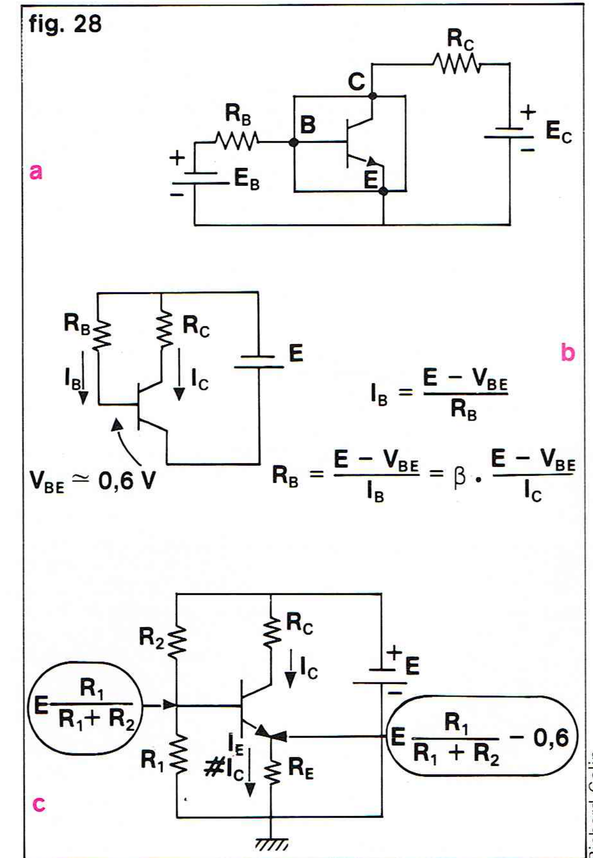


Richard Colin



Société générale des semi-conducteurs

▲ *A gauche, figure 27; fabrication des transistors à jonctions :* a) *fabrication d'un transistor* PNP *germanium par alliage;* b) *fabrication d'un transistor planar. A droite, transistors planar au silicium.*



Richard Colin

▶ *Figure 28; polarisation des transistors à jonctions :* a) *application du procédé général de polarisation d'un quadripôle;* b) *montage avec une seule pile;* c) *polarisation par un pont et une résistance d'émetteur.*

composants ainsi fabriqués sont découpés à la scie diamantée et encapsulés individuellement, ce qui est de très loin l'opération la plus coûteuse (*fig.* 27).

● *Polarisation du transistor*

Pour assurer son fonctionnement normal, un transistor doit avoir sa jonction base-émetteur polarisée dans le sens direct, et sa jonction base-collecteur à l'inverse. Cela peut être obtenu grâce à deux piles et deux résistances, conformément à ce qui a été vu plus haut pour les dipôles et quadripôles. La détermination du point de fonctionnement sera effectuée en traçant les droites de charge dans les réseaux d'entrée et de sortie (*fig.* 26). En pratique, on s'aperçoit en regardant le schéma réalisé (*fig.* 28a) que les deux piles, étant placées dans le même sens, peuvent être confondues, alors, E_C étant en général beaucoup plus grand que 0,6 volt, on peut calculer rapidement R_B en remarquant que

$$R_B = \frac{E - V_{BE}}{I_B} \# \frac{E}{I_B}$$

On arrive ainsi au montage de base de la *figure* 28b.

Le choix de la position du point de polarisation d'un transistor n'est pas arbitraire, il est fonction du type d'utilisation qui est envisagé. Revenons à la *figure* 26 et, par un artifice sur lequel nous nous étendrons plus loin, modifions le potentiel de base autour de sa valeur de repos V_0; le point de fonctionnement instantané se déplace alors dans le réseau d'entrée de part et d'autre de N, de N_1 à N_2 par exemple; le courant base évolue alors de I_1 à I_2. Dans la réseau de sortie, le point de fonctionnement se déplace alternativement de M_1 à M_2. Le rapport entre les variations des tensions collecteur et base $(V_{C1} - V_{C2})/(I_{B1} - I_{B2})$ est le gain en tension du transistor qui joue le rôle d'amplificateur. Le point de fonctionnement dans le réseau de sortie ne pouvant évoluer au maximum qu'entre le point B correspondant à un courant de base nul et le point A très voisin de l'axe des courants, on voit que l'on ne pourra obtenir une évolution sinusoïdale du potentiel collecteur, d'amplitude maximale, que si le point de repos M est choisi au milieu de AB : c'est la *règle de la demi-alimentation* qui doit être respectée pour de forts signaux sinusoïdaux. La *figure* 26 permet de remarquer que, compte tenu de la relation linéaire reliant I_C et I_B, la tension collecteur ne peut varier sinusoïdalement que si I_B varie de la même façon. Mais alors, la caractéristique d'entrée n'étant pas une droite, la tension base ne doit pas être sinusoïdale. Pour avoir une réponse linéaire, un transistor doit être attaqué par un courant et non par une tension.

Très souvent, on rencontre des circuits de polarisation plus complexes que la simple résistance R_B que nous venons d'utiliser; la raison en est l'action de la température sur le transistor. Un échauffement du semi-conducteur augmente les courants inverses des jonctions, donc le courant de fuite I_{CE0}, qui reste cependant faible dans

le cas du silicium, mais aussi le gain en courant β. On a indiqué sur la *figure* 26 l'allure du réseau à 25 °C et à 100 °C. Avec le circuit de polarisation le plus simple, le courant base de repos est presque indépendant de la température, puisqu'il vaut approximativement E/R_B ; le point de repos M, qui, à 25 °C, se trouvait au milieu de la droite de charge, est à 100 °C fortement décalé vers le haut. Les variations symétriques du potentiel de collecteur ont alors une amplitude maximale possible bien plus faible, et, en pratique, on observe des écrêtages des signaux forts. Pour éviter cela, il faut imposer au potentiel de collecteur de rester au voisinage de sa valeur à 25 °C, c'est-à-dire éviter une influence de la température sur le courant collecteur. On l'obtient (*fig.* 28c) en plaçant une résistance R_E entre émetteur et masse et en alimentant la base par un pont R_1R_2. Si le courant circulant dans ce pont, $\frac{E}{R_1 + R_2}$, est grand devant le courant de base, le potentiel sur la base ne dépend que du rapport des résistances et non de la température. Or la tension aux bornes d'une jonction varie très peu avec la température, environ 2 mV par degré seulement, le potentiel sur l'émetteur est donc presque constant, ce qui maintient bien I_C constant, car $I_C \# I_E = \frac{V_E}{R_E}$. Le calcul de ce circuit est plus complexe que celui de la seule résistance R_B et il a le désavantage de diminuer l'impédance d'entrée du montage à cause de R_1R_2 ; de plus, pour éviter une diminution considérable du gain, une capacité de forte valeur, dite *capacité de découplage*, doit être placée aux bornes de R_E ; nous y reviendrons plus loin. Il faut retenir que, pour des transistors au silicium fonctionnant à la température ambiante normale, la polarisation par R_B seule est la plupart du temps suffisante.

● *Les paramètres basse fréquence pour petits signaux*

Autour d'un point de polarisation, les relations entre les variations de faible amplitude sont ici au nombre de deux comme pour le quadripôle le plus général. On utilise le plus souvent les paramètres hybrides :

$$\begin{cases} v_{BE} = h_{11}i_B + h_{12}v_{CE} \\ i_C = h_{21}i_B + h_{22}v_{CE} \end{cases}$$

— h_{11} est le rapport entre les variations de la tension et du courant d'entrée lorsque la tension de collecteur est maintenue constante. C'est *l'impédance d'entrée* du transistor qui, comme nous l'avons vu plus haut, est inversement proportionnelle au courant base et vaut 1 kΩ pour $I_B = 26$ μA.

— h_{21} est le rapport $\Delta I_C/\Delta I_B$ à V_{CE} constant ; c'est ce que nous avons appelé *gain* du transistor, β.

— $h_{22} = \Delta I_C/\Delta V_{CE}$ à I_B = Cte est la pente des caractéristiques du réseau de sortie tracées à I_B = Cte ; c'est *l'impédance de sortie* du transistor.

— Le terme h_{12} relie les variations de V_{BE} à celles de V_{CE} lorsque le courant base est maintenu constant. Il est de faible valeur, la tension collecteur influant peu sur le fonctionnement de la jonction BE, typiquement 10^{-3} à 10^{-4}. Il a cependant une influence très importante sur les performances du dispositif, c'est un terme de *réaction interne*.

● *Schéma équivalent et schéma équivalent simplifié*

Les systèmes d'équations précédents peuvent être remplacés par des schémas dont ils ne sont que la représentation algébrique. Pour le transistor, plusieurs schémas ont été proposés tels que celui en π (*fig.* 29a), mais le plus commode, tiré directement des équations en *h*, comprend une source de courant et une source de tension commandées (*fig.* 29b). Le terme de réaction h_{12} étant très faible peut être négligé ; on peut montrer que ceci est justifié à chaque fois que la charge est petite devant la résistance interne $1/h_{22}$; ce second élément peut alors lui aussi être omis, et l'on est conduit à un schéma simplifié qui suffit souvent pour obtenir des résultats satisfaisants dans les cas les plus courants et dont l'emploi est très commode (*fig.* 29c).

● *Effets thermiques dans le transistor*

Le transistor auquel est appliquée entre collecteur et émetteur une certaine tension V_{CE} et parcouru par un courant I_C est le siège d'une dissipation d'énergie thermique $P = V_{CE}I_C$. Cet échauffement modifie les caractéristiques du composant, gain en courant et courants de fuite par exemple, mais peut, s'il est trop important, amener la destruction des jonctions. La température maximale à laquelle peut être portée une jonction au silicium est d'environ 180 °C. La puissance électrique nécessaire pour amener le semi-conducteur dans la zone de jonction à cette température dépend de la géométrie du dispositif, mais aussi de la température ambiante. Entre une source chaude portée à une température θ et l'air ambiant à θ_A, la puissance thermique échangée est proportionnelle à l'écart $(\theta - \theta_A)$. La température θ_J d'équilibre d'une jonction peut être calculée en écrivant que la puissance évacuée dans l'air est égale à celle due à l'effet Joule, soit $P = k(\theta_J - \theta_A)$ ou $\Delta\theta = \theta_J - \theta_A = k'P$. Cette équation est assez semblable à celle qui exprime la loi d'Ohm V = RI, la différence de température Δθ étant assimilable à une tension et la puissance à un courant. Pour cette raison, le coefficient *k'* porte le nom de *résistance thermique*. Il s'exprime en degrés Celsius par watt (°C/W). La résistance thermique est une caractéristique du contact thermique existant entre les deux points considérés, ici la jonction et l'air ambiant ; elle peut être fractionnée en plusieurs termes : la chaleur naissant dans la zone de jonction est d'abord transmise au boîtier du transistor, puis de celui-ci au radiateur sur lequel est placé le composant, et enfin du radiateur dans l'air. Si θ_J, θ_B, θ_R, θ_A sont respectivement les températures de ces différentes régions, la loi de transmission de la chaleur rappelée plus haut permet d'écrire :

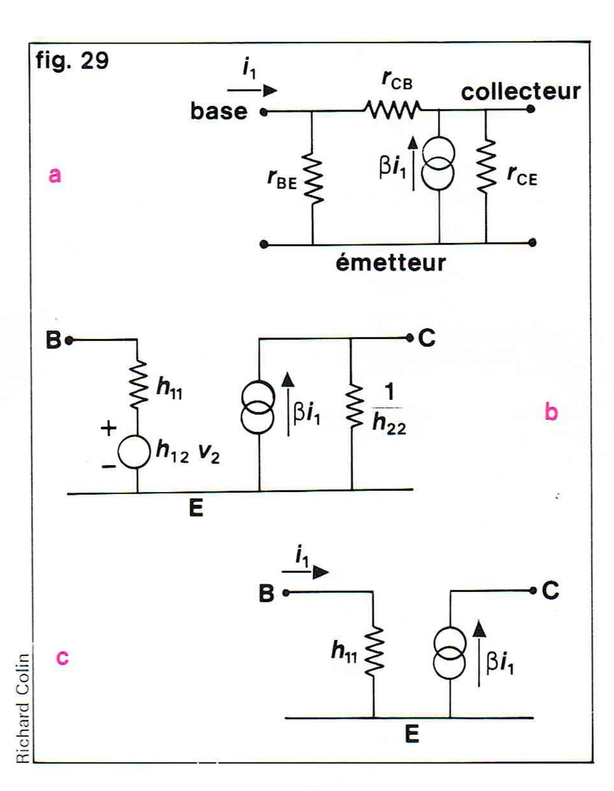
$$P = \frac{\theta_J - \theta_B}{R_{JB}} = \frac{\theta_B - \theta_R}{R_{BR}} = \frac{\theta_R - \theta_A}{R_{RA}}$$

où R_{JB} R_{BR} R_{RA} sont les résistances thermiques des interfaces jonction-boîtier, boîtier-radiateur, radiateur-air. De ces trois relations, il découle immédiatement que :

$$(\theta_J - \theta_A) = (\theta_J - \theta_B) + (\theta_B - \theta_R) + (\theta_R - \theta_A) = P\,[R_{JB} + R_{BR} + R_{BA}]$$

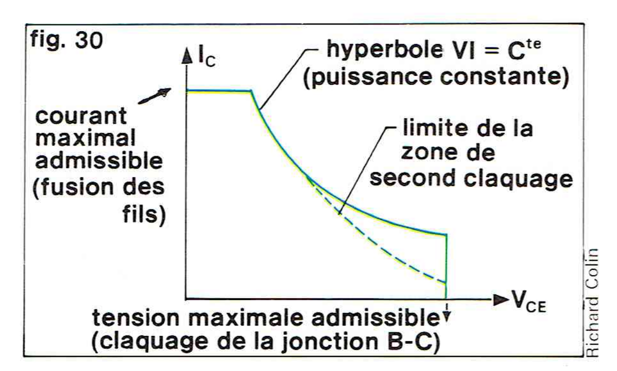
ce qui montre que la résistance thermique totale entre jonction et air est la somme des trois résistances partielles. Or elles sont connues : R_{JB} est donnée par le constructeur du transistor ; R_{BR} est en général très faible si l'on a la précaution de mettre une mince couche de graisse thermiquement conductrice entre boîtier et radiateur ; R_{RA} est fonction de la taille du radiateur utilisé et a été mesurée par le fabricant.

Soit par exemple un transistor type 2N 3055 ; son constructeur nous informe que sa résistance thermique boîtier-jonction vaut 1,5 °C/W ; il est placé par l'intermédiaire d'une rondelle de mica sur un radiateur ayant une résistance thermique avec l'air de 2 °C/W. La résistance boîtier-rondelle-radiateur étant de l'ordre de 0,01 °C/W et la température maximale de jonction de 180 °C, la puissance



◀ *Figure 29 ; schémas équivalents du transistor à jonctions :* a) *schéma équivalent en π du transistor ;* b) *schéma équivalent issu de la définition des paramètres h ;* c) *schéma simplifié.*

▶ *Figure 30 : limites de la zone d'utilisation d'un transistor.*



électrique maximale pouvant être dissipée par le transistor lorsque l'air ambiant est à 55 °C est :

$$\frac{(180 - 55)}{1{,}5 + 2 + 0{,}01} = 35 \text{ watts.}$$

Pour les transistors de puissance fonctionnant sous tension élevée, cette notion n'est pas suffisante, car elle suppose l'énergie thermique uniformément répartie dans toute la jonction. Sous forte tension, le produit VI peut prendre des valeurs locales élevées amenant en un temps très court la destruction d'abord localisée, mais qui s'étend rapidement à toute la pastille, du réseau cristallin. C'est le phénomène dit de « second claquage » qui limite souvent la puissance réellement dissipable sous forte tension à une valeur bien plus faible que celle admissible, en dessous de quelques dizaines de volts (*fig.* 30).

Le transistor unijonction (U. J. T.)

C'est un barreau de semi-conducteur le plus souvent de type N possédant une seule jonction latérale, d'où son nom. Les deux extrémités sont appelées *bases* et l'électrode reliée à la zone P latérale *émetteur.* L'ensemble est assimilable au premier abord à une diode D et un diviseur de tension R_{B1} R_{B2}, ces deux résistances étant celles du barreau N entre les bases et la zone de jonction. Si l'émetteur est « en l'air » et la base B_2 portée à une tension positive par rapport à B_1, qui sera notre potentiel de référence, un courant circule normalement dans le barreau, et le potentiel au niveau de la jonction vaut $\frac{V_{BB} \cdot R_{B1}}{R_{B1} + R_{B2}}$, et sera noté ηV_{BB} où η est le rapport intrinsèque de l'U. J. T. Essayons de tracer la caractéristique du dipôle, émetteur — B_1. Tant que la tension de E par rapport à B est inférieure à ηV_{BB} la diode est bloquée puisque sa cathode se trouve à un potentiel supérieur à son anode. Le courant d'entrée est donc nul ou très faible. Lorsque V_1 dépasse ηV_{BB} la diode se débloque, et un courant d'entrée commence à passer, c'est-à-dire que le circuit extérieur injecte des porteurs (trous) vers la zone N. Or la conductibilité d'un semi-conducteur est proportionnelle au nombre de porteurs de charges qu'il contient; la zone inférieure R_{B1} se trouvant ainsi enrichie en porteurs voit sa résistance décroître. Mais alors le potentiel du barreau à l'aplomb de la zone de jonction diminue par rapport à sa valeur initiale, et la tension dans le sens passant augmente aux bornes de la diode dont le courant augmente, ce qui diminue encore plus la résistance R_{B1}, provoquant un nouvel accroissement du courant. Il y a effet cumulatif, et le courant d'entrée prend rapidement une valeur très importante qu'il est nécessaire de limiter par une résistance dans le circuit extérieur sous peine de destruction de la jonction. L'U. J. T. se trouve ainsi placé dans un état « conducteur ». Si la tension appliquée à l'entrée décroît, le courant décroît tout en restant élevé, jusqu'au moment où pour une valeur de tension très inférieure à ηV_{BB} le courant s'annule brutalement, le dispositif retrouvant son état « non conducteur » initial. La *figure* 31 donne l'aspect de la caractéristique qui présente une zone à résistance négative dans laquelle une augmentation de tension se traduit par une diminution du courant.

Le montage fondamental du transistor unijonction est reproduit sur la *figure* 32. Lorsque l'alimentation U n'est pas connectée, la capacité C est déchargée ; elle se charge lentement dès que l'on ferme l'interrupteur K. Pour une tension faible, le courant d'entrée de l'U. J. T. est négligeable, et la tension sur l'émetteur monte exponentiellement :

$$V_E = U\,(1 - e^{-t/RC}).$$

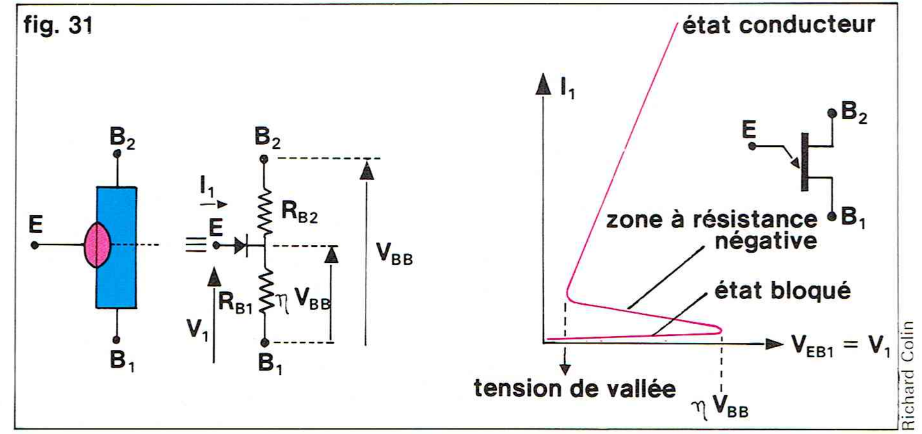
Lorsque la tension d'amorçage $\eta V_{BB} = \eta U$ est atteinte, le dipôle (émetteur — B_1) devient brutalement conducteur et la capacité se décharge brutalement, le point de fonctionnement du transistor effectuant sur la caractéristique le parcours indiqué. La tension sur l'émetteur baisse très vite, et, quand elle atteint la tension de vallée, l'U. J. T. se désamorce : le courant émetteur redevenant nul, la capacité peut de nouveau se charger, et ainsi de suite. On recueille ainsi sur l'émetteur un signal ayant une forme de dent de scie à montée exponentielle dont la fréquence de répétition ne dépend que de la constante de temps RC. Si la tension d'alimentation U est assez élevée pour que la tension de vallée puisse être négligée, cette période est donnée par l'expression simplifiée : $T = RC \cdot \mathrm{Log}_e\left(\frac{1}{1-\eta}\right)$.

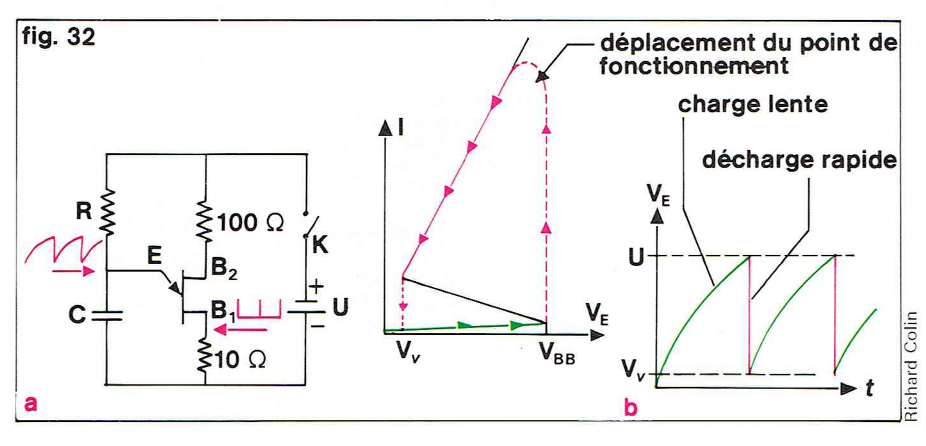
Au moment de la décharge de C, un courant important traverse la résistance placée dans la base B_1 et l'on peut recueillir sur cette électrode une impulsion positive brève.

Le transistor unijonction est très utilisé comme générateur de dent de scie périodique, générateur d'impulsions, ou minuterie. Avec un condensateur de forte valeur, la période peut dépasser la minute. Pour un type d'U. J. T. donné, la résistance R ne peut pas prendre une valeur quelconque ; si elle est trop faible, l'U. J. T. restera conducteur, et la tension aux bornes de C se maintiendra au voisinage de V_v ; trop élevée, l'U. J. T. ne s'amorcera pas. Les valeurs convenables s'échelonnent habituellement entre 1 kΩ et 1 MΩ.

Le comportement de l'U. J. T. peut être simulé par un montage comportant deux transistors complémentaires et deux résistances (*fig.* 33). Grâce aux deux résistances égales, le potentiel de base de T_1 est voisin de U/2. Si l'entrée A se trouve portée à un potentiel inférieur à cette valeur, le transistor T_1 est bloqué, son courant collecteur est nul, celui de T_2 également, puisqu'il ne reçoit aucun courant base. Si V_A dépasse U/2, T_1 commence à conduire; son courant injecté dans la base de T_2 est multiplié par le gain de ce second transistor dont le courant collecteur provoque une chute de tension en B, ce qui a pour effet d'accroître la tension base-émetteur de T_1 donc son courant. Il y a effet cumulatif et le courant d'entrée croît brusquement. Le comportement de l'ensemble

▼ *En haut, figure 31 : constitution et caractéristiques de l' U. J. T. En bas, figure 32 :* a) *montage de base de l'U. J. T. ;* b) *forme des signaux.*





est analogue à celui d'un U. J. T. dont le rapport intrinsèque peut être ajusté en modifiant les résistances alimentant le point B. On a ainsi réalisé un *U. J. T. programmable*. Il existe d'ailleurs un composant portant ce nom, qui est un système à 4 couches P N P N que l'on peut décomposer en deux transistors intimement liés (*fig.* 33).

Le thyristor et le triac

● *Le thyristor*

Le *thyristor* est un composant à quatre couches dont la structure est très voisine de celle de l'U. J. T. programmable précédent mais qui est destiné à fonctionner avec des courants très importants. Il peut être considéré comme formé par la juxtaposition de deux transistors (*fig.* 34). En exprimant l'égalité du courant base de l'un et du courant collecteur de l'autre, et compte tenu des relations définissant chaque transistor :

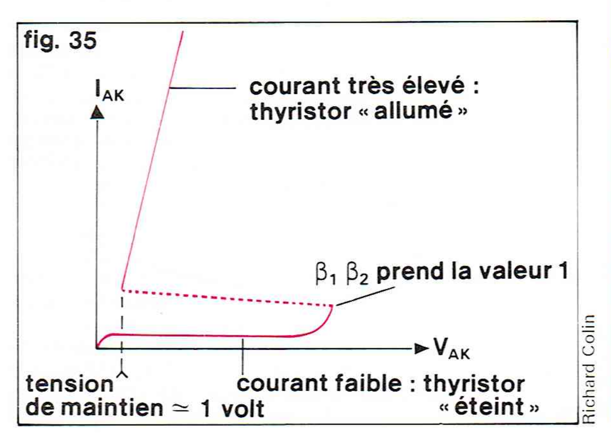
$$I_{C1} = I_{C10} + \beta_1 I_{B1} = I_{B2}$$
$$I_{C2} = I_{C20} + \beta_2 I_{B2} = I_{B1} - I_g$$

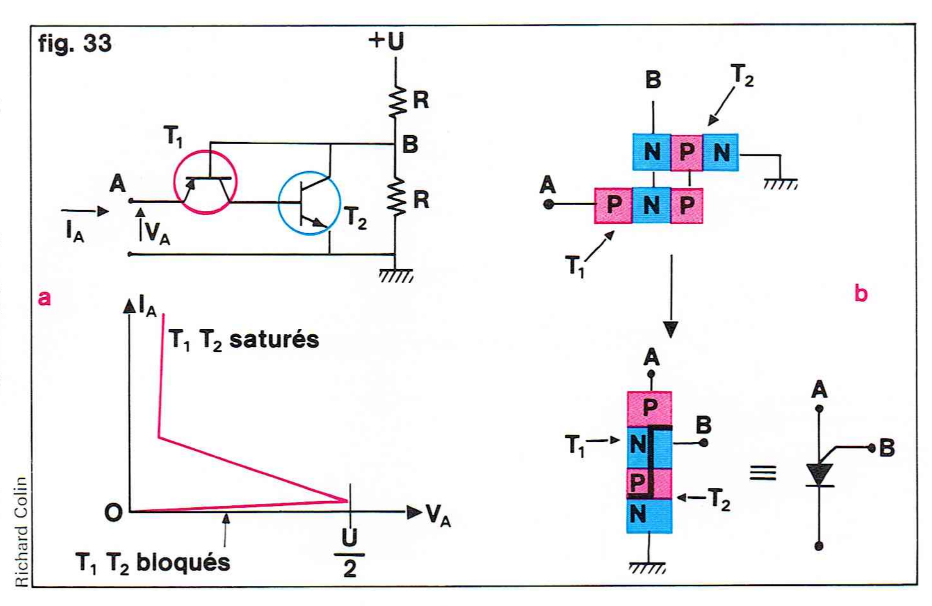
on aboutit à une expression du courant d'anode à partir de laquelle on peut comprendre le fonctionnement du composant :

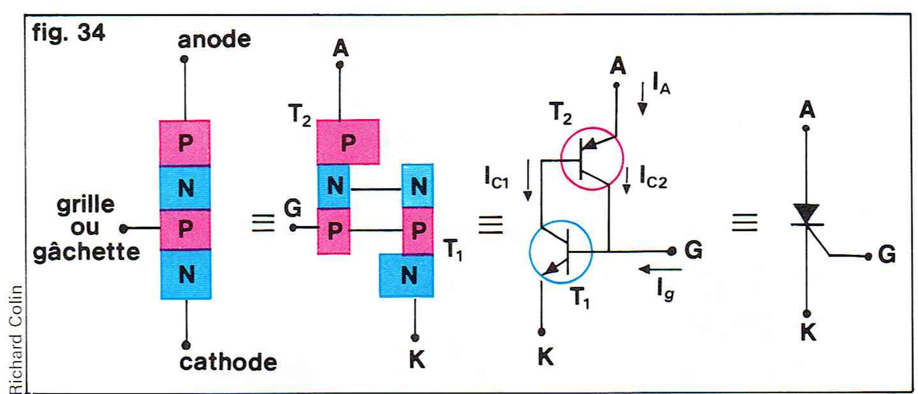
$$I_A = \frac{(1 + \beta_2) \cdot [I_{C10} + \beta_1 (I_{C20} + I_g)] + I_{C20}}{1 - \beta_1 \cdot \beta_2}$$

On sait en effet que le gain en courant d'un transistor est très faible pour un courant collecteur faible. Si une faible tension est appliquée aux bornes du dispositif, le courant sera naturellement faible, les gains seront inférieurs à 1, et le dénominateur voisin de l'unité ; le courant I_A se réduit alors aux courants de fuite des transistors. Le courant de fuite d'un transistor variant peu avec la tension, le courant total restera faible, même si l'on accroît notablement la tension aux bornes du composant. Cependant, si l'on augmente les courants, soit en élevant par trop la tension, la température ou en injectant un courant extérieur I_g, les gains vont augmenter, et le produit $\beta_1\beta_2$ va se rapprocher de 1 ; on voit sur l'expression de I_A que ce courant devient infini lorsque le dénominateur s'annule. Pratiquement, on constate que la résistance du système entre anode et cathode devient brutalement presque nulle ; par analogie avec les thyratrons à gaz, on dit que le thyristor « s'allume ». Pour revenir à l'état initial de forte résistance, il est nécessaire d'annuler le courant en amenant à zéro ou en inversant la tension d'alimentation ; dans l'état « allumé », la grille n'a aucun pouvoir de commande. La caractéristique du thyristor est, comme le montre la *figure* 35, assez semblable à celle d'un U. J. T.

Le thyristor est utilisé essentiellement dans les circuits « courants forts » où les transistors de puissance sont insuffisants. C'est un composant fortement non linéaire dont l'emploi est toujours délicat. L'impossibilité de l'éteindre sans annuler l'alimentation le rend très difficile à utiliser dans les circuits fonctionnant en courant continu ; par contre, en alternatif, la tension change de sens à chaque alternance, et l'extinction est obtenue très facilement. Un montage de base est représenté sur la *figure* 36. La charge, qui peut être par exemple une ampoule ou une résistance chauffante, est placée en série avec le thyristor. Une tension de déclenchement est prélevée du côté de l'anode par la résistance R et appliquée à la gâchette G. Par suite de la présence de la capacité C, cette tension V_G

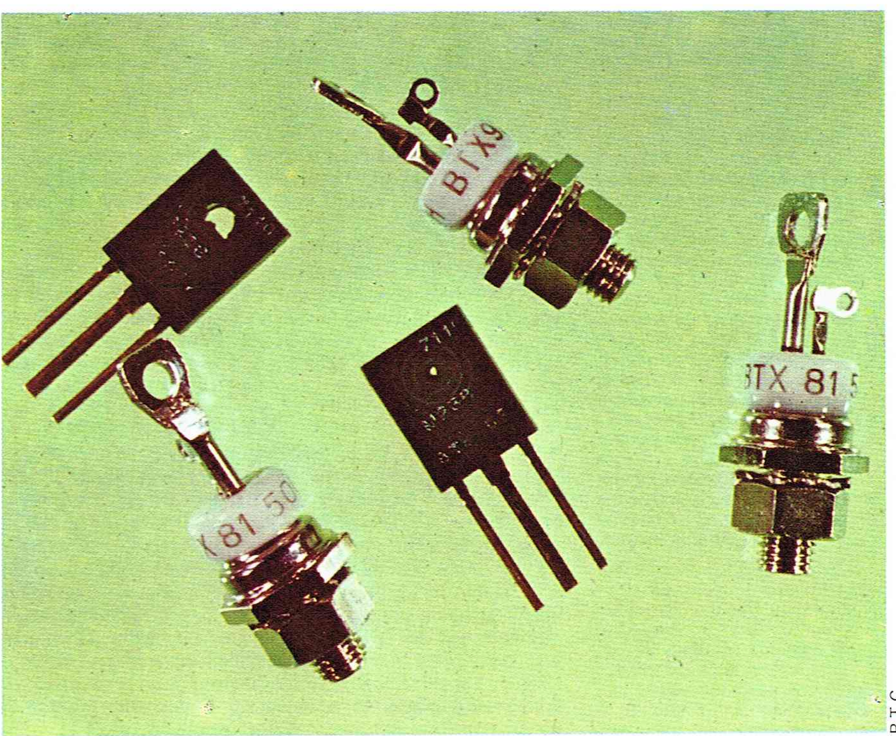


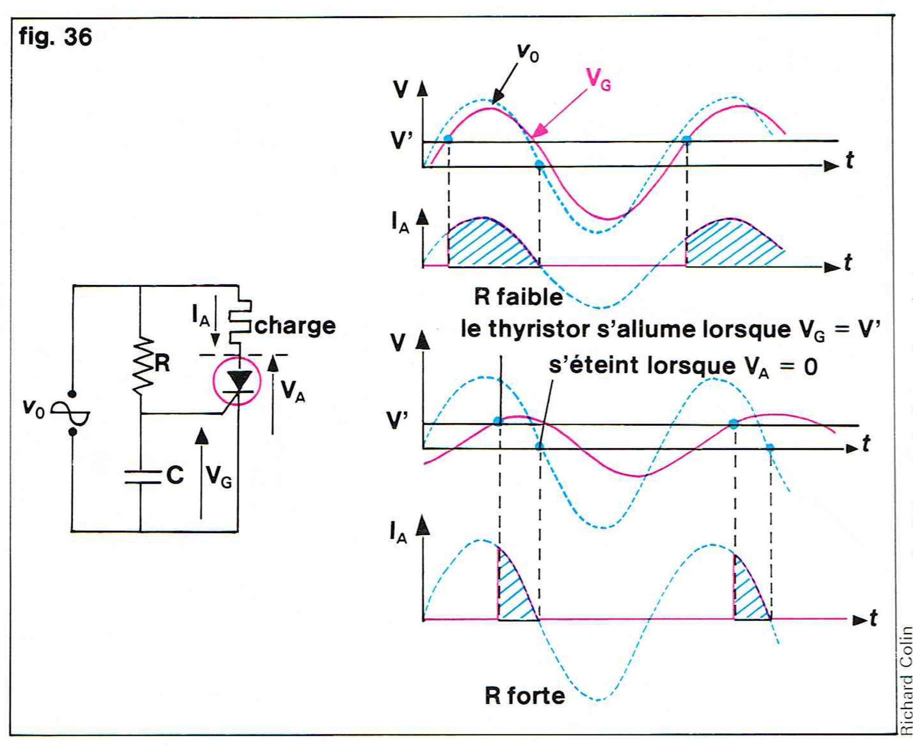




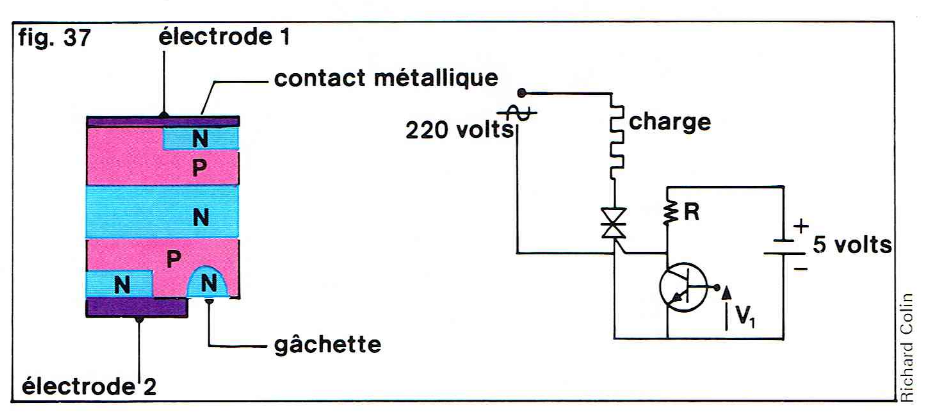
▲ *En haut, figure 33 :* a) *simulation d'un* U. J. T. *avec deux transistors ;* b) *constitution et représentation de l'*U. J. T. *programmable.*
Ci-dessus, figure 34 : structure et représentation du thyristor.

▼ *A gauche, figure 35 : caractéristique* I (V) *d'un thyristor. A droite, quelques types de* thyristors *et de* triacs.

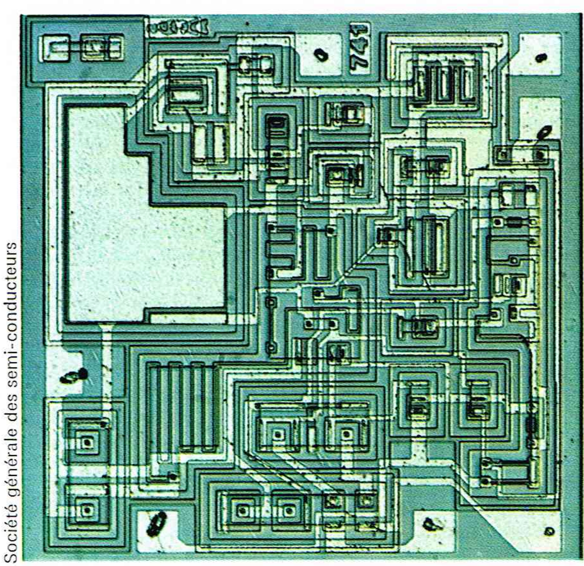




Richard Colin



Richard Colin


Société générale des semi-conducteurs

▲▶ *En haut, à gauche, figure 36 : montage et utilisation typique d'un thyristor. Ci-dessus, figure 37 : à gauche, constitution d'un triac; à droite, réalisation d'un interrupteur statique : lorsque $V_1 = 0$, le triac, dont la gâchette est alimentée sous 5 volts par R, s'allume à chaque alternance du secteur; si $V_1 > 0,6$ volt, le transistor se sature, et le triac ne laisse plus passer le courant. En haut, à droite, microphotographie d'un circuit intégré : sur une plaquette de 1,5 × 1,5 mm sont réunis tous les composants constituant un amplificateur opérationnel.*

n'est pas en phase avec le secteur, et elle est d'autant plus retardée par rapport à ce dernier que la résistance est élevée. Le thyristor s'allume lorsque la tension grille atteint une valeur limite V' et s'éteint à la fin de chaque alternance à l'inversion de la tension d'alimentation V_A. On voit sur la *figure* 36 que l'instant d'allumage varie lorsque R varie par suite de la modification simultanée de l'amplitude et de la phase de V_G. La puissance dissipée dans la charge qui est proportionnelle à l'aire hachurée varie ainsi considérablement avec R. Ce schéma est fréquemment utilisé pour contrôler la puissance dissipée dans une résistance chauffante; il est moins intéressant pour une ampoule, car le courant ne circule que pendant une alternance du secteur, ce qui provoque un fort clignotement. Pour éviter cet inconvénient, on peut utiliser deux thyristors montés tête-bêche, mais leur commande est délicate, et il vaut mieux faire appel à un nouveau composant qui est le triac.

● *Le triac*

Le *triac* est un composant équivalent à deux thyristors montés tête-bêche et réalisé dans un seul cristal de silicium. Grâce à une disposition particulière des couches le constituant, il est possible d'utiliser une seule grille de commande dont le potentiel est référencé par rapport à l'une des extrémités du barreau. Si cette grille est portée à un potentiel suffisant, le triac est conducteur, quel que soit le signe de sa tension d'anode. Ce potentiel de déclenchement est de l'ordre de 2 volts. La *figure* 37 montre une possibilité de réalisation d'un interrupteur statique avec un tel composant. En remplaçant dans le montage de la *figure* 36 le thyristor par un triac, on peut commander de façon continue l'intensité d'une ampoule; c'est le montage « graduateur » de lumière, très utilisé actuellement, car, contrairement au système comportant un rhéostat en série, il ne dissipe aucune puissance inutile sous forme de chaleur; ce montage est également utilisé pour faire varier la vitesse de petits moteurs électriques (perceuses).

Les circuits intégrés

Les multiples transistors que l'on fabrique simultanément sur une pastille de silicium, comme nous l'avons vu plus haut, peuvent être connectés entre eux, soit directement par des métallisations positionnées par photogravure, soit par l'intermédiaire de bandes plus ou moins étroites de semi-conducteur constituant des résistances. On réalise ainsi d'un seul coup un circuit qui peut être très complexe : dans l'état actuel de la technologie, on sait réaliser avec un bon rendement de fabrication un circuit comprenant plusieurs milliers de transistors. Les systèmes ainsi réalisés sont appelés *circuits intégrés monolithiques*.

La microphotographie ci-contre représente la surface d'une pastille de silicium de 1,5 × 1,5 mm sur laquelle on a gravé les nombreux transistors et résistances constituant un amplificateur différentiel de grand gain (amplificateur opérationnel). Par rapport aux montages traditionnels, le gain de volume est considérable.

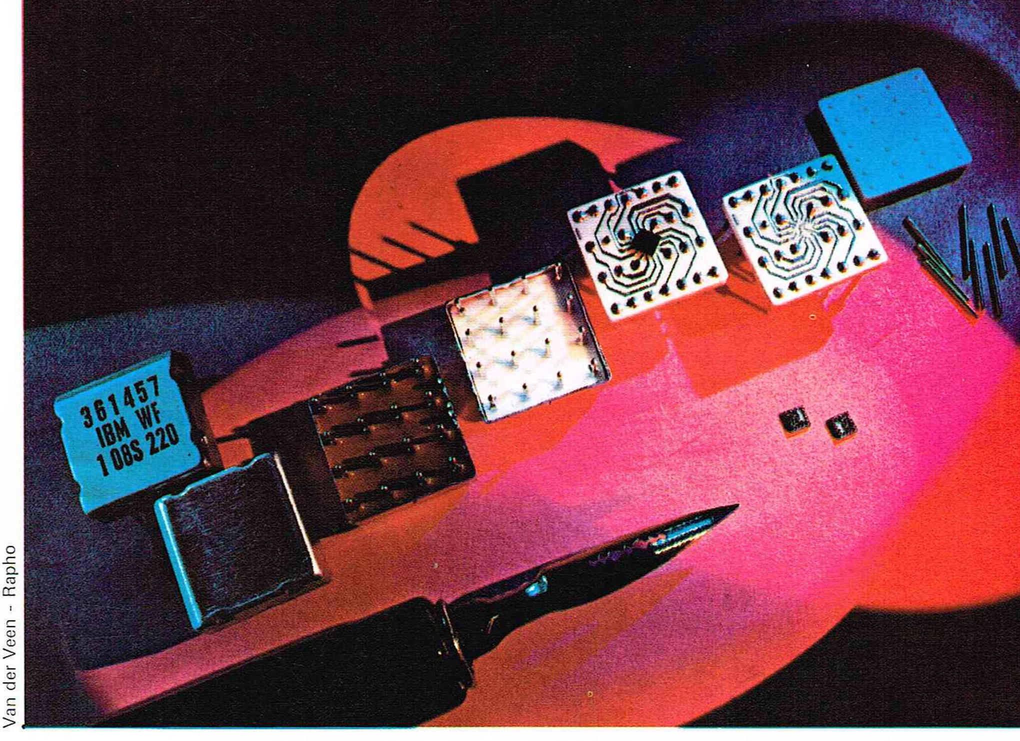
C'est cette réduction de dimensions, et aussi la très faible consommation d'énergie de fonctionnement qui en découle, qui ont permis la fabrication des calculateurs arithmétiques de poche de plus en plus répandus.

Les schémas retenus pour les circuits intégrés sont souvent très différents de ceux auxquels l'électronicien est habitué. Les impératifs technologiques sont en effet différents de ceux rencontrés avec les montages classiques. Une résistance de forte valeur est constituée, par exemple, par une bande très étroite et longue qui occupe sur la plaquette une surface importante; il est intéressant de la remplacer par un système mettant en œuvre plusieurs transistors beaucoup plus petits. De même, s'il est aisé de fabriquer deux transistors ou deux résistances ayant avec une bonne précision les mêmes caractéristiques, cela en leur imposant seulement les mêmes dimensions, il est difficile de réaliser un composant ayant une valeur fixée à l'avance à mieux que 10 ou 20 % près. Il faut donc faire appel à des circuits peu sensibles aux valeurs absolues des caractéristiques des composants utilisés; c'est le cas par exemple des amplificateurs différentiels dans lesquels la symétrie des composants est plus importante que leur valeur commune. Il est possible de réaliser des capacités, soit en utilisant un diélectrique (le plus commode est d'utiliser de la silice), soit en faisant appel à une jonction polarisée dans le sens bloqué, mais, au-delà de quelques picofarads, la surface nécessaire devient prohibitive et, pour cette raison, il n'y a jamais de capacités au-delà de 10 à 20 pF dans un circuit intégré. On doit tenir compte de cet impératif dans la conception du schéma.

Lorsque des performances élevées sont nécessaires, on peut utiliser des *circuits hybrides* constitués par la réunion dans un même boîtier de plusieurs circuits monolithiques, et éventuellement de quelques composants discrets. Ces

circuits hybrides sont plus chers que les précédents, mais leur fabrication est plus souple. Si l'on désire faire construire un circuit spécial, la technique hybride devient financièrement intéressante à partir de quelques centaines de pièces, alors que le circuit monolithique ne sera beaucoup moins coûteux que pour 100 000 pièces ou plus. La réalisation des circuits monolithiques est réservée à des montages d'emploi très général fabriqués à des millions d'exemplaires; dans ces conditions, leur coût est très bas; un amplificateur opérationnel comprenant quelques dizaines de transistors et de résistances coûte le même prix qu'un transistor unique en boîtier métallique.

Il est possible de réaliser des circuits monolithiques en remplaçant les transistors bipolaires par des M. O. S. à enrichissement. Ils sont plus faciles à fabriquer, car, comme nous l'avons vu, ils nécessitent moins d'opérations de photogravure et de diffusion, sont plus petits, et peuvent donc être plus nombreux sur la plaquette. Ce sont des circuits intégrés M. O. S. de ce type qui équipent les calculatrices de poche; certains contiennent près de 20 000 composants.



Van der Veen - Rapho

▲ ***Circuits intégrés et modules IBM; noter la taille de ces composants en comparaison du porte-plume au premier plan.***

Les circuits électroniques

Les amplificateurs

Un amplificateur est un circuit électrique le plus souvent du type quadripôle délivrant en sortie un signal qui est l'image amplifiée du signal appliqué à l'entrée. Comme tout quadripôle, il est assimilable, vu de l'entrée, à un dipôle dont l'impédance différentielle est l'impédance d'entrée de l'amplificateur. Pour un bon amplificateur, cette impédance est très peu dépendante de la charge dans laquelle débite le montage, car le terme de réaction, par exemple le paramètre h_{12} identique à celui rencontré avec les transistors, doit être très petit. Vu de la sortie, l'amplificateur se comporte comme un générateur ayant une résistance interne, qui est par définition sa résistance de sortie. Il existe de nombreux types d'amplificateurs; nous allons essayer d'en faire le classement. Lorsque le système est au repos, la tension continue à l'entrée est par exemple V_{10} et celle de sortie V_{20}. Si l'on modifie la tension d'entrée très lentement, V_{10} devenant $V_{10} + \Delta V_1$, la tension de sortie peut être modifiée, V_{20} devenant $V_{20} + \Delta V_2$. Le rapport des variations $\Delta V_2/\Delta V_1$ est le *gain de l'amplificateur*, qui est dans ce cas un amplificateur de tensions continues. Le montage est particulièrement intéressant si à une tension $V_{10} = 0$ correspond une tension de repos de sortie également nulle; les variations précédentes sont alors assimilables aux tensions elles-mêmes; c'est le cas de l'amplificateur opérationnel que nous décrirons plus loin. Mais, très souvent, une variation lente du potentiel d'entrée n'agit pas en sortie; seules les modifications rapides de V_1 sont amplifiées; l'amplificateur est alors qualifié « d'alternatif ». Tout amplificateur « continu » peut être transformé en amplificateur alternatif, en plaçant en série avec l'entrée une capacité C. L'impédance de ce composant est infinie pour la fréquence zéro, c'est-à-dire que les tensions continues sur ses deux armatures sont indépendantes; seules les variations assez rapides peuvent être transmises. De façon plus précise (*fig.* 38), la tension alternative V_1 présente à l'entrée est :

$$V_1 = U_0 \frac{jR_eC\omega}{1 + jR_eC\omega}$$

elle est nulle pour $\omega = 0$ (continu) mais devient très voisine de U_0 pour ω supérieur à $\frac{1}{R_eC}$. Pour les fréquences assez élevées, tout se passe comme si C n'existait pas.

Au moins pour des signaux de faible amplitude, un amplificateur est un système linéaire dont le gain est, comme nous l'avons vu au début de cet exposé, un nombre complexe fonction de la fréquence G $(j\omega)$. La courbe donnant le module de ce gain en fonction de ω est une caractéristique fondamentale pour un amplificateur. Pour des raisons d'échelle, on ne porte jamais G en fonction de ω mais le logarithme de G en fonction du logarithme de ω. Il est aussi possible de représenter des gains variant dans un rapport 10^6 sur une étendue de fréquence de 1 à 10^6 Hz ou plus. Le gain s'exprime souvent en décibels; par définition, si v_2 et v_1 sont les signaux de sortie et d'entrée, le *gain en décibels* s'écrit :

$$G_{dB} = 20 \log \frac{v_2}{v_1}$$

Certains montages amplificateurs comportent deux entrées au lieu d'une seule, la tension de sortie n'est alors fonction que de la différence entre les deux tensions d'entrée et non de leurs valeurs individuelles; ce sont les **amplificateurs différentiels.**

Un autre type de classification repose sur la valeur de l'impédance de sortie. Lorsqu'une charge R_L est placée en sortie, la tension apparaissant à ses bornes est

$$\frac{GV_1R_L}{R_S + R_L}$$

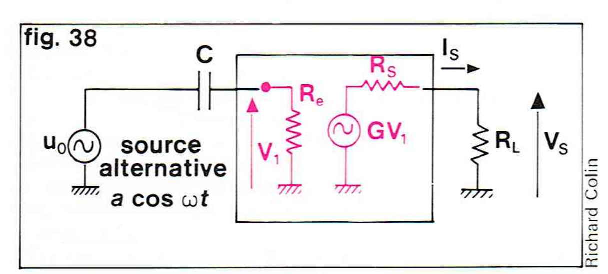
et le courant de sortie $I_S = \frac{GV_1}{R_S + R_L}$. Si R_S est très faible devant les valeurs possibles de R_L la tension de sortie est indépendante de la charge; c'est alors une grandeur caractéristique du montage; on dit que l'on a un **amplificateur de tension.** Si, au contraire, R_S est très élevée, c'est le courant qui, ne dépendant plus de R_L, est la grandeur importante; c'est le cas des **amplificateurs de courant.** En toute rigueur, la seule caractéristique ayant un sens est le gain en puissance, rapport entre la puissance injectée à l'entrée $P_e = V_1^2/R_e$ et celle recueillie en sortie, $P_S = V_S^2/R_L$. Ce gain dépend naturellement de la charge, mais compte tenu de l'expression de V_S on peut l'écrire :

$$\frac{P_S}{P_e} = \frac{G^2R_LR_e}{(R_S + R_L)^2}$$

il est nul pour $R_L = 0$, car la tension de sortie est alors nulle, mais aussi pour R_L infini, car c'est alors le courant de sortie qui disparaît. Il passe entre ces deux valeurs extrêmes par un maximum pour $R_S = R_L$. C'est pour cette valeur particulière de la charge que la puissance fournie par l'amplificateur pour un signal d'entrée donné est maximale. On dit qu'il y a *adaptation d'impédance* entre l'amplificateur et la charge. Le gain en puissance maximale obtenu est appelé *gain en puissance utilisable;* c'est une caractéristique du circuit.

$$G_{PU} = \frac{1}{4} G_V^2 \cdot \frac{R_e}{R_S}$$

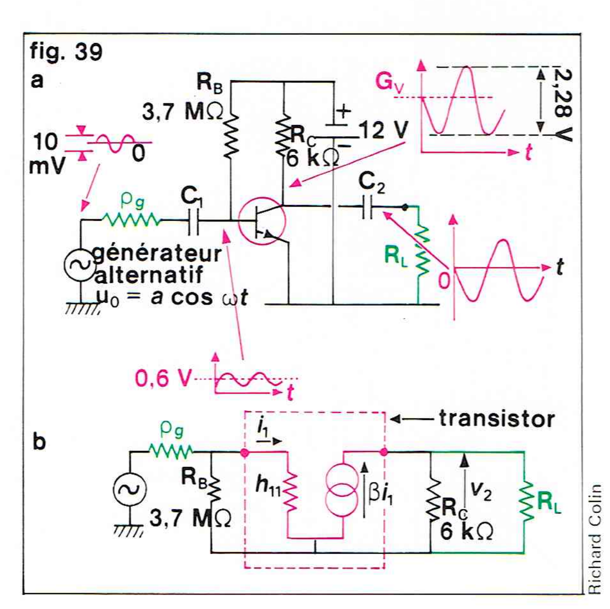
Si les impédances d'entrée et de sortie sont égales, c'est le quart du carré du gain en tension.



Richard Colin

◀ ***Figure 38 : quadripôle représentant l'amplificateur d'impédance d'entrée R_e, d'impédance de sortie R_S et de gain de tension G (autour d'un point de polarisation, les tensions apparaissant ici sont des variations).***

▶ *Figure 39 : a) schéma réel et tensions en différents points, en l'absence de ρ_g et R_L ; b) schéma équivalent simplifié pour des variations rapides.*



Richard Colin

Réalisation d'un amplificateur avec un transistor à jonctions

Les notions précédentes vont être précisées en décrivant un amplificateur très simple utilisant un seul transistor. Revenons au montage de la *figure* 28b dans lequel nous utilisons un transistor type 2 N 2925 ayant, par exemple, les caractéristiques suivantes : $\beta = 325$, $h_{22}^{-1} = 37\,500\ \Omega$, $h_{12} = 3 \cdot 10^{-4}$ pour un point de polarisation, $I_C = 1$ mA et $V_{CE} = 6$ volts. Pour se placer en un tel point, on peut utiliser, par exemple, une pile de 12 volts, une résistance $R_C = 6$ kΩ (alors $V_{CE} = E - R_C I_C = 6$ volts) ; la résistance de base doit être :

$$R_B = 325 \times \frac{(12 - 0{,}6)}{10^{-3}} = 3{,}7\ \text{M}\Omega$$

Pour évaluer le gain en tension du montage, il nous faut faire varier la tension de base autour de sa valeur de repos voisine de 0,6 volt. Pratiquement, la méthode la plus simple est d'appliquer sur la base une faible tension alternative à travers une capacité C_1 qui, comme nous l'avons vu plus haut, ne modifiera pas le potentiel moyen de base. Si l'on désire séparer de même les variations de la tension collecteur de sa valeur continue moyenne, on utilisera en sortie un autre condensateur C_2. On aboutit alors au montage représenté sur la *figure* 39a. Une évaluation graphique du gain est possible en utilisant les réseaux de caractéristiques, mais le calcul direct est plus précis. Il suffit de remplacer le schéma réel par un schéma équivalent obtenu en ne conservant que les éléments variables et en remplaçant le transistor par son schéma équivalent (*fig.* 39b). Le générateur U_0 débite dans les deux résistances R_B et h_{11} placées en parallèle à l'entrée, mais R_B est beaucoup plus grande que h_{11}. On sait en effet que la pente d'un transistor $\frac{\beta}{h_{11}}$ vaut 38 mA/V pour $I_C = 1$ mA ; β étant connu, on en déduit $h_{11} = 325/38 \cdot 10^{-3} = 8\,552\ \Omega$, ce qui est négligeable devant 3,7 MΩ. Le courant d'entrée est donc très sensiblement (pour une fréquence suffisamment élevée pour laquelle la capacité C_1 a une impédance négligeable devant h_{11}) $i_1 = U_0/h_{11}$. La tension de sortie est

$$V_2 = - R_C \beta i_1$$

d'où le gain cherché $\frac{V_2}{V_1} = \frac{V_2}{U_0} = -\frac{\beta R_C}{h_{11}}$, soit numériquement — 228.

Si l'on construit cet amplificateur, le gain mesuré sera plus faible ; en effet, l'on a utilisé un schéma simplifié qui n'est en toute rigueur valable que si R_C est très faible devant l'impédance interne du transistor ; or 6 kΩ n'est que le sixième du $h_{22}^{-1} = 37\,500\ \Omega$. Pour calculer la valeur exacte du gain, il faut utiliser l'expression que nous avons citée à propos des quadripôles :

$$G_V = -\frac{\dfrac{h_{21}}{h_{11}}}{h_{22} + \dfrac{1}{R_C} - \dfrac{h_{12}h_{21}}{h_{11}}}$$

Elle donne ici — 208. On voit que l'erreur commise n'est que d'environ 10 % pour une simplification considérable du calcul.

Il convient maintenant de remarquer que ce gain a été obtenu avec la sortie « en l'air ». Si une résistance de charge extérieure est connectée en sortie, la tension disponible baisse (résistance dessinée en vert sur la *figure* 39). Le courant βi_1 circule maintenant dans $R_C // R_L$ et la tension de sortie devient $-\frac{R_C R_L}{R_C + R_L} \cdot \beta i_1$

d'où le gain : $G_V = -\frac{R_L}{R_C + R_L} \cdot \frac{\beta R_C}{h_{11}}$.

Il est divisé par deux si $R_L = R_C$. Ceci est évident si l'on applique le théorème de Thévenin à la sortie de C_2 : le montage est équivalent à un générateur de force électromotrice $-\beta R_C/h_{11}$ et d'impédance R_C. Là encore, en toute rigueur, ce n'est pas vrai ; la vraie valeur de l'impédance de sortie est obtenue à partir de l'expression exacte :

$$Z_S = R_C // \frac{1}{h_{22} - \dfrac{h_{12}h_{21}}{h_{11} + \rho_g}}$$

soit ici numériquement 5 496 Ω pour une source d'attaque d'impédance interne nulle, à peine 10 % de moins que la valeur approchée 6 kΩ.

Enfin, pour terminer, l'impédance d'entrée peut jouer un rôle important : avec le schéma simplifié $V_1/i_1 = h_{11}$, soit 8 552 Ω si le générateur d'attaque a une impédance interne ρ_g de 10 kΩ, la tension réelle sur la base est bien inférieure à U_0 :

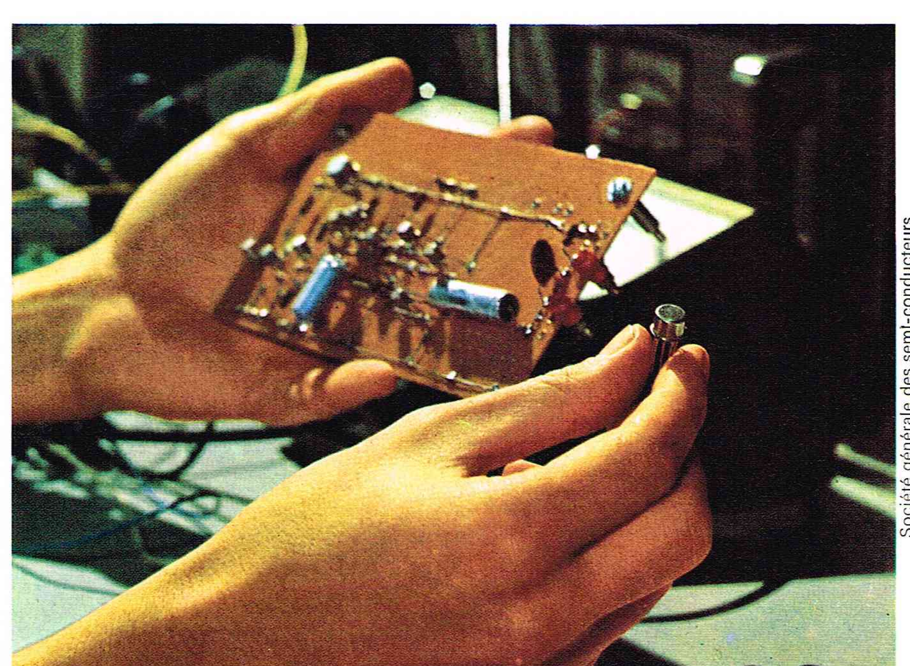
$$V_1 = U_0 \frac{h_{11}}{h_{11} + \rho_g} = 0{,}46\ U_0$$

et le gain apparent du montage V_2/U_0 n'est plus que $228 \times 0{,}46 = 105$. Le calcul rigoureux donne ici 93.

Le montage que nous venons d'analyser est le plus simple que l'on puisse réaliser avec un transistor unique ; c'est un **amplificateur « alternatif »** par suite de la présence des capacités d'entrée et de sortie. L'émetteur du transistor est un point commun aux circuits d'entrée et de sortie ; on qualifie pour cela le montage d'*émetteur commun*.

Le schéma équivalent permet d'étudier aisément des systèmes plus compliqués. Nous avons vu par exemple que, pour stabiliser le point de repos vis-à-vis des variations de la température, on utilisait un circuit de polarisation comprenant un pont de base R_1R_2 et une résistance d'émetteur R_E. En mettant en place les capacités d'entrée et de sortie, on réalise ainsi un amplificateur alternatif dont les performances sont très différentes du précédent. A titre d'exercice, déterminons d'abord son point de polarisation : la base est reliée à la tension d'alimentation par un pont R_1R_2 ; cet ensemble, en vertu

▼ *Comparaison des dimensions d'un amplificateur audio de 1W, réalisé avec des transistors (main gauche), et le même contenu dans un circuit intégré (main droite).*



Société générale des semi-conducteurs

du théorème de Thévenin, est équivalent à une source de force électromotrice $ER_1 (R_1 + R_2) = 2$ volts et de résistance interne $R_1 // R_2 = 16{,}66$ kΩ. Tout se passe donc comme si la base était reliée directement par une résistance de 16,66 kΩ à une pile de 2 volts (*fig.* 40 b). En prenant 0,6 volt comme tension V_{BE} on peut écrire la loi d'Ohm dans le circuit base-émetteur :

$$2_V = 16{,}66 \text{ k}\Omega \times I_B + 0{,}6 + R_E (\beta + 1) I_B$$

équation d'où l'on tire $I_B = 4{,}08$ µA (le transistor étant le même que plus haut, $\beta = 325$). On en déduit immédiatement $I_C = \beta I_B = 1{,}33$ mA, d'où la tension entre collecteur et masse

$$V_{CM} = E - R_C I_C = 12 - 4 \cdot 10^3 \times 1{,}33 \cdot 10^{-3} = 6{,}68 \text{ volts,}$$

la tension émetteur masse $V_{EM} = R_E I_E = 1{,}33$ volt et, par différence, la tension collecteur-émetteur 5,35 volts. Lorsqu'une valeur approchée seulement suffit, il faut savoir appliquer une méthode simplifiée, si l'on néglige le courant base devant le courant principal du pont R_1R_2 le potentiel sur la base est : $ER_1 (R_1 + R_2) = 2$ volts ; il est alors sur l'émetteur $(2 - 0{,}6) = 1{,}4$ volt, d'où un courant émetteur de 1,4 mA (1,33 valeur exacte).

Une approximation permet aussi d'apprécier le gain du montage, si l'on admet que le V_{BE} est constant, une variation ΔV_B du potentiel sur la base se retrouve sans modification sur l'émetteur, dont le courant varie donc de :

$$I_E = \frac{\Delta V_E}{R_E} = \frac{\Delta V_B}{R_E}$$

Les courants émetteur et collecteur étant presque égaux (au I_B près), la tension sur le collecteur

$$V_{CM} = E - R_C I_C$$

varie de $-R_C \Delta I_C = -R_C \frac{\Delta V_B}{R_E}$, d'où le gain en tension $\frac{\Delta V_C}{\Delta V_B} = -\frac{R_C}{R_E}$, rapport entre les deux résistances. Le calcul plus précis peut être fait en utilisant un schéma équivalent (*fig.* 40c). Entre base et masse, on écrit la loi d'Ohm :

$$V_1 = [h_{11} + (\beta + 1) R_E] i_1$$

d'où l'on tire déjà l'impédance d'entrée du transistor :

$$Z_{eT} = h_{11} + (\beta + 1) R_E = \frac{V_1}{i_1}$$

et la valeur de i_1 qui, reportée dans l'expression de V_2,

$$V_2 = -\beta i_1 R_C$$

donne $$V_2 = -\frac{\beta R_C}{h_{11} + (\beta + 1) R_E} V_1$$

d'où le gain : $G_V = \frac{-\beta R_C}{h_{11} + (\beta + 1) R_E}$ qui, lorsque βR_E est très grand devant h_{11}, prend bien la valeur approchée $-R_C/R_E$. Pour le courant de 1,33 mA, le h_{11} du transistor est 1,33 fois plus faible que pour 1 mA, soit :

$$8\,552/1{,}33 = 6\,414\ \Omega$$

le gain du montage est donc − 3,91 et non − 4 comme le suggère le raisonnement simple précédent. L'erreur est minime, elle l'est d'autant plus que le rapport R_C/R_E est faible devant le β du transistor. En toute rigueur, ce n'est pas encore exact, car nous avons fait appel à un circuit équivalent simplifié ; en tenant compte de tous les paramètres, le résultat est dans le cas présent très voisin, mais le calcul beaucoup plus complexe.

Il est intéressant de revenir sur l'impédance d'entrée du montage ; celle du transistor seul V_1/i_1 vaut

$$[h_{11} + (\beta + 1) R_E]$$

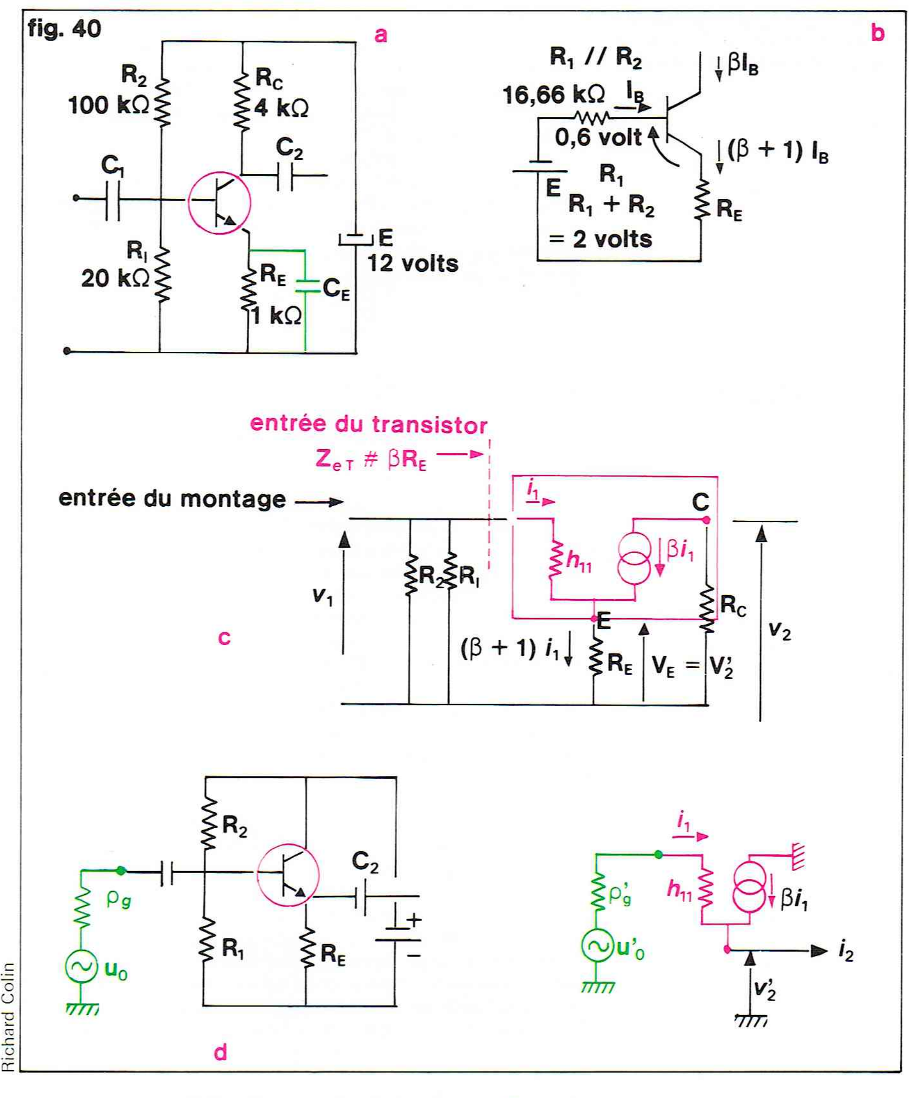
soit 332 kΩ ; $R_E = 325$ kΩ en est une valeur approchée suffisante, malheureusement il faut pour un observateur extérieur tenir compte du courant consommé par le pont R_1R_2 et l'impédance d'entrée du montage total est $R_1 // R_2 // Z_{eT} = 15\,900\ \Omega$ seulement.

● *Découplage de l'émetteur*

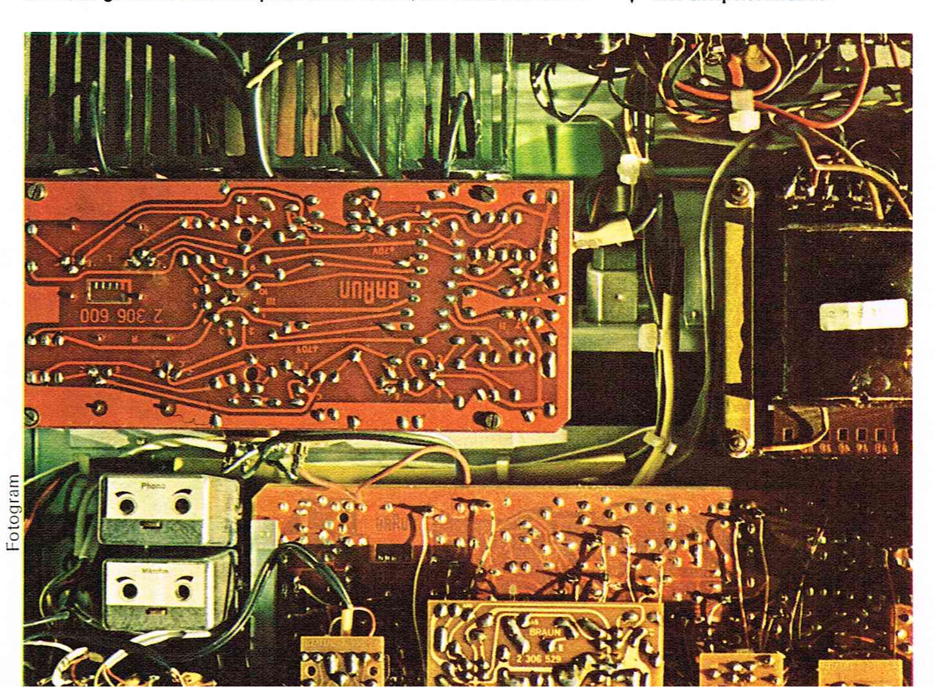
La résistance R_E augmente la stabilité thermique, mais par contre, comme nous venons de le voir, elle abaisse considérablement le gain en tension. Pour éviter cet effet parfois gênant, il faudrait que l'élément placé dans l'émetteur se comportât comme une résistance R_E pour le courant continu de polarisation, mais comme un court-circuit pour les variations rapides. Ceci est réalisé en plaçant en parallèle sur R_E une capacité C_E dite de « découplage » (en vert sur la *fig.* 40a). L'impédance du circuit d'émetteur est alors :

$$R_E // \frac{1}{jC_E\omega} = \frac{R_E}{1 + jR_EC_E\omega}$$

Elle se réduit à R_E pour $\omega = 0$ et tend vers zéro si ω devient grande. Aux fréquences élevées, on retrouve donc



▲ *Figure 40 : montages à un transistor :*
a) circuit avec résistance d'émetteur ;
b) calcul du point de polarisation ;
c) schéma équivalent pour les variations ;
d) montage collecteur-commun.



▼ *Un amplificateur.*

▶ ***Figure 41 :*** ***exemple d'*****amplificateur alternatif à plusieurs étages.**

le gain du montage émetteur commun sans résistance d'émetteur. Le calcul rigoureux montre que le découplage est parfaitement efficace à une fréquence ω_0 si l'impédance du condensateur $1/C\omega_0$ est faible devant h_{11}/β et non devant R_E ; cela oblige à utiliser des condensateurs électrochimiques de forte valeur.

● *Le montage collecteur commun*

En présence d'une résistance d'émetteur non découplée, nous venons de voir qu'il existait une variation de potentiel d'émetteur. Cette variation peut être prise comme signal de sortie V'_2. En reprenant les équations écrites plus haut

$$i_1 = \frac{V_1}{[h_{11} + (\beta + 1)\, R_E]}$$

et

$$V'_2 = + R_E i_E = R_E\, (\beta + 1)\, i_1 = \frac{R_E\, (\beta + 1)\, V_1}{[h_{11} + (\beta + 1)\, R_E]}$$

Le gain en tension du nouveau montage est :

$$\frac{V'_2}{V_1} = \frac{R_E\, (\beta + 1)}{h_{11} + R_E\, (\beta + 1)}$$

Il est très voisin de l'unité. On peut remarquer qu'il ne dépend pas de la résistance R_C de collecteur qui peut être supprimée. Le montage est alors celui représenté sur la *figure* 40d. La tension d'entrée est appliquée entre base et masse, et celle de sortie prélevée entre émetteur et masse, mais le collecteur, étant relié directement au pôle + de la pile, se trouve à un potentiel fixe, c'est-à-dire nul dans le schéma équivalent qui ne prend en compte que les variations ; on peut donc tout aussi bien référencer les tensions d'entrée et sortie par rapport au collecteur, d'où le nom de *collecteur commun* donné au montage.

Le gain voisin de l'unité ainsi obtenu n'est certes pas la propriété qui donne au montage son grand intérêt, mais essentiellement ses qualités d'adaptateur d'impédance. Les calculs effectués plus haut montrent déjà que son impédance d'entrée est élevée, de l'ordre de βR_E si on laisse de côté l'influence du circuit de polarisation R_1R_2. Il est très intéressant de calculer l'impédance de sortie sur l'émetteur, la résistance R_E étant considérée comme la charge dans laquelle débite le transistor. Si ρ_g est l'impédance interne de la source qui alimente la base (dans laquelle on peut compter la résistance interne réelle du générateur d'attaque et le pont de résistances R_1R_2)

avec $[\rho'_g = \rho_g\, //\, R_1\, //\, R_2]$ (*fig.* 40d)

et i_2 le courant de sortie qui est maintenant le courant d'émetteur, on peut écrire :

$$U'_0 = (\rho'_g + h_{11})\, i_1 + V'_2$$

avec $i_2 = (\beta + 1)\, i_1$,

donc : $$U'_0 = \frac{(\rho'_g + h_{11})\, i_2}{\beta + 1} + V'_2$$

relation de la forme $RI + V = E$ montrant que le transistor vu de son émetteur se comporte comme un générateur de

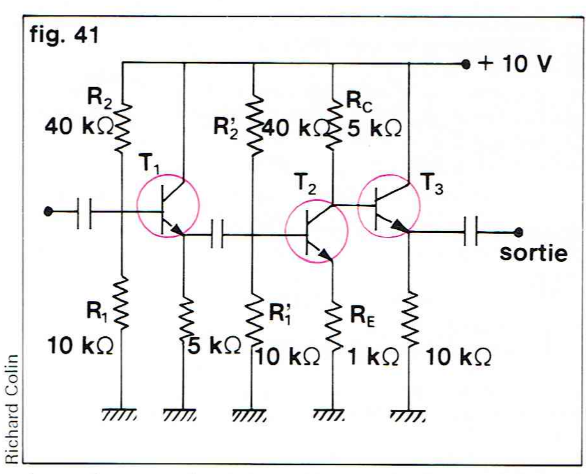
résistance interne $R_S = \dfrac{\rho'_g + h_{11}}{\beta + 1}$

expression qui pour ρ'_g grand devant h_{11} est de la forme ρ'_g/β. En résumé, le collecteur commun a un gain très proche de + 1, une impédance d'entrée βR_E et une impédance de sortie ρ_g/β. Il permet de transférer aux bornes d'une charge faible la tension fournie par une source de haute impédance interne ; c'est la fonction d'adaptateur d'impédance annoncée plus haut. Le collecteur commun est le plus simple des amplificateurs continus de gain + 1, la tension de sortie prise directement sur l'émetteur étant à 0,6 volt près égale à celle d'entrée.

Les amplificateurs alternatifs à plusieurs étages

Lorsqu'un gain très important est nécessaire, il est possible de mettre en série plusieurs étages identiques à ceux que l'on a décrits plus haut. Des capacités isolent les tensions de polarisation des étages successifs, et il faut tenir compte du fait que l'impédance d'entrée d'un étage vient se mettre en parallèle sur la charge de l'étage précédent. Il faut donc toujours effectuer le calcul en commençant par la sortie.

La *figure* 41 est un exemple de ce principe. On reconnaît en T_3 un étage collecteur commun qui se contente de recopier la tension collecteur de T_2. L'impédance de sortie



du système complet peut déjà être calculée ; elle est constituée par 10 kΩ mis en parallèle avec la résistance de la source attaquant T_3 et divisée par le β de ce dernier transistor. Or un transistor se comporte, vu sur son collecteur, comme un générateur de résistance interne égale à sa résistance de charge R_C ; l'impédance de sortie cherchée est donc :

$$10\ \text{k}\Omega\ //\ \frac{5\ \text{k}\Omega}{\beta} \;\#\; 5\ \text{k}\Omega/\beta$$

soit avec un β de 325, moins de 20 Ω. L'étage constitué par T_2 a comme résistance de charge 5 kΩ, en parallèle sur l'impédance d'entrée de T_3 qui vaut 10 kΩ × 325 ; la résultante est très proche de 5 kΩ. D'après un paragraphe précédent, ce deuxième étage a donc un gain de $- R_C/R_E = - 5$. Son impédance d'entrée est environ (1 kΩ × 326) // R'_1 // R'_2, soit 7,8 kΩ. Tout se passe donc comme si T_1 avait comme charge d'émetteur

$$5\ \text{k}\Omega\ //\ 7{,}8\ \text{k}\Omega = 3{,}05\ \text{k}\Omega$$

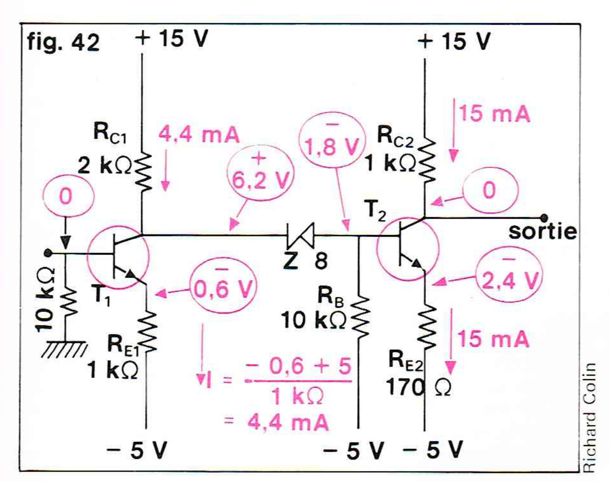
C'est encore un étage collecteur commun de gain unité dont l'impédance d'entrée sera (3,05 kΩ × 325) // R_1 // R_2 soit 7,8 kΩ environ. L'amplificateur complet a donc une impédance d'entrée de l'ordre de 8 kΩ, un gain de — 5 et une impédance de sortie inférieure à 20 Ω. En utilisant pour chaque transistor un schéma équivalent plus ou moins exact, on peut obtenir un résultat plus précis, mais il est très important de savoir faire une évaluation rapide. Dans cet exemple, la liaison entre les différents étages a été effectuée soit directement comme de T_2 à T_3, soit par une capacité. On peut également utiliser des transformateurs, mais ce mode de couplage est réservé de plus en plus aux amplificateurs haute fréquence où il est indispensable.

Les amplificateurs de tensions continues

Lorsque les signaux à traiter sont continus ou de fréquence très basse, les capacités de liaison doivent être bannies entre les étages, mais alors de graves difficultés surgissent. D'abord, la liaison directe entre la sortie d'un étage et l'entrée du suivant n'est possible que dans le cas où la tension continue de sortie du premier peut être prise comme tension de polarisation du second. Ce n'est pas souvent le cas, sauf pour la liaison entre un étage quelconque et un collecteur commun comme nous venons de le voir dans l'exemple précédent (T_2T_3). Cette première difficulté peut être levée assez facilement par exemple avec une diode Zener comme sur la *figure* 42. Grâce à une double alimentation + 15, — 5 volts, la base du premier transistor constituant l'entrée de l'amplificateur a pu être mise au potentiel zéro (masse). Son émetteur se trouve alors à — 0,6 volt. En calculant le courant dans R_{E1} on en déduit le potentiel de collecteur 6,2 volts. Grâce à la diode Zener Z 8, la base de T_2 se trouve 8 volts plus bas, soit — 1,8 volt, et l'émetteur de T_2 à — 2,4 volts. Dans ces conditions, la tension de repos en sortie est nulle. Si le potentiel continu d'entrée est modifié, il entraîne tous les autres, le gain de l'ensemble étant voisin de

$$2\ (\text{premier étage}) \times \frac{1\,000}{170}\ (\text{deuxième étage}) = 12$$

Ce calcul n'est qu'approché, nous avons en particulier négligé le courant circulant dans la Zener devant le cou-



◀ *Figure 42 : exemple d'amplificateur continu.*

rant collecteur de T_1 mais il montre bien le principe utilisé. Pour une réalisation pratique, on ajusterait à zéro la tension de sortie au repos en réglant R_{C1} ou R_{E2}.

Un système de ce genre ne peut malheureusement pas être utilisé dès que le gain recherché est élevé. En effet, nous savons que la température modifie le β des transistors et leur V_{BE}, donc en particulier le point de polarisation du premier transistor; cette modification sera considérée comme un signal et amplifiée par les étages suivants. Avec un gain de 1 000, une variation de 1 °C entraînera une dérive d'au moins 2 volts à la sortie (le V_{BE} du transistor d'entrée diminue pour un même courant de 2 mV par degré), l'amplificateur se comporte comme un véritable thermomètre. La méthode la plus courante pour limiter ces dérives est de faire appel à un montage différentiel.

L'amplificateur différentiel

Considérons le montage de la *figure* 43 pour lequel nous supposerons que les deux transistors sont rigoureusement semblables. Si les deux bases qui constituent les deux entrées sont au même potentiel, par exemple zéro, le circuit est entièrement symétrique, et les courants dans les deux transistors égaux. Dans l'exemple proposé,

$$V_E = -0{,}6 \text{ volt}$$

donc
$$I_E = \frac{-0{,}6 + 15}{6{,}8 \text{ k}\Omega} = 2{,}12 \text{ mA}$$

le courant collecteur de chaque transistor est donc 1,06 mA, c'est-à-dire que :

$$V_2 = V'_2 = +15 - 1{,}06 \times 5{,}6 = 9{,}06 \text{ volts}$$

si $V_1V'_1$ varient en restant égales, l'équilibre de la répartition des courants est conservé, et V_2 reste égal à V'_2. La tension de sortie différentielle $(V'_2 - V'_1)$ reste nulle. Par contre, si un déséquilibre apparaît entre les tensions base $V_1 \neq V'_1$ les courants collecteurs des deux transistors cessent d'être égaux, et $(V_2 - V'_2)$ prend une valeur non nulle. Si les deux transistors sont construits sur le même substrat, ils sont à la même température, et toute dérive thermique agissant de façon égale sur les deux ne perturbe pas l'égalité de V_2 et V'_2. La tension différentielle de sortie est ainsi indépendante de la température et ne dépend que de la tension différentielle d'entrée $(V_1 - V'_1)$. Pour cette raison, tous les amplificateurs à courant continu font appel à des montages différentiels.

Dans certains cas, il est intéressant de prendre comme tension de sortie la tension sur un seul collecteur, par exemple V'_2; elle n'est pas alors indépendante de la valeur commune de V_1 et V'_1. En effet :

$$V_E = V_1 - 0{,}6 \text{ volt} = V'_1 - 0{,}6 \text{ volt}$$

donc :
$$I_E = \frac{V_E + V_{CC}}{R_E} = \frac{V_1 - 0{,}6 + V_{CC}}{R_E}$$

c'est-à-dire que :
$$I_{C1} = I_{C2} = \frac{V_1 - 0{,}6 + V_{CC}}{2\,R_E}$$

donc :

$$V_2 = V'_2 = +V_{CC} - R_C I_C =$$
$$V_{CC}\left(1 - \frac{R_C}{2\,R_E}\right) + 0{,}6 \cdot \frac{R_C}{2\,R_E} - \frac{R_1}{2\,R_E} V_1$$

pour les variations $\frac{\Delta V_2}{\Delta V_1} = -\frac{R_C}{2\,R_E}$ soit 0,41 dans le cas présent; une variation de 1 volt sur la valeur commune de V_1 et V'_1 modifie de 0,41 volt les tensions collecteur. 0,41 est le *gain en mode commun* de l'amplificateur, qu'il est souhaitable de rendre le plus faible possible. Ceci est réalisé en remplaçant la résistance R_E par une source de courant constant constituée par un transistor T_3 (en vert sur la *figure* 43a). Le pont diviseur R_1R_2 maintient le potentiel de base de T_3 à un potentiel de

$$-15 \times 9{,}4/(9{,}4 + 5{,}6) = -9{,}4 \text{ volts}$$

son émetteur est donc à $-9{,}4 - 0{,}6 = -10$ volts. Le courant dans la résistance R'_E, $\left(\frac{-10 + 15}{5}\right) = 1$ mA, ne dépend pas de la tension collecteur; ce transistor joue donc bien le rôle d'un injecteur de courant constant. La somme des courants des collecteurs de T_1 et T_2 est constante, indépendante de la valeur commune des deux tensions d'entrée lorsqu'elles sont égales; V_2 et V'_2 ont alors une valeur $V_2 = 15 - 5{,}6 \text{ k}\Omega \times 0{,}5 \text{ mA} = 12{,}2$ volts; le gain en mode commun est nul. Pour calculer le gain différentiel, on peut remplacer T_1 et T_2 par leur schéma équivalent simplifié; le courant injecté par T_3 étant constant disparaît sur le schéma équivalent de l'ensemble (*fig.* 43b); alors, pour deux transistors identiques, on peut écrire aux bornes des h_{11}

$$v_1 - v_E = h_{11} i_1$$
$$v'_1 - v_E = h_{11} i_1$$

et sur l'émetteur $(\beta + 1)\, i_1 + (\beta + 1)\, i'_1 = 0$.

De cette dernière relation, on tire la relation évidente $i_1 = i'_1$ traduisant la constance de la somme des courants de deux transistors. Les tensions de sortie sur les deux collecteurs sont :

$$v_2 = -R_C \beta i_1 \qquad v'_2 = -R_C \beta i'_1$$

on déduit de ces équations, en éliminant v_E, variation de la tension d'émetteur, et les courants :

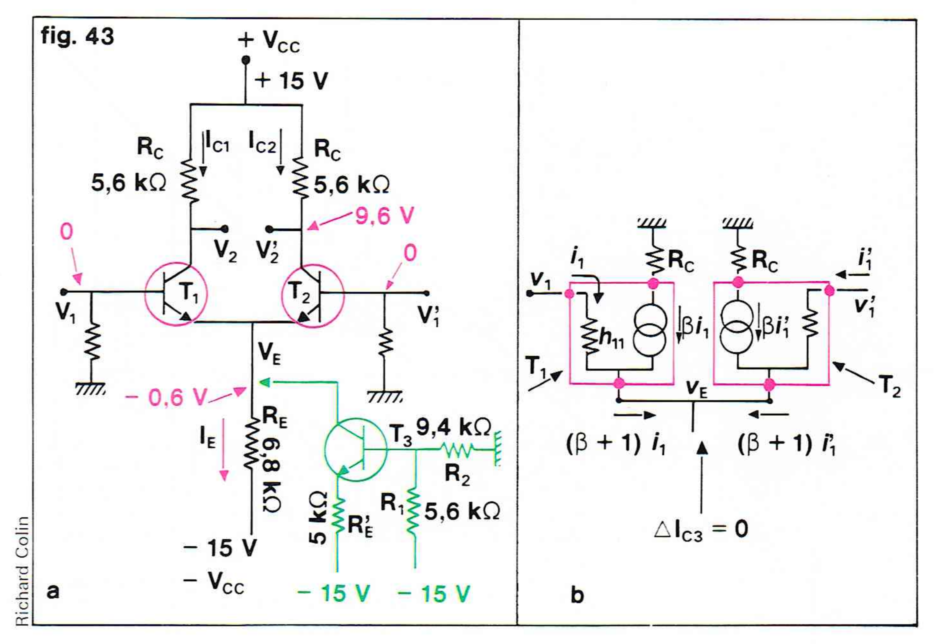
$$v_2 = -\frac{R_C\beta}{2\,h_{11}}\,(v_1 - v'_1) = -v'_2$$

Comme nous l'avions prévu, v_2 ne dépend que de la différence des tensions d'entrées. Le gain différentiel

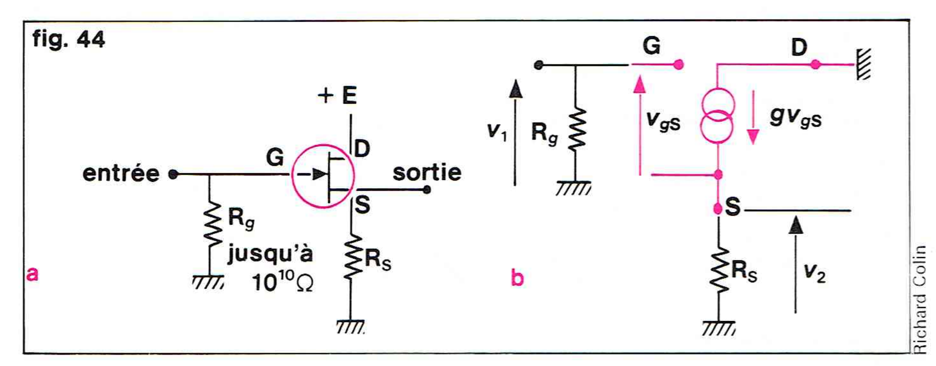
$$\frac{v_2 - v'_2}{v_1 - v'_1} = -\frac{\beta R_C}{h_{11}}$$

est le même que pour un seul étage émetteur commun. Pour le réduire, on peut placer une résistance r entre le point d'injection du courant T_3 et les émetteurs des deux transistors T_1 et T_2; il devient alors, comme pour un transistor seul :

$$\frac{v_2 - v'_2}{v_1 - v'_1} = \frac{-\beta R_C}{h_{11} + (\beta + 1)\, r}$$



▼ *Figure 43 :* a) *montage d'un amplificateur différentiel;* b) *schéma équivalent en présence de* T_3.

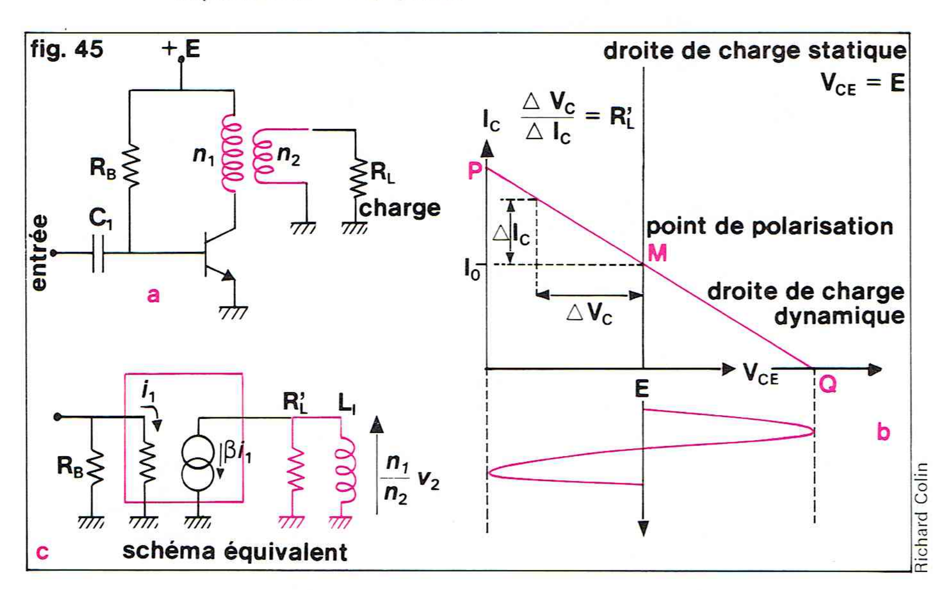


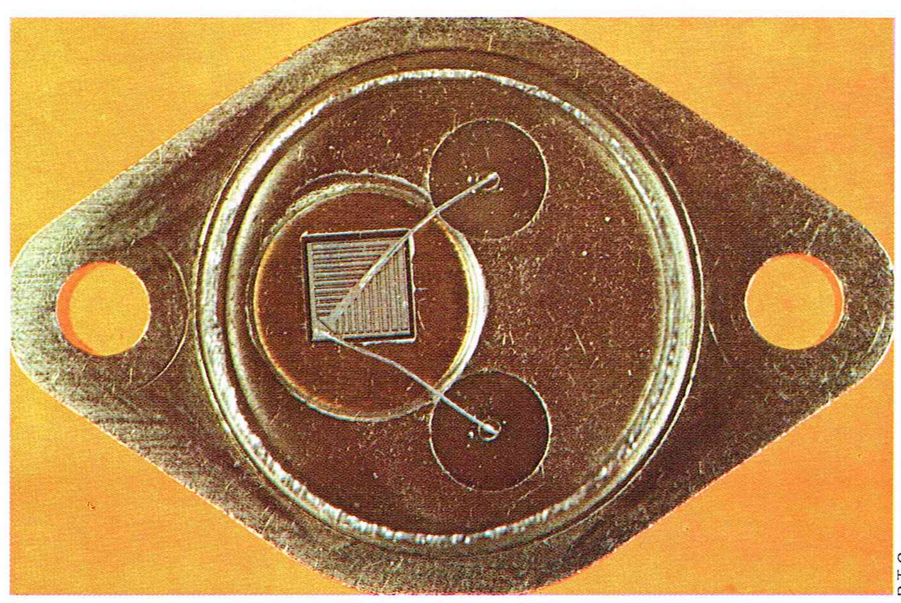
▲ *Figure 44 ; amplificateur à haute impédance d'entrée :* a) *étage à haute impédance d'entrée à T. E. C. ;* b) *schéma équivalent :* $v_1 = v_{gS} + R_S g v_{gS}$ *et* $v_2 = R_S g v_{gS}$ *donc* $v_2/v_1 = R_S g / 1 + R_S g$.

▼ *Ci-dessous, figure 45 : amplificateur de puissance classe A à liaison par transformateur. En bas, un transistor de puissance.*

Les amplificateurs à haute impédance d'entrée

Lorsque l'on désire amplifier un signal provenant d'une source de très forte impédance interne ρ, il est nécessaire d'utiliser un amplificateur à grande impédance d'entrée R_E, car ces deux éléments forment un diviseur de tension et une fraction $R_E/(R_E + \rho)$ seulement de la force électromotrice de la source se retrouve à l'entrée de l'amplificateur. C'est le cas général des tensions d'origine électrostatique (d'où le nom d'amplificateurs électrométriques donné à ces amplificateurs spéciaux) ou prélevées par des électrodes biologiques. Jusqu'à 1 MΩ d'impédance d'entrée, un transistor monté en collecteur commun suffit, au-delà il est illusoire d'augmenter la résistance d'émetteur, car la relation $Z_E = \beta R_E$ cesse d'être valable pour R_E trop grande.





En utilisant la description rigoureuse d'un transistor, on peut montrer que la valeur maximale possible de l'impédance d'entrée en collecteur commun est :

$$Z_{e\ max} = h_{11}\left[1 + \frac{\beta + 1}{h_{11}\, h_{22}}\right] \# \frac{\beta + 1}{h_{22}}$$

soit moins de 10 MΩ avec les transistors courants. Jusqu'à 10^9 ou 10^{10} Ω, un transistor à effet de champ à jonction peut convenir. On l'utilise le plus souvent dans un montage analogue au collecteur commun qui est le montage drain commun dont le gain en tension est également voisin de l'unité (*fig.* 44) et que l'on fait suivre ensuite d'un amplificateur à transistors à jonctions. La majorité des problèmes courants est ainsi résolue, et l'apparition des transistors à effet de champ à bas prix a rejeté dans l'oubli les circuits plus ou moins complexes qui ont été imaginés pour augmenter les impédances des systèmes à transistors bipolaires. Cependant il ne faut pas oublier que le courant d'entrée d'un T. E. C. augmente exponentiellement avec la température, et au-delà de 100 °C on ne peut guère espérer dépasser quelques mégohms. Au-delà de 10^{10} Ω, on peut utiliser des triodes, dont malheureusement l'impédance d'entrée n'est pas aussi grande que ce que l'on pouvait espérer, car la grille capte toujours des électrons. Les composants de choix sont les transistors M. O. S. dont certains ont un courant d'entrée inférieur à 10^{-17} A, mais qui sont électriquement très fragiles. De toute façon, au-delà de 10^{12} Ω, des précautions draconiennes doivent être prises pour éviter la pollution des surfaces, en particulier par la vapeur d'eau.

Les amplificateurs de puissance

Lorsque la puissance délivrée à la charge est la grandeur la plus importante, les schémas précédents sont mal adaptés, car ils ont un rendement trop faible. Cette notion de rendement est fondamentale, car l'énergie perdue l'est sous forme de chaleur dans le transistor. Pour un étage à charge résistive, le calcul montre que, dans le meilleur des cas, 25 % seulement de l'énergie se retrouve dans le signal utile de sortie. Un premier système permettant d'améliorer cette situation utilise un transformateur de liaison, comme il est indiqué sur la *figure* 45a : en continu si la résistance de l'enroulement primaire du transformateur comprenant n_1 spires est nulle, il n'y a aucune perte de tension dans le circuit de collecteur et la droite de charge est verticale $V_C = E$. En alternatif, nous avons vu que le primaire du transformateur était assimilable à une self L_1 en parallèle sur une résistance $R_L\ (n_1/n_2)^2 = R'_L$. Si L_1 est assez élevée (et on cherche toujours à se placer dans ce cas), pour que son impédance $L\omega$ soit très grande devant R_L pour la fréquence de travail la plus basse, tout se passe comme si R'_L était seule, et pour les variations rapides $\Delta V_C/\Delta I_C = - R'_L$. Le point de fonctionnement se déplace sur une droite de pente $- R'_L$ que l'on appelle *droite de charge dynamique* (*fig.* 45b) ; sous l'influence du signal d'entrée, il peut parcourir le segment de droite situé entre les intersections P et Q avec les deux axes. De la même façon que dans le cas rencontré plus haut, le signal sinusoïdal d'amplitude maximale est obtenu lorsque M se trouve au milieu de PQ, mais alors P a pour abscisse 2 I_0, où I_0 est le courant de repos, et la pente de la droite est telle que $R'_L = E/I_0$. R_L étant imposée, on réalise cette condition en choisissant le rapport de transformation n_2/n_1 du transformateur. On dit que, dans cet étage, le transistor travaille en *classe A*. La puissance maximale est facile à calculer ; la tension maximale de sortie en régime sinusoïdal a comme amplitude *crête à crête* 2 E comme on le voit sur la *figure* 45b (le point de fonctionnement balaie alors la droite de charge dynamique de P à Q) ; la puissance utile dans la résistance R_L est donc :

$$P = \frac{V^2}{8\,R} = \frac{4\,E^2}{8\,R'_L} = \frac{E^2}{2\,R'_L}$$

ou, puisque : $R'_L = \frac{E}{I_0}$ il vient : $P = \frac{EI_0}{2}$

La pile fournissant un courant moyen I_0 sous une tension E délivre une puissance $P_A = EI_0$; on voit que le rendement est de 50 %.

A titre d'exemple, soit à réaliser un amplificateur de ce type alimenté sous 9 volts et délivrant à un haut-parleur de 2,5 Ω une puissance de 1 watt à une fréquence mini-

male de 30 Hz. La puissance étant connue ainsi que E, on en déduit la valeur minimale nécessaire du courant de repos de collecteur $I_0 = 2\ P/E = 0{,}22$ ampère. Le transistor dissipe au repos $P_A = EI_0 = 2$ watts ; on le choisira donc en conséquence avec, si nécessaire, un radiateur suffisant. Pour fonctionner dans les meilleures conditions, le transistor doit avoir une charge alternative

$$R'_L = E/I_0 = 40{,}5\ \Omega$$

cela oblige à choisir pour le transformateur un rapport

$$\frac{n_1}{n_2} = \sqrt{\frac{40{,}5}{2{,}5}} \simeq 4$$

Pour éviter que la self de l'enroulement primaire du transformateur n'introduise une perte de gain aux fréquences les plus basses, il faut que son impédance reste grande devant R'_L ce qui donne la condition $L_1\omega_{\text{mini}} \gg R'_L$ ou ici :

$$L_1 \gg 40{,}5\ \Omega/2\pi \times 30 = 0{,}21 \text{ henry}$$

On prendra donc un transformateur de liaison ayant un rapport 4 et une self primaire d'au moins un henry ; le nombre de spires à bobiner dépend essentiellement du circuit magnétique utilisé.

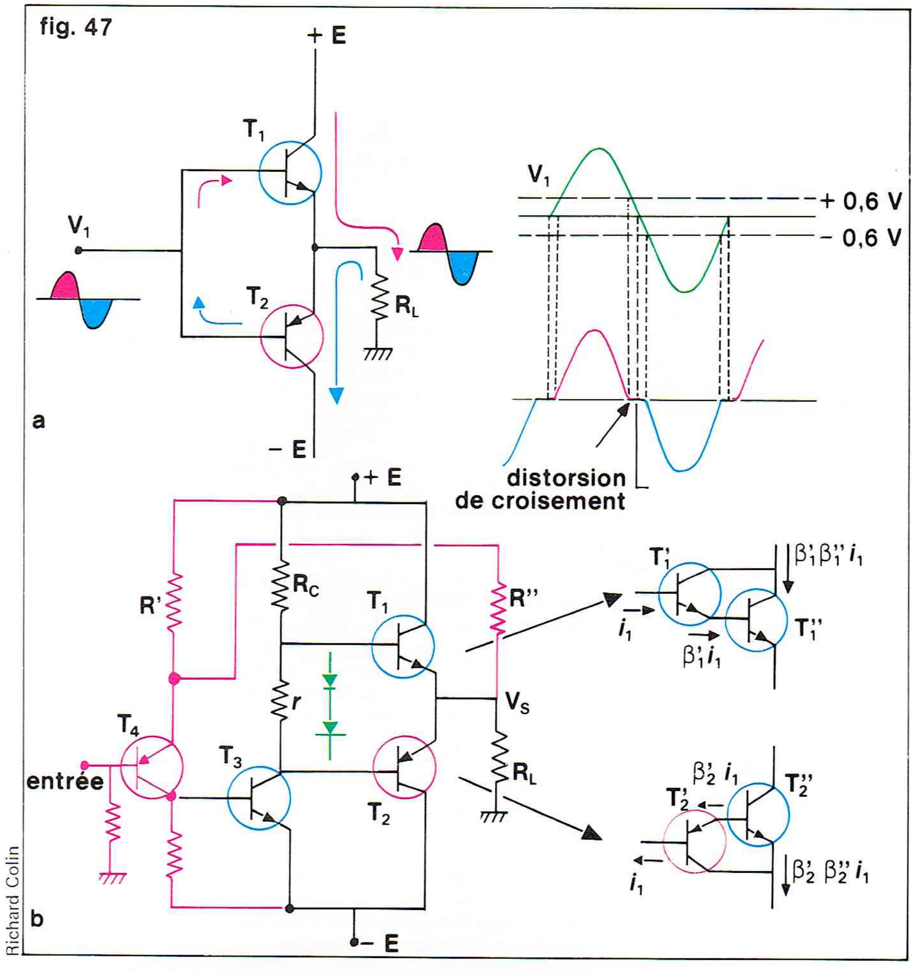
Le montage push-pull

Le rendement de l'étage en classe A est faible, mais il devient surtout catastrophique à bas niveau ; en absence de signal d'entrée la puissance EI_0 est dépensée en pure perte.

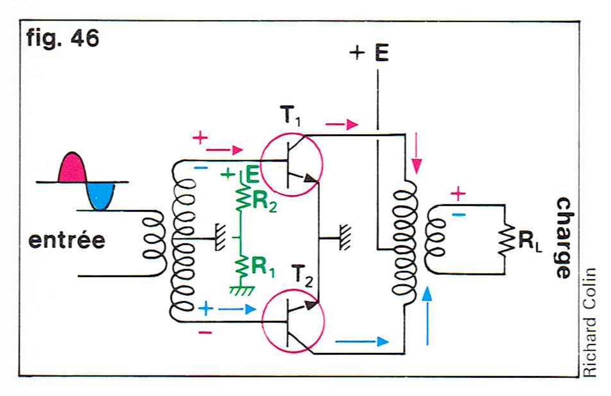
Le montage push-pull a été imaginé pour remédier à cette situation. Son schéma initial est représenté sur la *figure* 46. En absence de signal d'entrée, les deux transistors polarisés à $V_{BE} = 0$ sont bloqués, et aucun courant ne circule. Supposons qu'un signal sinusoïdal soit appliqué à l'entrée : pendant l'alternance positive (en rouge), le transistor T_1 se met à conduire, sa base devenant positive, et un courant circule de haut en bas (*fig.* 46, flèche rouge) dans le primaire du transformateur de sortie ; une alternance positive de sinusoïde apparaît sur la charge R_L. Pendant ce temps, T_2 dont la base est négative est bloqué. Pendant l'alternance négative (en bleu), au contraire, les potentiels sont inversés. Au secondaire du transformateur d'entrée, par rapport au point milieu, la base de T_1 est négative et celle de T_2 positive. Cette fois, c'est T_2 qui conduit ; le courant circulant de bas en haut dans le primaire du transformateur de sortie induit une alternance négative sur R_L. La sinusoïde est ainsi reconstituée aux bornes de la charge par addition des contributions successives des deux transistors, qui n'interviennent chacun que pendant une alternance ; on dit qu'ils travaillent en *classe B*. On peut calculer que le rendement maximal est obtenu lorsque l'amplitude du signal observé sur les collecteurs est égale à l'alimentation E ; il vaut alors 78 %, mais, et c'est le plus important, la dissipation de repos est nulle. Pour une puissance de sortie maximale P_u on peut utiliser des transistors qui n'acceptent individuellement que $P_u/5$ seulement. Pour améliorer la forme du signal de sortie, on amène généralement les deux transistors au seuil de conduction avec un pont de polarisation R_1R_2 (en vert sur la *figure* 46).

Ce montage, malgré ses grandes qualités, est de moins en moins utilisé, car il nécessite deux transformateurs qui sont lourds et difficiles à fabriquer si l'on désire que le fonctionnement soit assuré dans une large gamme de fréquences. Après avoir régné en maître dans le domaine de la haute fidélité (avec des tubes électroniques) pendant de nombreuses années, il est supplanté actuellement par des montages sans transformateurs.

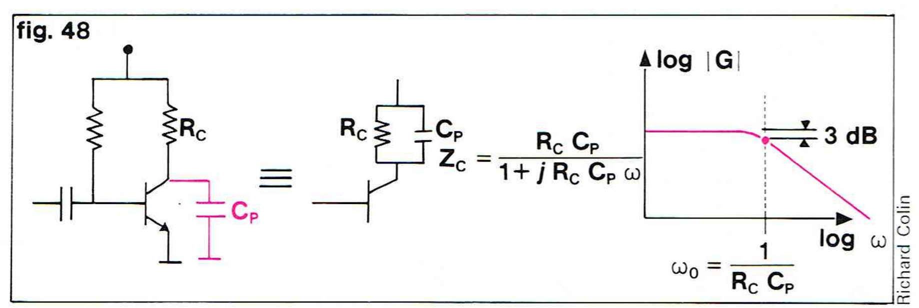
L'idée de base du push-pull qui est d'utiliser deux composants dont le courant de repos est nul pour reconstituer une forme d'onde, peut être concrétisée par des circuits n'utilisant pas de transformateur. Considérons en effet deux transistors complémentaires alimentés par deux tensions de signe opposé et dont les bases sont reliées ; la conduction de l'un ou l'autre sera obtenue suivant le signe de la tension du signal sur la base (*fig.* 47a). L'utilisation de deux éléments complémentaires supprime la nécessité d'un système déphaseur d'entrée qui, dans le montage d'origine, est constitué par le premier transformateur à point milieu. Un montage aussi simple est insuffisant, car en réalité T_1 ne conduit que lorsque V_1 dépasse 0,6 volt et T_2 lorsque V_1 descend en dessous de — 0,6 volt ; entre ces deux valeurs, les deux voies sont bloquées ; ceci se manifeste par une déformation caractéristique du signal de sortie, la *distorsion de croisement*. De plus, le montage n'a pas de gain, il est l'équivalent d'un double collecteur commun. Pour y remédier, on réalise le montage représenté sur la *figure* 47b. Le transistor T_3 joue le rôle d'un amplificateur ; il est polarisé de façon que son collecteur soit à un potentiel de repos voisin de — 0,6 volt ; l'élément *r* (qui est souvent remplacé par deux diodes) est choisi de façon à introduire, lorsqu'il est parcouru par le courant collecteur de T_3, une chute de tension de 1,2 volt ; la base de T_1 se trouve ainsi portée au potentiel convenable + 0,6 volt. La distorsion de croisement est ainsi supprimée, T_1 et T_2 étant au seuil de conduction, mais il faut que le point de polarisation de T_3 soit défini exactement. Plusieurs systèmes ont été imaginés : celui qui est représenté sur la *figure* 47 est parmi les plus simples ; le transistor T_3 est commandé par le courant collecteur de T_4 dont l'émetteur est relié à la sortie par la résistance R″. Au repos, la tension V_S doit être nulle ; si elle tend à augmenter, elle entraîne par R″ le potentiel d'émetteur de T_4 dont le courant augmente, commandant un accroissement du courant collecteur de T_3, donc une baisse de son potentiel de collecteur, ce qui ramène V_S



▲ ***Figure 47 : montage push-pull sans transformateur :***
a) ***principe ;***
b) ***réalisation.***



◀ ***Figure 46 : montage push-pull.***



▲ *Figure 48 : capacité parasite de sortie d'un amplificateur et influence sur la bande passante.*

vers sa valeur d'équilibre. Il est parfois difficile de trouver deux transistors de puissance T_1 et T_2 complémentaires, on fait alors appel à deux combinaisons de deux transistors (montages Darlington) comme le montre la *figure* 47. T_1' et T_1'' forment un ensemble équivalent à un seul transistor NPN de gain $\beta_1' \cdot \beta_1''$ où β_1' et β_1'' sont les gains respectifs de T_1' et T_1''; de même, T_2' T_2'' sont assimilables à un seul transistor PNP de gain $\beta_2' \cdot \beta_2''$. La majorité des amplificateurs haute fidélité a un étage de puissance construit suivant ce principe.

Influence de la fréquence sur les caractéristiques des amplificateurs

Pour de *faibles signaux*, les amplificateurs se comportent comme des systèmes linéaires au sens où nous les avons introduits au début de cet exposé. Leur gain est un nombre complexe dépendant de la fréquence : son module, faible aux fréquences basses (sauf pour les amplificateurs continus), est ensuite constant dans une plus ou moins large bande de fréquences, pour décroître par la suite. On appelle *bande passante* de l'amplificateur l'écart de fréquences entre lesquelles le gain reste constant à 3 décibels près.

Pour un amplificateur alternatif utilisant des liaisons par capacité, les fréquences très basses sont défavorisées, car elles passent mal à travers ces capacités.

Étudions l'influence de la capacité d'entrée dans un amplificateur dont l'impédance d'entrée est une résistance R_E : C et R_E forment un diviseur de tension (voir, par exemple, la *figure* 48), et la tension réellement présente sur l'entrée est $v_1 = v_0 \dfrac{jR_E C\omega}{1 + jR_E C\omega}$; le module de v_1 varie avec la fréquence ainsi que sa phase :

$$|v_1| = v_0 \frac{R_E C\omega}{\sqrt{1 + R_E C^2 \omega^2}}$$

A la pulsation $\omega = \dfrac{1}{R_E C}$ le module de v_1 est $\sqrt{2}$ fois plus faible que pour les ω élevés, c'est-à-dire que le gain est réduit de 3 dB $\left(20 \log \dfrac{1}{\sqrt{2}} = -3\right)$; c'est la « fréquence de coupure inférieure » de l'amplificateur; elle peut toujours être ramenée à zéro en faisant appel à une liaison continue.

Pour les *fréquences élevées*, la situation est beaucoup plus délicate ; on constate toujours que le gain d'un amplificateur tend à s'annuler si la fréquence de travail augmente suffisamment. Cela est dû à de multiples raisons physiques qui peuvent toutes se ramener à l'intervention de capacités dont l'impédance décroît en haute fréquence.

D'abord, les *capacités parasites* des éléments et du câblage : en parallèle sur la résistance de charge R_C d'un amplificateur existent des capacités C_P qui sont formées par les conducteurs eux-mêmes voisins de la masse et aussi, pour les transistors, entre les différentes zones sur la pastille du semi-conducteur. Il est difficile de descendre en dessous de 10 picofarads (10^{-11} F). La charge réelle de collecteur est alors un circuit RC_P parallèle :

$$Z_C = \frac{R_C}{1 + jR_C C_P} = \frac{R_C}{\sqrt{1 + R_C^2 C_P^2 \omega^2}} e^{j\,(\text{Arc}\,tg\,RC\omega)}$$

dont le module réel est très voisin de R_C pour

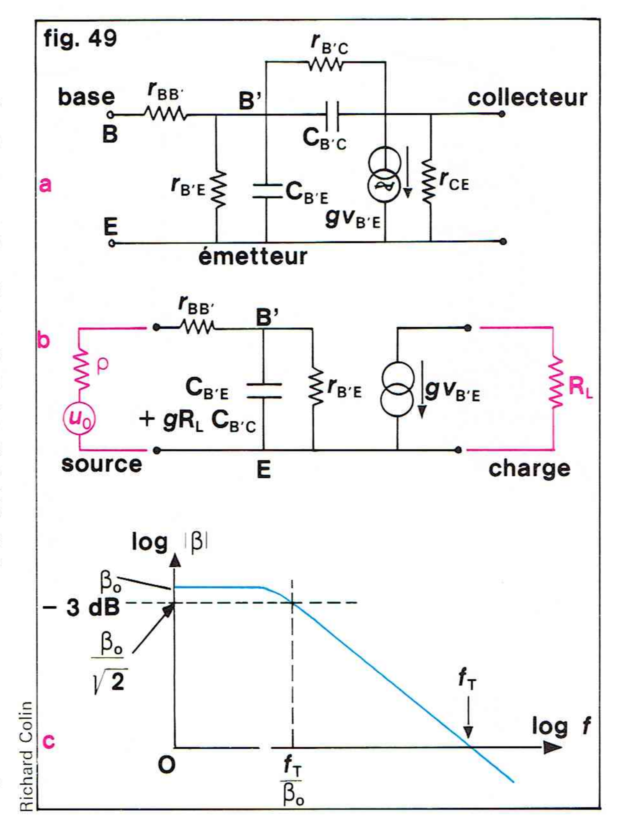
$$\omega \ll \omega_0 = 1/RC$$

et décroît ensuite en ω^{-1} pour $\omega \gg \omega_0$. Le gain de l'amplificateur qui est proportionnel à Z_C varie comme le montre la *figure* 48; en double représentation logarithmique, la courbe G (ω) a pour asymptotes deux demi-droites se coupant à $\omega = \omega_0$, pulsation pour laquelle le gain a baissé de 3 dB. Dans le cas des amplificateurs à tubes électroniques, la résistance de charge est élevée, et la fréquence de coupure ainsi obtenue souvent gênante (pour une charge de $10^5\ \Omega$ et $C_P = 10$ pF, le gain tombe de 3 dB à $f_C = \dfrac{1}{2\pi R_C C_P} = 160$ kHz), dans le cas des transistors, R_C n'est plus souvent que de quelques centaines d'ohms, et ce n'est plus cet effet qui limite les performances.

Lorsque la fréquence augmente, les paramètres *h* d'un transistor cessent d'être réels, c'est-à-dire qu'il apparaît des déphasages entre les courants et les tensions. Ceci peut être représenté par des capacités ajoutées au schéma équivalent, et dont certaines ont une signification physique très précise. Le schéma de transistor le plus utilisé a été proposé par Giacoletto : il est construit à partir d'un schéma BF en π (*fig.* 49a). La résistance $r_{B'C}$ traduisant le terme de réaction interne (h_{12}) aux fréquences basses est très grande et peut être souvent négligée. $r_{BB'}$ est la résistance des connexions placées en série entre la borne de base et la zone de base dans le semi-conducteur où a lieu l'effet transistor; elle est de l'ordre de 30 à 100 Ω; $C_{B'E}$ est la capacité de la jonction base-émetteur, elle vaut 100 à 500 pF; $C_{B'C}$ capacité collecteur-base peut être inférieure à 10 pF. On remarquera que la source de courant introduite dans ce schéma est commandée par la tension entre la base physique B' et l'émetteur ($v_{B'E}$), et non celle appliquée de l'extérieur sur la connexion de base (v_{BE}), ce qui complique beaucoup les calculs. Lorsque la résistance de charge de collecteur n'est pas trop élevée, le schéma peut être simplifié comme le montre la *figure* 49b, la capacité d'entrée apparaît plus élevée, à $C_{B'E}$ venant s'ajouter $C_{B'C}$ multipliée par un facteur voisin du gain de l'étage ; c'est l'**effet Miller** bien connu avec les triodes. En fonction de la fréquence, le gain de l'étage est réduit de 3 décibels à une fréquence f_1 telle que :

$$\omega_1 = 2\pi f_1 = \frac{1 + \dfrac{r_{BB'}}{r_{B'E}}}{(C_{B'E} + gR_L C_{B'C})\, r_{BB'}}$$

Pour le transistor 2 N 2925 qui nous est familier : $r_{BB'} = 50\ \Omega$, $r_{B'E} = 8\,000\ \Omega$ environ pour $I_C = 1$ mA, $C_{B'E} = 100$ pF, $C_{B'C} = 10$ pF, $g = 38$ mA/V, et la fréquence de coupure vaut, pour une charge de 1 000 Ω environ 6 MHz.



▶ *Figure 49 : a) schéma de Giacoletto d'un transistor à jonctions; b) schéma équivalent d'un transistor monté en émetteur-commun avec une résistance de collecteur* R_L; *c) évolution du module du gain en courant d'un transistor en fontion de la fréquence.*

La plupart du temps, les constructeurs ne donnent pas les valeurs des éléments du schéma de Giacoletto ; parfois, pour une fréquence donnée, le transistor est décrit par ses paramètres [y] dont on donne le module et la phase, mais le plus souvent un chiffre unique est proposé pour évaluer le comportement du composant, c'est la *fréquence de coupure*, ou *fréquence de transition*. Le gain en courant i_C/i_B peut être calculé à partir du schéma de Giacoletto ; il décroît lorsque la fréquence augmente par suite de la présence de la capacité $C_{B'E}$. Or un transistor n'est utile que dans la mesure où il possède un gain supérieur à l'unité. On définit donc une fréquence f_T dite *fréquence de transition* pour laquelle le module de β prend la valeur 1. C'est cette valeur qui est donnée dans tous les feuillets de caractéristiques ; insuffisante pour calculer le comportement du transistor, elle permet cependant de faire une comparaison entre plusieurs types de transistors. Ainsi le 2 N 2925 a une f_T de 160 MHz environ, ce qui ne veut pas dire, loin de là, qu'il sera possible de l'utiliser jusque-là. A 500 kHz, le β qui valait 350 en continu est déjà tombé à 250. On définit parfois une autre fréquence de coupure f_β qui est celle pour laquelle le module du gain a perdu 3 dB par rapport à sa valeur en continu. Cette fréquence est reliée à la précédente par la relation simple $f_\beta = f_T/\beta_0$ où β_0 est le gain à fréquence zéro (*fig.* 49c).

Les amplificateurs haute fréquence

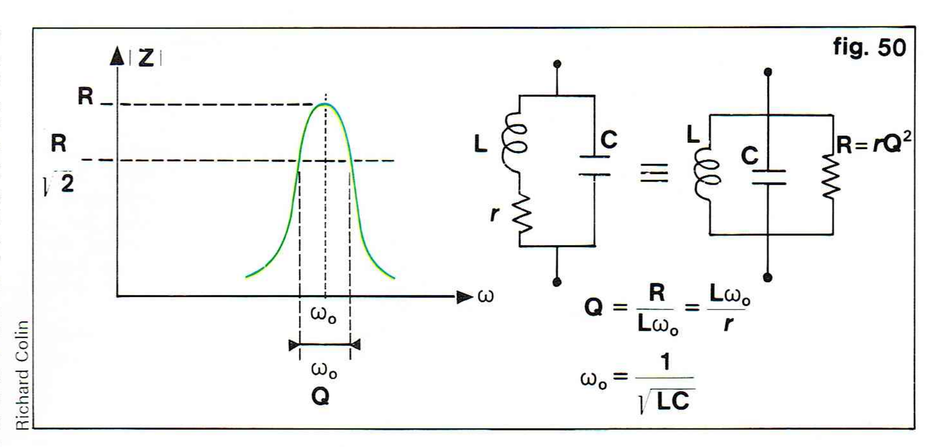
Les capacités parasites inévitables interdisent, comme nous venons de le voir, de réaliser des amplificateurs à charge résistive ayant des gains appréciables aux fréquences élevées. Heureusement, leur influence peut être neutralisée, au moins dans une gamme étroite de fréquence, en faisant appel aux propriétés du circuit résonnant LC. Le dipôle formé par la mise en parallèle d'une bobine de self L supposée parfaite, d'une résistance R et d'une capacité C a une impédance :

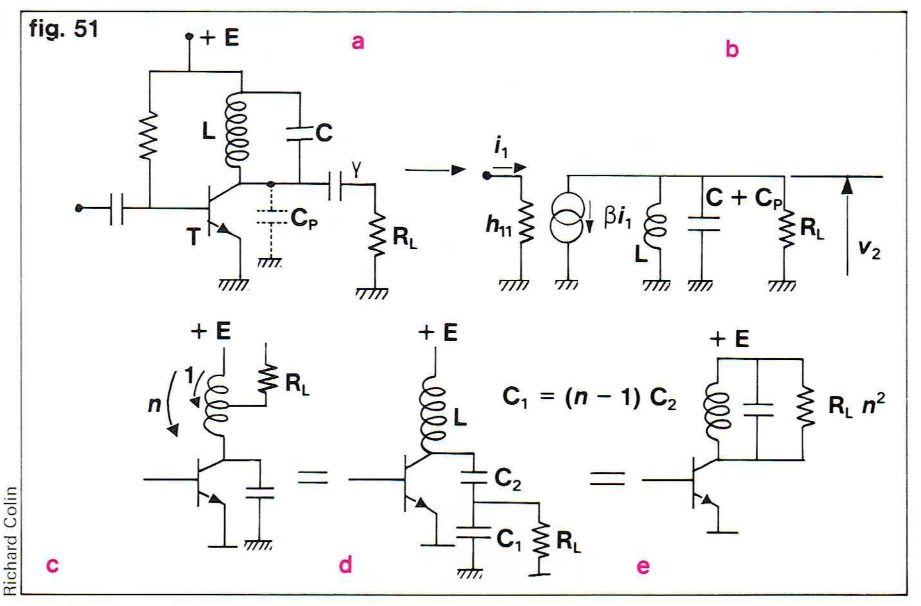
$$Z = \frac{1}{\frac{1}{R} + \frac{1 - LC\omega^2}{jL\omega}}$$

qui est réelle à une fréquence ω_0 telle que $1 - LC\omega_0^2 = 0$, soit $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. Son module est alors maximal et se réduit à R ; ω_0 est la fréquence de résonance du circuit. De part et d'autre $|Z|$ décroît et voit sa valeur réduite dans le rapport $\sqrt{2}$ pour deux fréquences ω_1 et ω_2 dont la différence est appelée *largeur de bande du circuit oscillant* RLC et a pour valeur $\Delta\omega = \frac{\omega_0}{Q}$ avec $Q = \frac{R}{L\omega_0}$, coefficient de qualité du circuit. En toute rigueur, la bobine L n'est pas parfaite mais a une résistance série *r*. On peut montrer que, si *r* est assez faible, le circuit réel L, *r*, C est équivalent à un circuit théorique RLC avec $R = rQ^2$ où Q a également pour valeur (*fig.* 50) :

$$Q = \frac{L\omega}{r}$$

Ce rappel sur les propriétés du circuit oscillant suffit pour comprendre le principe des amplificateurs haute fréquence. Pour plus de clarté, nous allons traiter un exemple (*fig.* 51 a). Le transistor T est supposé parfait, de β et h_{11} réels, mais nous tiendrons compte d'une capacité parasite totale C_P formée de la capacité de câblage et de celle du transistor lui-même. Le condensateur γ est un élément de liaison de forte valeur dont l'impédance est négligeable à la fréquence de travail. On voit sur la *figure* 51b que le schéma équivalent est identique à celui d'un émetteur commun en remplaçant seulement la résistance de charge par une impédance Z formée de R_E, $(C + C_P)$, L en parallèle. Le gain est donc : $G = \frac{v_2}{v_1} = -\frac{\beta}{h_{11}} Z$, il est maximal et réel à la fréquence de résonance $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{L(C + C_P)}}$. $G_{max} = -\frac{\beta R}{h_{11}}$ et la largeur de bande est : $\Delta f = \frac{\omega_0}{2\pi Q}$ avec $Q = \frac{R_L}{L\omega_0}$. Ainsi, au voisinage de ω_0 l'influence de la capacité parasite est supprimée, car elle se trouve incluse dans la capacité totale d'accord du circuit oscillant. Si β et h_{11} étaient indépendants de la fréquence, on pourrait, en choisissant convenablement L, obtenir le gain G_{max} à toute fréquence ; on sait, hélas ! qu'il n'en est pas ainsi.





▲ *En haut, figure 50 : le circuit oscillant. Ci-dessus, figure 51 :* a) *amplificateur HF typique ;* b) *le schéma équivalent ;* c) *montage à prise intermédiaire sur le bobinage ;* d) *prise fictive ;* e) *schéma équivalent à toutes les configurations précédentes.*

Pour obtenir une largeur de bande faible, comme on le souhaite souvent, il faut une valeur élevée de R_L ; si la charge est imposée, on peut la connecter en un point intermédiaire sur l'enroulement, et réaliser ainsi un autotransformateur adaptateur d'impédance. Lorsque le Q est élevé, on peut réaliser une prise fictive sur le bobinage (*fig.* 51) en divisant en deux la capacité d'accord.

Avec ce type de circuits, la courbe de gain a toujours la forme en cloche représentée sur la *figure* 50. Pour obtenir par exemple un gain peu variable sur une plage de fréquence plus large, c'est-à-dire aplatir le sommet de la courbe, il faut faire appel à des associations de plusieurs circuits oscillants dont le calcul est complexe et qu'il serait trop long de décrire ici.

Rétroaction dans les amplificateurs

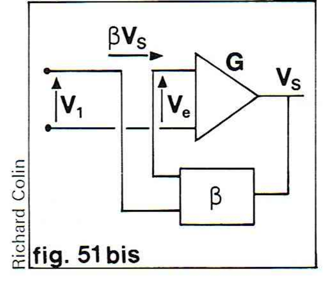
Les propriétés des amplificateurs sont profondément modifiées lorsqu'une partie du signal de sortie est renvoyée sur l'entrée ; c'est ce que l'on appelle la rétroaction ; on distingue souvent la *réaction* lorsque le signal réinjecté est en phase avec le signal d'entrée, et la *contre-réaction* dans le cas contraire. L'influence de cette rétroaction dépend essentiellement de la façon dont elle est pratiquée.

Le signal réinjecté à l'entrée peut être un courant ou une tension et être appliqué en série ou en parallèle. Une formule fondamentale peut être établie lorsque l'on réinjecte en série avec l'entrée une portion β de la tension de sortie. La tension d'entrée V_e réellement appliquée à l'amplificateur est, comme le montre la figure :

$$V_e = V_1 + \beta V_S$$

Si G est le gain de l'amplificateur, on a naturellement : $V_S = GV_e$. On tire de ces deux équations une relation entre V_S et V_1 définissant le *gain apparent* de l'ensemble :

$$G_A = \frac{V_S}{V_1} = \frac{G}{1 - \beta G}$$



▲ *Figure 51bis : principe de la rétroaction sur un amplificateur.*

Cette relation montre que, si β est un nombre réel (par exemple si la tension réinjectée est obtenue par un diviseur résistif), le gain apparent est plus faible que le gain réel dans le cas de la contre-réaction ($\beta < 0$), et au contraire supérieur dans le cas de la réaction ($\beta > 0$).

Lors de la contre-réaction le signal injecté à l'entrée est en opposition de phase avec le signal d'entrée direct, donc, dans le cas où G est positif réel, en opposition de phase avec la sortie; c'est-à-dire que le produit βG est négatif réel. L'expression établie plus haut montre alors immédiatement que, pour un β assez grand de façon que $|G\beta| \gg 1$, le gain apparent devient $-1/\beta$ et ne dépend plus de G.

L'influence sur les impédances et la bande passante peut également être établie. Si R_e est la résistance d'entrée de l'amplificateur isolé, le courant d'entrée est : $i_e = \frac{V_e}{R_e}$

mais $$V_e = \frac{1}{G} \cdot V_S = \frac{V_1}{1 - \beta G}$$

il s'ensuit que : $$i_e = \frac{V_1}{R_e\,(1 - \beta G)}$$

La résistance apparente d'entrée est $R_E\,(1 - G)$; si $|\beta G| \gg 1$, elle peut être considérablement plus élevée que celle de l'amplificateur seul.

Admettons maintenant que l'amplificateur seul a une fréquence de coupure ω_0 ; son gain peut alors se mettre sous la forme :

$$G = \frac{A\omega_0}{j\omega + \omega_0}$$

A étant le gain à fréquence zéro; le gain apparent s'écrit alors en reportant cette forme dans l'expression de G_A :

$$G_A = \frac{A\omega_0}{j\omega + \omega_0\,(1 - \beta A)}$$

Le dénominateur montre que G_A a pour fréquence de coupure $\omega_0\,(1 - \beta A)$ qui, dans le cas de la contre-réaction, est supérieur à ω_0. La contre-réaction élargit donc la bande passante.

La contre-réaction est très souvent employée dans les amplificateurs. Le système utilisé pour stabiliser le point de polarisation de l'étage de puissance push-pull décrit plus haut est une contre-réaction, la tension de sortie étant ramenée à l'entrée grâce à R″ et à la jonction émetteur-base de T_4 (*fig.* 47). Les exemples les plus importants sont ceux où interviennent les amplificateurs opérationnels.

L'amplificateur opérationnel

C'est un amplificateur idéal ayant les performances suivantes (*fig.* 52) :

— c'est un amplificateur différentiel à courant continu,

— à bande passante infinie,

— à gain différentiel infini et à gain en mode commun nul,

— à impédance d'entrée infinie,

— à impédance de sortie nulle;

c'est donc une source de tension idéale.

Il est bien évidemment impossible de réaliser ces performances, mais on s'en rapproche du mieux possible :

— le gain différentiel est toujours très grand, au moins 10^4 et parfois plus de 10^7 ;

— l'impédance d'entrée est élevée; elle est supérieure à 100 kΩ avec les modèles les moins coûteux construits avec des transistors bipolaires et dépasse de loin 10^{12} Ω avec des M. O. S. ou d'autres systèmes électrométriques;

— l'impédance de sortie est faible, moins de quelques milliohms parfois et toujours moins de 50 Ω.

Ce sont les performances en fréquence qui sont les plus éloignées de l'idéal; le gain très élevé n'est effectif que pour des fréquences basses, la fréquence de coupure est toujours faible, et d'autant plus que le gain en continu est plus grand. Pour un amplificateur opérationnel à très bon marché comme le 741, le gain est de 10^5 à fréquence zéro, mais n'est plus que 10^4 à 100 Hz.

Les amplificateurs de ce type ne sont jamais utilisables « en boucle ouverte », car le moindre millivolt d'entrée suffit à les saturer, et ils ne sont employés qu'en présence d'une contre-réaction.

Au moins aux fréquences basses pour lesquelles le gain reste élevé, le calcul des circuits à amplificateurs opérationnels est très simple si l'on applique la **règle fondamentale** suivante : *l'amplificateur ne peut fonctionner en régime linéaire, c'est-à-dire non saturé, que si la différence des tensions entre ses deux entrées est nulle*. En effet, avec un gain infini, la sortie ne peut être finie que si la tension d'entrée est nulle. Pour obtenir une tension de sortie nulle lorsque l'entrée est au zéro, une double alimentation $\pm V_{CC}$ est nécessaire, la tension de sortie étant limitée à $\pm V'_C$ (excursion de sortie; souvent $V_{CC} \# V'_C = 15$ volts).

● *Emplois fondamentaux des amplificateurs opérationnels*

Le montage le plus simple est représenté sur la *figure* 53a; il s'agit d'un amplificateur de gain négatif. L'entrée + étant à la masse, sur l'entrée — le potentiel doit être très voisin de zéro en vertu du principe fondamental énoncé plus haut; on dit que l'entrée V_- est *une masse virtuelle*. Le courant d'entrée traversant R_1 est donc :

$$I_1 = \frac{V_1 - V_-}{R_1} = \frac{V_1}{R_1}$$

le courant d'entrée de l'amplificateur étant nul, I_1 doit traverser R_2 ; on a donc :

$$V_S = -R_2 I_1 = -\frac{R_2}{R_1} V_1$$

Le gain est égal au signe près au rapport des résistances.

De même, le montage de la *figure* 53b est un amplificateur de gain positif; le diviseur de tension R_1R_2 amène l'entrée — au potentiel $V_S\left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)$; d'autre part, l'entrée + reçoit le signal d'entrée V_1 ; en égalant V_+ et V_- il vient :

$$V_S = \left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right) V_1$$

Dans les deux cas, les résistances R_1R_2 constituent pour l'amplificateur un circuit de contre-réaction; G étant infini, le gain apparent ne dépend que du taux de réinjection. Dans le cas du montage 53b, on trouve à l'entrée de l'amplificateur $(V_+ - V_-) = V_1 - V_S\left(\frac{R_1}{R_1 + R_2}\right)$ qui est bien de la forme $V_1 + \beta V_S$ avec : $\beta = \frac{-R_1}{R_1 + R_2}$. Le gain limite $-1/\beta$ que nous avions calculé a bien la valeur $\left(1 + \frac{R_2}{R_1}\right)$ trouvée ici directement.

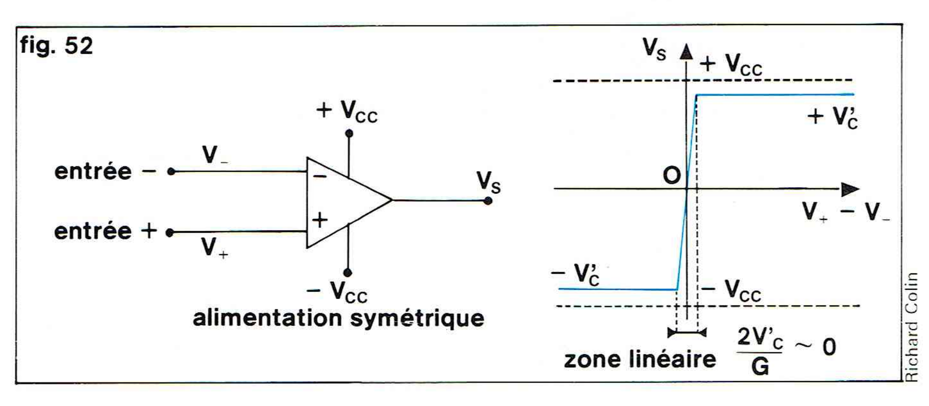
Lorsque $R_1 = R_2$ le montage 53a est un inverseur de phase de gain -1 ; en l'absence de R_1 le montage 53b a pour gain $+1$, la sortie recopie l'entrée sans amplification de tension, mais l'impédance en sortie est nulle, ce qui fait tout l'intérêt du système.

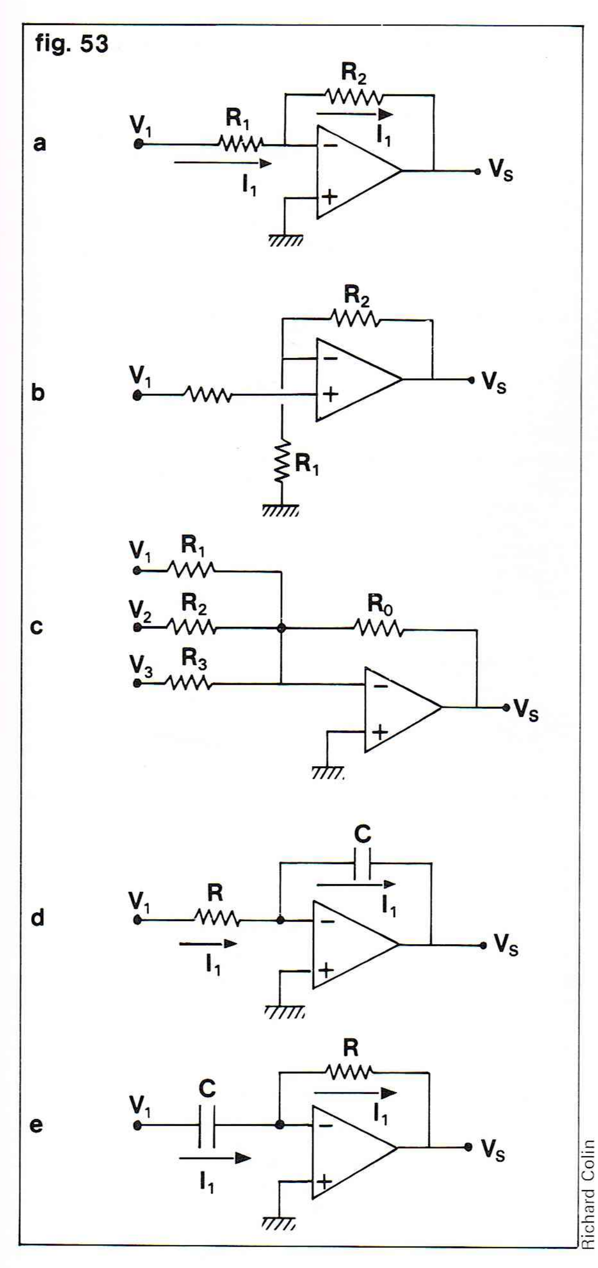
L'amplificateur opérationnel doit son nom à l'emploi qui en a été fait dans les calculateurs analogiques; il est capable d'effectuer des opérations linéaires. Par exemple, dans le montage 53c, l'entrée — constitue une masse virtuelle; en écrivant que la résistance de contre-réaction R_0 est parcourue par la somme des courants d'entrée :

$$-\frac{V_S}{R_0} = \frac{V_1}{R_1} + \frac{V_2}{R_2} + \frac{V_3}{R_3}$$

il vient : $$V_S = -\frac{R_0}{R_1} V_1 - \frac{R_0}{R_2} V_2 - \frac{R_0}{R_3} V_3$$

▼ *Figure 52 : représentation et courbe caractéristique d'un amplificateur opérationnel.*





La sortie est une combinaison linéaire des tensions d'entrée, les coefficients étant tous négatifs. Un des gros avantages du montage est que, V_- étant une masse virtuelle, les sources $V_1V_2V_3$ n'ont aucun couplage entre elles. En utilisant 3 potentiomètres à la place des résistances d'entrée, on réalise un mélangeur à 3 voies. En entrant simultanément sur les entrées + et —, on peut réaliser toute opération du type

$$V_S = \alpha V_1 + \beta V_2 - \gamma V_3 - \delta V_4$$

Cependant l'ampli-op peut réaliser des opérations plus complexes que de simples additions algébriques. Avec le montage 53d, on a par exemple $I_1 = \frac{V_1}{R} = -C\frac{dV_S}{dt}$, le second nombre étant le courant traversant C soumise à la tension — V_S.

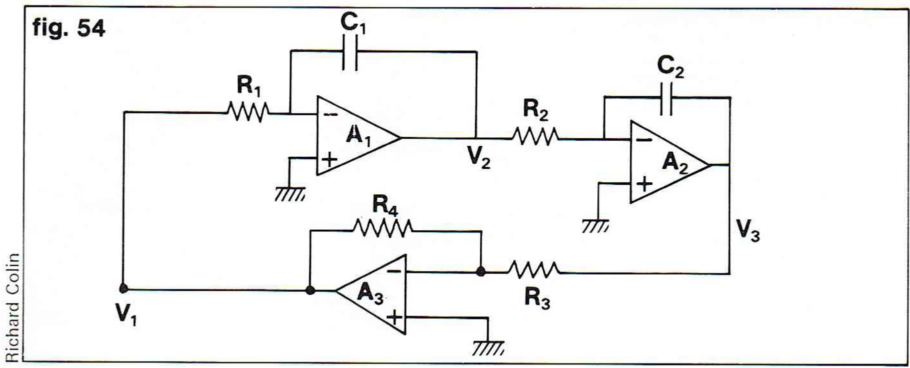
On en tire :

$$V_S = -\frac{1}{RC}\int_0^t V_1\,(t)\,dt + \text{Cte}$$

Au signe près, V_S évolue comme l'intégrale de V_1 ; on a réalisé un *intégrateur*. L'inversion de R et de C (*fig.* 53e) conduit de même au différentiateur :

$$I_1 = C\frac{dV_1}{dt} = -\frac{V_S}{R} \quad \text{d'où} \quad V_S = -RC\frac{dV_1}{dt}$$

En combinant ces diverses fonctions, on peut réaliser des circuits susceptibles de résoudre des équations différentielles à coefficients constants. Considérons par exemple le montage de la *figure* 54 :



◄▲ ***A gauche, figure 53 : montages fondamentaux de l'amplificateur opérationnel. A droite, figure 54 : circuit à 3 amplificateurs opérationnels résolvant une équation différentielle du 2e ordre à coefficients constants.***

A_1 est un intégrateur ; on a donc :

$$V_2 = -\frac{1}{R_1C_1}\int_0^t V_1 dt$$

de même, A_2 donne :

$$V_3 = -\frac{1}{R_2C_2}\int_0^t V_2 dt = \frac{1}{R_1R_2C_1C_2}\int_0^t\int_0^t V_1 dt$$

A_3 est un amplificateur inverseur :

$$V_1 = -\frac{R_4}{R_3}V_3$$

on a donc finalement :

$$V_1 = -\frac{R_4}{R_1R_2R_3C_1C_2}\int\int_0^t V_1 dt$$

équation intégrale que l'on peut mettre sous une forme plus habituelle en différentiant deux fois :

$$\frac{d^2V_1}{dt^2} = -\frac{R_4}{R_1R_2R_3C_1C_2}V_1$$

C'est une relation de la forme

$$\frac{d^2y}{dt^2} = -\omega^2 y$$

dont une solution est : $y = A\cos\omega t$.

On constate en effet que la tension V_1 a une forme sinusoïdale. En ajoutant quelques éléments destinés à fixer les conditions initiales, on a réalisé un embryon de calculateur analogique.

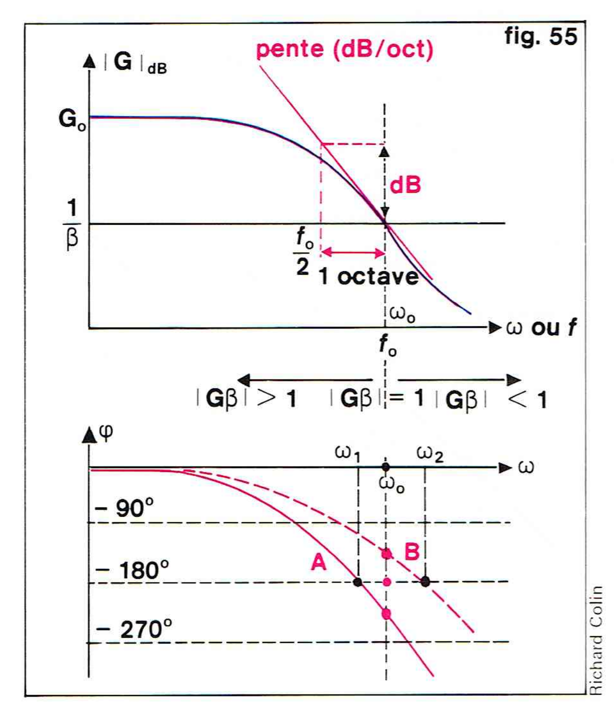
● *Stabilité des systèmes soumis à une rétroaction*

La formule fondamentale établie plus haut montre que, si le produit βG prend la valeur 1, le gain apparent devient infini, c'est-à-dire que la sortie peut prendre une valeur grande, même si l'entrée est au zéro. Une interprétation mathématique stricte de la formule suggère que, si $\beta G > 1$, le gain apparent est de signe inverse du gain propre de l'amplificateur. En réalité, cette situation ne peut jamais être réalisée : en effet, lorsque le système n'est pas alimenté, $G = 0$, donc $\beta G = 0$; à la mise sous tension, G ne passe pas en temps nul de 0 à sa valeur nominale, il existe donc nécessairement un instant où le gain est tel que $G\beta = 1$; la tension de sortie croît alors très vite, et le système se sature, c'est-à-dire sort de la région linéaire où le rapport entre les amplitudes d'entrée et de sortie est une constante. La formule n'est alors plus applicable, et le système reste dans cet état instable. Suivant que le circuit contient ou non des éléments susceptibles de stocker de l'énergie, la tension de sortie peut rester fixée à la limite de la zone linéaire (saturation de l'amplificateur ; pour un ampli-op V_S reste à $\pm V'_C$) ou osciller indéfiniment (ce deuxième cas étant celui des oscillateurs). La condition $G\beta = 1$ est appelée *condition limite d'oscillation*, le gain G de l'amplificateur et celui β du système de réinjection étant en général complexes, il faut écrire :

$$|G|\,|\beta| = 1$$
$$\text{Arg}\,(G\beta) = 2\,k\pi$$

Ces conditions élémentaires permettent de déterminer dans quelles conditions un amplificateur opérationnel dont la sortie est reliée à l'entrée par une résistance est stable ou non.

▶ *Figure 55 : conditions de stabilité d'un amplificateur opérationnel bouclé par une résistance.*



Relions d'abord la sortie à l'entrée + par une résistance R ; l'impédance d'entrée étant infinie, la totalité du signal de sortie se retrouve à l'entrée ; le taux de réinjection β est égal à 1. D'autre part, le gain G étant très grand, Gβ est très supérieur à 1, la condition d'oscillation est largement dépassée, et le système ne peut pas être stable, ou, pour être plus précis, ne peut pas rester un temps appréciable en régime linéaire. On constate que V_S prend une valeur qui correspond à la saturation de l'amplificateur opérationnel, soit typiquement + 15 volts ou — 15 volts. Pour cette raison, un ampli-op ne fonctionnera jamais en amplificateur linéaire si sa sortie est reliée par un élément quelconque à son entrée +.

Relions maintenant la sortie à l'entrée — comme dans le montage de la *figure* 53a. La rétroaction ayant lieu sur l'entrée —, β est négatif et Gβ ne peut pas prendre la valeur + 1. Cependant il ne faut pas oublier que le gain d'un ampli-op varie avec la fréquence ainsi que le déphasage entre l'entrée et la sortie. Il se peut très bien qu'il existe des fréquences pour lesquelles, le déphasage ayant augmenté de 180°, l'entrée — se comporte comme une entrée + ; on est alors dans une situation analogue à celle développée plus haut et une instabilité est possible. Dans le cas simple du montage représenté sur la *figure* 53b, un raisonnement quantitatif peut être fait. Le taux de réinjection β est ici négatif et indépendant de la fréquence, puisqu'il est déterminé par deux résistances

$$\beta = - R_1/(R_1 + R_2)$$

Sur le graphique représentant la variation du module de G avec la fréquence $|G(\omega)|$ traçons la courbe $1/\beta$ en fonction de ω : c'est une droite horizontale dont l'ordonnée est le gain apparent à fréquence 0. Les deux courbes se coupent en un point M correspondant à une fréquence $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi}$. Pour ce point M : $|G(\omega_0)| = |1/\beta|$ donc : $|\beta G(\omega_0)| = 1$; il en découle que, pour toute fréquence $f < f_0$, $|G|$ étant plus grand que $|G(\omega_0)|$, $|\beta G| > 1$; au contraire, ce produit est inférieur à l'unité pour les fréquences supérieures.

La condition limite d'oscillation ne peut donc pas être satisfaite pour $f > f_0$, mais elle peut par contre l'être pour $f < f_0$ si le déphasage introduit par l'amplificateur est convenable. Nous avons représenté sur la *figure* 55 deux aspects possibles de la courbe donnant le déphasage en fonction de la fréquence. Dans le cas B, à la fréquence $f_2 = \frac{\omega_2}{2\pi}$ pour laquelle le déphasage est de 180° (c'est-à-dire que le signe de G a été inversé) le produit $|G\beta| < 1$; il n'y a donc pas de risque d'oscillation. Au contraire, dans le cas A, à la fréquence $f_1 = \omega_1/2\pi$, $|G\beta| > 1$ est positif, la condition limite d'oscillation est dépassée, il y a instabilité. Il y a donc instabilité si à la fréquence pour laquelle $|G| = 1/\beta$ le déphasage introduit par l'amplificateur dépasse 180°.

Une prévision est possible si l'on connaît la courbe de déphasage $\varphi(\omega)$. Heureusement cette courbe peut être déduite avec une bonne approximation de la courbe de gain. Au moins dans le cas simple rencontré ici, on peut montrer que le déphasage est approximativement proportionnel à la dérivée du gain exprimé en décibels par rapport au logarithme de la fréquence. Si l'on écrit $(dA/d\omega)_{dB/oc}$, la variation du module du gain exprimé en décibels par octave, le déphasage a pour valeur en radians :

$$\varphi \# \frac{\pi}{12} \cdot \left(\frac{dA}{d\omega}\right)_{dB/oc}$$

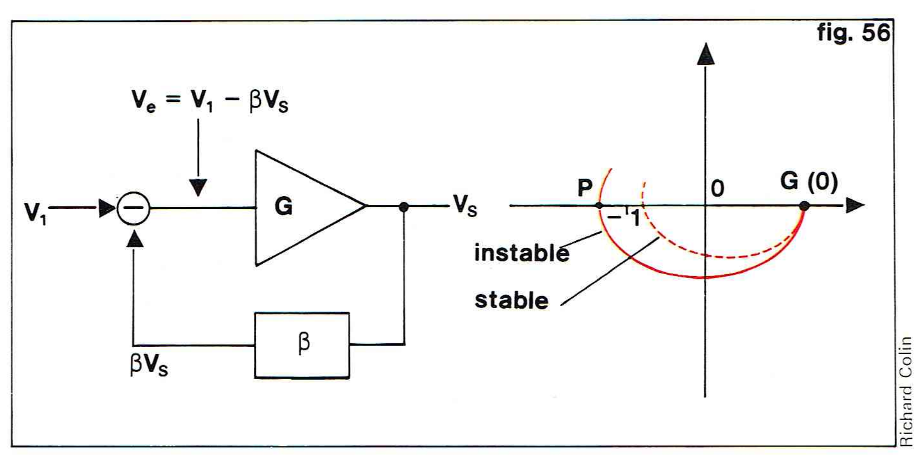
Ainsi, si le gain chute de 6 dB par octave, c'est-à-dire est divisé par deux (6 dB) pour un doublement de la fréquence (1 octave), φ vaut $\pi/2 = 90°$.

La condition de stabilité énoncée plus haut peut alors être présentée sous la forme suivante : le montage de la *figure* 53a est stable si, à la fréquence pour laquelle le module du gain propre de l'amplificateur opérationnel est égal au gain du montage à fréquence zéro, le module du gain diminue moins vite que 12 dB par octave (ou 20 dB par décade).

● *Représentation classique — Critère de Nyquist*

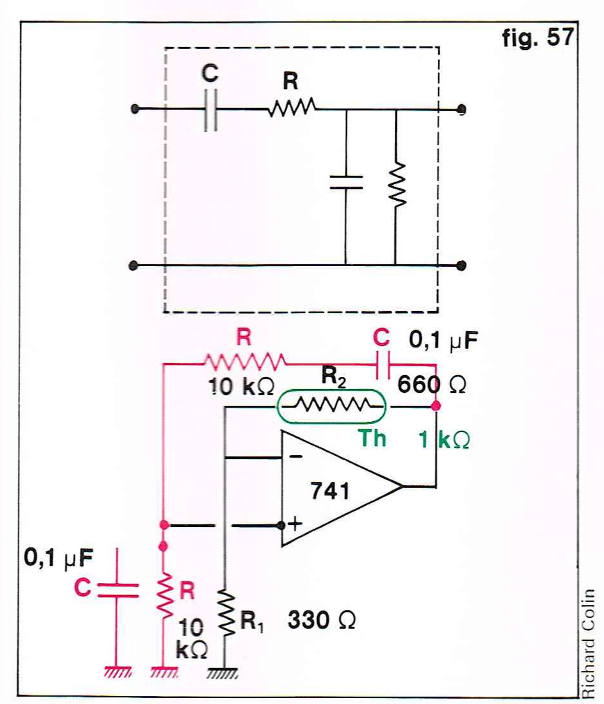
La formule $G = \frac{G_0}{1 - \beta G_0}$ que nous avons utilisée a été établie en admettant que la tension d'entrée et celle provenant de la sortie sont ajoutées avant d'être appliquées à l'amplificateur. Souvent on fait l'hypothèse qu'elles sont retranchées, l'amplificateur ne recevant que la différence entre ce qui est appliqué à l'entrée du montage et une portion du signal de sortie ; c'est la présentation la plus familière aux automaticiens ; il y a alors un changement de signe, et il vient : $G = \frac{G_0}{1 + \beta G_0}$; la condition limite d'oscillation est alors $|G\beta| = 1$, $\text{Arg}(G\beta) = \pi$. Il y a instabilité s'il est possible de trouver une fréquence pour laquelle le produit βG est strictement négatif et de module supérieur à l'unité. Le produit βG étant un nombre complexe peut être représenté par un point dans le plan complexe. Ce point, lorsque varie la fréquence, décrit une courbe qui est une caractéristique de l'amplificateur ; elle coupe l'axe réel en un point P (*fig.* 56), et il y a stabilité si P est entre l'origine et le point — 1. D'où la règle connue sous le nom de **critère de Nyquist :** *Un système bouclé est stable si la courbe représentant dans le plan complexe le produit Gβ n'entoure pas le point* — 1.

▼ *Figure 56 : conditions d'établissement du critère de Nyquist.*



Les oscillateurs

En introduisant dans le circuit un ensemble susceptible d'emmagasiner de l'énergie sous forme électrique (capacité) ou magnétique (self), on peut mettre à profit l'instabilité d'un amplificateur soumis à une rétroaction pour fabriquer des signaux alternatifs périodiques : c'est le principe des *oscillateurs*. Si l'on s'arrange pour que la condition d'oscillation ne soit réalisée qu'autour d'une fréquence unique, le signal fourni pourra être une sinusoïde très pure. Suivant la nature du réservoir d'énergie



◄ *A gauche, figure 57 : oscillateur à pont de Wien. A droite, figure 58 : oscillateur à « ligne à retard ».*

retenu, on distingue les *oscillateurs basse fréquence* (BF) et les *oscillateurs haute fréquence* (HF), la limite en fréquence entre ces deux types étant d'ailleurs mal définie. Les oscillateurs BF utilisent éventuellement des résistances et des capacités; au contraire, des bobinages formant des circuits accordés sont employés dans les oscillateurs HF. La fréquence de fonctionnement des premiers peut dépasser 1 MHz, les seconds sont utilisés parfois jusqu'à 50 kHz.

Les oscillateurs BF à résistances et capacités

● *L'oscillateur à pont de Wien*

Le circuit de base autour duquel est construit l'oscillateur est un quadripôle comprenant deux résistances et deux capacités. Sa fonction de transfert, c'est-à-dire en d'autres termes son gain en tension v_2/v_1, peut être calculée aisément. Dans le cas où les éléments sont égaux deux à deux, on obtient :

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{j\mathrm{RC}\omega}{(1 - \mathrm{R}^2\mathrm{C}^2\omega^2) + 3j\mathrm{RC}\omega}$$

On voit que, pour la pulsation particulière $\omega_0 = 1/\mathrm{RC}$, le gain est réel et a pour valeur $+ 1/3$. Pour réaliser un oscillateur dans lequel ce quadripôle est utilisé comme circuit de rétroaction, il faut ajouter un amplificateur dont le gain compense l'atténuation introduite, c'est-à-dire a pour valeur 3 (de façon que $\mathrm{G}\beta = 3 \times \frac{1}{3} = 1$). Le gain de cet amplificateur doit être positif; on le réalise par exemple avec un ampli-op comme le montre la *figure* 57 ($\mathrm{R}_2 = 2\ \mathrm{R}_1$).

Ainsi constitué, le montage fonctionne conformément aux prévisions : pour un gain inférieur à 3 ($\mathrm{R}_2 < 2\ \mathrm{R}_1$), la condition d'oscillation ne peut pas être satisfaite, aucune oscillation n'apparaît; au contraire, pour un gain supérieur à 3 ($\mathrm{R}_2 > 2\ \mathrm{R}_1$), un signal alternatif dont la fréquence est celle attendue ($1/2\ \pi\mathrm{RC}$) est observé.

On constate cependant que le réglage de R_2 est très critique, le signal de sortie étant carré et non sinusoïdal dès que le gain devient très légèrement supérieur à 3. Il faut en effet, pour avoir une onde pure, que le fonctionnement de l'amplificateur reste linéaire, ce qui est difficilement conciliable avec le principe même de l'oscillateur. Pour obtenir le résultat cherché, il faut introduire un système de compensation automatique qui contrôle à chaque instant la valeur de R_2 ou R_1 en fonction du niveau d'oscillation obtenu. La méthode universellement utilisée consiste à remplacer R_2 par une *thermistance* (Th) : il s'agit d'un composant passif se comportant comme une résistance pure, fonction de la température du matériau qui le constitue, la résistance diminuant lorsque la température s'accroît. On choisit cet élément de façon qu'à la température ambiante sa résistance soit supérieure à 2 R_1. A froid, la condition d'oscillation est remplie, et un signal alternatif apparaît. Un courant alternatif circule alors à travers Th qui s'échauffe. Si la capacité thermique de la thermistance est assez faible, cela suffit à ramener sa résistance en dessous de 2 R_1. L'oscillation a tendance à cesser, mais alors R_2 augmente. Il se produit un équilibre pour lequel, si Th est bien choisi, le signal de sortie est une sinusoïde pure. Les valeurs numériques indiquées sur la *figure* 57 conviennent pour obtenir ce résultat avec un ampli-op type 741 alimenté sous ± 15 volts et une thermistance miniature de valeur nominale 1 kΩ à 20 °C.

Ce type de circuit est très souvent retenu pour construire des générateurs basse fréquence, la variation de la fréquence étant obtenue en utilisant un potentiomètre double de façon à modifier R, ou plus souvent un condensateur double. Le signal obtenu est très pur et, si la régulation par thermistance est bien faite, peut avoir un niveau très peu dépendant de la fréquence.

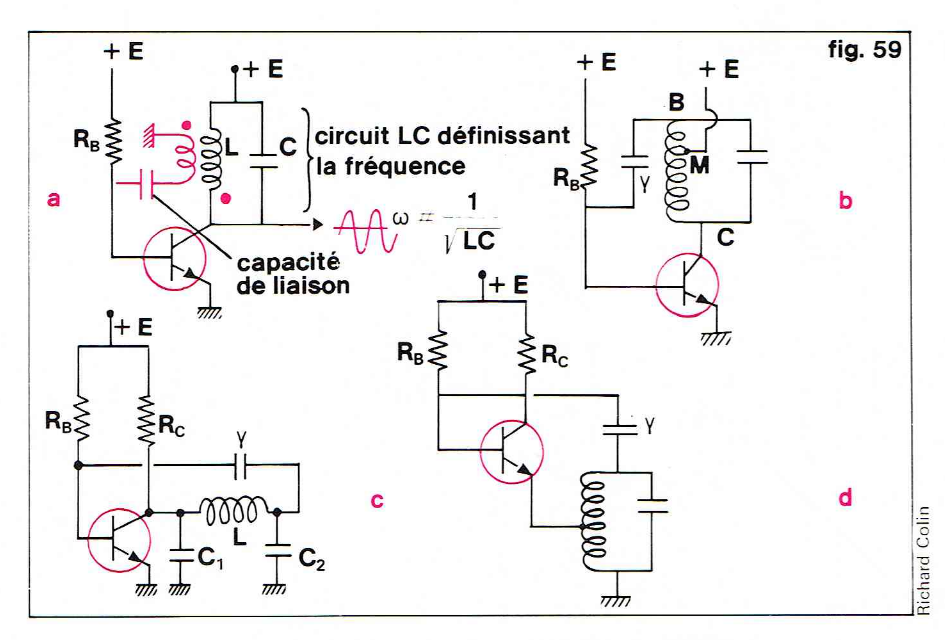
● *L'oscillateur à « ligne à retard »*

Il utilise un quadripôle de déphasage différent (*fig.* 58). On peut montrer que le circuit a un gain réel de valeur $- 1/29$ à une pulsation ω telle que $\mathrm{RC}\omega = 1/\sqrt{6}$. En l'associant avec un étage amplificateur de gain négatif supérieur à 29, on peut satisfaire à la condition d'accrochage et réaliser un oscillateur. C'est un tel montage qui est représenté sur la *figure* 58. Sans aucune stabilisation, la forme d'onde peut être assez proche d'une sinusoïde parfaite, et ce circuit est parfois retenu pour construire des générateurs de fréquence fixe dans les cas où la pureté spectrale du signal n'est pas exigée.

Les oscillateurs HF à circuit accordé

Il y en a de très nombreux, le principe étant toujours de placer entre sortie et entrée d'un transistor un circuit LC de façon à réaliser la condition d'oscillation pour une fréquence bien définie. Un enroulement supplémentaire ajouté à un amplificateur haute fréquence transforme aisément celui-ci en oscillateur, il suffit de ramener sur la base une tension en opposition de phase avec celle qui apparaît sur le collecteur. C'est ce qui est fait dans le montage proposé sur la *figure* 59a : les enroulements primaires et secondaires sont connectés en sens inverse pour assurer l'inversion de phase. Cette inversion de phase peut être obtenue par un autotransformateur (c'est l'*oscillateur de Hartley*) ou par une prise fictive obtenue en divisant en deux le condensateur d'accord (c'est l'*oscillateur Colpitts*). Un circuit très intéressant, car il laisse libre une électrode du transistor, est l'*oscillateur E. C. O.* (Electronic Coupled Oscillator) dont la version transistorisée est représentée sur la *figure* 59d.

► *Page 84, figure 59 ; principe d'un oscillateur* **HF** *et exemples de réalisations :*
a) principe ;
b) montage Hartley : par rapport au point **M**, *qui est une masse, les points* **B** *et* **C** *sont en opposition de phase.* γ *est une capacité de liaison de forte valeur ;*
c) montage Colpitts : par rapport à la masse qui, grâce à C_1 *et* C_2, *constitue un point milieu fictif pour* **L**, *la base et le collecteur sont alimentés en opposition de phase ;*
d) oscillateur **E. C. O.**



▲ *Figure 59 : légende p. 83.*

▼ *Ci-dessous, figure 60 : caractéristique d'une diode tunnel et schéma d'un oscillateur ;* R *est la résistance de polarisation de* D, γ *une capacité de liaison. En bas, figure 61 ; exemple d'oscillateur à quartz :*
a) *montage du quartz oscillateur ;*
b) *schéma équivalent avec valeurs typiques pour* ω_s *= 2,581 99* 10^8, ω_p *= 2,582 12* 10^8, Q_S *= 129 000 ;*
c) *montage typique.*

Les oscillateurs à résistance négative

Il faut, pour bien comprendre le fonctionnement de ces montages très particuliers, dire quelques mots du comportement d'un circuit oscillant soumis à une excitation brutale. Si un courant est établi en un temps très court dans une self accordée par une capacité C, on observe aux bornes du circuit une tension ayant une forme de sinusoïde amortie :

$$v = \frac{I_0}{C} \cdot \frac{e^{-\beta t}}{\Omega} \cdot \sin \Omega t$$

I_0 étant la valeur du courant injecté, Ω une pulsation très proche de la pulsation ω_0 de résonance du circuit LC et β un coefficient d'amortissement ayant pour valeur $\omega_0/2$ Q.

L'amplitude des oscillations est donc réduite à 37 % de sa valeur initiale ($1/e$) au bout de Q/π périodes. Plus le coefficient de qualité est élevé, et plus l'amortissement est lent. Le diapason excité est une illustration mécanique du même phénomène ; s'il est très peu amorti, c'est-à-dire se comporte comme un système oscillant de Q élevé, le son perçu décroît lentement après un choc.

Si l'on parvenait à supprimer toutes les pertes, c'est-à-dire à rendre infinie la résistance R placée en parallèle sur L et C, il n'y aurait plus d'amortissement, et l'amplitude de l'oscillation resterait indéfiniment constante. On peut aller plus loin et imaginer que Q devienne négatif, alors l'exponentielle aurait un exposant positif, et l'amplitude croîtrait exponentiellement avec le temps. C'est ce principe qui est mis à profit dans les oscillateurs à résistance négative. S'il n'est évidemment pas possible de fabriquer des résistances statiques négatives qui se refroidiraient lorsque le courant les traverse, on peut mettre à profit la résistance différentielle négative qui apparaît dans une zone limitée de la caractéristique de certains composants. Nous avons rencontré un tel phénomène avec les transistors unijonction. Le composant de choix pour les applications envisagées ici est la *diode tunnel* (*fig.* 60). Il s'agit d'une diode semi-conductrice dans laquelle le dopage est très élevé et qui, pour de faibles valeurs de la tension dans le sens passant, présente une partie à résistance négative. Si une telle diode, dont le point de fonctionnement est amené dans cette zone par une polarisation convenable, est placée en parallèle avec un circuit RLC, elle se comporte comme une résistance négative $-r$. La résistance totale aux bornes de L est alors $R\ //\ (-r)$, soit $-Rr/(R-r)$; elle peut être négative si $r > R$. La diode tunnel a ainsi compensé les pertes du circuit oscillant (représentées par R), et l'on observe une oscillation spontanée à une fréquence qui peut être très élevée. Son amplitude est limitée par la largeur de la zone à $r < 0$ sur la caractéristique de la diode tunnel. L'oscillateur ainsi obtenu est de faible puissance mais d'une extraordinaire simplicité. Les émetteurs espions cachés dans une olive ou une tête d'épingle de cravate sont fabriqués selon ce principe. On a réalisé ainsi également des sources de signaux dont la fréquence est de plusieurs gigahertz.

Il faut remarquer cependant qu'il n'y a pas une différence fondamentale entre ces oscillateurs et les montages de Hartley, Colpitts, etc., car, dans ce dernier cas, il n'y a oscillation que parce que l'ensemble du transistor placé aux bornes du circuit LC se comporte comme une résistance négative qui compense ses pertes.

fig. 60

I, M, E, V, 500 mV, L, C, γ, R, D, 1,5 V

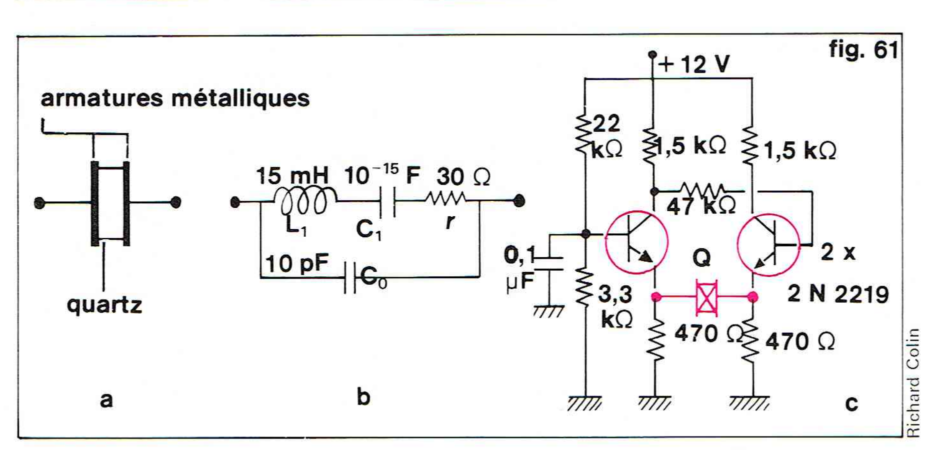
Richard Colin

Les oscillateurs à quartz

Si l'on applique une tension alternative aux bornes d'un condensateur constitué par deux armatures planes plaquées sur les faces d'une lame taillée dans un cristal de quartz, on constate que des vibrations mécaniques apparaissent dans ce cristal. Ces vibrations sont particulièrement intenses pour certaines fréquences qui sont les fréquences de résonance du système. Si l'on trace le module de l'impédance électrique de ce dipôle en fonction de la fréquence, on constate qu'elle est respectivement maximale et grande, puis très faible pour ces deux fréquences. Ce système se comporte comme un circuit électrique équivalent au dipôle représenté sur la *figure* 61 ; la fréquence de résonance série est celle pour laquelle le circuit L_1C_1R est accordé, soit $L_1C_1\omega_S^2 = 1$, et la fréquence de résonance parallèle celle pour laquelle résonne le circuit parallèle L_1, $(C_1 + C_0)$ soit

$$L_1 \cdot \frac{C_1C_0}{C_1 + C_0} \cdot \omega_p^2 = 1$$

Pour les bons cristaux, r est de l'ordre de 30 Ω. L'intérêt du dispositif réside dans la valeur considérable du coefficient de qualité équivalent ; des Q apparents de 10^6 ne sont pas rares. Les fréquences caractéristiques sont définies par la géométrie du système et, par conséquent, très stables. La fréquence de résonance série d'un bon quartz est sur plusieurs années constante à mieux que 10^{-6} près, et, au prix de précautions dans la taille du cristal et sa température, on peut descendre en dessous de 10^{-10}. En utilisant de tels quartz pour définir la fréquence d'un oscillateur, on peut obtenir des sources très stables que l'on met à profit pour constituer des horloges de précision. Pour une horloge, une stabilité en fréquence de 10^{-7} correspond à une exactitude de 3 secondes par an. La *figure* 61 représente un montage typique d'oscillateur à quartz.



Les circuits digitaux

Tous les circuits que nous avons étudiés jusqu'ici étaient linéaires ou construits avec des composants travaillant dans une zone linéaire. Il n'en est pas de même des *circuits digitaux*, que l'on appelle aussi *circuits de commutation*, dans lesquels les composants se comportent comme des interrupteurs qui ne peuvent être qu'ouverts ou fermés. Le relais électromécanique constitué par une bobine qui, lorsqu'elle est traversée par un courant, attire une palette magnétique et ferme un contact, est le type même de composant de commutation. Ces circuits électromécaniques ont de nombreux avantages et sont encore fréquemment utilisés, mais ils sont lents (la fermeture d'un relais demande au moins une milliseconde), encombrants, et souvent peu fiables ou coûteux. Dans certaines conditions, le transistor peut jouer le rôle de commutateur.

Revenons à la *figure* 26 représentant le réseau de sortie d'un transistor ; on remarquera que toutes les caractéristiques tracées à I_B = Cte viennent se confondre pour les faibles valeurs de V_{CE} en une droite très inclinée. Dans un montage simple où le transistor est associé seulement à deux résistances R_C et R_B (*fig.* 28b), le courant maximal de collecteur correspond au point A (*fig.* 26) sur la droite de charge, soit à peu de chose près $I_{C_{max}} = \frac{E}{R_C}$. Pour placer ainsi le point de fonctionnement, il faut fournir au transistor un courant base minimal de $E/\beta R_C$. Si I_B est supérieur à cette valeur, rien n'est changé, car en A passent aussi toutes les caractéristiques tracées pour les courants de base plus grands que la valeur limite précédente. Ainsi, si le circuit extérieur limite le courant collecteur d'un transistor recevant sur sa base un courant I_B à une valeur plus faible que βI_B, la tension V_{CE} reste très faible ; on dit que le *transistor est saturé*. La *condition de saturation* traduisant cette situation est : courant maximal de collecteur < βI_B soit ici $\frac{E}{R_C} > \beta \frac{E}{R_B}$ (en négligeant les V_{BE} = 0,6 volt) que l'on peut écrire aussi : $R_B > \beta R_C$.

On remarquera qu'un transistor fonctionnant en régime de saturation ne dissipe aucune puissance puisque, quel que soit le courant, la tension à ses bornes reste presque nulle.

Si maintenant on annule le courant base, ou, mieux, que l'on bloque le transistor en polarisant sa base en négatif (transistor NPN), il ne laisse plus passer de courant (aux courants de fuite près) ; il se comporte comme un interrupteur ouvert.

Le transistor T de la *figure* 62 est monté en commutateur. Si $V_B = -V_0$, T est bloqué, et la tension d'entrée V_1 se retrouve en sortie (sous réserve que V_1 reste supérieur à $-V_0$ pour ne pas débloquer la jonction base-collecteur du transistor) ; si $V_B = +V_0$, T reçoit un courant base $\frac{V_0}{R_B}$ et reste saturé tant que son courant collecteur est inférieur à $\frac{\beta V_0}{R_B}$ c'est-à-dire que V_1 n'est pas trop grand. En faisant passer rapidement V_B de $+V_0$ à $-V_0$, on découpe le signal V_1 comme le montre la figure.

Dans les montages dits de commutation, les transistors ne séjournent un temps appréciable que dans les deux états définis plus haut : saturation ou blocage.

L'algèbre de Boole et les fonctions logiques

L'algèbre continue habituelle est mal adaptée aux calculs de ces circuits ; il est commode d'utiliser une *algèbre binaire*, dans laquelle les variables ne peuvent prendre que deux valeurs 0 ou 1, que l'on identifiera aux deux états ouvert ou fermé dans lesquels se trouvent les composants ; c'est l'*algèbre de Boole*.

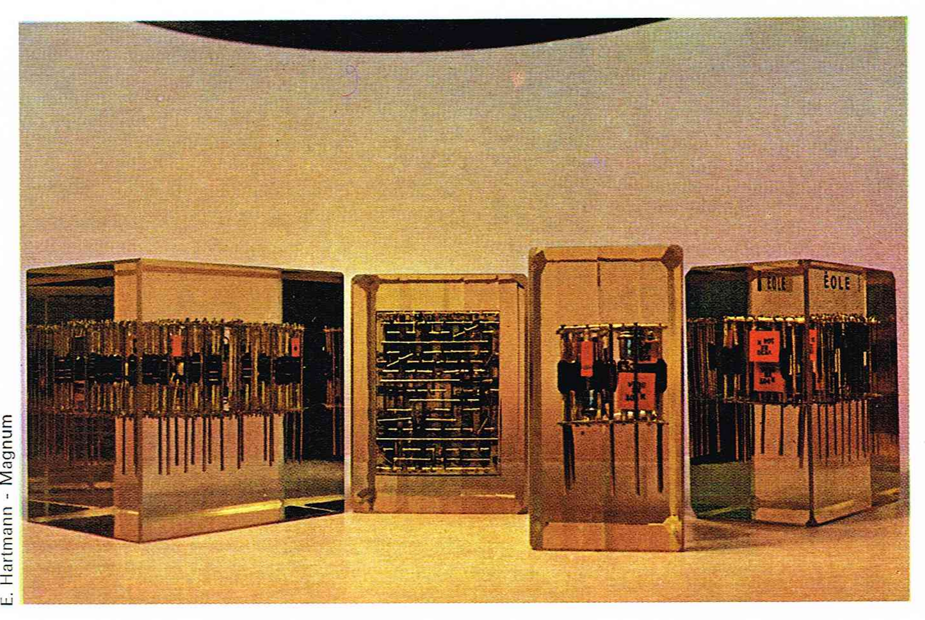
Une variable booléenne X ne pouvant prendre que deux valeurs 0 ou 1, on définit d'abord le complément de X noté $\overline{X}$. Les principales opérations en algèbre logique sont :

— l'*addition* ou *opération* OU

$$S = A + B = 1 \text{ si A } \textit{ou} \text{ B vaut 1}$$

— la *multiplication* ou *opération* ET

$$P = AB = 1 \text{ si A } \textit{et} \text{ B valent 1}$$



E. Hartmann - Magnum

▲ *Les mémoires, ici des mémoires d'ordinateurs miniaturisées, sont des systèmes complexes, capables de stocker les valeurs d'un grand nombre de grandeurs binaires.*

Il est d'usage de présenter ces opérations sous forme de tableaux à deux entrées donnant les valeurs possibles de S et P pour toutes les combinaisons de valeurs de A et B. Il ne faut pas oublier qu'il s'agit de variables binaires, ce qui explique l'aspect curieux de certaines relations telles que :

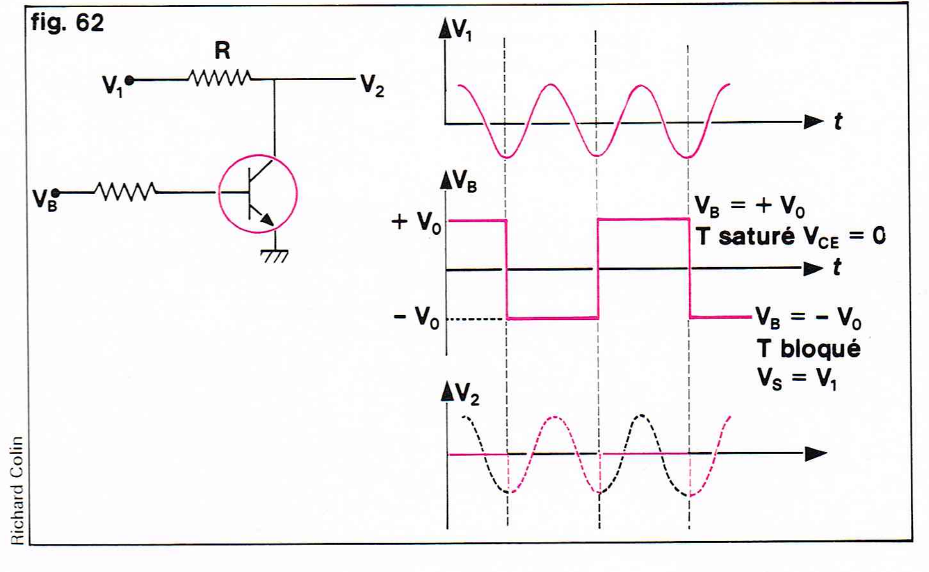
$$A + 1 = 1, \quad AA = A$$

Des combinaisons entre les deux opérations sont possibles, les règles habituelles de l'algèbre restant valables, par exemple : A (B + C) = AB + AC. Deux théorèmes fondamentaux : les **théorèmes de Morgan,** permettent de résoudre tous les problèmes ; ils définissent l'influence de l'opération inversion sur l'addition et le produit booléens :

$$\overline{A + B} = \overline{A} \cdot \overline{B}$$
$$\overline{AB} = \overline{A} + \overline{B}$$

Cette algèbre de Boole permet de résoudre tous les problèmes de logique où les réponses ne peuvent être que *oui* ou *non*. Soit par exemple le problème suivant : une lampe L est commandée par 3 interrupteurs A, B et C ; elle n'est allumée que dans les cas suivants ; B est seul fermé ou B et C sont fermés mais non A, ou A et B sont fermés mais non C, ou enfin si A, B et C sont fermés tous les trois. Attribuons à chaque interrupteur une variable logique qui ne vaut 1 que s'il est fermé. Une variable L décrira l'état de la lampe ; L = 1 si elle est allumée. Nous nous proposons d'établir une relation booléenne donnant la valeur de L en fonction de l'état A, B, C des interrupteurs.

▼ *Figure 62 : montage découpeur à transistor.*



Richard Colin

▶ *Figure 64 ; circuits logiques à transistors :* a) *inverseur à transistor* S = $\overline{A}$ *;* b) *circuit « NAND » : lorsque* A *(ou* B*) est à la masse, le potentiel de b est 0,6 volt ; pour éviter que cette tension n'amène* T *au seuil de conduction, on ajoute une ou deux diodes* D_1, D_2 *en série avec la base, il faut alors, pour rendre T conducteur, amener b à 1,8 volt ;* c) *circuit « NOR » : si* A *(ou* B*) vaut 1,* T_2 *se bloque et un courant base arrive à T′ par la jonction base-collecteur de* T_2, T'_2 *est saturé, donc S = 0.*

▼ *A gauche, figure 63 ; circuits ET et OU à diodes :* a) *tableaux des valeurs de la somme et du produit logique de 2 variables ;* b) *produit de 2 variables logiques à l'aide de 2 diodes ;* c) *somme de 2 variables logiques à l'aide de 2 diodes.* *A droite, figure 65 : porte inverseuse en technologie* C.M.O.S. *(les* M.O.S. *sont de type à enrichissement). Si* A = *0, le* M.O.S. M_2 *(canal* P*) a sa grille négative par rapport à sa source, il conduit, amenant S à 1, réciproquement, si* A = *1, c'est* M_1 *(canal* N*) qui conduit, court-circuitant* S *à la masse. Dans l'un ou l'autre cas, l'un des deux est toujours bloqué : aucun courant n'est demandé à l'alimentation 5 volts.*

L ne vaudra 1 que si l'on se trouve dans l'un *ou* l'autre des quatre cas ; on conçoit donc que L doit se présenter sous la forme d'une somme logique de 4 termes dont chacun ne vaut 1 que dans l'une des quatre situations particulières. Dans le premier cas, B est seul fermé, c'est-à-dire que A et C sont ouverts, on a donc B = 1, A = C = 0, c'est-à-dire B = 1 = $\overline{C}$ = $\overline{A}$. La forme logique qui ne vaut 1 que dans ce cas est le produit $B\overline{A}\overline{C}$. Dans le deuxième cas, B et C sont fermés et A ouvert, soit B = C = 1, A = 0 ou $\overline{A}$ = 1, le terme qui convient est le produit $BC\overline{A}$. De même, pour le troisième cas, on trouve $AB\overline{C}$, et pour le quatrième ABC. L s'écrit donc :

$$L = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}BC + AB\overline{C} + ABC$$

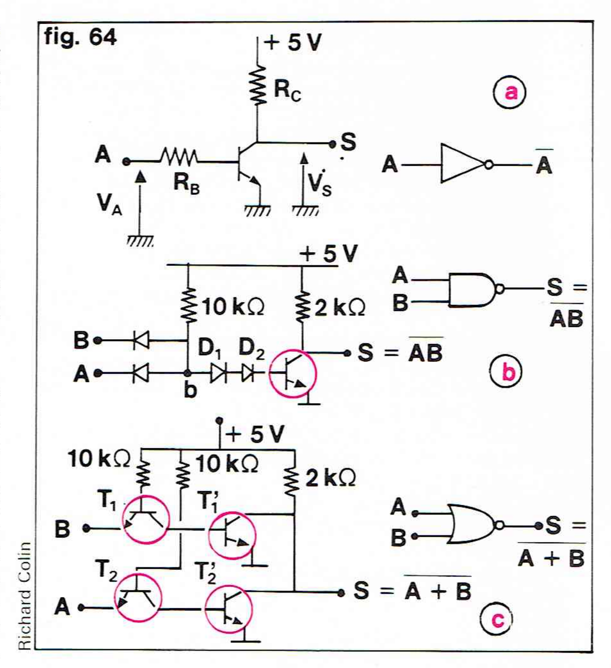
Cette expression peut être simplifiée en appliquant les règles du calcul algébrique. Mettons $\overline{A}B$ en facteur dans les deux premiers termes et AB dans les deux autres, il vient : $L = \overline{A}B\,(\overline{C} + C) + AB\,(\overline{C} + C)$. Les parenthèses sont égales à 1, car l'un des deux termes C ou $\overline{C}$ vaut forcément 1 ; elles disparaissent de l'écriture, et il reste : $L = \overline{A}B + AB$, expression dans laquelle B peut être mis en facteur : $L = B\,(A + \overline{A})$. Après la même simplification, il reste L = B. Cela veut dire que l'interrupteur B est seul maître de l'état de L : si B = 1, L est allumée quels que soient A et C ; de même, si B = 0, L est éteinte, et aucune manœuvre sur A et C ne peut la rallumer.

Cette conclusion n'était pas évidente au premier abord à la lecture de l'énoncé, elle apparaît clairement après les simplifications algébriques de l'expression initiale de L. Cette méthode de simplification est très puissante et indispensable dans les cas complexes.

Matérialisation des fonctions logiques : les circuits logiques

A chaque variable logique A, on associe une tension électrique V_A pouvant prendre seulement deux valeurs, par exemple $V_A = 0$ si A = 0, $V_A = +5$ si A = 1. Soit alors une fonction logique L = *f* (ABC), le problème est de réaliser un circuit électrique ayant trois entrées auxquelles on appliquera les trois tensions $V_AV_BV_C$ décrivant A, B et C et une sortie sur laquelle on pourra observer une tension V_L pouvant prendre seulement deux valeurs, 0 *ou* + 5 volts, suivant que la variable L vaut 0 ou 1. Ce circuit est, en quelque sorte, un calculateur simplifié.

L'*addition* et la *multiplication* peuvent être réalisées avec de simples diodes, comme le montre la *figure* 63. Si l'on néglige la tension de conduction 0,6 volt des diodes, on voit que, dans le cas de la *figure* 63b, le potentiel de P est 0 dès que l'une ou l'autre des entrées est à la masse, car il passe alors un courant à travers R et à travers la ou les diodes dont la cathode est mise à la masse. P ne vaut donc 1 que si A et B valent 1, ce qui est la définition de la multiplication P = AB.



Au contraire, avec le montage 63c, V_S vaut + 5 volts si l'une *ou* l'autre des tensions d'entrée est amenée à + 5 volts, rendant conductrice la diode correspondante. Donc S = A + B. On peut multiplier le nombre de diodes pour réaliser ces fonctions avec un plus grand nombre de variables, mais ces circuits simples ne permettent pas de réaliser la complémentation d'une variable ; il faut faire appel à un transistor (*fig.* 64a) : si $V_A = +5$ volts, à condition que $R_B < \beta R_C$, le transistor est saturé et $V_C = 0$; réciproquement, si $V_A = 0$, T est bloqué et $V_S = +5$ volts ; on a donc bien S = $\overline{A}$.

En combinant les circuits à diodes et un ou plusieurs transistors, on peut, comme le montrent les théorèmes de Morgan, réaliser n'importe quelle fonction. Les circuits représentés sur la *figure* 64 sont les plus simples mais aussi les plus importants, en particulier le circuit réalisant la fonction NON-ET ou NAND S = $\overline{AB}$. Le NON-OU (NOR) est plus rarement utilisé. Une fonction plus complexe importante est le OU-EXCLUSIF notée A ⊕ B qui vaut 1 si A OU B valent 1 mais non les deux à la fois. Par un raisonnement analogue à celui qui a été détaillé plus haut, on montre que : $A \oplus B = A\overline{B} + \overline{A}B$; on peut remarquer que le complément du OU-EXCLUSIF ne vaut 1 que si A = B, c'est la fonction identité notée A ⊙ B, $A \odot B = \overline{A \oplus B} = AB + \overline{A}\overline{B}$.

Les circuits réalisant ces fonctions simples sont appelés *portes logiques*. Ils sont construits essentiellement sous forme de circuits intégrés. Plusieurs technologies sont en compétition ; on les distingue par les noms des composants utilisés. La logique D. T. L. est réalisée avec des diodes et des transistors ; la *figure* 64b en est un exemple ; c'est une famille de circuits qui disparaît actuellement. Dans la logique T. T. L., les diodes sont remplacées par des transistors, comme dans l'exemple de la *figure* 64c ; c'est la famille de circuits logiques la plus utilisée ; on lui reproche d'être assez lente et de consommer beaucoup d'énergie.

Ce dernier problème est résolu avec les circuits de la famille C. M. O. S. qui met en œuvre des transistors M. O. S. complémentaires ; au repos, la consommation est

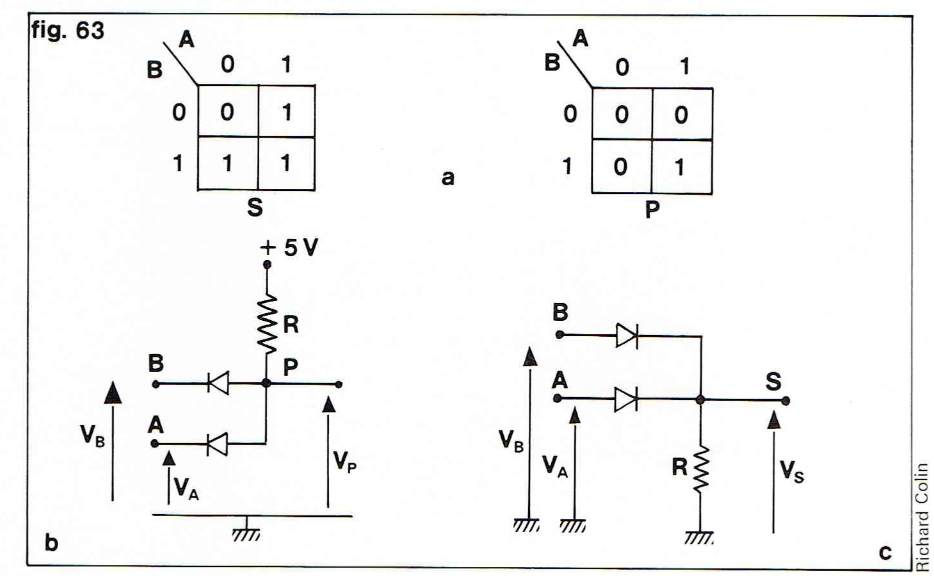
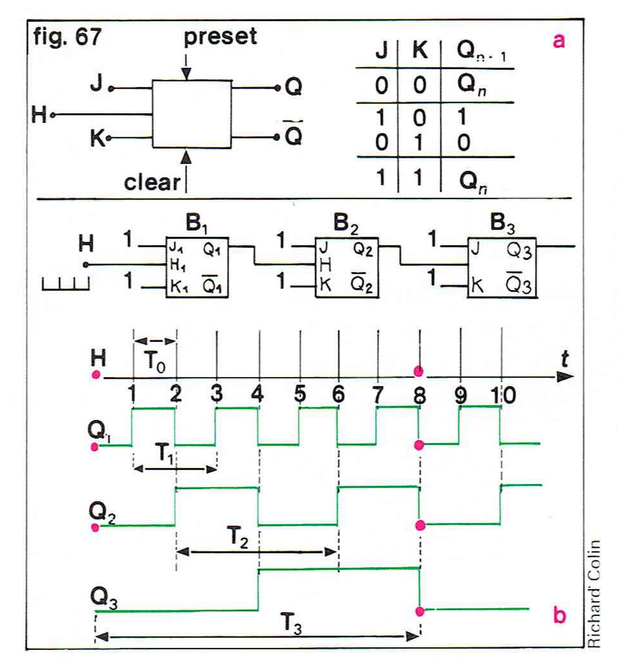


fig. 65
+ 5 V
S
M2
A
S = $\overline{A}$
M1
S
A — S = $\overline{A}$
Richard Colin



alors rigoureusement nulle (*fig.* 65), mais ils sont fragiles électriquement. On notera sur les figures le mode de représentation le plus usuel ; le petit cercle dessiné en sortie symbolise l'inversion.

Combinaison de portes logiques : les bascules

Considérons le système formé de deux portes NAND interconnectées représenté sur la *figure* 66a. Il est facile de constater qu'il peut exister dans deux états stables possibles lorsque les deux entrées R et S sont au niveau haut. Par exemple (en rouge), si $Q = 1$, le NAND 2 reçoit deux 1 à ses entrées, donc $Q' = 0$; le NAND 1 voit alors à son entrée 1 et 0 ; sa sortie est bien au 1 ; cet état est stable. Il en est de même de l'état inverse (en bleu). Ce circuit est une *bascule bistable*, dite bascule RS. Si l'entrée R est amenée au zéro, on a nécessairement $Q = 1$; lorsque R revient à son état de repos, le système conserve cet état. De même, on force Q à devenir zéro en amenant, même brièvement, S à la masse. La *figure* 66b montre comment, avec une telle bascule, on peut supprimer les rebondissements de contact d'un interrupteur. En compliquant le montage, on peut réaliser des fonctions intéressantes ; c'est ce qui est fait par exemple sur la *figure* 66c où 2 NAND et un inverseur ont été ajoutés à la bascule RS formée par 1 et 2. Au repos, l'entrée d'horloge C_P (clock-pulse) est au niveau bas ; la sortie des NAND 3 et 4 est au 1 (car $\overline{O \cdot A} = 1$ quel que soit A) ; la bascule RS se trouve dans un état quelconque. Si $D = 1$, lorsque C_P passe à 1, la sortie de 3 passe à 0, forçant Q à prendre la valeur 1 ; cet état persiste lorsque C_P revient à 0, puisque R remonte à 1. Si D avait été au niveau bas, ce serait S qui serait devenu nul, forçant Q à zéro. Ainsi, au moment de l'impulsion d'horloge, Q *recopie* D, et on conserve ensuite cette valeur ; c'est une *mémoire élémentaire*. En technologie T. T. L., le circuit SN 7475 est constitué de quatre bascules de ce type intégrées sur le même substrat, c'est une *mémoire à quatre bits*.

Dans une bascule RS, le changement d'état est obtenu en appliquant une impulsion négative sur l'une des deux entrées, une seule des deux étant sensible. Par exemple, dans l'état $Q = 1$, les tops négatifs sur R sont sans effet, seule l'entrée S est sensible. On a pu réaliser des bascules contenant un système d'aiguillage automatique des impulsions qui dirige celles-ci vers la seule entrée sensible. Le basculement se fait alors à chaque top appliqué sur l'entrée d'horloge, ce sont les *bascules T*.

La plus performante de toutes les bascules est la *bascule type JK maître-esclave* (*fig.* 67a) dont nous donnerons seulement les propriétés. C'est un circuit comprenant :

— une entrée horloge H qui doit être au repos au potentiel bas et est destinée à recevoir des impulsions positives,

— deux entrées appelées J et K,

— et deux sorties Q et $\overline{Q}$.

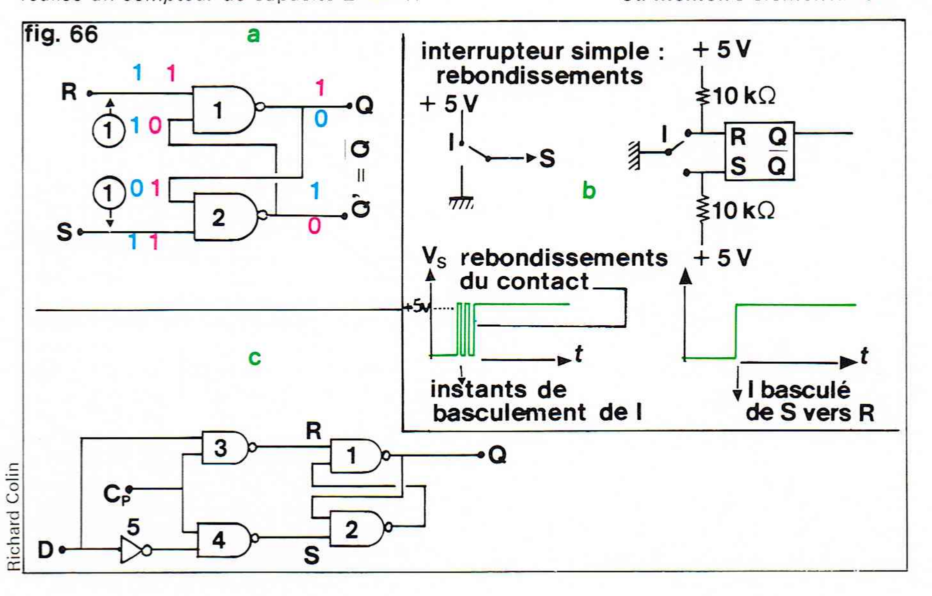
On ajoute parfois deux entrées baptisées Clear et Preset qui, lorsqu'on leur applique un top négatif à n'importe quel moment, amènent respectivement Q et $\overline{Q}$ à 0 et 1. Si $J = K = 0$, la bascule est insensible, Q est quelconque mais n'est pas modifié par des tops d'horloge agissant sur l'entrée H. Si $J = K = 1$, la bascule se comporte comme une bascule T ; Q change d'état à chaque front de descente du top d'horloge, c'est-à-dire au moment où H, étant monté de 0 à 1, revient à son état de repos. Si $J = 0$, $K = 1$, Q prend la valeur 0 au moment du front de descente du top d'horloge. Si $J = 1$ et $K = 0$, Q prend la valeur 1 (c'est-à-dire, comme dans le cas présent, recopie J) à la descente du top d'horloge.

Les bascules, et en particulier les JK, sont utilisées dans d'innombrables schémas, dont les plus importants sont les *diviseurs de fréquence* et les *compteurs*. Considérons par exemple le système formé par trois bascules JK maître-esclave connectées en série comme le montre la *figure* 67b, les entrées J et K étant toutes au niveau haut. Des impulsions positives de niveau convenable sont appliquées à l'entrée horloge de B_1 ; supposons qu'à l'instant initial $Q_1 = Q_2 = Q_3 = 0$. Les trois bascules ayant leurs entrées J et K au 1 se comportent comme des bascules T ; Q bascule à chaque top d'horloge H ; on remarquera que la fréquence du signal rectangulaire recueilli sur la sortie Q_1 de B_1 est moitié de celle de l'horloge d'entrée H ; B_1 joue donc le rôle d'un diviseur de fréquence par deux. Le signal Q_1 est signal d'horloge pour B_2 qui ne bascule que sur le front de descente, c'est-à-dire aux instants 2 - 4 - 8, etc. Le signal Q_2 est rectangulaire, mais sa fréquence est moitié de celle de Q_1. De la même façon, la bascule B_3 divise encore la fréquence par deux ; il en découle que la fréquence de Q_3 est le huitième de celle de H. En plaçant ainsi *n* bascules bout à bout, on réalise un diviseur de fréquence par 2^n ; c'est ainsi qu'à partir d'un oscillateur à 2^{16} Hz (65 536 Hz) stabilisé par quartz, on obtient à l'aide de 16 bascules réalisées sur un seul circuit intégré du 1 Hz capable d'entraîner les aiguilles d'une montre électronique. Seuls les circuits M. O. S. consomment assez peu d'énergie pour effectuer cette fonction avec une consommation totale de l'ordre du micro-ampère, malgré les centaines de composants élémentaires nécessaires pour construire les 16 étages de division.

En revenant à notre exemple, nous voyons que le système reprend son état de départ ($Q_1 = Q_2 = Q_3 = 0$) au bout de $2^3 = 8$ tops d'horloge, les huit états intermédiaires étant tous différents. Par exemple, au bout de cinq impulsions, on obtient $Q_1 = 1$, $Q_2 = 0$, $Q_3 = 1$; remarquons ici que 101 est la représentation du nombre 5 en numération binaire. Ainsi l'état des *n* bascules nous renseigne sur le nombre de tops d'horloge qui ont été appliqués à l'entrée depuis l'instant initial ; sous réserve que ce nombre soit inférieur à 2^n, nous avons réalisé un *compteur* de capacité $2^n - 1$.

◀ ***Figure 67 ; bascule JK et application au comptage :***
a) bascule JK et son tableau de fonctionnement ;
Q_{n+1} représente la valeur de Q après le top d'horloge, Q_n la valeur antérieure ;
b) diviseur par 8 à 3 bascules T.

▼ ***Figure 66 ; bascule RS et applications :***
a) montage de base ;
b) avec un RS, il n'y a plus de rebondissements sur le signal Q, car la bascule réagit au premier contact ;
c) bascule de recopie ou mémoire élémentaire.



Les mémoires et les registres

Nous venons de voir comment un perfectionnement de la bascule RS permettait de réaliser un circuit gardant en mémoire la valeur d'une grandeur binaire. De façon plus générale, les mémoires sont des systèmes complexes qui sont capables de stocker les valeurs d'un grand nombre de grandeurs binaires, c'est-à-dire des 0 et des 1. Chacun de ces « digits » est placé dans une cellule de la mémoire qui est repérée par son adresse. Chaque cellule peut être constituée par une bascule du type RS ou JK mais peut aussi être réduite à une simple capacité, qui peut être chargée ou non. Nous ne décrirons pas ici les systèmes utilisés qui sont fort nombreux; ceci est du domaine de l'informatique.

Les *registres à décalage* sont des mémoires particulières formées de *n* cellules placées en ligne, chaque cellule étant repérée par son rang. A l'arrivée d'une impulsion d'horloge, le contenu du registre se déplace d'un cran, c'est-à-dire que le contenu de la cellule du rang K passe dans celle de rang K + 1, la cellule de rang 1 prend la valeur de la variable qui était appliquée à l'entrée de la chaîne, et le contenu de la dernière case sort et est perdu. On peut réaliser un tel registre en plaçant bout à bout des bascules JK, le J et le K d'une bascule étant reliés respectivement aux Q et $\overline{Q}$ de l'étage précédent et le signal d'horloge appliqué simultanément en parallèle à toutes les entrées H. Avant un top d'horloge, on a :

$$J_{n+1}(t-\varepsilon) = Q_n(t-\varepsilon),$$

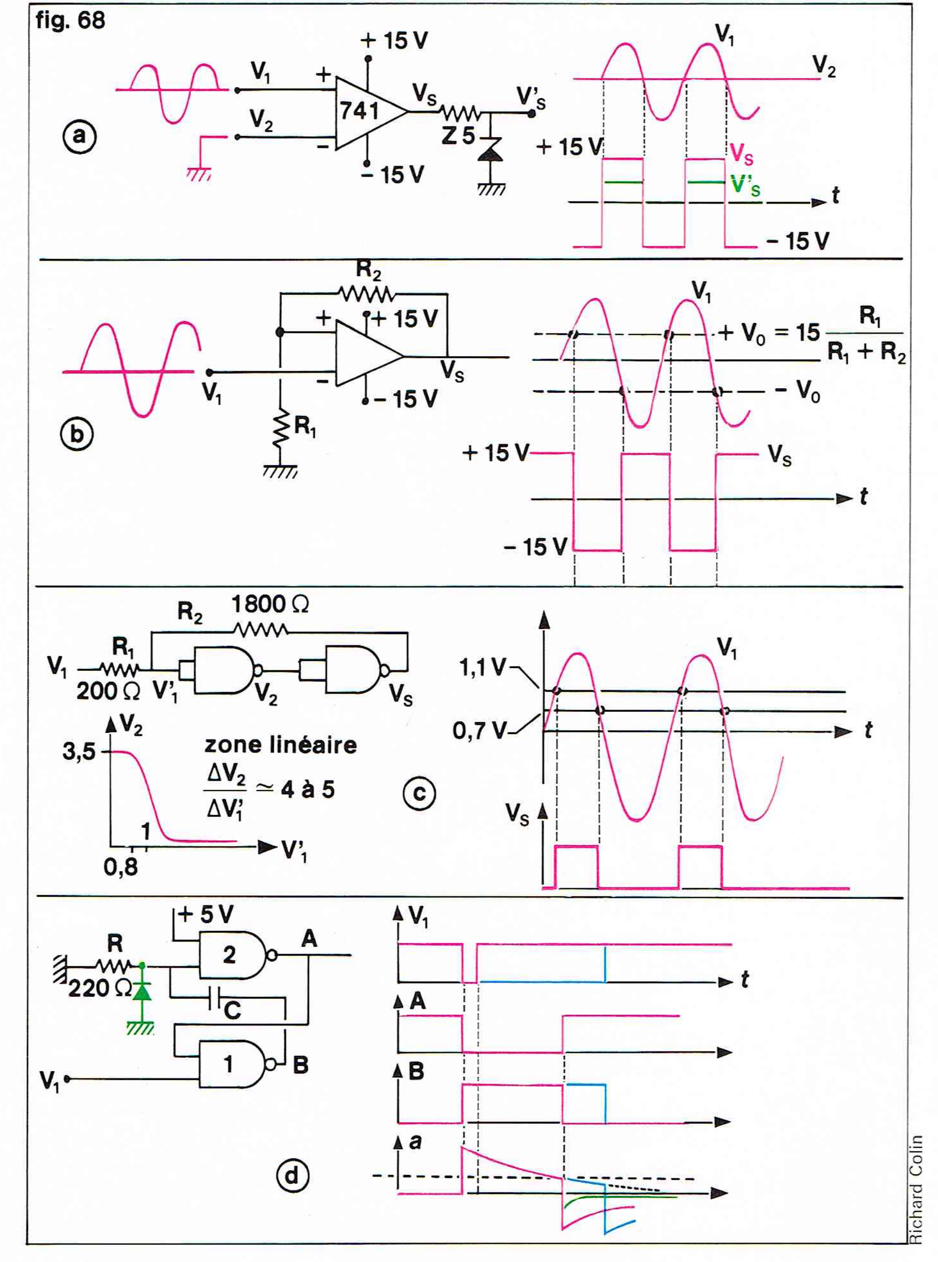
$$K_{n-1}(t-\varepsilon) = \overline{Q}_n(t-\varepsilon)$$

Q recopie J ; on a donc :

$$Q_{n+1}(t+\varepsilon) = J_{n+1}(t-\varepsilon) = Q_n(t-\varepsilon)$$

L'information a avancé d'un cran vers la droite.

▼ ***Figure 68; circuits de commutation principaux :*** a) ***comparateur;*** b) ***trigger de Schmitt à ampli-op;*** c) ***trigger de Schmitt à portes*** NAND; d) ***monostable à portes*** NAND.



Circuits digitaux annexes

Nous appelons ainsi un certain nombre de circuits dans lesquels les transistors travaillent en commutation et qui sont souvent associés aux précédents, en particulier pour faire la liaison entre ces derniers et des systèmes analogiques.

● *Le comparateur*

C'est tout simplement un amplificateur opérationnel, de gain aussi grand que possible, utilisé sans aucune contre-réaction. Sa sortie est alors toujours en saturation ± 15 volts.

$$V_S = +15 \text{ volts si } V_+ > V_-$$
$$V_S = -15 \text{ volts si } V_+ < V_-$$

En modifiant le circuit par adjonction, d'une diode Zener par exemple, on peut rendre la sortie compatible avec les logiques classiques :

$$V_S = 5 \text{ volts si } V_+ > V_-$$
$$V_S = 0 \quad \text{ si } V_+ < V_-$$

Comme le montre la *figure* 68a, ce circuit peut transformer une sinusoïde en signaux rectangulaires. Un amplificateur opérationnel type 741 est souvent jugé trop lent pour cette application ; il existe des comparateurs spécialement construits, c'est le cas du 72710 qui sort directement des niveaux logiques de la famille T. T. L.

● *Le trigger de Schmitt*

C'est un circuit un peu analogue au précédent mais qui présente un phénomène d'hystérésis. Il est facile de réaliser un tel trigger avec un ampli-op, comme le montre la *figure* 68b. L'entrée + de l'ampli-op étant reliée à la sortie (réaction positive), le circuit ne peut pas fonctionner en régime linéaire, V_S est nécessairement à + ou — 15 volts. Supposons qu'à l'instant initial V_S soit à + 15 volts, V_+ vaut alors $V_0 = \frac{15\,R_1}{R_1 + R_2}$. Tant que V_- est inférieur à cette valeur, l'état est stable. Montons lentement $V_1 = V_-$; au moment où V_1 atteint V_0, l'ampli-op se trouve un bref instant en régime linéaire, et à cause de la réaction positive le système bascule; V_S passe à — 15, donc $V_+ = -V_0$, alors $V_1 > V_+$; le nouvel état est stabilisé. Pour revenir à l'état initial, il faut redescendre V_1 en dessous de $-V_0$. Le basculement ne se produit pas pour le même niveau d'entrée à la montée et à la descente, c'est un phénomène d'hystérésis (*fig.* 68b).

Ce montage peut être réalisé avec tout amplificateur à courant continu même très peu linéaire; ainsi, il est très commode d'utiliser comme amplificateur deux portes NAND mises en série. Comme le montre la *figure* 68c, un inverseur logique peut être considéré comme un amplificateur ayant un gain d'ailleurs assez faible (quelques unités), la zone de linéarité (pour la T. T. L.) se situant autour de 1 volt. Si $V_1 = 0$ (niveau bas), $V_2 = 3{,}5$ volts (niveau haut), donc $V_S = 0$ (niveau bas). Si V_1 croît, V_S restant d'abord à zéro, V_1' augmente également, sa valeur étant, par suite de la présence des deux résistances, $V_1' = V_1 \times \frac{R_2}{R_1 + R_2} = 0{,}9\ V_1$. Le basculement se produira lorsque V_1' atteindra environ 1 volt; ceci aura lieu pour $V_1 = 1/0{,}9 \# 1{,}1$ volt. Alors V_S saute brutalement à + 3,5 volts, et la valeur de V_1' est donnée par

$$V_1' = V_1'\left(\frac{R_1 + R_2}{R_1}\right) - V_S \frac{R_1}{R_2} = 0{,}7 \text{ volt}$$

En réalité, les seuils sont un peu différents par suite de l'existence du courant d'entrée de la porte dont nous n'avons pas tenu compte.

Ce circuit est très utilisé pour transformer une sinusoïde ou tout autre signal analogique en un signal exploitable par les circuits T. T. L. Les circuits à transistors discrets jouant le même rôle sont de moins en moins utilisés.

● *Le monostable*

C'est un circuit qui, excité par une impulsion brève, délivre un signal rectangulaire d'amplitude et de durée calibrées. La *figure* 68d représente un tel circuit réalisé

avec des portes NAND. Au repos, l'entrée V_1 est au niveau haut (1), à cause de R (220 Ω), le circuit 2 a une entrée au zéro, donc sa sortie au 1. Le circuit 1 a ainsi ses deux sorties au 1, donc B = 0. Amenons V_1 à 0, l'une des entrées de 1 se trouvant au niveau bas B = 1. La montée de la tension en B est transmise par la capacité C en *a*; le circuit 2 a ainsi ses deux entrées au 1, donc A = 0. Lorsque V_1 remonte, B ne change pas, car A, restant au zéro, verrouille la sortie du NAND 2 en position haute. Cet état persiste tant que la tension *a* qui décroît exponentiellement ne descend pas en dessous du seuil considéré comme « haut » par le circuit 2. Lorsque cette limite est franchie, A revient à 1 et B à zéro. La différentiation par C de la transition négative de B est sans effet; on peut d'ailleurs en réduire l'effet en ajoutant une diode entre *a* et la masse. La durée du créneau A ne dépend que de la constante de temps RC; on pourra, en reprenant le raisonnement dans le cas où l'impulsion V_1 est plus large que la précédente, constater que la durée du top V_1 est sans influence sur le signal A (en bleu sur la figure).

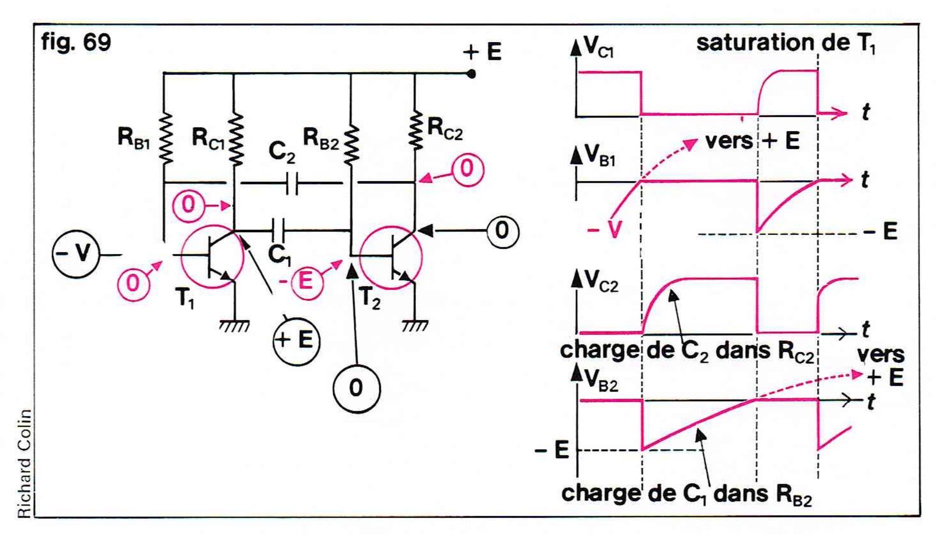
Le multivibrateur

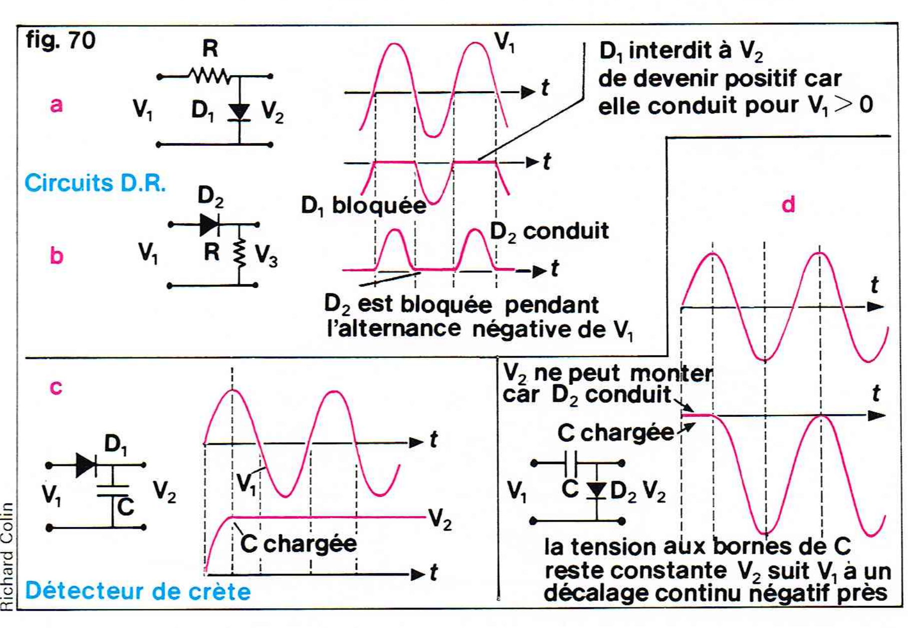
C'est un oscillateur qui délivre directement des signaux rectangulaires. Le montage le plus classique est le *multivibrateur astable d'Abraham* et *Bloch* dont la transposition avec des transistors est représentée sur la *figure* 69. Il s'agit d'un amplificateur à deux étages à liaison capacitive dont l'entrée est couplée directement à la sortie; on réalise ainsi une forte réaction positive interdisant tout séjour prolongé des points de fonctionnement dans la zone linéaire des caractéristiques. Les deux transistors sont bloqués ou saturés (si $R_B < \beta R_C$). Supposons qu'initialement T_1 soit bloqué; son potentiel de base étant négatif, et T_2 saturé, les tensions sont celles notées en noir sur la figure; pour simplifier les raisonnements qui vont suivre, nous négligerons systématiquement le V_{BE} = 0,6 volt des transistors conducteurs, c'est pourquoi nous avons indiqué 0 sur la base de T_2. La capacité C_2 a donc son armature de droite à la masse et celle de gauche reliée au + E par R_{B1}; elle se charge, c'est-à-dire que le potentiel de base de T_1 remonte exponentiellement vers + E. Lorsqu'il atteint zéro (ou 0,6 volt), T_1 se débloque, son potentiel collecteur tend à descendre, cette variation est transmise par C_1 à T_2 et, les deux transistors étant alors conducteurs, l'effet de réaction positive agit, il y a basculement et T_1 devient brutalement conducteur. Les capacités ne pouvant pas en un temps nul modifier leur charge (il faudrait un courant infini), le potentiel à leur borne ne peut varier brusquement. Le collecteur de T_1 passant brutalement de + E à 0 (saturation de T_1), la base de T_2 descend de 0 à — E, ce qui assure le blocage du deuxième transistor. Le courant collecteur de T_2 cesse brusquement, mais le potentiel de collecteur de ce transistor ne remonte pas immédiatement à + E, car il faut pour cela charger C_2, ce qui prend un certain temps. Immédiatement après le basculement, les potentiels sur le circuit sont ceux indiqués en rouge sur la figure. La constante de temps C_2R_{C2} étant faible devant celle des circuits de base, la tension collecteur de T_2 se retrouve rapidement à + E, le montage alors dans un état symétrique de celui d'où l'on est parti. Le retour à l'état initial se fait par basculement de T_2 lorsque son potentiel de base franchit le zéro. Le montage passe continuellement d'un état à l'autre, c'est un *oscillateur de relaxation*. La forme des signaux obtenus est dessinée sur la figure. La période s'établit en calculant la durée de remontée des potentiels base de — E à zéro; elle vaut : T = 0,69 $(R_{B1}C_2 + R_{B2}C_1)$; (0,69 = $\text{Log}_e\,2$). Le multivibrateur est utilisé comme générateur de signaux rectangulaires employés souvent comme signaux d'horloge dans des systèmes logiques complexes. Il existe de nombreuses variantes de ce montage dont la fréquence de fonctionnement peut dépasser le mégahertz.

Les circuits à diodes

La diode est un élément non linéaire, et les méthodes classiques de calcul sont inapplicables aux circuits qui en contiennent. Pour cette raison, nous avons réservé un paragraphe à part à ces circuits, dont la plupart sont très importants.

Le cas le plus simple est celui où la diode est associée seulement à des résistances; il suffit de tenir compte



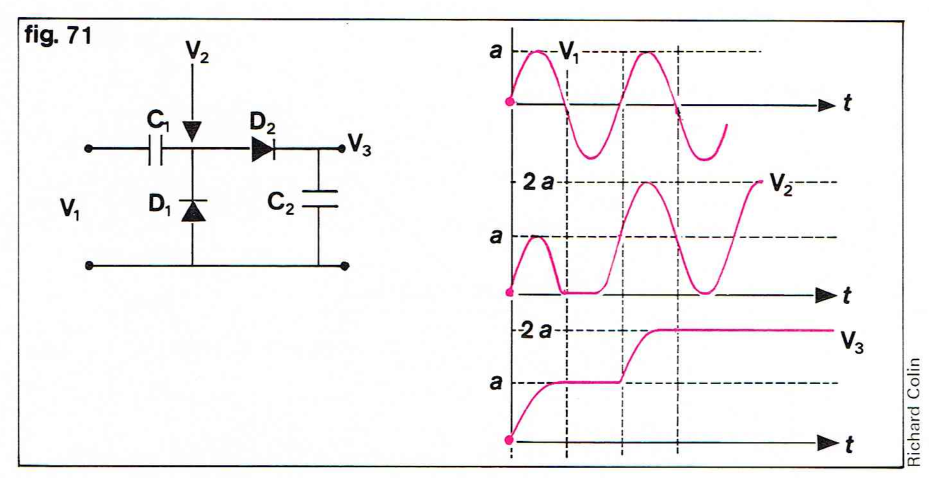


de la conduction unilatérale du composant. La *figure* 70a montre ce qui se passe lorsqu'un circuit RD (résistance, diode) est attaqué par une tension sinusoïdale.

Les associations DC (diode, condensateur) ont déjà un comportement plus intéressant. Lorsque la diode se trouve en tête comme dans la *figure* 70c, on obtient un détecteur de crête. Pendant la première montée de tension, C se charge à travers D; elle ne peut plus ensuite se décharger, car cela nécessiterait un courant circulant dans le sens inverse dans D. Le potentiel aux bornes de C garde la valeur crête du signal d'entrée. Si la capacité se trouve en série avec l'entrée, le comportement est plus surprenant : pendant le premier quart d'alternance, D_2 conduit, la tension à ses bornes reste donc faible (on néglige les 0,6 volt). Au sommet de l'alternance, la capacité se trouve chargée sous la tension crête du signal. Pour la même raison que précédemment, elle ne peut plus ensuite se décharger et joue alors le rôle d'une pile. La tension de sortie est alors semblable à celle d'entrée, mais entièrement décalée en dessous du zéro. En associant un détecteur de crête au circuit précédent, on conçoit que l'on puisse réaliser un *doubleur de tension* délivrant une tension continue égale au double de la valeur crête de la sinusoïde d'entrée (*fig.* 71).

Les circuits RDC sont d'analyse bien plus complexe. Nous citerons seulement le plus important qui est le *redresseur avec filtrage par capacité;* il ne diffère du détecteur de crête que par la présence d'une résistance en parallèle sur la capacité. Cette résistance offre un chemin courant de décharge de C. Au début de la première alternance positive de la tension d'entrée, de la même façon que plus haut, C se charge à la valeur

▲ ***En haut, figure 69 : multivibrateur d'Abraham et Bloch; période*** **T = $(R_{B1}C_2 + R_{B2}C_1)\ \text{Log}_e\,2$.** ***Ci-dessus, figure 70 : circuits*** **RD** ***ou*** **CD** ***à 2 éléments.***

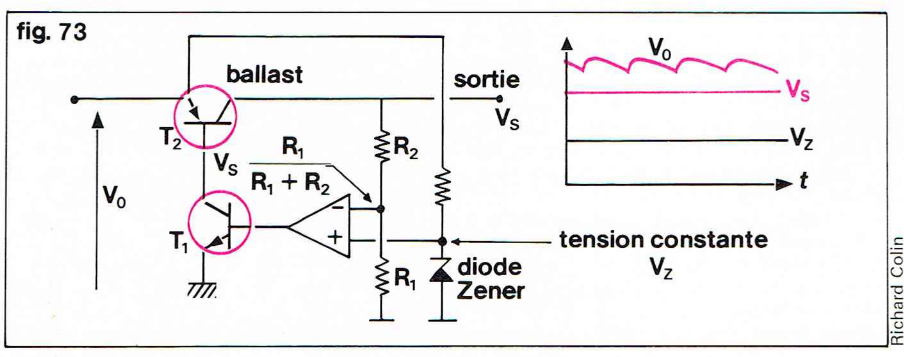


▲ *Figure 71 : doubleur de tension.*

▼ *Ci-dessous, figure 72 ; circuits de redressement. En bas, figure 73 : principe d'une alimentation stabilisée. L'amplificateur opérationnel commande T_1 de façon que ses deux entrées restent au même potentiel :* $V_S R_1/(R_1 + R_2) = V_Z$.

crête de la sinusoïde. Après le premier maximum, si la résistance R est assez élevée, la décharge de C n'est pas assez rapide pour suivre V_1 et la diode D se bloque. La capacité C se décharge librement dans R comme si D et la tension d'attaque V_1 n'existaient pas. Cela dure tant que la tension anodique de D est inférieure à son potentiel de cathode. Dès que V_1 est redevenue assez grande pour débloquer D, la capacité C se recharge, et le cycle recommence. On observe donc en sortie une tension ondulée. L'amplitude de l'ondulation, que l'on appelle souvent ronflement à cause du son qu'elle produit dans un haut-parleur, peut être aisément calculée si l'on admet que la durée pendant laquelle D conduit est faible

fig. 72
décharge exponentielle de C dans R
D bloquée
a
V1
C
R
V2
V1
t
charge de C
a) redressement simple alternance
période de conduction de D
10 ms
secteur 220 V
C
R
T
sortie
Z
I
b) redressement double alternance
Sens de circulation des courants pendant l'alternance positive (en rouge) et négative (en bleu)
Richard Colin



devant la période. En effet, à partir de la valeur crête a, la tension aux bornes de C se déchargeant dans R évolue exponentiellement : $V_C = ae^{-t/RC}$.

Au moment où D conduit de nouveau, c'est-à-dire après un intervalle de temps très voisin de la période T, on a $V'_C = ae^{-T/RC}$; l'amplitude du ronflement est donc : $V = a - V'_C = a\,(1 - e^{-T/RC})$. Si la décharge de C est lente devant la durée d'une période T, c'est-à-dire que R est élevée, l'exposant de l'exponentielle est petit devant l'unité, et l'on peut effectuer un développement au premier ordre : $e^x \# 1 + x$, alors

$$V = a - V'_C \# \frac{aT}{RC}$$

en valeur relative $\frac{V}{a} = \frac{T}{RC}$.

Ce circuit fournit à partir d'une tension alternative une tension continue faiblement ondulée, c'est ce que l'on appelle un *redresseur*. Le plus souvent, la résistance R est constituée par la charge que l'on désire alimenter en courant continu.

Soit à réaliser une alimentation fournissant une tension de 12 volts et un courant de 1 ampère à partir d'une tension alternative sinusoïdale 50 Hz prélevée au secondaire d'un transformateur. L'amplitude de ronflement souhaitée étant inférieure à 0,1 volt, pour obtenir 12 volts continus il faut appliquer au circuit à diode une tension sinusoïdale d'amplitude crête 12 volts, soit $12/\sqrt{2} = 8{,}5$ volts efficaces. La résistance présentée par la charge est 12 V/1 A = 12 Ω. Compte tenu de la période T = 20 ms ($f = 50$ Hz), la formule précédente nous donne la valeur minimale de capacité à prévoir

$$C = \frac{T}{R}\frac{a}{\Delta V} = \frac{2 \cdot 10^{-2}}{12} \cdot \frac{12}{0{,}1} = 2 \cdot 10^{-1}\ \mathrm{F}$$

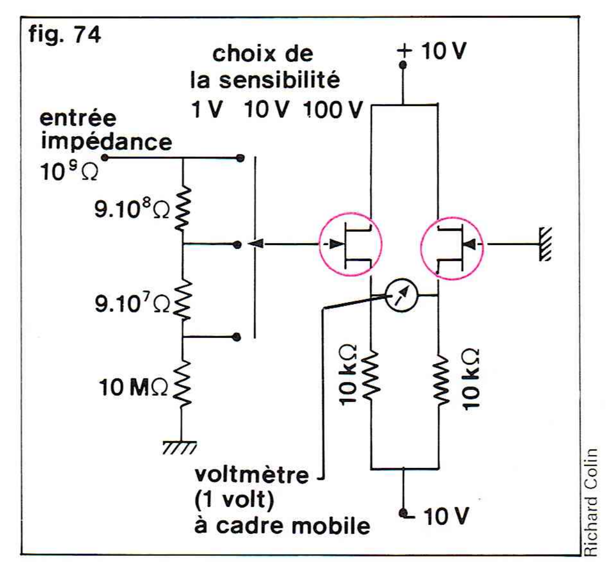
soit 200 000 µF. C'est une valeur considérable, dont il est difficile de disposer. En pratique, on sera obligé d'admettre un ronflement plus important ou de compliquer le circuit de filtrage.

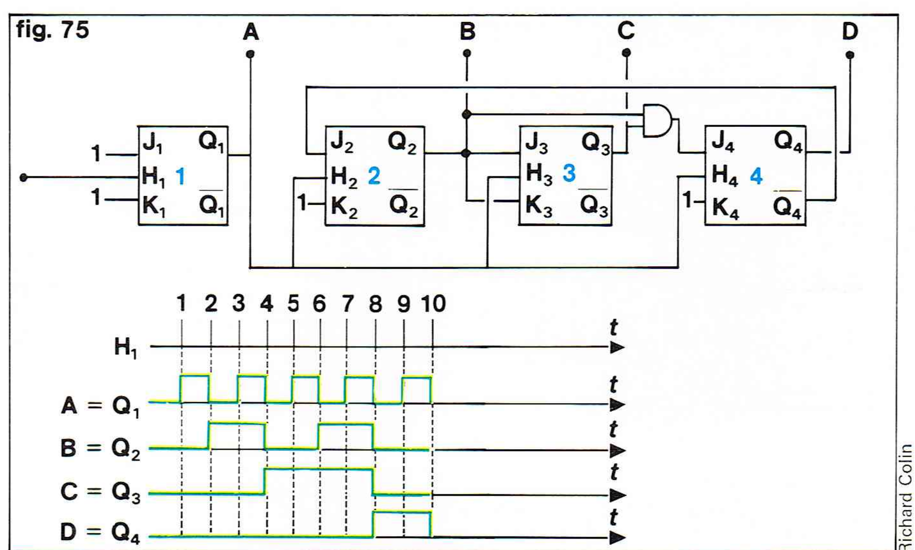
Une manière élégante de gagner un facteur 2 est d'utiliser un système de *redressement double alternance* dans lequel les deux alternances du signal d'entrée contribuent à la charge de C. Le temps qui s'écoule entre deux recharges de C est ainsi divisé par deux, donc aussi l'amplitude du ronflement. C'est ce qui est obtenu avec le montage présenté sur la *figure* 72b. Si aucune ondulation résiduelle n'est admissible, il faut faire appel à un circuit électronique de stabilisation dont la *figure* 72b montre un exemple simple : tant que la tension aux bornes de C est supérieure à la tension Zener de la diode Z, le potentiel sur la base de T est maintenu constant, donc également la tension de sortie. On a réalisé une *alimentation stabilisée*.

Il existe de très nombreux schémas d'alimentation stabilisée qu'il nous est impossible de détailler ici. De façon générale, ces systèmes comportent une référence de tension qui est le plus souvent une diode Zener et un composant jouant le rôle de résistance variable qui, placé en série avec la tension redressée, compense à chaque instant ses fluctuations. La *figure* 73 donne un exemple typique d'un circuit faisant appel à un amplificateur opérationnel et un transistor de puissance, que l'on appelle *ballast*, qui est l'élément de régulation. A chaque instant, l'ampli-op injecte dans le transistor T_1 qui pilote lui-même T_2 un courant tel que ses deux entrées soient au même potentiel *(principe de la masse virtuelle)*. La tension de sortie garde alors la valeur $V_S = V_Z \times \left(\frac{R_1 + R_2}{R_1}\right)$ quels que soient le courant débité et la tension non stabilisée V_0 (sous réserve que cette dernière reste supérieure à la valeur souhaitée pour V_S de façon qu'il reste une tension collecteur-émetteur positive sur T_2).

Les appareils de mesure électroniques

Dans le domaine de la mesure, l'électronique a permis d'améliorer considérablement les performances de certains appareils électriques, les voltmètres par exemple, mais aussi de mesurer des grandeurs qu'il est difficile d'atteindre par d'autres moyens, c'est le cas des analyseurs de





spectre. Enfin une révolution s'est amorcée depuis quelques années avec la disparition progressive des appareils à aiguille au profit des systèmes à affichage numérique.

Mesure des tensions

Les appareils à aiguille

Les circuits à haute impédance d'entrée ont permis d'augmenter considérablement la résistance interne des voltmètres. Les meilleurs galvanomètres portatifs avaient une sensibilité pleine échelle de 10 μA, ce qui correspond, si on leur associe des résistances pour en faire des voltmètres, à des résistances d'entrée de 100 000 Ω pour une sensibilité de 1 volt. Le moindre transistor à effet de champ fait 1 000 fois mieux. Le voltmètre électronique réalisé par l'association d'un voltmètre à cadre mobile et d'un amplificateur est devenu avec l'apparition des transistors l'outil de base pour la mesure des tensions.

La *figure* 74 donne un exemple simple de réalisation d'un tel appareil; l'amplificateur à T. E. C. a un gain voisin de 1; il joue seulement le rôle d'adaptateur d'impédances. Tous les voltmètres électroniques fonctionnent suivant ce principe, mais les circuits électroniques modernes, et en particulier les circuits intégrés, ont permis de supprimer le cadran classique avec son aiguille et de le remplacer par un affichage numérique du résultat. Ce sont ces appareils à affichage numérique dont nous allons entreprendre la description.

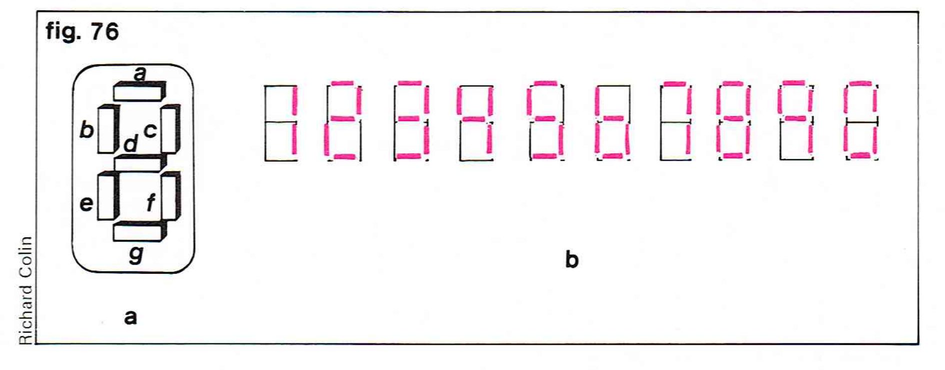
Les voltmètres digitaux

Un voltmètre numérique permet de lire le résultat d'une mesure directement sous forme d'un nombre. Les éléments lumineux de visualisation sont toujours commandés par des signaux binaires stockés dans une mémoire formée par les différentes bascules bistables constituant un compteur. L'opération consistant à passer de la valeur analogique d'entrée à la suite des 0 et des 1 matérialisés par les états de ces bascules est connue sous le nom de *conversion analogique-digitale*. Une méthode de conversion possible consiste à transformer la tension à mesurer en une durée qui lui est proportionnelle et pendant laquelle on compte les impulsions provenant d'un oscillateur. Le compteur préalablement mis à zéro se trouve à la fin du comptage dans un état caractéristique du nombre N de tops reçus, lui-même proportionnel à la grandeur d'entrée. Si le compteur est formé par une succession de bascules bistables mises bout à bout, nous avons vu dans un paragraphe précédent que l'état des divers étages matérialisait directement la représentation dans le système de numération de base deux (système binaire) du nombre N. Cependant, il est difficile de lire un nombre écrit en binaire dès qu'il est un peu élevé, et l'on a été conduit pour cette raison à utiliser une structure décimale : dans le compteur, les bascules sont associées par groupes de 4, liées entre elles de telle façon que le retour à l'état initial se produise à la dixième impulsion et non à la seizième. Chaque groupe est ce que l'on appelle une *décade*. En utilisant la table de vérité de la bascule JK et en observant les états successifs des entrées J et K des bascules 2, 3 et 4 de la *figure* 75, on pourra constater que ces trois étages constituent un diviseur par 5 qui, associé à la bascule d'entrée, forme 1 décade. L'état de cette décade à chaque instant révèle le nombre d'impulsions qu'elle a reçues; par exemple, après la cinquième impulsion, on a : A = 1, B = 0, C = 1, D = 0; [DCBA] = 0101 est bien la transcription de 5 en binaire. En plaçant bout à bout de telles décades, le signal D de l'une constituant un signal d'horloge pour la suivante, on réalise un compteur décimal; les différents chiffres du nombre N de tops reçus, écrit en décimal, se trouvent chacun en binaire dans les décades successives. C'est là une représentation mixte du nombre N que l'on appelle *représentation DCB* (décimal codé binaire). Ainsi un compteur de capacité $10^6 - 1$ sera formé par 24 bascules groupées en 6 décades; si 723 480 impulsions ont été comptées, les états de ces 24 bascules sont 0111 - 0010 - 0011 - 0100 - 1000 - 0000. La visualisation devient alors aisée puisqu'il suffit de traiter séparément l'état de chaque décade.

Le tube de visualisation le plus ancien est le *tube « Nixie »* (marque déposée), constitué par une ampoule de verre contenant du néon sous basse pression, dans lequel sont installées une anode et dix cathodes en fil fin placées l'une derrière l'autre et dont la forme est celle des chiffres de 0 à 9. Si une décharge électrique est établie entre l'anode et l'une des cathodes, cette dernière est entourée d'une gaine lumineuse rouge-orangé, faisant apparaître ainsi le chiffre correspondant. Les autres cathodes, éteintes, sont assez fines pour ne pas être gênantes. La tension de fonctionnement d'un tel tube est de l'ordre de 70 volts pour un courant de quelques milliampères. L'« inscription » ainsi obtenue est très lisible, mais ces tubes sont de moins en moins employés, car leur durée de vie n'est pas très grande, et surtout ils nécessitent une tension d'alimentation peu compatible avec la sécurité des circuits intégrés.

On utilise de plus en plus des *afficheurs à sept segments* (formant une sorte de 8) dans lesquels chaque chiffre est formé par l'illumination de certains de ces « segments ». La *figure* 76 donne l'allure des chiffres obtenus qui, avec la diffusion des calculatrices de poche, est de plus en

▲ ***A gauche, figure 74 : voltmètre électronique à haute impédance d'entrée utilisant 2* T. E. C.**
***A droite, figure 75 : décade formée de 4 bascules* JK.**



▼ ***Figure 76 :***
a) disposition des 7 segments lumineux dans un afficheur 7 segments;
b) forme des chiffres fournis par un afficheur 7 segments.

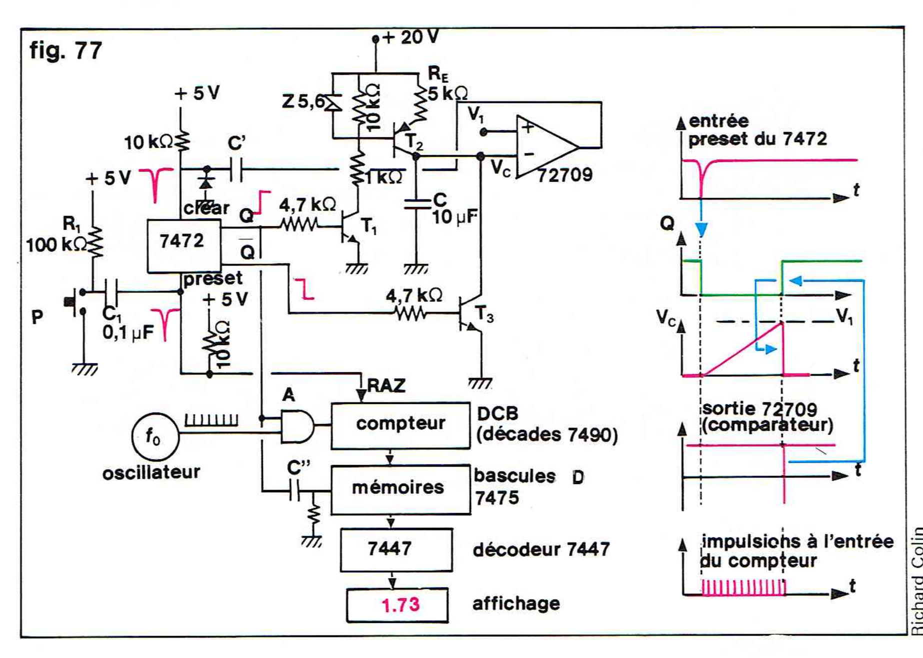
plus familière à tous. L'illumination de chacun des segments peut être produite par différents phénomènes : décharge dans un gaz, électroluminescence par exemple. On peut même faire appel aux cristaux liquides qui ont l'avantage de ne consommer aucune énergie mais sont moins visibles, puisque la lumière qu'ils réfléchissent est seulement prélevée au milieu ambiant. Chaque segment est commandé par une tension pilotée par l'état des quatre étages de la décade correspondante. Ainsi le segment *d* formant la barre du 8 doit être illuminé dans les états 2, 3, 4, 5, 6, 8 et 9, c'est-à-dire pour des valeurs de D, C, A, B qui sont respectivement (0010) ou (0011) ou (0100) ou (0101) ou (0110) ou (1000) ou (1 001). La fonction booléene (*d*) associée à la tension d'alimentation de ce segment sera donc :

$$(d) = \bar{A}\bar{C}B\bar{A} + \bar{D}\bar{C}BA + \bar{D}C\bar{B}\bar{A} + \bar{D}C\bar{B}A + \bar{D}CB\bar{A} + D\bar{C}\bar{B}\bar{A} + D\bar{C}\bar{B}A$$

Il faudra donc, à partir des quatre grandeurs logiques A, B, C, D prélevées sur chaque décade, matérialiser avec un circuit logique complexe les 7 tensions (*a*) (*b*), etc., destinées à alimenter les 7 segments de l'afficheur. Un tel circuit est appelé décodeur DCB-7 segments. Bien que plus simple, le problème est identique avec les tubes Nixie ; il faut fabriquer à partir des mêmes variables les 10 signaux de commande des 10 cathodes, le décodeur est qualifié dans ce cas de DCB-décimal. En technologie T. T. L., le décodeur destiné aux tubes à gaz est le 74141 et pour les « 7 segments » le 7447.

Parmi les nombreux schémas de voltmètres numériques, la *figure* 77 représente l'un des plus simples. Il s'agit d'un système à conversion tension-durée. La tension d'entrée V_1 que nous supposerons comprise entre 0 et 10 volts est appliquée à l'entrée + d'un amplificateur opérationnel 72709 monté en comparateur dont l'entrée — est reliée à un condensateur C. Au repos, la bascule bistable d'entrée 7472 a sa sortie Q au zéro, le transistor T_1 est donc bloqué ainsi que T_2. Par ailleurs, $\bar{Q}$ étant au 1, T_3 est saturé, et la tension V_C aux bornes de C est nulle. De plus, Q = 0 bloque la porte ET (A), et les impulsions de l'oscillateur de fréquence f_0 ne parviennent pas au compteur (qui est formé par plusieurs décades, type 7490 par exemple). Lorsque l'on appuie brièvement sur le poussoir P, l'entrée « préset » de la bascule reçoit un top négatif et Q passe à 1, ce top négatif amène de plus le compteur dans l'état 0 (entrée RAZ) ; Q étant à 1, T_1 se sature et injecte du courant (environ 15 mA) dans la diode Zener Z. La tension entre base de T_2 et le + 20 est alors fixée à 5,6 volts ; compte tenu des 0,6 volt de V_{BE} il reste 5 volts aux bornes de R_E ; le courant émetteur de T_2 est donc de $I_0 = 5/5\ k\Omega = 1$ mA. Le transistor se comporte comme une source de courant constant qui peut charger C, car, $\bar{Q}$ étant passé à 0, T_3 est bloqué. V_C monte linéairement de 100 V par seconde.

▼ *Figure 77 : représentation schématique d'un voltmètre numérique (à convertisseur tension → temps).*



$$V_C = \frac{I_0}{C}\, t = \frac{10^{-3}}{10^{-5}}\, t = 100\ t$$

Pendant ce temps, Q étant au 1, la porte A est ouverte, et les impulsions s'accumulent dans le compteur. Lorsque V_C atteint la valeur V_1 d'entrée, le comparateur 72709 bascule, sa tension de sortie passant brutalement de + 15 à — 15 volts, cette transition négative différentiée par C' est appliquée au « clear » du 7472, ce qui a pour effet de ramener Q à 0. Immédiatement, T_3 se sature, ce qui ramène V_C à zéro et la sortie du comparateur au + 15, (A) se bloque, et les impulsions cessent d'arriver au compteur. La transition positive de Q différentiée par C'' est appliquée à l'entrée horloge du bloc de bascules D (7475). Le contenu du compteur est mis en mémoire et appliqué au décodeur qui commande les tubes d'affichage. Grâce au bloc mémoire, le chiffre affiché reste fixe jusqu'à la fin de la mesure suivante. Les impulsions ont été comptées pendant une durée $T = \frac{V_1}{100}$ seconde. Si la fréquence de l'oscillateur local f_0 est de 10 kHz, le nombre N de tops comptés est de $\frac{V_1}{100} \cdot 10^4 = 100\ V_1$, soit un top pour 10 millivolts. Si par exemple $V_1 = 1{,}73$ volt, N = 173 ; la tension appliquée est lue directement à 10 mV près.

En choisissant $f_1 = 100$ kHz, l'affichage se fait avec une incertitude de 1 mV seulement, encore faut-il que la linéarité de la dent de scie $V_c\ (t)$ permette une telle pression.

Ce montage est très simple et est encore utilisé dans certains voltmètres digitaux peu coûteux, mais il a l'inconvénient d'être lent. Pour une tension d'entrée de 10 volts, la durée de conversion est de 0,1 seconde, ce qui est suffisant pour une lecture directe mais insuffisant si le résultat doit être exploité par un circuit de calcul. De plus, la précision ne peut guère dépasser le millième.

Pour augmenter la vitesse et la précision, de nombreux autres schémas ont été imaginés qu'il nous est impossible de décrire ici. Lorsque le résultat de la mesure doit être traité de façon numérique par un ordinateur, il n'est pas toujours nécessaire de faire une conversion en DCB ; les convertisseurs analogiques-digitaux les plus rapides fournissent un nombre en binaire pur de 12 digits $\left(\text{précision } \frac{1}{2^{12}} \simeq \frac{1}{4\ 000}\right)$ en quelques centaines de nanosecondes au plus.

Le voltmètre numérique est le constituant de base de la plupart des appareils digitaux, la grandeur d'entrée, courant, résistance, température, etc., étant préalablement transformée en une tension.

Visualisation des formes d'onde : l'oscilloscope

L'**oscilloscope** est le plus important de tous les appareils de mesure électronique, et des perfectionnements incessants lui octroient des possibilités et une précision de plus en plus grandes. Visualisant directement sur un écran la forme d'un signal variant avec le temps, il peut jouer le rôle de voltmètre mais aussi, si la base de temps est bien étalonnée, de fréquencemètre, périodemètre ou phasemètre.

L'organe de base d'un oscilloscope est le *tube cathodique*, dans lequel un faisceau électronique fin passe entre deux systèmes d'électrodes de déviation perpendiculaires avant de frapper un écran fluorescent et d'y faire apparaître une tache lumineuse (spot). Nous ne décrirons pas ici ce tube. Si une tension électrique H (*t*), fonction linéaire du temps, est appliquée entre les plaques de déviation horizontales pendant que le signal V (*t*) à observer commande les plaques de déviation verticale, le spot décrit sur l'écran une courbe qui est l'image de la fonction V (*t*). Par suite de la persistance de la fluorescence de l'écran et des impressions rétiniennes, il est possible de faire apparaître une courbe fixe et brillante si V (*t*) est périodique et qu'à chaque traversée de l'écran de gauche à droite le spot revienne exactement sur la même trajectoire. Cela est réalisé si la fréquence du signal V (*t*) et celle de la dent de scie de balayage H (*t*) sont égales ou multiples exactes l'une de l'autre. Ces quelques phrases ont permis d'introduire les différentes fonctions à réaliser pour construire un oscilloscope. Il faut :

— Un amplificateur capable de fournir aux deux plaques de déviation horizontale un signal périodique, ou simplement récurrent, possédant une partie bien linéaire qui commandera le déplacement à vitesse horizontale constante du spot de gauche à droite : c'est la *base de temps*, le signal de déviation étant appelé « dent de scie ».

— Un autre amplificateur attaquant les plaques de déviation verticales et dont le gain doit être variable de façon à l'adapter à toutes les amplitudes possibles du signal à observer.

— Un système de synchronisation assurant la fixité de l'image sur l'écran en commandant le démarrage du balayage en un point fixe sur chaque période de V (*t*).

L'amplificateur vertical

Pour éviter toute déformation de l'image et surtout une déconcentration du spot, il faut que le potentiel moyen des plaques de déviation reste constant. Cela est réalisé si, lorsque le potentiel d'une plaque augmente, celui de l'autre diminue. On obtiendra ce résultat en faisant appel à un *amplificateur différentiel*. Son gain doit être assez grand, car la sensibilité du système de déviation est faible (de 5 à 50 volts pour un centimètre de l'écran), et les signaux d'entrée peuvent être petits. Par exemple, si l'on désire obtenir une sensibilité apparente de 1 mV/cm avec un tube ayant une sensibilité de 50 V/cm, le gain à réaliser est de 50 000. Ce gain doit être réglable à volonté et de plus constant dans la plus large gamme de fréquences possible de façon à ne pas déformer les signaux traités ; un signal rectangulaire parfait à 20 kHz ne saurait être reproduit de façon satisfaisante si la bande passante de l'amplificateur est inférieure à 500 kHz. Pratiquement, l'examen des signaux basse fréquence rencontrés dans les systèmes de reproduction des sons nécessite une bande de 1 MHz. Pour travailler sur des circuits digitaux ordinaires (T. T. L.), il faut au moins 10 fois plus et la mise au point de certains circuits exige une réponse s'étendant jusqu'à 100 MHz.

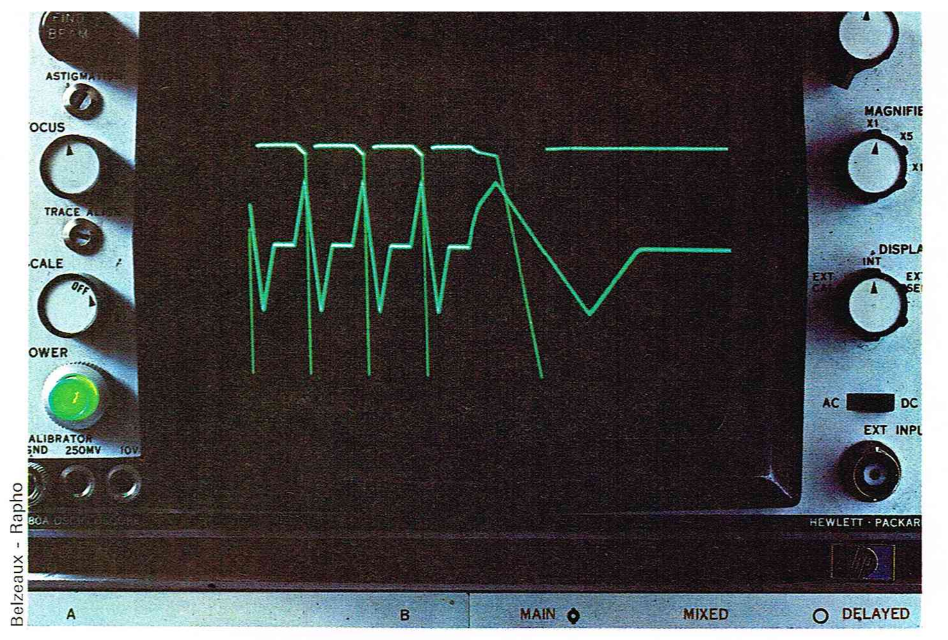
Fabriquer un amplificateur ayant toutes ces qualités est très difficile. Nous avons vu comment les capacités parasites dégradaient les performances aux fréquences élevées. Pour y remédier, on est amené à réduire la valeur des résistances de charge, ce qui conduit, si l'on désire conserver la même amplitude de signal, à faire travailler les composants à des courants de plus en plus importants, donc à des niveaux de puissance de plus en plus élevés. Si l'on a besoin d'une amplitude crête à crête de 300 volts, la tension d'alimentation devra avoir au moins cette valeur, le point de repos étant par exemple à 150 volts. Alors, avec une charge de 10 kΩ, le courant de polarisation est de 15 mA et la dissipation de 2,25 watts ; si la capacité parasite est de 30 pF, la bande passante est limitée à $f = 1/2\,\pi RC = 2$ MHz. Dans ce cas, un tube triode type 12 AT 7 peut suffire.

Une bande passante 10 fois plus grande ne sera obtenue qu'en ramenant la résistance de charge à 1 000 Ω, mais le courant est alors de 150 mA, et la puissance dissipée de 22 watts. Une pentode de puissance devient nécessaire.

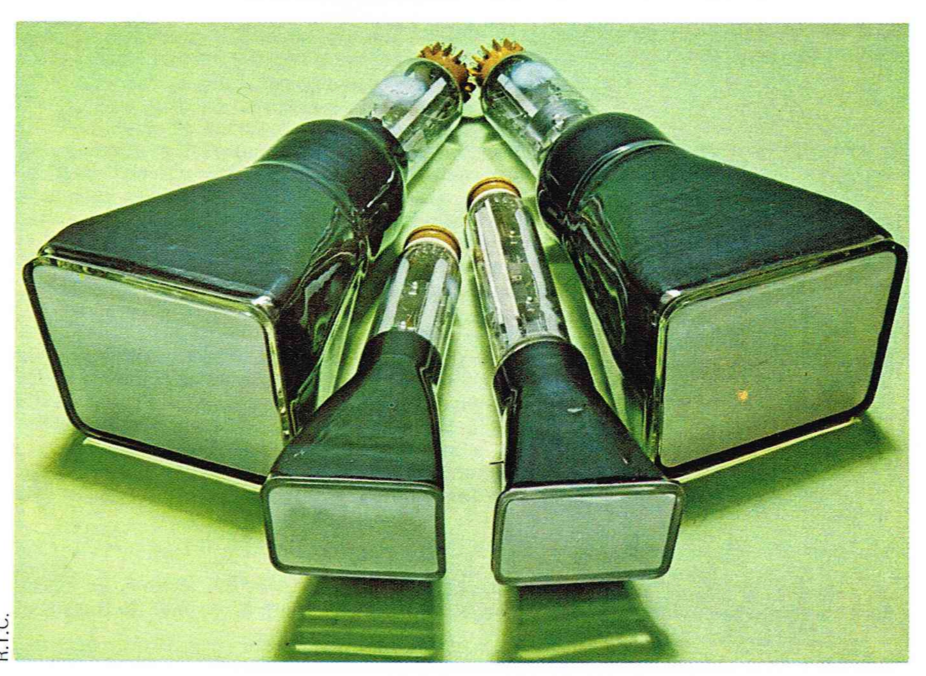
Les performances actuelles (certains oscilloscopes classiques ont une fréquence de coupure de 500 MHz) n'ont pu être atteintes qu'en augmentant la sensibilité de déviation des tubes cathodiques, ce qui a permis, entre autres choses, de faire appel uniquement à des transistors.

Pour conserver cette largeur de bande, l'atténuateur placé à l'entrée doit être lui-même réalisé avec soin ; ses capacités parasites doivent être compensées comme on le voit sur la *figure* 78 qui représente un amplificateur différentiel à courant continu utilisable pour réaliser un oscilloscope basses fréquences. Le tube cathodique utilisé est le DG7-32, peu coûteux, mais peu sensible (20 V/cm), ce qui a conduit à placer en sortie un étage à deux triodes. Nous avons retenu ce schéma un peu ancien à cause de sa simplicité et de la facilité avec laquelle il peut être construit par un amateur.

L'atténuateur d'entrée n'a que trois positions (1, 1/10, 1/100) ; il est compensé en fréquence par trois capacités ajustables de faible valeur (3 à 30 pF). L'impédance d'entrée, élevée, est obtenue avec un premier étage adaptateur à effet de champ. L'étage de sortie à double

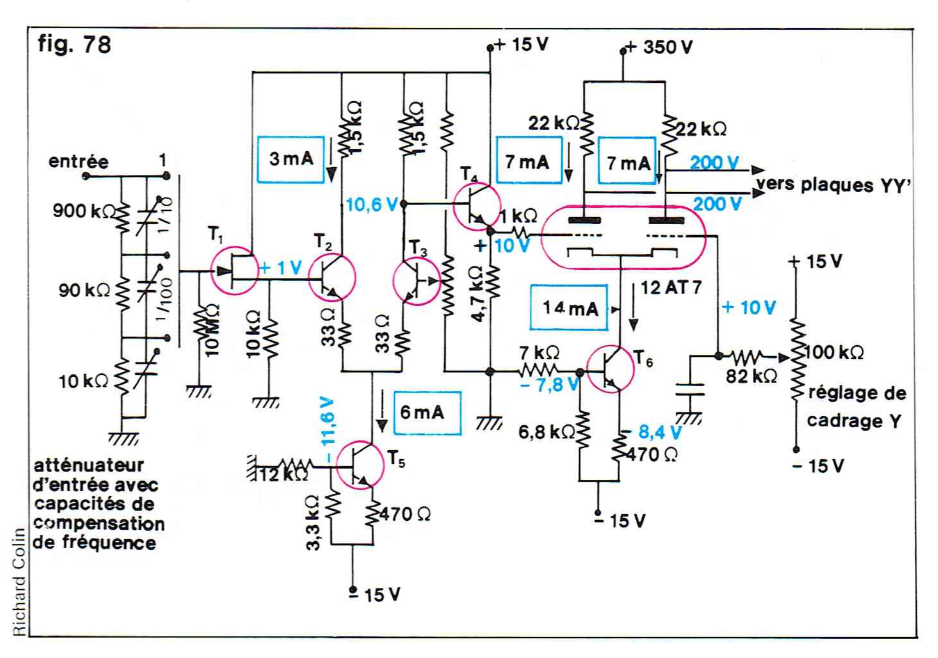


Belzeaux - Rapho


R.T.C.

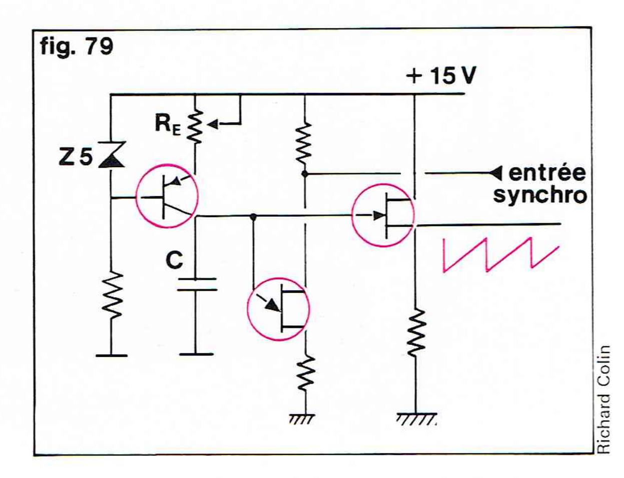
▲ *En haut, l'oscilloscope est le plus important de tous les appareils de mesure électroniques.*
Ci-dessus, l'organe de base d'un oscilloscope est le tube cathodique.

▼ *Figure 78 : exemple de schéma d'amplificateur vertical pour oscilloscope.*



Richard Colin

▶ *Figure 79 : base de temps relaxée à* U.J.T.



triode est attaqué par un étage différentiel à transistors (T_2T_3) et un collecteur commun intermédiaire T_4. La polarisation est assurée par des sources de courant T_5 et T_6. En faisant varier le potentiel de grille de la triode de droite, on déséquilibre les tensions de sortie, ce qui a pour effet de déplacer verticalement l'image (cadrage Y).

Avec ce montage, la bande passante obtenue est d'environ 1 MHz. Deux petites bobines placées en série avec les résistances de charge des triodes et calculées de façon à former avec les capacités parasites un circuit accordé un peu au-delà de 1 MHz permettent d'élargir de 50 % la bande passante.

La base de temps

C'est un générateur de signaux triangulaires dont la vitesse de montée est parfaitement contrôlable, la durée d'un balayage pouvant aller de quelques dizaines de secondes à moins de 1 µs. Pour obtenir une parfaite linéarité, la méthode universellement employée consiste à charger un condensateur par un courant constant I_0; la tension à ses bornes est alors proportionnelle au temps :

$$V = \frac{I_0}{C} t$$

Lorsqu'une certaine tension limite est atteinte, un circuit de décharge ramène la capacité à son état de départ en un temps très court, ce qui a pour effet de replacer le spot à gauche de l'écran.

Le transistor unijonction peut être utilisé pour fabriquer de telles dents de scie, mais il est d'emploi difficile au-delà d'une fréquence de récurrence de 100 kHz. La *figure* 79 donne un montage possible pour une durée de balayage supérieure à 10 µs. La capacité commutable C est chargée grâce au transistor T à courant constant

$$I_0 = \frac{V_Z - 0,6}{R_E}$$

Lorsque la tension de pic de l'U. J. T. est atteinte, elle se décharge dans son circuit d'émetteur. Un étage à haute impédance d'entrée permet de prélever le signal aux bornes de la capacité sans le déformer. Pour faire varier la fréquence, on agit sur la valeur de I_0 en modifiant R_E, ceci de façon continue et par plots, en commutant C. Pour que l'image sur l'écran soit stable, il faut que la fréquence de cette dent de scie soit un sous-multiple entier de celle du signal; cela est réalisé en modifiant légèrement l'instant d'allumage de l'U. J. T. grâce à une faible partie du signal vertical V (*t*) injectée sur la base B_2 de l'unijonction. C'est le *phénomène de synchronisation*.

Une telle base de temps oscille seule, même en l'absence de signal vertical; on la qualifie de *relaxée*. Ce système est peu à peu abandonné, car la synchronisation est difficile. Des résultats infiniment supérieurs sont obtenus avec les bases de temps déclenchées. Dans ce dernier cas, le spot se trouve au repos à gauche de l'écran, et le balayage ne démarre que lorsque le signal V (*t*) atteint une valeur fixée à l'avance, l'évolution ultérieure du signal de balayage ne dépendant plus de V (*t*). Il est évident alors que les balayages successifs se produiront rigoureusement dans les mêmes conditions, ce qui assure à l'image une fixité parfaite. V (*t*) doit être récurrent mais non nécessairement périodique, la base de temps étant capable de rester au repos un temps quelconque entre chaque déclenchement. De plus, la vitesse de balayage est indépendante de la fréquence de récurrence, et peut être fixée avec une grande précision par le choix des éléments du circuit. L'oscilloscope devient un périodemètre.

La *figure* 80 représente un schéma possible de *base de temps déclenchée*. On retrouve la capacité C et la source de courant constituée par le transistor T_1, mais un transistor T_2 placé en parallèle sur C peut en se saturant décharger cette dernière.

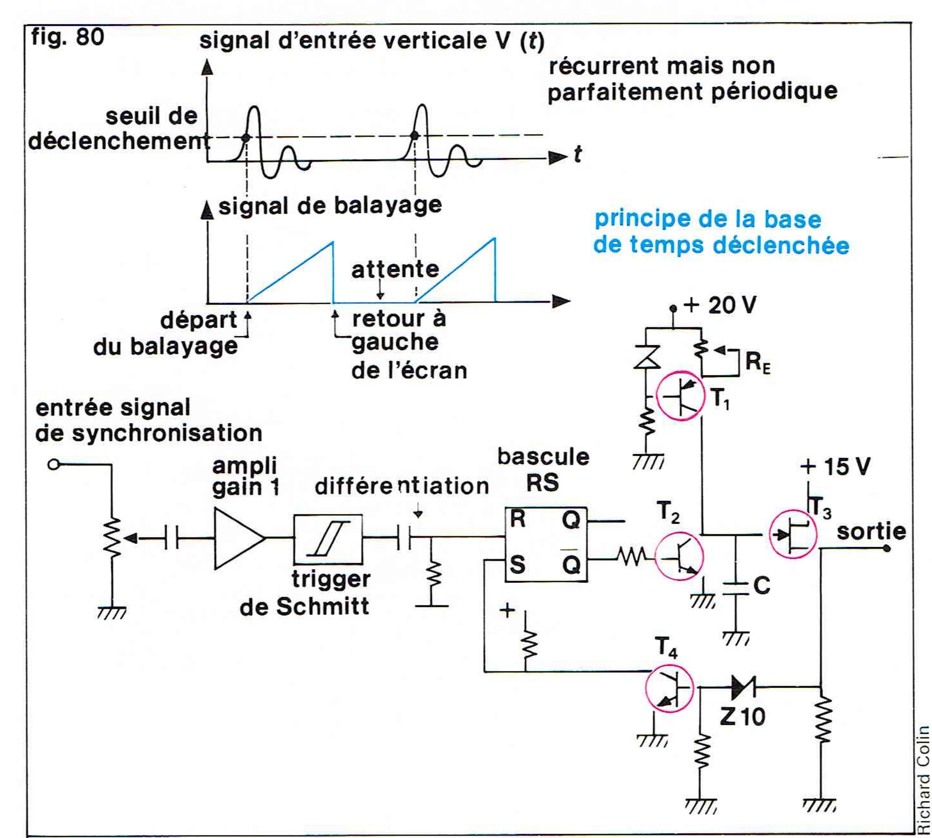
Au repos, la bascule RS se trouve dans l'état Q = 0, donc $\overline{Q} = 1$; le transistor T_2 est saturé, maintenant la tension aux bornes de C à zéro. Le signal de synchronisation prélevé en un point quelconque de l'amplificateur vertical est transformé en signaux rectangulaires par un trigger de Schmitt, puis en impulsions brèves par différentiation. Lorsqu'un de ces tops arrive sur R, la bascule RS change d'état, $\overline{Q}$ devient nul, et le courant fourni par T_1 charge C. Pendant cette charge, toute nouvelle impulsion sur R est sans effet. Lorsque la tension de sortie atteint 10 volts, la Zener Z 10 se débloque, et T_4 se sature, amenant l'entrée S de la bascule à zéro, ce qui a pour effet de la ramener dans l'état de départ, alors, $\overline{Q}$ revenant à 1, T_2 se sature et décharge C. Le système repart à la première impulsion de synchronisation qui se présente ensuite sur R. Le niveau de déclenchement est réglé grâce au potentiomètre P, et la vitesse de balayage, donc sa durée, [puisque l'amplitude maximale (10 volts) est fixée] par R_E et C. Au prix de quelques perfectionnements de détail, ce circuit fonctionne encore fort bien au-delà de 1 MHz (durée de balayage inférieure à la microseconde). On sait construire actuellement des bases de temps déclenchées dont chaque balayage ne dure que quelques dizaines de nanosecondes.

Les perfectionnements de l'oscilloscope

Les oscilloscopes actuels sont devenus des instruments de mesure de haute précision grâce aux perfectionnements apportés aux circuits classiques et aux systèmes annexes qui leur sont associés :

— Les amplificateurs verticaux ont une bande passante très large et des gains bien constants, ce qui confère à l'appareil les qualités d'un voltmètre, avec comme supériorité considérable la connaissance parfaite de ce que

▼ *Figure 80 : base de temps déclenchée.*



l'on mesure. Combien de fois l'aiguille d'un contrôleur universel électronique n'indique-t-elle en fait que l'amplitude d'un ronflement parasite à 50 Hz au lieu de celle du signal cherché ! une telle erreur est impossible ici !

— Les amplificateurs d'oscilloscope ont une impédance d'entrée qui est normalisée à 1 MΩ // 30 pF. C'est parfois trop faible pour certaines applications. On fait alors appel à une *sonde atténuatrice* constituée par une simple résistance de 9 MΩ shuntée par une petite capacité de compensation. L'impédance d'entrée passe alors typiquement à 10 MΩ et 6 ou 7 pF, le gain étant divisé par 10.

— Les bases de temps sont parfaitement étalonnées, ce qui permet des mesures de périodes, et donc de fréquences.

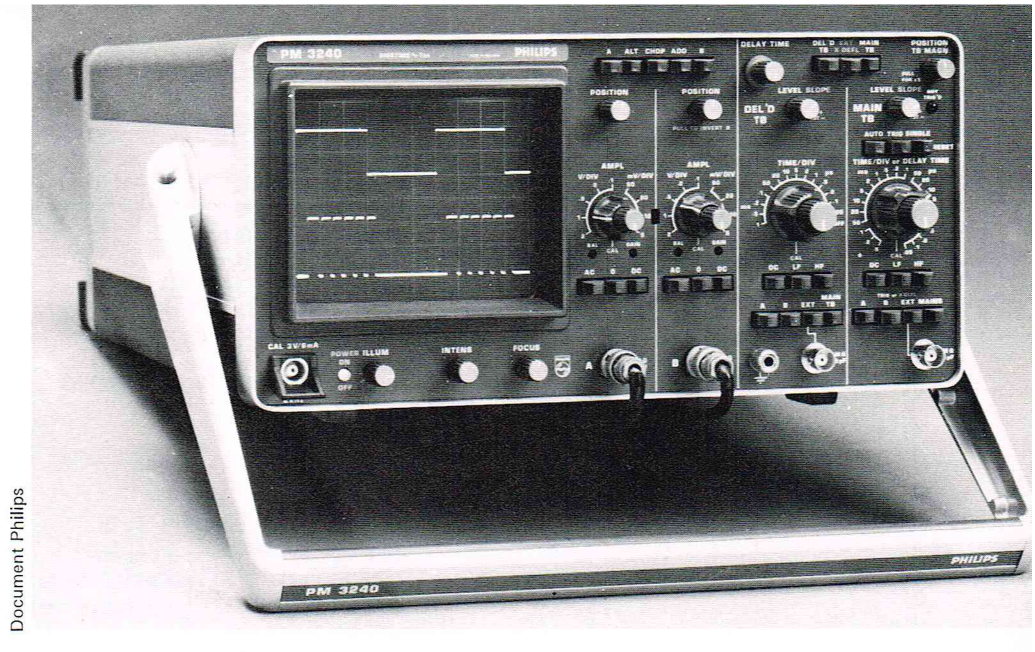
— Très souvent, il est intéressant de comparer l'évolution simultanée de deux signaux ; beaucoup d'oscilloscopes possèdent pour cette raison deux entrées verticales et visualisent sur l'écran les deux signaux l'un en dessous de l'autre. Pour obtenir ce résultat, deux solutions sont utilisées.

* Dans les *oscilloscopes bi-faisceau*, on emploie un tube cathodique spécial dans lequel le faisceau électronique est double, ainsi que le système de plaques de déviation verticales. On réalise ainsi l'équivalent de deux tubes ayant la même base de temps. Deux amplificateurs de déviation verticale sont, bien sûr, nécessaires. C'est la meilleure solution, mais elle est coûteuse, et les cathoscopes bi-faisceau ont quelquefois des performances en fréquence insuffisantes.

* Il est possible également de faire appel à une *commutation électronique*, la déviation verticale étant commandée alternativement par l'une ou l'autre des tensions d'entrée. Le système fonctionne en « alterné » si le changement de signal se fait à chaque début de balayage ; le premier signal est décrit pendant les balayages pairs, et le deuxième pendant les balayages impairs. Dès que la vitesse est suffisante, l'œil perçoit deux courbes parfaitement fixes. Le découpage peut aussi être plus rapide que le balayage, les deux courbes sont alors inscrites en pointillé, mais cet effet n'est pas perceptible si, d'un balayage à l'autre, les zones visibles sur chaque trace ne sont pas superposées ; c'est généralement le cas si les fréquences de balayage et le découpage ne sont pas multiples l'une de l'autre. Un commutateur électronique de ce type doit se placer entre les atténuateurs d'entrée et l'amplificateur de déviation vertical qui est unique. La *figure* 81a représente le schéma simplifié d'un tel appareil : les deux signaux d'entrée sont atténués préalablement par deux atténuateurs compensés avant d'être appliqués à deux préamplificateurs adaptateurs d'impédance (qui peuvent se réduire chacun à un seul transistor à effet de champ). Les deux signaux obtenus ainsi sous basse impédance sont traités ensuite par le circuit commutateur proprement dit, constitué par les deux transistors complémentaires T_1 et T_2 dont les bases reçoivent un courant rectangulaire fourni par un multivibrateur. A chaque instant, l'un des transistors est saturé et l'autre bloqué, un seul des deux signaux d'entrée parvient donc à l'entrée de l'amplificateur de grand gain A comme le montre la *figure* 81b. Si l'on désire déplacer l'une des courbes par rapport à l'autre sur l'écran, des tensions continues doivent être ajoutées sur chaque voie avant commutation.

Double base de temps : la loupe électronique

Si un signal présente au cours de chaque période une petite irrégularité de faible amplitude, il est très difficile de déclencher la base de temps sur elle, donc de l'examiner de façon précise avec la vitesse de balayage nécessaire. On peut faire appel alors à un système de « loupe électronique » nécessitant un double générateur de dent de scie. Dans un premier temps, on fait apparaître sur l'écran la totalité d'une période du signal en appliquant aux plaques horizontales la première dent de scie dont le départ est commandé par le circuit de synchronisation habituel. Cette première dent de scie sert de signal de synchronisation à la seconde, beaucoup plus rapide. En réglant le seuil de déclenchement de cette seconde base de temps, on peut la faire partir avec un retard quelconque par rapport à la première, de façon en particulier qu'elle fonctionne pendant l'intervalle de temps où se produit le phénomène que l'on désire observer. Pour permettre d'effectuer ce réglage, on utilise un créneau de tension



Document Philips

▲ ***Les oscilloscopes actuels sont devenus des instruments de mesure de haute précision et aussi de grande maniabilité, comme cet oscilloscope portable.***

▼ ***Figure 81 :*** *a) principe d'un commutateur électronique ; b) application au fonctionnement en « alterné ».*

fig. 81

a

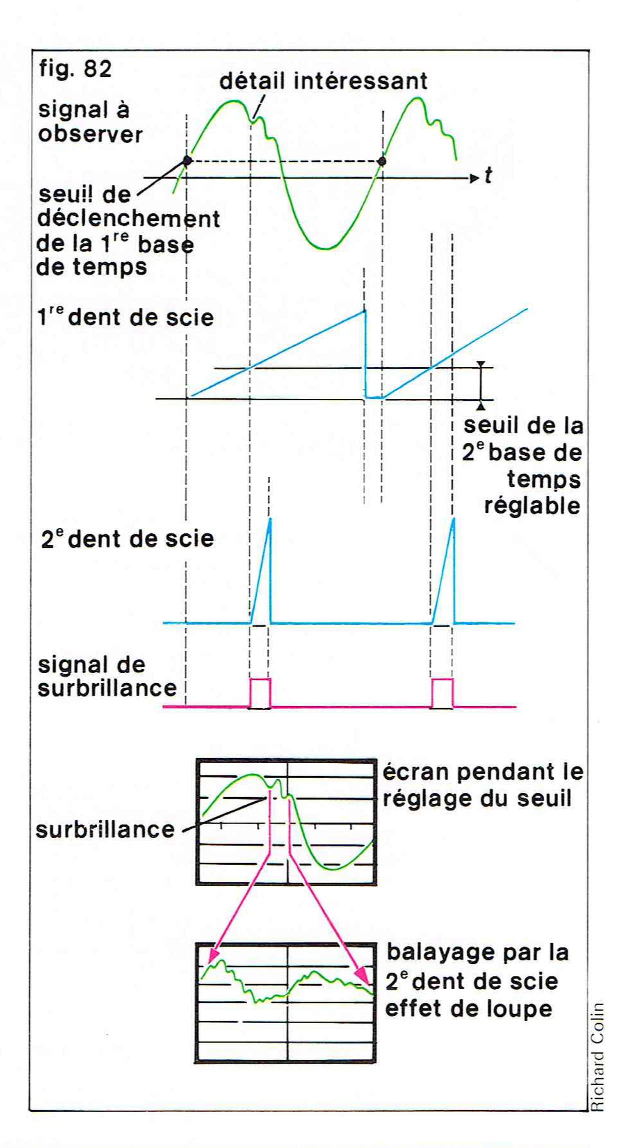
entrée 1
atténuateur compensé
T_1
introduction de tensions continues de décalage des traces
T_2
A
plaques Y
entrée 2
atténuateur
multivibrateur

b

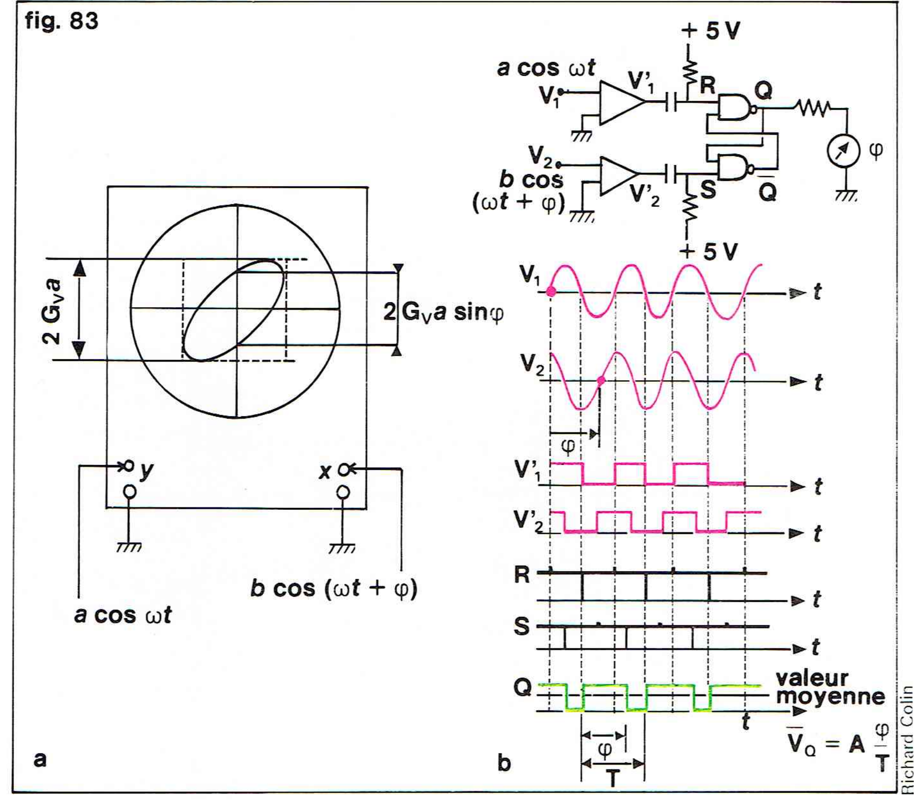
signal 1
t
signal 2
t
T_1 saturé
T_2 saturé
signal de commande des bases
t
signal à l'entrée de A
t

Richard Colin

▶ *Figure 82 : principe de la « loupe électronique ».*



▼ *Figure 83 ; mesure de phases :* a) *mesure d'un déphasage par la méthode de Lissajous ;* b) *phasemètre à bascule* RS.



synchrone de la deuxième dent de scie pour augmenter la luminosité du spot. On voit ainsi sur l'écran une surbrillance que l'on amène sur le détail à observer. Sans modifier alors les conditions de synchronisation, il suffit d'appliquer la dent de scie rapide au déviateur horizontal pour voir étalée sur toute la largeur de l'écran la petite portion intéressante : on observe bien un *effet de loupe* (*fig.* 82).

L'affichage numérique des paramètres

L'image perçue sur l'écran ne peut être interprétée que si le gain de l'amplificateur vertical et la vitesse de balayage utilisés sont connus. Si l'écran est photographié, ces deux paramètres doivent être reportés au dos de l'épreuve. Pour éviter un oubli, certains constructeurs ont équipé leur appareil d'un circuit générateur de caractère très complexe (circuit intégré) qui pilote le spot pendant le retour de balayage de façon qu'il écrive dans un coin de l'écran en clair ces deux grandeurs. Ce luxe, inconcevable il y a quelques années, a été rendu possible par les progrès effectués dans le domaine des circuits logiques à haute densité d'intégration (M. O. S.).

Mesure des phases

Lorsque deux tensions sont sinusoïdales et de même fréquence, leur déphasage peut être mesuré très facilement avec un oscilloscope.

Avec un **oscilloscope double faisceau,** il suffit de synchroniser le balayage sur l'une des deux sinusoïdes. En choisissant la vitesse de balayage de façon que la largeur d'une période soit de 6 cm, chaque centimètre de décalage représente un déphasage de 60 degrés.

Avec un **oscilloscope simple faisceau,** cette mesure directe est impossible, et on fait appel à la *méthode* dite *des courbes de Lissajous* (*fig.* 83a). Le premier signal $V_1 = a \cos \omega t$ est appliqué à l'entrée de l'amplificateur vertical, tandis que le second $V_2 = b \cos (\omega t + \varphi)$ pilote le balayage horizontal, la dent de scie habituelle étant supprimée. A chaque instant, le spot a sur l'écran une position définie par les deux équations :

$$\begin{cases} y = G_V a \cos \omega t \\ x = G_H b \cos (\omega t + \varphi) \end{cases}$$

G_V et G_H étant les gains des deux systèmes de déviation.

C'est la représentation paramétrique d'une ellipse qui occupe dans le sens vertical une hauteur $2\, G_V a$ et qui coupe la verticale $x = 0$ en deux points d'ordonnée $y = \pm\, G_V a \sin \varphi$. L'angle φ est donc donné directement par un rapport de deux longueurs mesurées sur l'écran.

Sans utiliser d'oscilloscope, on sait réaliser également des appareils délivrant une tension proportionnelle à la phase entre les deux signaux sinusoïdaux d'entrée. Le montage très simple d'un tel appareil dit **phasemètre à bascule RS** est présenté sur la *figure* 83b. Les deux sinusoïdes dont les amplitudes sont quelconques, sont d'abord transformées en signaux rectangulaires par deux comparateurs rapides (72710), puis différentiées, et les impulsions obtenues appliquées aux entrées R et S d'une bascule RS. Un top sur la voie 1 amène Q à 1, et le top suivant sur la voie 2 le ramène à zéro. La tension sur la sortie Q ne se trouve donc au niveau haut que pendant une fraction de la période qui est proportionnelle au déphasage cherché. Le galvanomètre G qui dévie proportionnellement à la valeur moyenne de cette tension indique donc directement φ. Ce système est, au prix de quelques précautions, parfaitement apériodique et peut ainsi fonctionner entre 10 et 10^6 Hz.

Mesure des fréquences

Pour mesurer une fréquence, la plupart des appareils actuels comptent le nombre de périodes du signal d'entrée pendant un intervalle de temps parfaitement connu, le plus souvent 1 ou 0,1 seconde.

Un **fréquencemètre** comprend les éléments suivants :

— Un *circuit d'entrée* destiné à transformer en impulsions facilement comptables tout signal périodique de forme quelconque. C'est en quelque sorte un trigger de Schmitt suivi d'un différentiateur. Pour les niveaux faibles, un amplificateur peut être prévu.

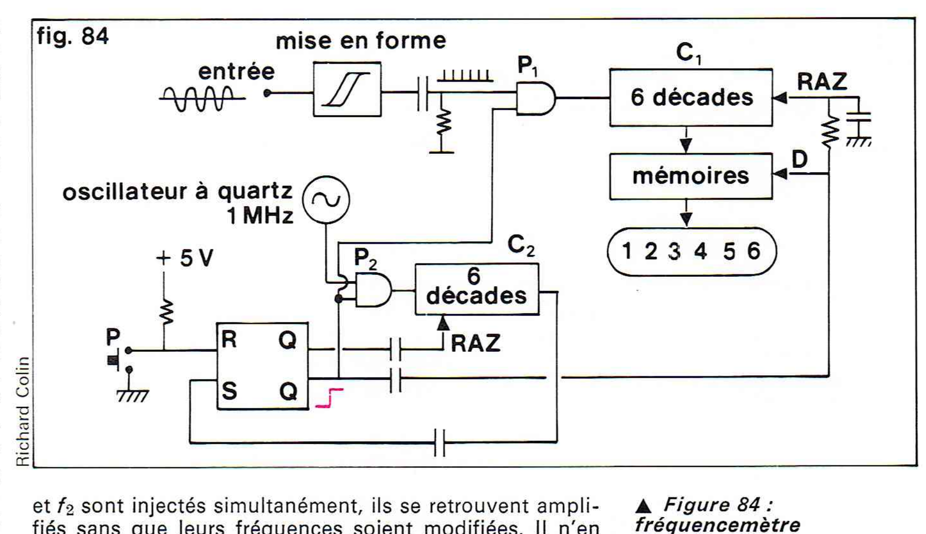
— Un *compteur numérique,* toujours DCB, associé à des systèmes d'affichage et de mémoire identiques à ceux que nous avons rencontrés à propos des voltmètres digitaux.

— Une *horloge* destinée à fournir des signaux de commande dont la largeur est exactement 1 ou 0,1 seconde. C'est sur la précision de cette horloge que repose celle de l'appareil complet. Le plus souvent, on fait appel à un oscillateur à quartz de haute stabilité de fréquence. Lorsqu'une précision de quelques % suffit, on peut fabriquer des créneaux de 1 seconde en divisant par 100 la fréquence du secteur 50 Hz.

La *figure* 84 représente la structure d'un fréquencemètre 10 MHz. Au repos, la sortie $\overline{Q}$ de la bascule RS est au zéro, les portes P_1 et P_2 ne laissent donc passer aucune impulsion. Lorsque l'on presse le poussoir P, le RS bascule, et P_2 et P_1 s'ouvrent. Les impulsions provenant de l'entrée après mise en forme s'accumulent dans le compteur C_1 ainsi que celles issues de l'oscillateur à quartz 1 MHz dans C_2. Au bout de 1 seconde exactement, la millionième impulsion de l'oscillateur fait apparaître une transition négative à la sortie du compteur C_2 qui, transmise à S, ramène la bascule dans son état initial. Les transitions brutales de Q et $\overline{Q}$ remettent le compteur C_2 à zéro, chargent les mémoires qui transmettent aux afficheurs le résultat du comptage et, finalement, replacent C_1 dans l'état 0. Le système s'arrête, le nombre de périodes du signal d'entrée comptées en une seconde, c'est-à-dire sa fréquence, peut être lu directement.

En utilisant pour C_2 5 décades seulement, la durée de comptage aurait été de 0,1 seconde, et le dernier chiffre lu aurait représenté alors des dizaines de hertz.

Lorsqu'une précision aussi grande n'est pas nécessaire, on peut réaliser des fréquencemètres beaucoup plus simples. Si un monostable délivrant des tops de largeur τ et d'amplitude a est relancé f_0 fois par seconde (avec $f_0 < 1/\tau$), la valeur moyenne de son signal de sortie est : $\overline{V} = af_0\tau$, c'est-à-dire proportionnelle à la fréquence. Un simple voltmètre à aiguille branché sur cette sortie affiche directement f_0. C'est sur ce principe que sont construits les compte-tours d'automobile, les impulsions qui déclenchent le monostable étant prélevées sur le rupteur.



▲ *Figure 84 : fréquencemètre numérique.*

L'analyseur de spectre

Nous avons vu au début de cet exposé comment tout signal variable pouvait être considéré comme la somme d'un nombre fini ou infini de sinusoïdes, l'amplitude complexe de la composante de pulsation ω étant notée $F(j\omega)$. Ainsi un signal $V(t)$ peut être décrit parfaitement, aussi bien par sa valeur à chaque instant que l'on peut suivre sur un oscilloscope, que par son spectre $F(j\omega)$. **L'analyseur de spectre** est un appareil qui visualise directement sur un écran la courbe $|F(j\omega)|^2$ qui représente, comme on l'a vu, la répartition de puissance du signal. En quelque sorte, l'analyseur de spectre joue dans le domaine des fréquences un rôle analogue à celui qui est rempli par l'oscilloscope dans le domaine temps. La faible diffusion de cet appareil est essentiellement due à des raisons économiques; le moindre analyseur de spectre vaut en effet le prix de dix oscilloscopes simples.

Pour réaliser un tel appareil, il faut être capable d'isoler, grâce à un filtre sélectif, parmi toutes les composantes d'un signal, celles qui sont comprises dans une tranche très exacte de fréquence Δf, et de mesurer la puissance transportée correspondante. La largeur Δf est appelée *résolution de l'analyseur.* Le spectre entier sera tracé en déplaçant la fréquence centrale du filtre. Un analyseur de spectre doit donc être constitué par un filtre d'entrée très étroit suivi d'un amplificateur dont la puissance de sortie est lue par un voltmètre efficace. En pratique, la réalisation sous cette forme est impossible, car l'on ne peut pas construire directement un filtre accordé sur une fréquence variable dans une très large gamme de fréquences et ayant seulement quelques hertz de largeur de bande. On résoudra le problème en faisant appel au principe du changement de fréquence que nous allons exposer rapidement et qui va nous permettre de n'utiliser qu'un filtre à fréquence fixe, donc bien plus facile à faire. Avec des quartz, on sait, par exemple, construire un filtre ayant 1 MHz de fréquence centrale et moins de 10 Hz de largeur.

Changement de fréquence

Dans un système linéaire, la grandeur de sortie est fonction de l'entrée; si deux signaux de fréquence f_1 et f_2 sont injectés simultanément, ils se retrouvent amplifiés sans que leurs fréquences soient modifiées. Il n'en est plus de même si le système n'est pas linéaire : imaginons par exemple un circuit qui délivre une tension de sortie proportionnelle au carré du signal d'entrée $V_S = KV_1^2$. Si la grandeur d'entrée est la somme de deux sinusoïdes

$$V_1 = S_1 + S_2 = a \cos \omega_1 t + b \cos \omega_2 t$$

la sortie a pour valeur

$$V_S = KV_1^2 = (a \cos \omega_1 t + b \cos \omega_2 t)^2$$

c'est-à-dire, en effectuant la multiplication et en appliquant les relations trigonométriques classiques :

$$V_S = \frac{a^2 + b^2}{2} + ab \cos (\omega_1 - \omega_2)\, t + ab \cos (\omega_1 + \omega_2)\, t + \frac{a^2}{2} \cos 2\, \omega_1 t + \frac{b^2}{2} \cos 2\, \omega_2 t$$

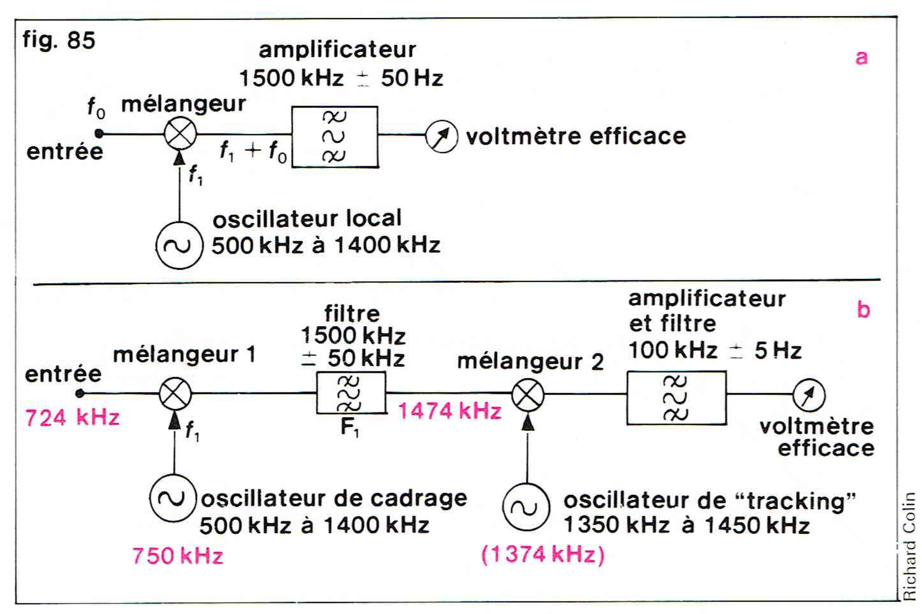
Ce signal a un spectre contenant un terme à *fréquence zéro* $\frac{(a^2 + b^2)}{2}$, des termes à *fréquences somme et différence* $(\omega_1 - \omega_2)$ et $(\omega_1 + \omega_2)$ et de *fréquence double* $2\,\omega_1$ et $2\,\omega_2$. Les fréquences $(\omega_1 - \omega_2)$ et $(\omega_1 + \omega_2)$ sont dites *fréquences de battement* entre les fréquences d'entrées. Dans le cas le plus général, la non-linéarité d'un système ne peut pas être décrite par un seul terme quadratique KV_1^2, la relation entre entrée et sortie est plutôt de la forme :

$$V_S = GV_1 + K_2V_1^2 + K_3V_1^3 + K_4V_1^4 + ...$$

les coefficients K_2, K_3, K_4, etc., devenant de plus en plus petits quand leur ordre augmente. Si on utilise cette relation avec la valeur précédente de V_1 on constate que

▼ *Analyseur de spectre et synthétiseur de fréquences.*





Richard Colin

▲ ***Figure 85 :***
a) principe de l'analyseur de spectre à un changement de fréquence ;
b) analyseur de spectre à haute résolution à deux changements de fréquence.

le spectre de V_S contient de très nombreux termes de fréquences ($m\omega_1 \pm n\omega_2$), m et n étant des nombres entiers éventuellement nuls.

Parmi toutes ces fréquences, il est facile, en utilisant un filtre convenable, d'en isoler une, par exemple le battement soustractif ($\omega_1 - \omega_2$), dont l'amplitude est proportionnelle au produit des amplitudes de S_1 et S_2. Si S_2 est un signal parfaitement constant, les variations de l'amplitude du battement reproduiront celles de S_1 seul ; ainsi le battement, bien que de fréquence différente, apporte autant d'informations sur S_1 que ce dernier lui-même.

Dans ces conditions, si l'on désire étudier les composantes d'un signal, comprises dans un intervalle $f + \Delta f$, avec un filtre de largeur Δf mais de fréquence centrale f_0, il suffit d'appliquer simultanément à un système non linéaire que l'on appelle *mélangeur* le signal à étudier et une sinusoïde de fréquence f_1 telle que $f \pm f_1 = f_0$; le battement entre les deux sera sélectionné par le filtre, toutes les autres fréquences créées simultanément étant éliminées.

La *figure* 85a montre le principe d'un analyseur de spectre ayant une résolution de 100 Hz capable de traiter les signaux d'entrée entre 100 kHz et 1 MHz. Il comprend un oscillateur local dont la fréquence peut être ajustée à volonté de 500 kHz à 1 400 kHz, dont le signal est appliqué à un mélangeur recevant d'autre part la tension d'entrée à analyser. Le résultat du mélange est transmis à l'entrée d'un amplificateur accordé sur 1 500 kHz dont la largeur de bande est (grâce à des filtres à quartz) de 100 Hz seulement. Après amplification, l'énergie recueillie est envoyée sur un voltmètre efficace, par exemple un voltmètre thermique. Si f_1 est à un instant donné la fréquence de l'oscillateur local, l'amplificateur sélectionne parmi toutes les fréquences délivrées par le mélangeur celles qui sont contenues dans une bande de 100 Hz autour de 1 500 kHz et qui proviennent des composantes du signal d'entrée contenues dans la bande 1 500 kHz — $f_1 \pm 50$ Hz. En modifiant f_1 on analyse ainsi toute la gamme imposée. En pratique, f_1 varie périodiquement de 500 à 1 400 kHz en synchronisme avec le déplacement horizontal du spot d'un oscilloscope recevant sur son amplificateur vertical le signal délivré par le voltmètre efficace. Le spectre se trouve ainsi tracé directement.

Avec ce système, deux composantes écartées de moins de 100 Hz ne peuvent pas être séparées ; on peut y parvenir si l'on renonce à explorer d'un seul coup toute la bande de 100 kHz à 1 MHz. C'est ce qui est fait avec le montage plus évolué représenté sur la *figure* 85b. Grâce à l'oscillateur de cadrage, on effectue un premier changement de fréquence amenant la zone de fréquence intéressante, dont la largeur est limitée à 100 kHz, autour de 1 500 kHz. A la sortie du filtre F_1 le signal a un spectre limité à la bande 1 500 kHz ± 50 kHz, il est ramené par un second changement de fréquence autour de 100 kHz où il est amplifié par un circuit ayant seulement 10 Hz de largeur de bande avant d'attaquer le voltmètre efficace de sortie. Ainsi, comme le montre la *figure* 85b (en rouge), si le deuxième oscillateur (que l'on appelle *oscillateur de tracking*, car c'est lui qui permet de balayer la plage de 100 kHz sélectionnée par l'oscillateur de cadrage) est réglé sur 1 374 kHz et le premier sur 750 kHz, l'énergie qui fait dévier le galvanomètre provient des composantes du signal d'entrée comprises entre 723 995 et 724 005 Hz. C'est la limitation des possibilités des filtres de sortie qui impose un compromis entre finesse d'analyse et largeur de bande analysée.

L'amplitude détectée par le voltmètre peut, pendant une analyse, varier considérablement entre une fréquence et une autre. On appelle *dynamique de l'analyseur* l'écart relatif entre le plus faible niveau et le plus fort qui peuvent être mesurés sans erreur. 70 décibels (soit un rapport 30 000 en tension) est une valeur courante, les analyseurs les plus performants actuellement dépassant 120 décibels (rapport 10^6). Un tel écart entre les niveaux ne peut évidemment pas être visualisé sur un écran, si l'ordonnée du spot est simplement proportionnelle au signal. Pour résoudre cette difficulté, on utilise des amplificateurs de sortie logarithmiques qui fournissent directement une déviation en décibels.

Les synthétiseurs de fréquence

Ce ne sont pas à proprement parler des appareils de mesure, mais ils peuvent être utilisés pour effectuer des mesures très précises, et il nous a semblé que leur description avait sa place ici. Un **synthétiseur de fréquence** est un générateur fournissant un signal dont la fréquence est construite à partir de celle d'un oscillateur de haute stabilité, à quartz le plus souvent. Cette « synthèse » de fréquence est effectuée par des moyens numériques, et il est possible d'obtenir hertz par hertz la fréquence désirée. Il y a plusieurs procédés de synthèse, nous en décrirons un seul qui est très utilisé et permet d'obtenir les meilleures performances.

L'organe de base d'un synthétiseur est un *oscillateur* dont la fréquence f_1 est pilotée par une tension (V. C. O. ou Voltage Control Oscillator). Ce peut être un oscillateur LC dont une partie de la capacité est constituée par la capacité d'une jonction PN polarisée en sens inverse (Varicap). En agissant sur la tension de polarisation continue de cette diode, on modifie sa capacité, donc la condition d'oscillation du système. Un autre oscillateur à fréquence fixe f_0 sert d'étalon, c'est le *pilote* du synthétiseur. Les signaux de ces deux circuits sont appliqués à deux diviseurs digitaux dont les taux de division sont respectivement N pour F_1 et D pour F_0. A la sortie, grâce à des circuits de mise en forme, les signaux sont transformés en deux sinusoïdes de fréquences f_1/N et f_0/D, soit :

$$x_1 = A \cos \frac{2\pi f_1}{N} t \quad \text{et} \quad x_2 = B \cos \left(\frac{2\pi f_0}{D} t + \varphi\right)$$

Ces sinusoïdes attaquent un *mélangeur* qui est un élément non linéaire, que nous assimilerons à un multiplieur ; sa tension de sortie est donc :

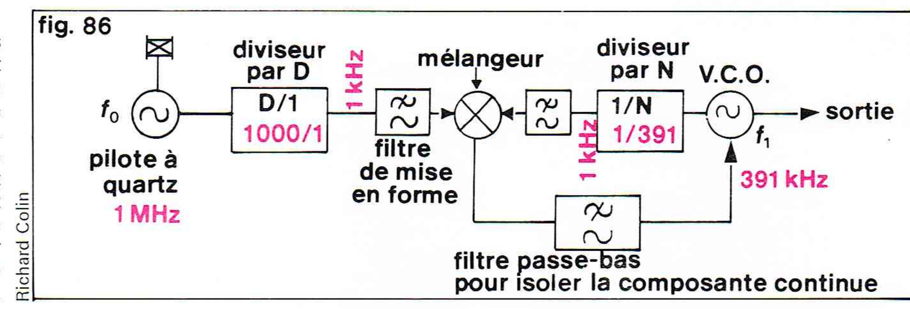
$$V_S = x_1 x_2 = AB \cos \frac{2\pi f_1}{N} t \cos \left(\frac{2\pi f_0}{D} t + \varphi\right)$$

$$V_S = \frac{AB}{2} \cos \left[2\pi \left(\frac{f_1}{N} - \frac{f_0}{D}\right) t - \varphi\right] + \cos \left[2\pi \left(\frac{f_1}{N} + \frac{f_0}{D}\right) t + \varphi\right]$$

Si $\frac{f_1}{N} = \frac{f_0}{D}$, le premier terme se réduit à une tension continue $\frac{AB}{2} \cos \varphi$ qui dépend de la phase entre les deux sinusoïdes. Examinons alors le montage représenté sur la *figure* 86 pour lequel nous supposerons que l'égalité précédente est réalisée ; de plus, les deux sinusoïdes étant en quadrature, alors $\cos \varphi = 0$, et la tension continue de sortie du mélangeur est nulle ; le V. C. O. oscille sur $f_1 = \frac{N}{D} f_0$. Si, pour une raison extérieure quelconque, la fréquence du V. C. O. augmente très légèrement, la sinusoïde $\frac{f_1}{N}$ prend de l'avance sur celle issue

du pilote, et la phase φ augmente. Dans une représentation par les vecteurs de Fresnel, cela veut dire que les deux vecteurs représentant les deux signaux qui attaquent le mélangeur voient leur écart angulaire augmenter, la vitesse de rotation de l'un devenant supérieure à celle de l'autre. Une tension continue, par exemple négative, apparaît à la sortie du mélangeur, elle agit sur l'entrée de commande du V. C. O. et, si le sens des connexions est convenable, ramène f_1 à sa valeur initiale. Le système est ainsi automatiquement régulé. Le V. C. O. est piloté de façon que les deux fréquences appliquées au mélangeur restent égales. On a réalisé ce que l'on appelle une boucle d'asservissement de phase (P. L. L. = Phase Lock Loop en anglais). Si le pilote oscille à une fréquence « ronde », 1 MHz par exemple, il est commode de prendre pour D une puissance de 10, par exemple 1 000 ; alors, en fonction du taux de division N, la fréquence du V. C. O. s'écrit $f_1 = \frac{N}{1\,000}$ MHz. Si le taux de division est 391 (en rouge sur la figure), l'oscillateur pilote f_1 travaille à 391 kHz exactement. Il suffit, avec des bascules JK connectées convenablement, de réaliser un diviseur à taux de division ajustable de 1 à 999 pour obtenir ainsi toutes les fréquences, de kilohertz en kilohertz, de 1 à 999 kHz, ayant toutes une stabilité qui est celle du quartz.

On remarquera que, pour avoir une définition de 1 hertz, il faut diviser f_0 par 10^6 et effectuer la comparaison de phase au niveau du mélangeur à 1 hertz, ce qui est peu pratique. Pour cette raison, les synthétiseurs sont plus complexes, plusieurs changements de fréquence étant en général effectués de façon à augmenter la fréquence de travail du mélangeur et aussi à diminuer le taux de division nécessaire. En télécommunications, où les émetteurs doivent fonctionner à toute une série de fréquences parfaitement définies, les synthétiseurs remplacent de plus en plus les collections de quartz interchangeables utilisées jusqu'alors.



▲ *Figure 86 : principe du synthétiseur à boucle d'asservissement de phase.*

Les corrélateurs

On rencontre très souvent en physique des signaux qui, tout en étant différents, ne sont pas totalement indépendants l'un de l'autre. La connaissance de l'un en un instant donné donne un renseignement souvent de nature statistique sur la valeur que prendra l'autre un peu plus tard.

On constate par exemple que les courbes représentant en fonction du temps deux phénomènes aussi différents que la criminalité et l'activité solaire ont des airs de ressemblance. La criminalité est plus élevée pendant les années où le Soleil est très actif. On dit qu'il y a une corrélation entre la criminalité et l'activité solaire. On a cherché à chiffrer cette corrélation ; sa meilleure mesure est la valeur moyenne prise par le produit des deux grandeurs prélevées à deux instants écartés d'une durée τ. Soit $C_{xy}(\tau) = \overline{x(t)\,y(t-\tau)}$, la barre supérieure indiquant l'opération de moyennage. Si x et y n'ont aucun rapport entre elles, les variables $x(t)$ et $y(t-\tau)$ prennent toutes les valeurs possibles positives ou négatives, et la moyenne du produit est nulle ; par contre, si x et y ont une légère tendance à avoir le même signe, la moyenne du produit sera positive. Une moyenne pouvant être calculée par une intégrale, on écrira aussi :

$$C_{xy}(\tau) = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,y(t-\tau)\,dt$$

c'est une grandeur qui ne dépend que de l'intervalle de temps τ qui s'écoule entre les deux prises d'échantillon.

Une définition du même genre peut être introduite pour un signal unique ; le produit est alors celui de deux valeurs de la même fonction prélevées en deux instants écartés de τ. La fonction obtenue est appelée *fonction d'autocorrélation :*

$$C_{xx}(\tau) = \overline{x(t)\,x(t-\tau)} = \lim_{T\to\infty} \frac{1}{T}\int_0^T x(t)\,x(t-\tau)\,dt$$

Dans ce cas particulier, on peut sentir intuitivement qu'il existe une relation entre la fonction d'autocorrélation et le spectre d'un signal. Si en effet le signal a un spectre limité aux fréquences basses, ses variations sont lentes puisqu'il n'existe parmi ses composantes de fréquence aucune sinusoïde rapide. Si sa valeur à un instant donné est connue, celle un instant très court plus tard est nécessairement peu différente. Cela veut dire que les valeurs de la fonction prises à deux instants voisins sont fortement correlées. Par contre, si les deux échantillons sont éloignés l'un de l'autre, on ne peut plus rien en dire si l'on ne connaît pas l'expression mathématique du signal. De façon générale, la fonction d'autocorrélation doit donc tendre vers zéro lorsque τ augmente, et ceci d'autant plus vite que le spectre du signal considéré est plus large.

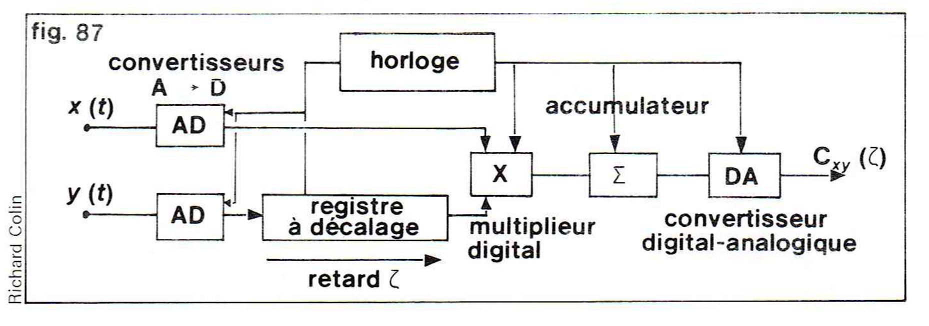
La détermination de ces fonctions de corrélation ou d'autocorrélation a permis de développer des méthodes très puissantes lorsque les signaux en jeu sont aléatoires, un bruit par exemple. Ainsi, lorsque l'on cherche à savoir si un bruit ne masque pas un signal dont la fréquence est connue, une corrélation entre ce bruit et une tension ayant exactement la fréquence du signal cherché peut permettre de répondre. En effet, dans l'affirmative, la forme du bruit n'est pas complètement indépendante de celle du signal d'essai, il existe dans le bruit une périodicité cachée qui apparaît immédiatement sur la fonction de corrélation.

Un **corrélateur électronique** (*fig.* 87) doit assurer les trois fonctions suivantes : retarder l'un des signaux d'une quantité contrôlable, faire le produit de ce signal retardé avec le second signal, et enfin faire la moyenne du résultat. Aucune de ces opérations n'est simple.

— Il est d'abord très difficile de retarder un signal d'une durée appréciable. Un retard obtenu par un trajet dans un câble ne peut guère excéder quelques microsecondes. Des lignes à retards ultrasonores (dans lesquelles le signal est d'abord converti en ondes sonores que l'on envoie ensuite se propager dans un milieu convenable avant de les transformer en tensions grâce à un transducteur récepteur) ont été construites pour des retards de 15 à 20 μs (télévision en couleurs), mais elles ont des pertes et sont difficilement utilisables dans un corrélateur. Pour les retards très longs, on peut utiliser une bande magnétique sur laquelle le signal est enregistré par une première tête et lu quelques centimètres ou décimètres plus loin par une seconde. Entre quelques microsecondes et quelques millisecondes, la méthode digitale est la meilleure, le signal à retarder est d'abord échantillonné, c'est-à-dire qu'on le mesure à une série d'instants également espacés dans le temps. Ces valeurs successives sont digitalisées dans un convertisseur A → D, et la suite de 0 et de 1 obtenue envoyée dans un registre à décalage. Sur commande des impulsions d'horloge, ces digits progressent dans le registre, et on peut en disposer avec un retard quelconque en les prélevant au niveau d'une cellule plus ou moins éloignée de l'entrée.

— Le produit qui est la seconde opération peut être effectué par un circuit multiplieur analogique si les deux signaux sont sous forme de tension fonction du temps (ce qui est le cas lorsque le retard a été obtenu par une ligne à retard). Si une digitalisation a été pratiquée pour

▼ *Figure 87 : schéma d'un corrélateur (1 canal).*



le retard, il est plus simple et plus précis de faire appel à un multiplieur digital.

— Il reste la moyenne qui peut être assurée par un amplificateur opérationnel ou un simple totalisateur numérique dans lequel on ajoute les produits successifs.

Toutes ces opérations doivent être refaites pour chaque nouvelle valeur du retard τ. La miniaturisation des circuits a permis de réaliser des corrélateurs à temps réel dans lesquels N systèmes complets en parallèle calculent simultanément les valeurs de la fonction de corrélation pour N retards différents.

L'opto-électronique

On qualifie d'opto-électronique tout montage dans lequel une liaison électrique est remplacée par une liaison optique, ou encore dans lequel une grandeur physique est transformée en signal optique susceptible d'être ensuite traité par un circuit électrique. Les premières observations dans ce domaine sont très anciennes. Déjà, en 1873, W. Smith remarqua que la résistance du silicium diminue lorsqu'on l'éclaire, et, en 1887, Hertz mit en évidence le premier l'effet photo-électrique en étudiant son éclateur-résonateur. Ce sont les travaux de physiciens comme Planck et Einstein qui ont permis de comprendre la physique de ces phénomènes. Les expériences de diffraction ont conduit les chercheurs à considérer la lumière comme une onde électromagnétique au même titre que les ondes radio-électriques utilisées en radiodiffusion. L'état lumineux en un point dépend d'un champ électrique et d'un champ magnétique perpendiculaires entre eux et à la direction du rayon considéré. Ces champs sont en phase et varient sinusoïdalement avec une fréquence qui varie de $428 \cdot 10^{12}$ Hz (lumière rouge) à $750 \cdot 10^{12}$ Hz (lumière violette). Cet ensemble est associé à une énergie qui se propage dans le vide avec une vitesse qui est une constante universelle $c = 299\,792\,500$ m/s. La longueur d'onde du rayonnement qui est la distance parcourue pendant une période est une grandeur souvent utilisée, elle varie de 0,4 μm (violet) à 0,7 μm (rouge). La lumière blanche habituelle est un mélange complexe de rayonnements de toutes les longueurs d'onde possibles. On distingue dans le « spectre solaire » le bleu de 0,4 à 0,5 μm, le vert de 0,5 à 0,6 μm et le rouge de 0,6 à 0,7 μm; en dessous de 0,4 μm le rayonnement est invisible, c'est l'ultraviolet; au-dessus de 0,7 μm, c'est l'infrarouge. Pour expliquer l'effet photo-électrique, il a fallu de plus considérer que la lumière se comportait également comme étant formée de particules sans masse transportant une énergie hf, où h est la constante de Planck ($6{,}625 \cdot 10^{-34}$ joule · seconde), f la fréquence de rayonnement considérée. Pour bien comprendre les termes utilisés dans les articles parlant d'opto-électronique, il faut avoir à l'esprit la définition des différentes unités utilisées qui ont été introduites dans le paragraphe « optique » de cette revue. Le *flux lumineux* qui est une énergie que l'on exprime en watts ou en lumens, la *densité de flux* qui s'exprime en lux = 1 lumen par m²; la candela, qui caractérise une source dans une direction donnée, est une énergie par unité d'angle solide : 1 lumen par stéradian. Pour une source étendue, on définit la *brillance* ou *luminance*, qui s'exprime en candelas par mètre carré.

Les sources lumineuses

On utilise rarement les **lampes d'incandescence,** car il est très difficile de faire varier rapidement leur luminance, et leur rendement lumineux exprimé en lumens par watt électrique consommé est très mauvais.

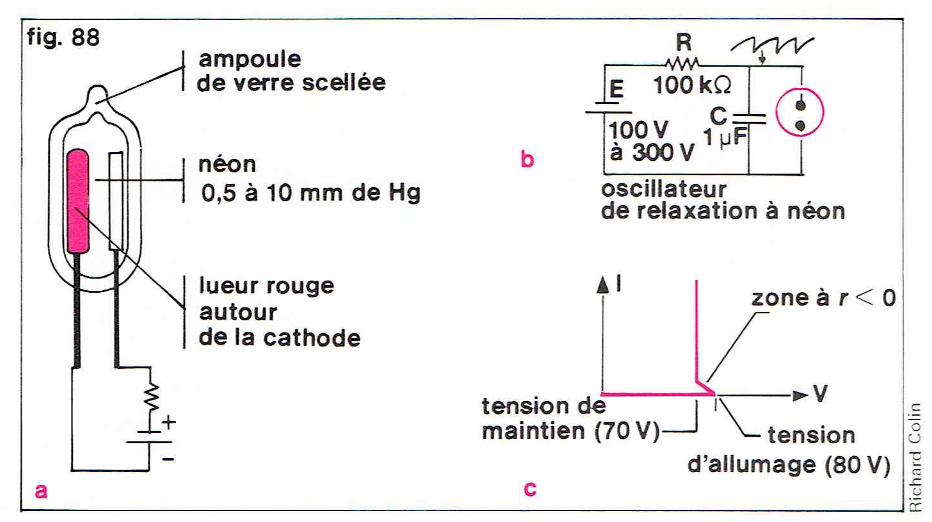
Les **tubes à lueurs,** dont le plus connu est le **tube à néon** (*fig.* 88a) constitué par une ampoule de verre étanche contenant du néon sous basse pression et où sont disposées deux électrodes, sont déjà plus intéressants. Si une tension électrique qui est de l'ordre de 80 volts est appliquée entre ces électrodes, une décharge s'établit et une gaine lumineuse rouge apparaît autour de la cathode. Ce tube est un dipôle ayant une caractéristique présentant une zone à résistance négative qui peut être utilisée pour réaliser un **oscillateur de relaxation** (*fig.* 88b) dont le fonctionnement est tout à fait analogue à celui de l'oscillateur à U. J. T., la capacité C se déchargeant dans le néon, qui émet un éclair, lorsque la tension à ses bornes atteint le seuil d'allumage (*fig.* 88*c*). On a vu comment, en utilisant des cathodes en fil fin, on pouvait réaliser sur ce principe les afficheurs utilisés dans certains appareils numériques.

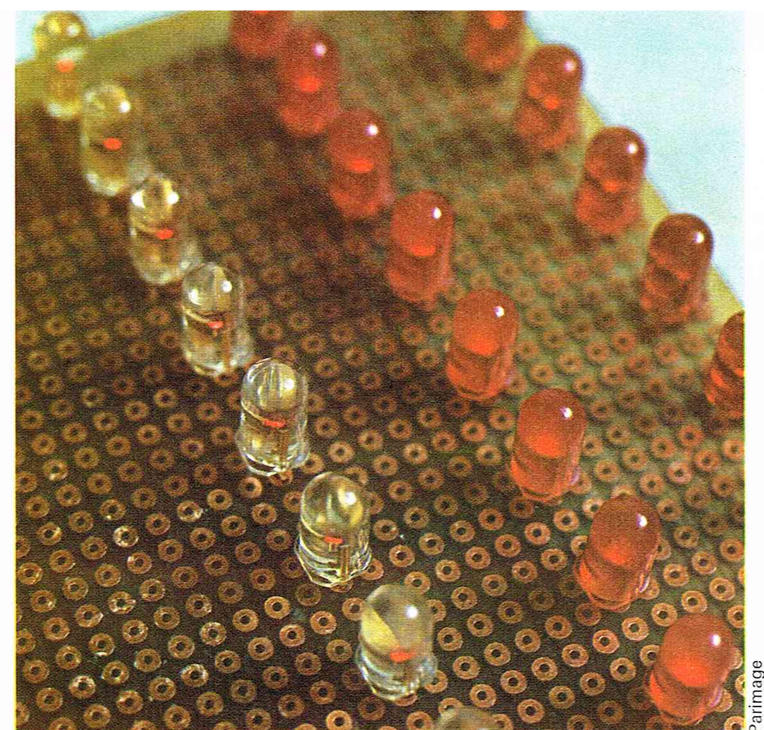
Les éléments les plus utilisés actuellement sont les **diodes photo-émissives** et les **diodes lasers.** On sait depuis une vingtaine d'années déjà que, si l'on injecte un courant dans le sens direct dans une jonction PN, une partie de l'énergie peut être dissipée sous forme lumineuse. La longueur d'onde de la lumière, c'est-à-dire l'énergie hf des photons émis, est fonction du type de matériau utilisé, en particulier de la largeur de la bande interdite (gap). Une faible partie seulement de l'énergie injectée se retrouve sous forme lumineuse, et les recherches effectuées dans ce domaine ont eu essentiellement pour but d'augmenter ce rendement. Les premières diodes électroluminescentes fonctionnaient à basse température et émettaient surtout du rayonnement infrarouge; on sait actuellement fabriquer des éléments fournissant une lumière rouge, jaune et même verte, le bleu est sans doute pour bientôt. Par rapport aux lampes à incandescence, les diodes électroluminescentes ont de nombreux avantages et remplacent de plus en plus les premières comme petits voyants de panneau sur les appareils électroniques. Elles ont une durée de vie très importante et une réponse très rapide; certaines diodes au silicium émettent une lumière presque blanche et présentent un temps de réponse de l'ordre de la nanoseconde (10^{-9} s). L'intensité de la lumière émise est d'autre part une fonction presque linéaire du courant qui traverse la jonction. Du point de vue électrique, il s'agit d'une diode ordinaire, la chute de tension dans le sens direct étant de l'ordre de 1 à 2 volts (cela dépend du matériau). Il est moins connu que la diode électroluminescente est réversible; éclairée par le rayonnement d'une autre diode, elle délivre une tension électrique, jouant ainsi le rôle de photopile, de très mauvais rendement cependant. Pratiquement, ces composants sont encapsulés sous divers boîtiers, métalliques avec une petite loupe de focalisation d'entrée ou, de plus en plus, plastiques.

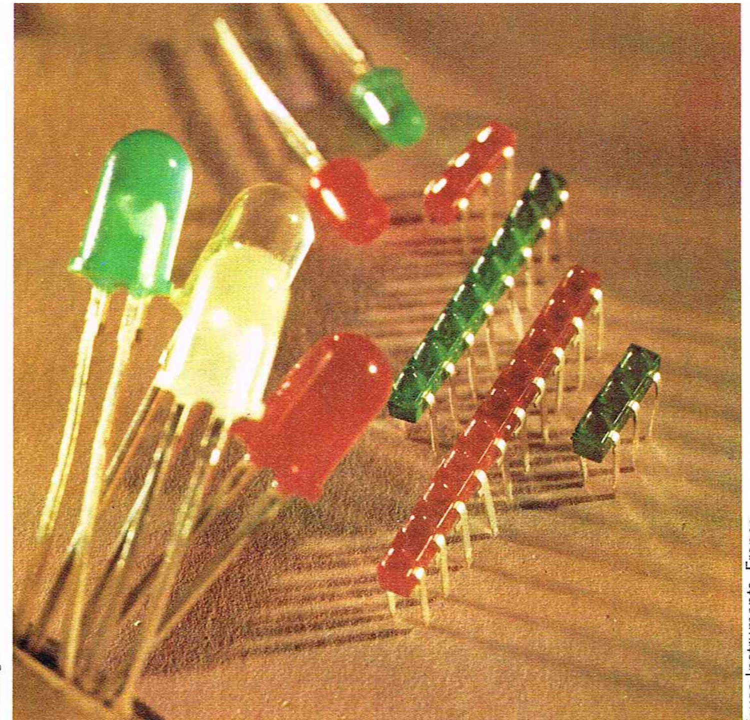
Lorsque le courant traversant certaines diodes électroluminescentes augmente, on constate que la puissance lumineuse émise cesse brusquement de croître linéairement pour être multipliée brutalement par un facteur 10 à 100. Il s'agit d'une *émission laser*, le rayonnement émis devenant brutalement cohérent (*fig.* 89). Ceci n'est possible que si la géométrie de la diode permet l'établissement d'un pompage optique analogue à celui qui est utilisé dans les lasers classiques. Par suite de la forte valeur de courant à laquelle apparaît ce phénomène, on considérait jusqu'à une date très récente comme impossible de faire fonctionner des *diodes lasers* à la température ambiante. Depuis peu, des diodes à l'arséniure de gallium émettant dans le proche infrarouge à 300 °K ont été présentées. La génération de lumière par effet laser dans les matériaux semi-conducteurs est encore peu utilisée, mais se développera certainement beaucoup avec l'essor de l'optique intégrée; des effets d'amplification seront également mis à profit.

Certains matériaux soumis à un champ électrique alternatif émettent de la lumière, c'est en particulier le cas

▼ ***Figure 88 :*** ***le tube à néon; caractéristiques et exemple d'emploi (générateur d'éclairs).***




Parimage


Texas Instruments, France

▲ *A gauche, test de longévité de diodes électroluminescentes (Radiotechnique de Caen). A droite, diodes électroluminescentes visibles : éléments simples et barrettes (***TIL** *261 -* **TIL** *270 et* **TIL** *271 -* **TIL** *280).*

pour le sulfure de zinc contenant certaines impuretés. Sur ce principe sont construites les **cellules électroluminescentes.** Elles ont la structure d'un condensateur dont l'une des armatures est transparente pour laisser sortir le rayonnement, et le diélectrique est constitué par le matériau actif. Le rendement augmente avec la tension appliquée, et les cellules disponibles sont destinées à fonctionner entre 100 et 400 volts (secteur) ; de plus, il augmente beaucoup avec la fréquence, la couleur de la lumière étant d'ailleurs de plus courte longueur d'onde aux fréquences d'excitation élevées. Ces cellules sont essentiellement utilisées dans les systèmes de signalisation ou parfois comme sources lumineuses faibles (lampes pour l'éclairage d'un laboratoire photographique).

Pour être complet, il faut citer également comme sources lumineuses les tubes fluorescents et le spot sur un tube cathodique.

Les détecteurs de lumière

Chaque photon d'un rayonnement de fréquence f transporte une énergie hf qui, comme nous l'apprend la mécanique quantique, ne peut pas être fractionnée ; elle est non absorbée ou utilisée en entier. Si un électron situé au voisinage de la surface d'un métal « heurte » le photon, il peut être arraché au solide si le travail d'extraction est inférieur à l'énergie totale disponible hf, l'excédent d'énergie se retrouvant éventuellement sous forme cinétique :

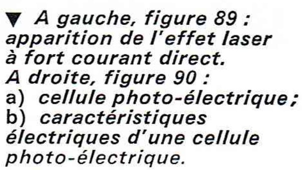
$$\text{énergie incidente } hf = \text{travail d'extraction } h\nu_0 + \text{énergie cinétique } \frac{1}{2} mV^2$$

Il existe donc une longueur d'onde minimale au-dessus de laquelle un rayonnement ne peut plus arracher d'électrons à un métal donné. Avec des métaux purs, cette fréquence limite se situe dans le proche ultraviolet.

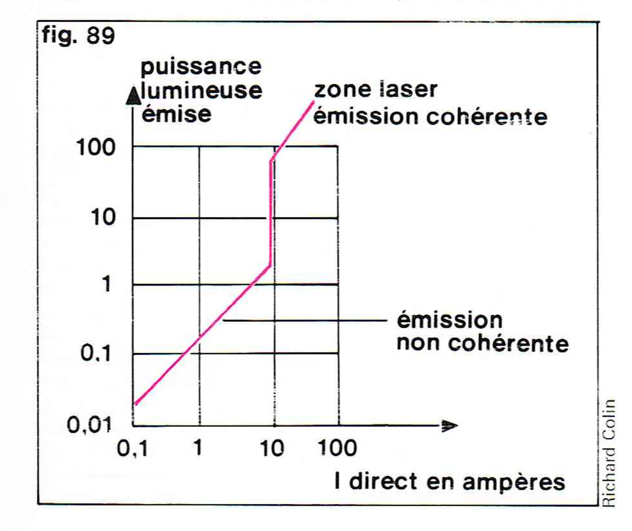
La cellule photo-électrique et le photomultiplicateur

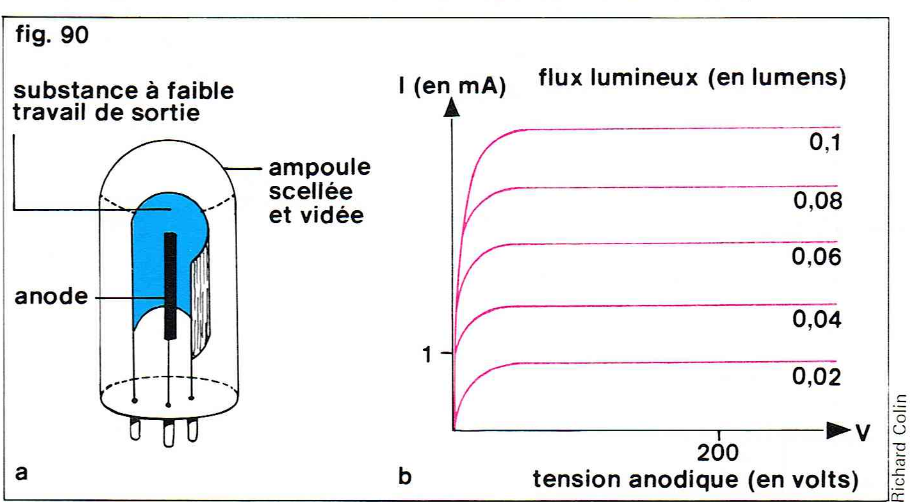
Les électrons arrachés à un métal par effet photo-électrique peuvent être utilisés directement si l'on place au voisinage de la surface photo-émissive une anode collectrice, l'ensemble étant enfermé dans une enceinte où règne un vide poussé. C'est le principe de la **cellule photo-électrique** (*fig.* 90) qui est en quelque sorte une diode dans laquelle l'effet thermo-électronique est remplacé par un effet photo-électrique. Pour chaque type de matériau constituant la cathode, il existe une longueur d'onde limite ; en utilisant des substances à très faible travail de sortie comme les alliages césium-antimoine ou césium-oxyde d'argent, cette limite a pu être repoussée dans le proche infrarouge. Le courant recueilli par l'anode dépend très peu de la tension anodique, car la zone de charge d'espace régnant autour de la cathode d'une diode chauffée est ici presque inexistante. Une des caractéristiques électroniques intéressante est le *courant d'obscurité* qui est, bien sûr, d'autant plus élevé que le travail de sortie est plus faible, donc la sensibilité vers le rouge plus étendue ; 10^{-13} à 10^{-14} ampère pour une cathode type S 4 (Sb-Cs) ayant un maximum de sensibilité dans le bleu (0,4 μm), 100 fois plus pour le type S 1 (AgO-Cs), pour lequel le maximum est à 0,8 μm.

En fonction du flux lumineux reçu, la photocellule a une réponse presque parfaitement linéaire, ce qui la rend précieuse pour les mesures de flux ; elle est par contre peu sensible, typiquement 30 à 100 μA par lumen, ce qui correspond à un rendement quantique de 10 à 15 %, c'est-à-dire qu'un photon sur 7 à 10 seulement fournit un photo-électron utilisable. Pour augmenter cette sensibilité, on introduit parfois un gaz dans l'ampoule : sous forte tension d'accélération, les photo-électrons peuvent arracher des électrons aux molécules du gaz, ce qui augmente les charges disponibles ; malheureusement, la linéarité devient très mauvaise, et on ne peut utiliser ces



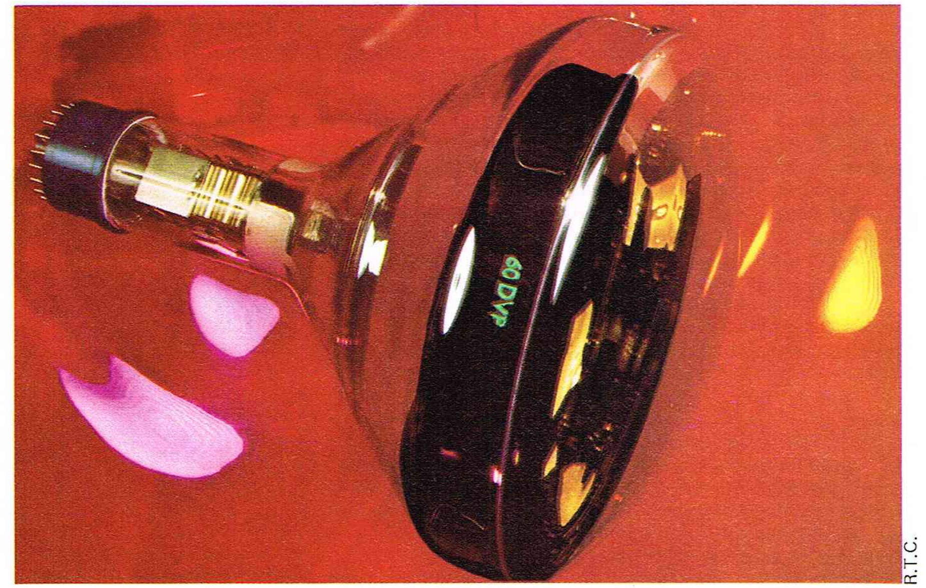
▼ *A gauche, figure 89 : apparition de l'effet laser à fort courant direct. A droite, figure 90 :*
a) cellule photo-électrique ;
b) caractéristiques électriques d'une cellule photo-électrique.



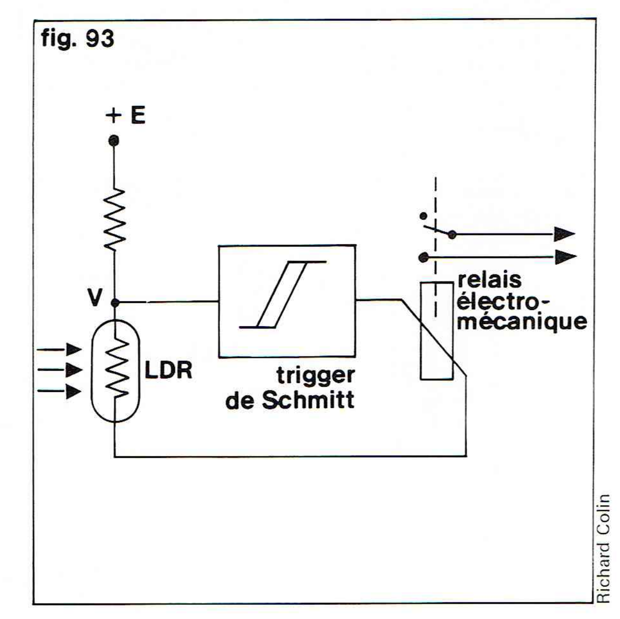


▶ *Figure 91 : principe d'un tube photomultiplicateur (pour éviter que la sortie ne soit portée à un potentiel élevé, on alimente souvent la photocathode en tension négative — E).*

▼ *Le photomultiplicateur est un détecteur très linéaire remarquablement sensible et, de plus, à réponse très rapide.*



R.T.C.



▶ *Figure 93 : principe d'un interrupteur crépusculaire à photorésistance* (**LDR** : *Light Dependant Resistance*). *A l'obscurité, le potentiel* V *est élevé et déclenche le trigger.*

dispositifs qu'en tout ou rien. Il est beaucoup plus intéressant de faire appel à un phénomène qui était très gênant dans les tubes à vide, l'*émission secondaire*. Si les photo-électrons émis par la photocathode sont accélérés suffisamment et projetés contre une plaque métallique, ils peuvent y arracher plusieurs électrons qui, à leur tour, peuvent être accélérés et frapper une seconde paroi, et ainsi de suite avant d'être captés par une anode finale. C'est le principe des **photomultiplicateurs.**

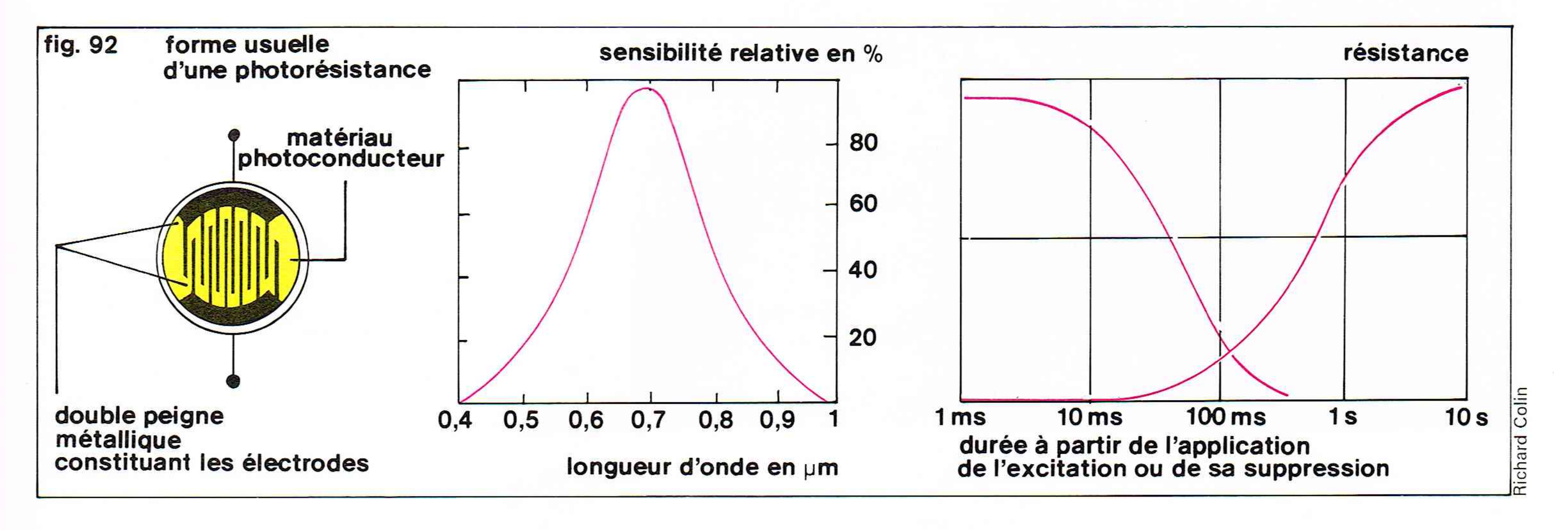
La *figure* 91 représente un tel tube, qui comprend donc une photocathode, 6 à 10 anodes intermédiaires *(dynodes)*, et une anode collectrice. Les dynodes sont alimentées par un pont diviseur placé entre la cathode et l'alimentation; typiquement, la tension entre deux dynodes est d'une centaine de volts. Les photo-électrons issus de la cathode sont accélérés sous la tension V_1 et viennent frapper la dynode D_1 à laquelle ils arrachent plusieurs électrons secondaires qui, accélérés par V_2, viennent frapper D_2 et ainsi de suite. Si a est le nombre moyen d'électrons secondaires arrachés à chaque dynode et n le nombre de ces dynodes, le coefficient de multiplication du tube est $G = a^n$. Les coefficients de multiplication usuels varient de 10^4 à 10^8 avec entre 6 et 10 dynodes. Le gain de sensibilité est donc considérable par rapport à une cellule photo-électrique ordinaire, la sensibilité se chiffrant en dizaines d'ampères par lumen. Naturellement, le courant d'obscurité est multiplié dans le même rapport. L'émission électronique spontanée d'une cathode étant un effet thermique, on la réduit en refroidissant. Pour avoir de très faibles courants de fuite, on fait ainsi travailler certains tubes photomultiplicateurs (PM) dans l'azote liquide (— 195 °C). Il va de soi que le gain dépend beaucoup de la tension d'accélération entre dynodes. Pour une chaîne de résistances d'alimentation des dynodes fixe, il faut retenir que la sensibilité varie proportionnellement au logarithme de la tension d'alimentation, elle double pour une variation d'une centaine de volts. Construit avec soin, le photomultiplicateur est un détecteur très linéaire remarquablement sensible et, de plus, à réponse très rapide; il est pour cette raison très utilisé en instrumentation malgré son prix élevé.

Les détecteurs à l'état solide

Sous l'influence d'un rayonnement lumineux, certains porteurs de charge peuvent être libérés dans un semi-conducteur et contribuer alors à la conduction du matériau; c'est ce qui se passe dans les **photorésistances.** Une cellule photoconductrice ou photorésistance est constituée le plus souvent d'un substrat isolant recouvert par évaporation sous vide d'une mince couche de matériau photosensible sur lequel est déposé un jeu d'électrodes (*fig.* 92). L'ensemble se comporte électriquement comme une résistance pure dont la valeur est fonction de l'éclairement. La variation de résistance peut être considérable et passer par exemple de 20 MΩ dans l'obscurité à quelques ohms en plein soleil.

La réponse spectrale dépend de l'énergie nécessaire pour libérer des charges. Dans le domaine visible, le composé le plus utilisé est le sulfure de cadmium (CdS). Le silicium, le germanium sont sensibles surtout dans l'infrarouge. En refroidissant l'ensemble, on réalise des photorésistances sensibles à des rayonnements atteignant une longueur d'onde de 30 μm.

La résistivité de ces éléments varie en fonction de l'éclairement de façon très linéaire, d'où leur emploi en photographie dans les posemètres; malheureusement, leur réponse est très lente. Les photorésistances au séléniure de cadmium sont plus rapides que les cellules CdS mais ont une résistance d'obscurité plus faible. L'augmentation de conductibilité sous l'influence d'une lumière appliquée brusquement est assez rapide, car cela correspond à une libération de porteurs, mais le retour à l'état de forte résistance est très lent, la recombinaison des porteurs créés peut durer plusieurs secondes; en pratique, on doit retenir que la vitesse est d'autant plus grande que l'éclairement est fort. Cette limitation en fréquence est un handicap certain, car la photorésistance est le seul composant se comportant comme une résistance pure commandée. On peut par exemple réaliser un atténuateur commandé par la lumière en remplaçant l'une des deux résistances d'un pont diviseur par une cellule photoconductrice. L'ensemble peut être commandé par une tension ou un courant si l'éclairage est assuré



▲ *Figure 92 : caractéristiques typiques des photorésistances.*

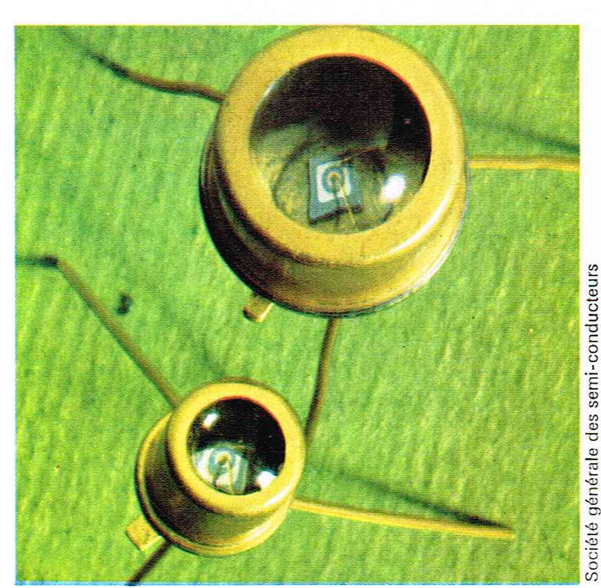
par une ampoule à incandescence ou une diode électroluminescente. Le faible prix et la haute sensibilité, tout à fait comparable à celle d'un photomultiplicateur, font que les photorésistances sont très utilisées à chaque fois qu'une grande vitesse de réponse n'est pas nécessaire; on les rencontre par exemple dans les interrupteurs crépusculaires qui déclenchent l'allumage de l'éclairage urbain à la tombée de la nuit et son extinction le matin. La *figure* 93 donne à titre d'exemple le schéma de principe d'un tel système.

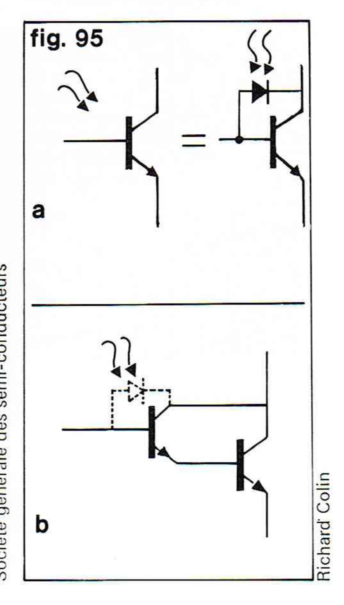
L'effet de la lumière peut également se faire sentir au niveau d'une jonction. Si la zone intrinsèque dans une jonction PN est éclairée par un rayonnement convenable, il y a création de porteurs, c'est-à-dire de paires électrons-trous qui sont séparés immédiatement par le champ interne. Ceci se manifeste macroscopiquement comme une augmentation du courant inverse de la jonction. C'est ce qui se passe avec les **photodiodes** (*fig.* 94a), qui sont construites de façon à favoriser la pénétration de la lumière dans la zone de jonction. Comme tout courant inverse de jonction, le courant électrique d'une photodiode est indépendant de la tension appliquée, comme le montre la *figure* 94b. Grâce à la présence du champ interne, le phénomène est très rapide; certaines photodiodes ont un temps de réponse très inférieur à la nanoseconde. En ce qui concerne la réponse spectrale, elle dépend du matériau utilisé mais s'étend dans le proche infrarouge (*fig.* 94b). Pour augmenter la sensibilité de ces détecteurs, on peut mettre à profit l'effet transistor : la photodiode constitue dans ce cas la jonction base-collecteur d'un transistor. L'ensemble est ce que l'on appelle un **phototransistor.** En utilisant un montage Darlington, on réalise un **photodarlington** (*fig.* 95). La sensibilité à la lumière est ainsi très importante, mais les performances sont limitées par les courants d'obscurité qui augmentent très vite avec la température. On a réalisé de même des phototransistors à effet de champ *(photo fets)* qui présentent l'avantage d'avoir une sensibilité réglable avec la tension grille. Tous ces dispositifs sont plus lents que les photodiodes, et rares sont les phototransistors à fréquence de coupure supérieure au MHz.

Si l'énergie des photons qui atteignent une jonction est supérieure à celle nécessaire pour libérer les porteurs, ces derniers présentent un énergie cinétique :

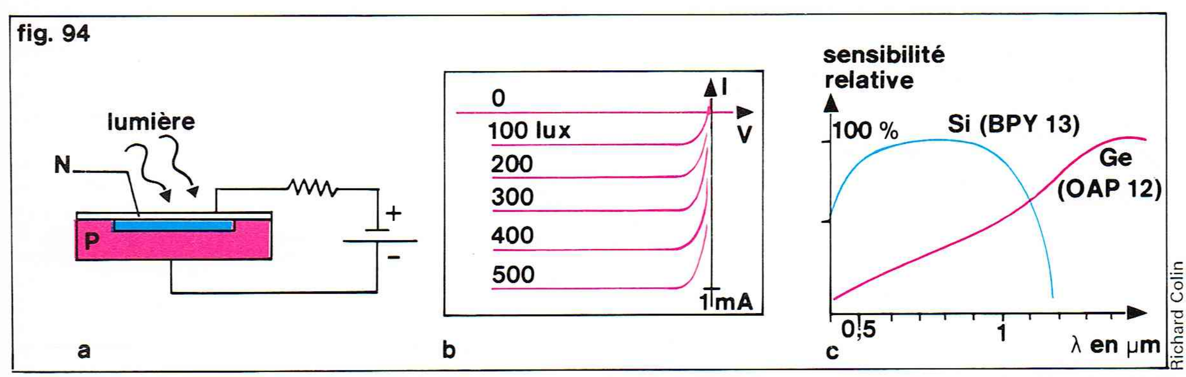
$\frac{1}{2} mV^2 =$ énergie du photon — énergie d'extraction

qui se manifeste sous forme d'une différence de potentiel. La jonction éclairée se comporte comme un générateur, on l'appelle **cellule photovoltaïque.** La tension en circuit ouvert est de l'ordre de 400 mV pour un éclairement de quelques centaines de lux et varie peu au-delà, par contre le courant de court-circuit augmente linéairement avec l'éclairement et dépend de la surface de semi-conducteur utilisée. C'est ce type de composant qui, sous le nom de **pile solaire,** est utilisé pour alimenter les engins spatiaux, et qui équipera peut-être les centrales électriques solaires d'un proche avenir. Le rendement obtenu, c'est-à-dire le rapport entre l'énergie électrique recueillie et l'énergie lumineuse reçue, dépend du matériau et de la technologie; il est de l'ordre de 10 %.

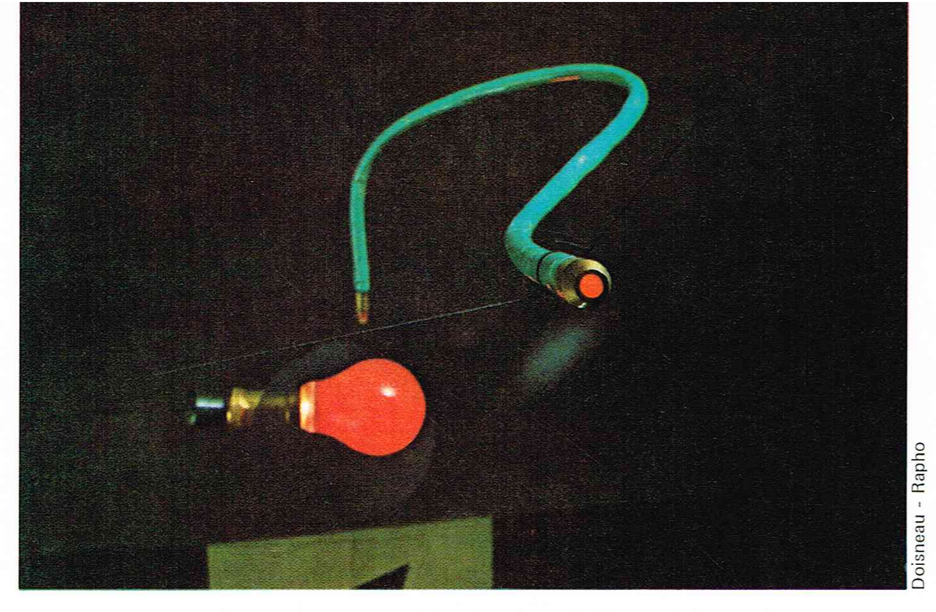




▼ *A gauche, des phototransistors. A droite, figure 95 :*
a) *phototransistor;*
b) *photodarlington.*



◀ *Figure 94; caractéristiques des photodiodes :*
a) *coupe d'une photodiode plane;*
b) *caractéristique inverse d'une photodiode;*
c) *sensibilité à la lumière.*



Doisneau - Rapho

▲ *A gauche, une application des guides de lumière : une fibre de verre associée à une ampoule transmet la lumière de celle-ci qui apparaît à l'extrémité de la fibre. A droite, figure 96 : exemples de photocoupleur.*

diode électroluminescente
photodiode
ampoule à filament
photorésistance
fig. 96

Richard Colin

Les circuits opto-électroniques

Le **photocoupleur** est le composant opto-électronique le plus important. Il est constitué par l'association dans un même boîtier d'une source lumineuse et d'un ou plusieurs récepteurs photosensibles. La source lumineuse peut être une lampe à incandescence, un néon ou, le plus souvent, une diode électroluminescente, le récepteur une photorésistance, une photodiode ou un phototransistor (*fig.* 96). Pour l'utilisateur, le photocoupleur se comporte comme un quadripôle électrique dont on définit la *caractéristique de transfert* (rapport entre la grandeur de sortie, tension ou courant, et la grandeur d'entrée). L'intérêt fondamental du photocoupleur est l'*isolement électrique parfait entre l'entrée et la sortie*. En éloignant suffisamment la source lumineuse du récepteur, une tension d'isolement de plusieurs dizaines de kilovolts peut être obtenue sans difficulté. La bande de fréquence de ces dispositifs peut s'étendre jusqu'à quelques dizaines de mégahertz, mais le rendement de transfert en énergie est toujours très faible, et le signal de sortie doit toujours être traité par un circuit actif. La linéarité est un point faible des photocoupleurs, c'est pourquoi on les utilise assez peu en régime linéaire. Il existe actuellement sur le marché de nombreux photocoupleurs dont le circuit de sortie est conçu pour délivrer des signaux compatibles avec les circuits logiques D. T. L. ou T. T. L.

Si l'isolement galvanique entre l'entrée et la sortie doit dépasser 10 ou 20 kV, il n'est pas facile de placer l'émetteur et le récepteur dans le même boîtier. On utilise alors pour conduire la lumière un **guide optique** (*fig.* 97a) ; il s'agit essentiellement d'un cylindre de matériau transparent dans lequel le faisceau lumineux se propage longitudinalement. On sait en effet (voir chapitre *Optique*) qu'un rayon lumineux ne peut passer d'un milieu dans un autre d'indice de réfraction plus faible s'il fait avec la normale à la surface de séparation un angle d'incidence supérieur à un angle limité λ défini par $\sin \lambda = 1/n$ où n est l'indice du matériau ; c'est le *phénomène de réflexion totale*. Un rayon lumineux qui pénètre dans le guide lumière s'y trouve donc emprisonné tant que ce dernier n'est pas trop courbé. Les guides de lumière ont de multiples applications ; il est possible, en utilisant des faisceaux de fibres de verre, de répartir la lumière émise par la source en divers points ; les bouquets de fibre de verre associés à une ampoule et vendus comme éléments décoratifs en sont un exemple spectaculaire ; la lumière de l'ampoule sort dans l'air à l'extrémité de chaque fibre qui apparaît comme un point très brillant. Un exemple d'utilisation possible est représenté sur la *figure* 97b : de la lumière ne parvient au récepteur qu'en présence d'un élément réfléchissant placé devant la sortie de la fibre ; on a réalisé un détecteur de proximité.

Le système présente de nombreuses analogies avec les montages à coupleurs directifs qui seront décrits dans le paragraphe consacré aux fréquences. Des études très approfondies sont poursuivies actuellement pour réaliser les guides de lumière susceptibles d'être utilisés pour la transmission d'informations à grande distance. L'une des principales caractéristiques de ces guides est alors leur atténuation, le signal lumineux ayant à traverser une épaisseur de verre de plusieurs kilomètres entre l'émetteur et un récepteur relais. On a réussi à fabriquer des matériaux d'une pureté telle que la transparence sur une épaisseur de un kilomètre est de l'ordre de 95 à 99 %. Dans cette application particulière, les guides se réduisent à des fibres très fines ; en effet, dans le cas contraire, il existerait entre les deux extrémités plusieurs chemins possibles de longueurs inégales, donc parcourus en des temps différents (*fig.* 97c). Une impulsion lumineuse très brève appliquée à l'entrée se trouverait élargie à la sortie. Le calcul montre que cet élargissement ne disparaît que si le diamètre du guide est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde, c'est-à-dire de l'ordre du micron pour l'infrarouge proche très souvent utilisé. Pour de telles fibres, plus fines qu'un cheveu, le moindre problème n'est pas, on le conçoit, d'y faire pénétrer la lumière. Des modes de couplages très particuliers (emploi d'ondes évanescentes) ont été étudiés.

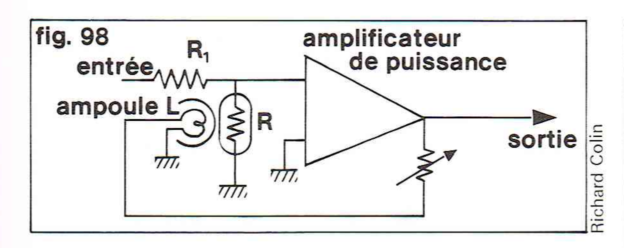
Un nombre considérable de montages opto-électroniques ont été imaginés. Nous en citerons quelques-uns empruntés le plus souvent à l'ouvrage *l'Opto-électronique*, Éditions Radio, Paris, 1971.

Les photorésistances sont très souvent utilisées tant qu'une vitesse de réponse élevée n'est pas nécessaire. Le montage représenté sur la *figure* 98 est un **compresseur automatique** de niveau sonore. Si le niveau de sortie est trop élevé, l'ampoule L s'allume, et la résistance R diminue, ce qui atténue le signal d'entrée ; ce système très simple et très efficace peut être monté sur un radiorécepteur, par exemple. Par suite de la lenteur de réponse de l'ampoule et de la LDR, aucune distorsion gênante n'est introduite.

▼ *Figure 97 ; guide de lumière et ses applications : a) guide de lumière placé entre l'émetteur et le récepteur d'un ensemble « photocoupleur » ; b) détecteur de proximité ; c) transmission d'un éclair bref dans un guide long de forte section.*

fig. 97
source lumineuse
récepteur
a
émetteur
récepteur
objet réfléchissant
b
l
signal émis
signal reçu
trajet long
t
trajet court : durée $\frac{l}{c}$
trajet long : durée $\frac{l'}{c} > \frac{l}{c}$
$\frac{l}{c}$
c
contribution des photons ayant emprunté le trajet court

Richard Colin



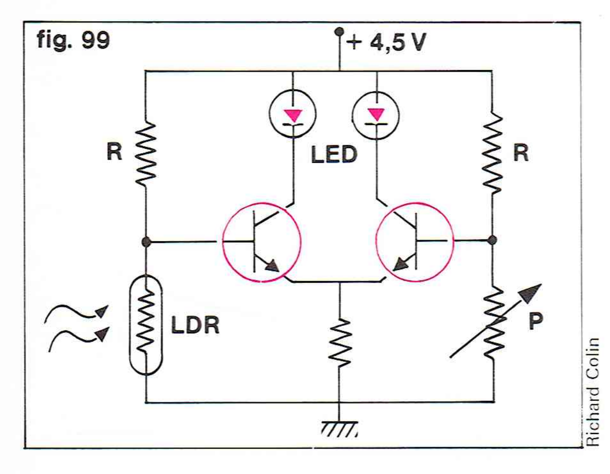
La *figure* 99 représente un **posemètre** pour l'agrandissement photographique. Il s'agit d'un amplificateur différentiel comparant la résistance d'une LDR placée sous le flux de l'agrandisseur et celle d'un potentiomètre P. Les deux diodes électroluminescentes, à l'égalité, ont même brillance. Le mode d'emploi est le suivant : le temps de pose correct ayant été déterminé par un essai préalable, on introduit un diffuseur sous l'objectif de l'agrandisseur, et on égalise la brillance des deux diodes en agissant sur P. Pour le tirage d'un autre négatif, il suffira, après avoir mis en place le diffuseur, de revenir dans les mêmes conditions en agissant sur le diaphragme de l'objectif ; le temps d'exposition correct sera alors le même.

La *figure* 100 représente un **multivibrateur opto-électronique.** A la mise sous tension, l'ampoule L_1 alimentée par la résistance R s'allume, elle éclaire LDR 1 dont la résistance diminue, ce qui provoque l'allumage de L_2 qui, elle-même éclairant LDR 2, allume L_3 ; LDR 3, étant éclairée, court-circuite L_1 qui s'éteint, LDR 1 se retrouvant dans l'obscurité, L_2 s'éteint, puis L_3 ; L_1 cesse d'être shuntée par une faible résistance, se rallume et le cycle recommence. Le clignotement n'est bien visible que si les constantes de temps des LDR et des ampoules sont convenables, et la mise au point est délicate.

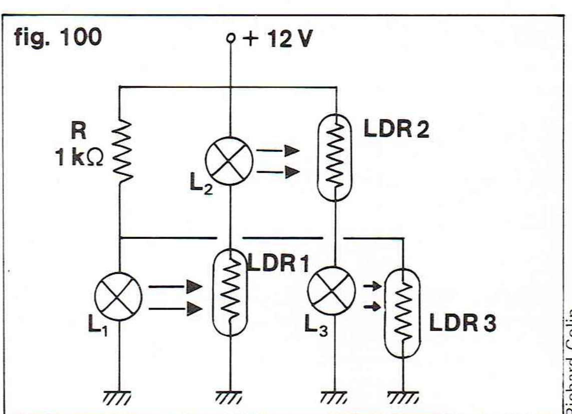
Un problème très souvent rencontré en instrumentation est de transporter une information entre deux points portés à des potentiels très différents, par exemple lire les variations d'une tension voisine de 30 kV sur un oscilloscope relié au secteur. L'isolement électrique des photocoupleurs permet de résoudre très facilement ce problème. Si l'on désire une linéarité de transmission parfaite, on peut effectuer une transmission optique par impulsions. La grandeur à transmettre est transformée en une fréquence qui lui est proportionnelle et qui commande une diode électroluminescente. Les éclairs émis sont acheminés par un guide optique vers un détecteur dont le potentiel moyen est voisin de la masse, qui commande un convertisseur fréquence-tension dont la sortie peut être lue sans précautions spéciales, sur un oscilloscope par exemple.

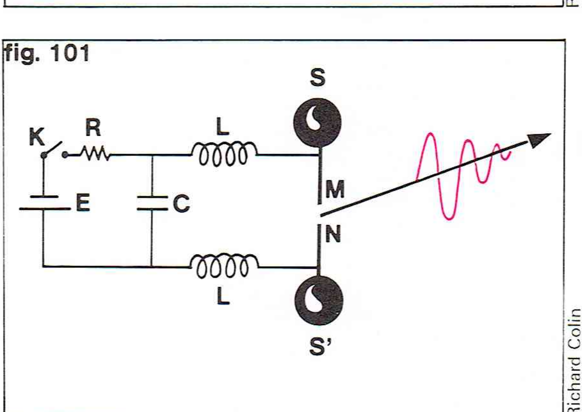
Opto-électronique et optique intégrée

En opto-électronique, une ou plusieurs liaisons électriques sont remplacées par des liaisons optiques, mais le signal est toujours traité sous forme électrique. Il n'en est pas de même en optique intégrée où l'on cherche à effectuer le traitement complet du signal sous forme lumineuse. L'amplification est obtenue par des effets de pompage optique analogues à ceux employés dans les lasers. Il s'agit d'un domaine tout récent actuellement en plein développement.



◄ *Figure 99 :* ***posemètre pour l'agrandissement photographique.***





◄▼ *A gauche, figure 98 :* ***principe d'un compresseur de volume.*** *A droite, figure 100 :* ***clignotant à LDR.*** *En dessous, figure 101 :* ***le doublet de Hertz, premier dispositif rayonnant des ondes.***

Les applications de l'électronique

La radio

Parmi les innombrables applications de l'électronique, la radiodiffusion, la télévision et, de façon plus générale, les télécommunications jouent un rôle privilégié. Le premier dispositif rayonnant des ondes a été le dipôle de Hertz (1888) ; il était constitué par deux sphères S et S′ reliées entre elles par un conducteur interrompu entre M et N (*fig.* 101) par un intervalle de l'ordre du millimètre. Ce « doublet » était alimenté par une source de haute tension à travers deux bobines identiques de coefficient d'auto-induction L. Lorsque l'interrupteur K était fermé, C se chargeait jusqu'au moment où la tension entre M et N était suffisante pour qu'il éclate une étincelle qui ionise l'air et referme le circuit. Le conducteur était parcouru par un courant haute fréquence amorti qui cessait lorsque le potentiel aux bornes de C devenait trop faible pour entretenir l'étincelle. Ce système rayonnait donc des trains d'ondes amorties.

Actuellement, on sait fabriquer des oscillateurs susceptibles d'entretenir dans un conducteur un courant de haute fréquence d'amplitude constante. C'est Maxwell qui formula les équations fondamentales régissant tous les phénomènes électromagnétiques ; sa théorie permet de calculer qu'un élément de circuit rectiligne de longueur d parcouru par un courant sinusoïdal d'intensité I et de fréquence f (longueur d'onde $c/f = \lambda$) rayonne à grande distance r une onde électromagnétique constituée par un champ électrique et un champ magnétique perpendiculaires entre eux et à la direction de propagation, sinusoïdaux et en phase de valeurs :

$$E_\theta = \frac{60\,\pi}{r}\,\frac{d}{\lambda}\,I \sin\theta \cdot \cos 2\,\pi f\left(t - \frac{r}{c}\right)$$

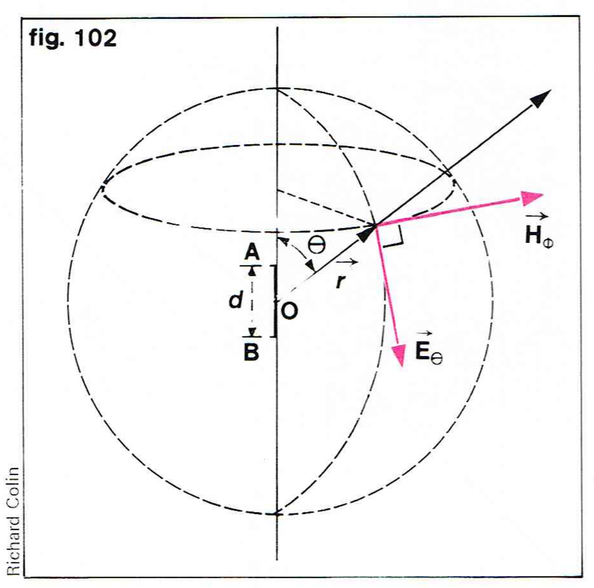
$$H_\Phi = \frac{1}{2\,r}\,\frac{d}{\lambda}\,I \sin\theta \cdot \cos 2\,\pi f\left(t - \frac{r}{c}\right)$$

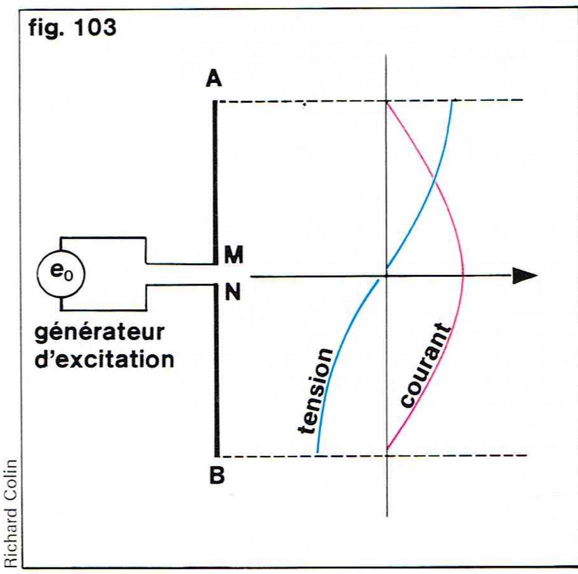
θ étant l'angle défini sur la *figure* 102 et c la vitesse de la lumière.

Ce qui représente pour tout l'espace une énergie rayonnée dont la valeur en watts est donnée par l'expression :

$$\overline{W} = 80\,\pi^2\left(\frac{d}{\lambda}\right)^2 I_{eff}^2$$

▶ *A gauche, figure 102 : champs électrique et magnétique constituants de l'onde électromagnétique rayonnée par l'élément de circuit AB, de longueur d parcourue par un courant HF. A droite, figure 103 : répartition du courant et de la tension pour un doublet demi-onde.*





Vis-à-vis de la source fournissant le courant d'excitation, tout se passe donc comme si l'élément de circuit d était une résistance :

$$R = 80\,\pi^2 \left(\frac{d}{\lambda}\right)^2$$

Cette résistance apparente est appelée *résistance de rayonnement*. L'application des formules précédentes n'est pas immédiate, car l'intensité I n'est pas une constante le long du conducteur de longueur d dès que cette longueur n'est pas très faible devant la longueur d'onde λ ; cependant, elles permettent de dégager la variation en $1/r$, c'est-à-dire relativement lente, des champs en fonction de la distance. Le calcul est facile à mener à son terme dans le cas du doublet demi-onde constitué par un conducteur rectiligne interrompu AMNB dont la longueur est égale à la demi-longueur d'onde dans le vide du signal d'excitation appliqué en MN (*fig.* 103) ; il s'établit dans ce conducteur un régime résonnant présentant au centre un ventre de courant. Vis-à-vis du générateur qui l'alimente, un tel doublet se comporte, à la fréquence de résonance, comme une résistance 73 ohms. Les phénomènes électromagnétiques étant réversibles, un dipôle récepteur placé à grande distance r du dipôle émetteur est une source de tension de fréquence f et d'impédance interne 73 Ω : c'est une *antenne réceptrice*. Très souvent, on n'emploie pas à l'émission un doublet demi-onde complet, mais une moitié seulement, c'est-à-dire un conducteur vertical excité par sa base et de longueur $\lambda/4$: c'est l'*antenne quart-d'onde*.

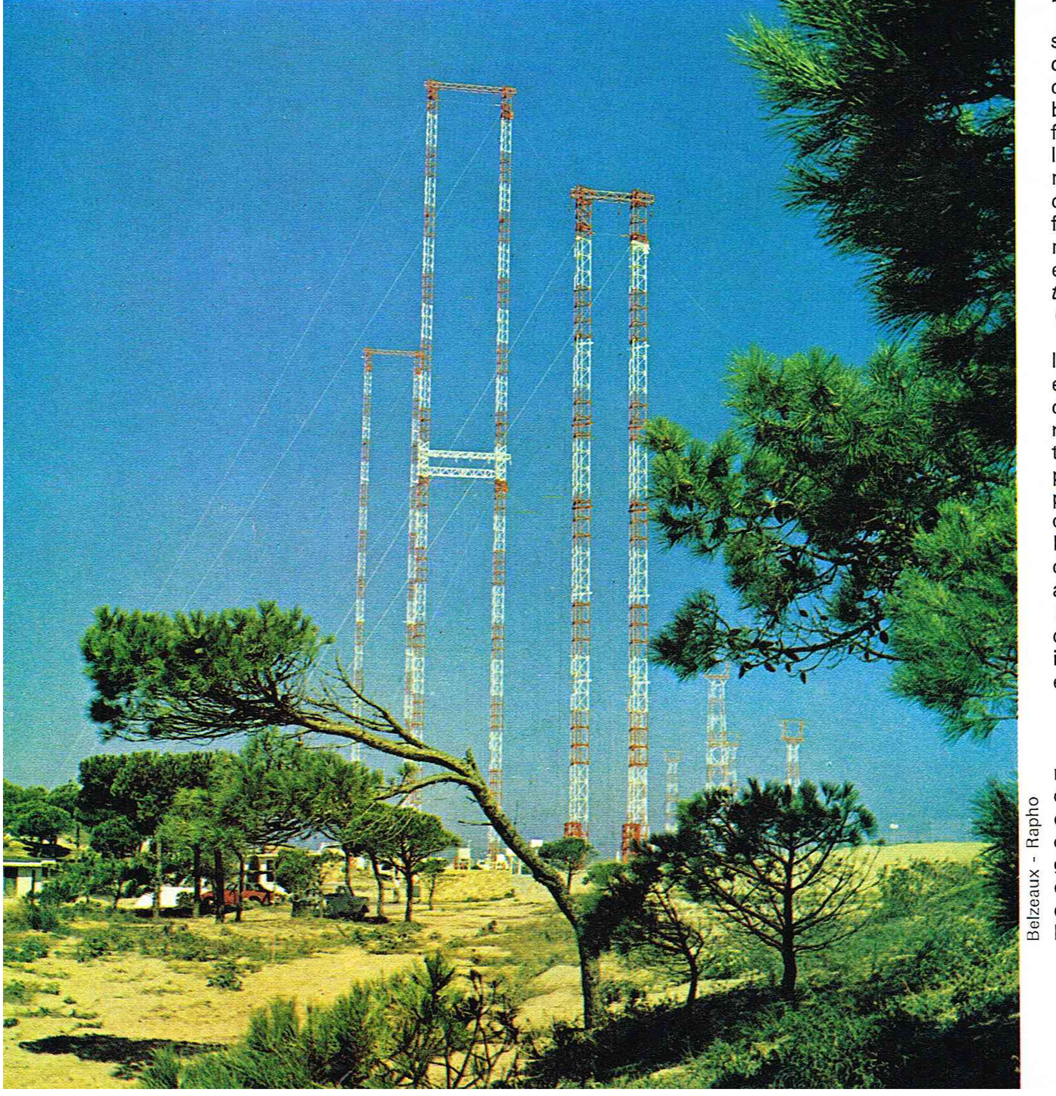
Sans entrer plus avant dans la description des différents systèmes d'antennes émettrices et réceptrices, on voit qu'il est possible, en utilisant à l'émission un oscillateur de puissance suffisante, d'induire à grande distance, aux bornes de sortie d'une antenne réceptrice, une tension faible qui est l'image atténuée du courant parcourant l'antenne émettrice. Cependant, les signaux à transmettre ne se présentent pas naturellement sous forme de tension de haute fréquence ; ce sont des tensions variables de fréquence assez basse délivrées, par exemple, par un microphone. Entre le microphone et l'antenne, il faut effectuer une opération non linéaire qui est une *modulation* destinée à introduire sur le signal haute fréquence (HF) les informations basse fréquence (BF).

Un oscillateur délivre une tension ou un courant que l'on peut écrire $i = i_0 \cos(2\pi ft + \varphi)$. Si ce courant excite une antenne d'émission, le signal reçu à grande distance par l'antenne réceptrice aura la même forme, le récepteur est donc capable d'évaluer les variations éventuelles de l'intensité i_0 ou de la fréquence f de l'émetteur, plus difficilement de sa phase φ. Trois voies sont alors possibles pour introduire sur l'onde HF l'information BF : on peut faire varier l'amplitude i_0 au rythme du signal BF à transmettre, c'est la *modulation d'amplitude* (AM) ; on peut aussi sans toucher à i_0 modifier la fréquence f autour d'une valeur fixe, c'est la *modulation de fréquence* (FM) ; plus rarement on agit sur la phase. La modulation d'amplitude est la plus utilisée. Si $s(t)$ est le signal issu du microphone, le courant d'excitation de l'antenne est de la forme :

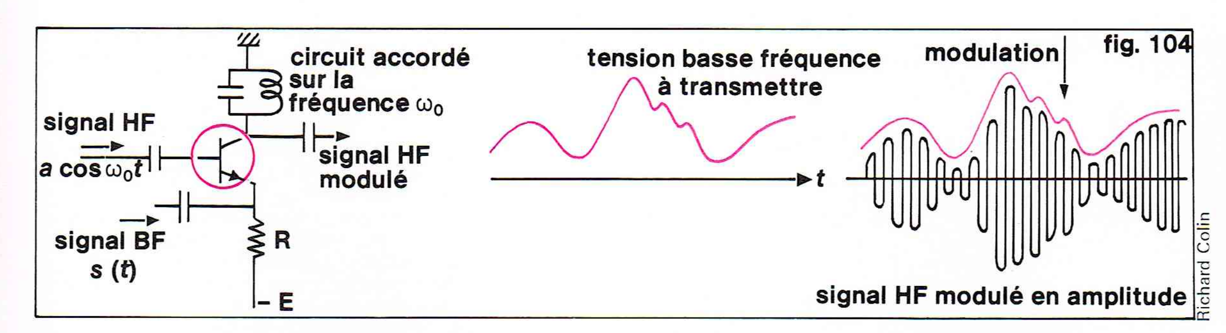
$$i = i_0\,[1 + m\,s(t)]\cos 2\pi ft$$

La *figure* 104 montre l'allure d'un signal HF ainsi modulé en amplitude. Nous ne décrirons pas ici les circuits permettant d'obtenir ce résultat ; on conçoit cependant qu'il suffit d'appliquer le signal sinusoïdal pur issu d'un oscillateur HF à l'entrée d'un amplificateur dont le gain variable peut être modifié au rythme de la BF. C'est ce qui est obtenu avec un simple transistor dont le courant émetteur, donc le h_{11}, est modifié par le signal basse fréquence (*fig.* 104).

▼ *Poste et antennes émettrices installées près de Bagur (Espagne).*



Belzeaux - Rapho



◀ *Figure 104 : modulation d'amplitude. La tension émetteur, donc le courant du transistor, varie au rythme du signal BF s(t), or le gain de l'étage est proportionnel à β/h_{11} et h_{11} est inversement proportionnel au courant émetteur.*

Au niveau de l'antenne réceptrice, tous les champs électromagnétiques de fréquences variées provenant de tous les émetteurs voisins se superposant, il faut d'abord en sélectionner un. Un premier tri est effectué par l'antenne réceptrice elle-même qui favorise les fréquences pour lesquelles elle entre en résonance, c'est-à-dire, par exemple, se comporte comme un doublet demi-onde. Ce tri est souvent peu efficace en radiodiffusion, car les fréquences mises en jeu sont faibles et les longueurs d'onde trop importantes pour que l'on puisse utiliser des antennes accordées (pour recevoir France Inter, une antenne quart-d'onde devrait avoir 450 mètres de long), il n'en est pas de même au-delà de 100 mégahertz, par exemple en télévision, où les antennes sont accordées à l'émetteur que l'on désire recevoir (à 300 MHz, le doublet demi-onde n'a que 50 cm de longueur). Les signaux délivrés par l'antenne sont appliqués à un circuit résonnant LC dont la fréquence de résonance est égale à celle de l'émetteur recherché. Pour éviter de trop amortir ce circuit par l'impédance interne de l'antenne (73 Ω pour un dipôle demi-onde), cette dernière est souvent reliée à une prise intermédiaire du bobinage, comme le montre la *figure* 105a. Il apparaît aux bornes du circuit ainsi constitué un signal qui est la réplique exacte du signal émis, c'est-à-dire de la HF modulée. Il faut en extraire l'information utile basse fréquence. C'est le rôle du *circuit de détection* constitué par la diode D. Le fonctionnement de ce circuit est identique à celui d'un redresseur que nous avons décrit dans un paragraphe antérieur, la tension aux bornes de C est proportionnelle à l'amplitude de la sinusoïde d'entrée, elle varie comme la BF modulante si la constante de temps RC n'est pas trop grande.

Dans le plus simple des récepteurs, dont l'ancêtre est le *détecteur à galène* (il porte ce nom parce que la diode était réalisée par une pointe appuyant sur un cristal de galène naturelle), la charge R est constituée par un écouteur. Ce récepteur sans amplification est simple, ne nécessite aucune source d'énergie, mais est très peu sensible, et seuls les émetteurs puissants ou proches sont captés.

Pour augmenter la *sensibilité*, on peut placer un transistor amplificateur avant le casque, mais on gagne peu, car la diode D n'est pas capable de redresser les signaux d'entrée trop faibles. Il faut amplifier le signal HF lui-même avant de le détecter. Le problème est alors de réaliser un amplificateur sélectif de grand gain et de fréquence d'accord variable. On y parvient partiellement en utilisant un condensateur variable double. Pour chaque position du bouton de réglage, les deux circuits L_1C_1 et L_2C_2 doivent être accordés sur la même fréquence (*fig.* 105b), le transistor étant monté en amplificateur HF dont le gain est maximal pour la fréquence

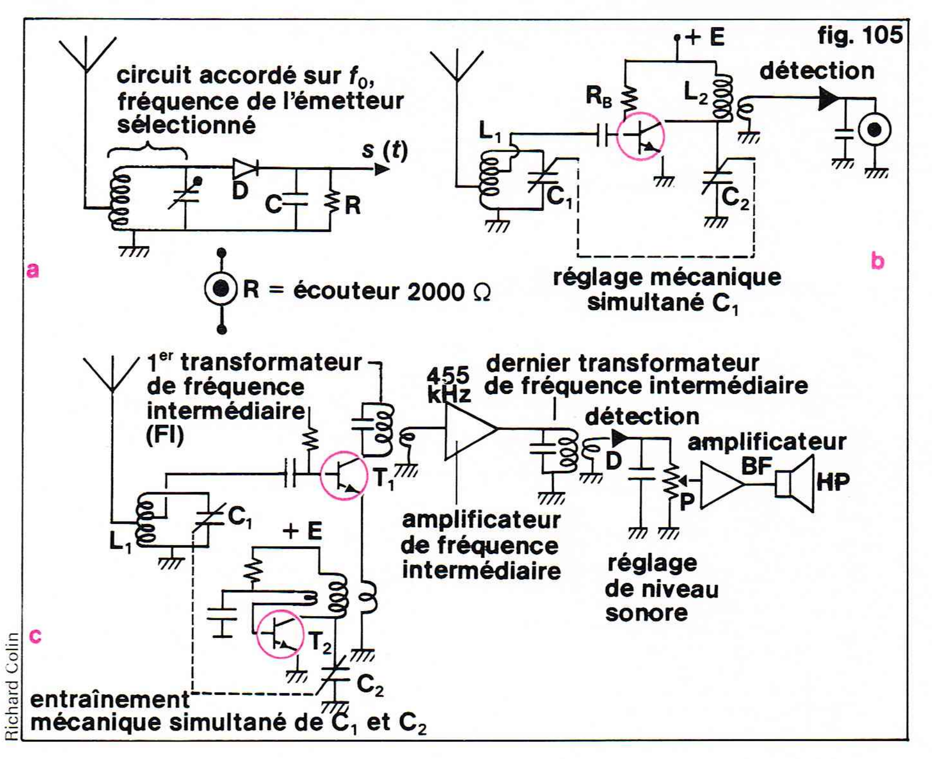
$$\frac{1}{2\pi\sqrt{L_2C_2}}$$

Pour obtenir un *gain* important, il faut augmenter le nombre d'étages, ce qui conduit à utiliser des condensateurs variables à multiples « cages » dont le réglage est délicat.

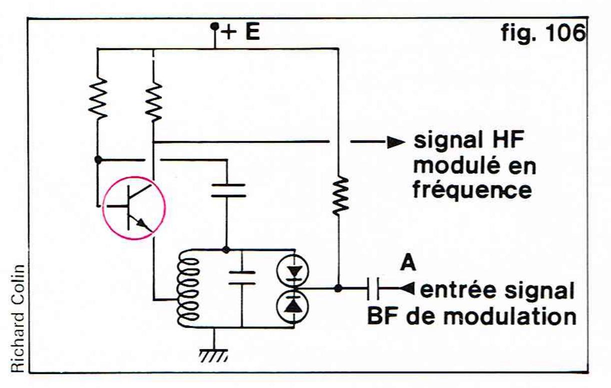
La solution universellement retenue fait appel à un *changement de fréquence ;* le récepteur est qualifié alors de *superhétérodyne :* le faible signal reçu de l'antenne est mélangé sur un élément non linéaire avec la tension issue d'un oscillateur local de fréquence telle que le battement entre les deux puisse être amplifié par un amplificateur de fort gain mais travaillant à fréquence fixe. Pour sélectionner un émetteur, on règle la fréquence de l'oscillateur local en même temps que l'accord du circuit d'antenne. La fréquence à laquelle se fait l'amplification est appelée *fréquence intermédiaire ;* en général elle est de 455 kHz. La *figure* 105c donne le schéma synoptique d'un récepteur de radiodiffusion de modèle courant. L'antenne est connectée à un circuit accordé d'entrée (l'antenne peut être remplacée par un barreau de ferrite placé à l'intérieur du bobinage L_1 qui est sensible à la composante magnétique de l'onde électromagnétique incidente) dont la fréquence est commandée par le condensateur variable C_1. Le faible signal HF recueilli est appliqué sur la base du transistor T_1 qui reçoit d'autre part sur son émetteur une tension prélevée sur le bobinage de l'oscillateur local construit autour de T_2 dont la fréquence est réglée par C_2. C_1 et C_2 sont commandés mécaniquement de façon que la différence (ou la somme) entre les fréquences de l'oscillateur local et d'accord d'entrée reste égale à 455 kHz. Le battement à la fréquence intermédiaire est isolé par le premier transformateur FI et appliqué à l'amplificateur de fréquence intermédiaire (en français, on dit souvent ampli MF quand aucune confusion avec modulation de fréquence n'est possible). Le signal HF amplifié est détecté par la diode D et le signal BF recueilli, appliqué à l'entrée de l'amplificateur BF de sortie qui alimente le haut-parleur HP.

Le rapport entre les capacités maximale et minimale d'un condensateur variable mécanique ne pouvant excéder 10, il n'est pas possible de s'accorder sur une fréquence d'entrée variant de plus de $\sqrt{10} = 3{,}16$ fois. Au-delà, il faut changer les bobinages d'antenne et d'oscillateur local. Chaque bande de fréquence pouvant être couverte sans modification des bobinages est appelée *gamme de fréquence*. On distingue traditionnellement la gamme « grandes ondes » (GO) dont les fréquences s'étendent de 150 à 450 kHz environ, la gamme « petites ondes » (PO) de 1 à 3 MHz, et les gammes « ondes courtes » (OC) au-delà de 3 MHz.

▼ *Figure 105 ; les circuits de réception d'une onde modulée en amplitude :*
a) *récepteur « à galène » sans amplification ;*
b) *récepteur à un étage d'amplification HF directe ;*
c) *schéma d'un récepteur de radio (superhétérodyne).*



▶ *Figure 106 : oscillateur modulé en fréquence par un signal basse fréquence.*

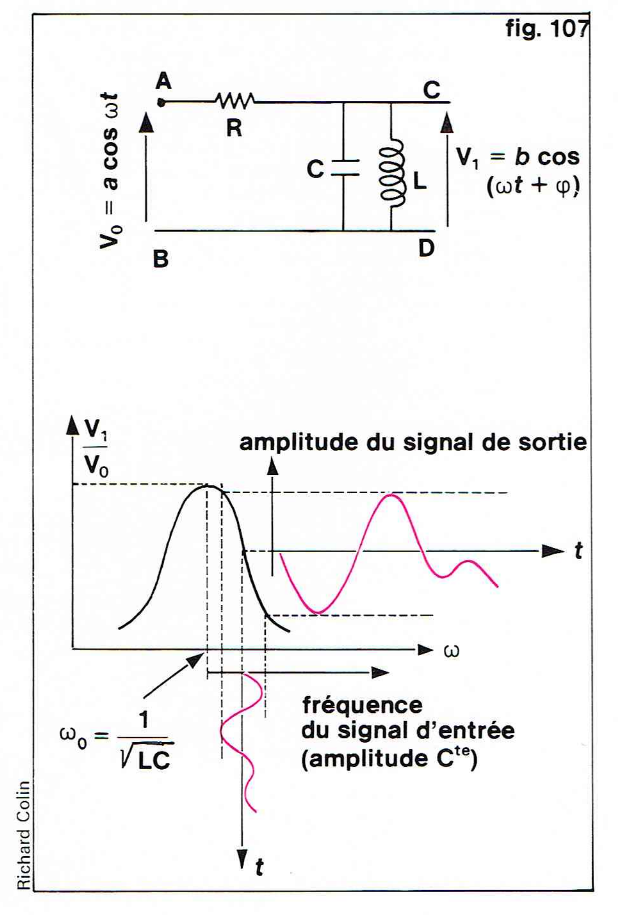


La modulation de fréquence

Les parasites industriels ou naturels (orages) se présentent sous forme de tops brefs superposés au signal reçu ; ils en modifient donc l'amplitude et, à ce titre, sont perçus par les récepteurs ordinaires sous forme de crachements. Ils n'ont par contre aucune influence sur la fréquence. Il est donc intéressant de faire appel au système de modulation de fréquence chaque fois que l'on désire obtenir une liaison très fidèle et exempte de parasites. Il est très facile d'agir sur la fréquence d'un oscillateur : il suffit d'utiliser comme capacité d'accord du circuit LC définissant la fréquence un élément se comportant comme un condensateur dont la valeur varie en fonction d'une tension appliquée. C'est par exemple le cas d'une jonction PN polarisée en sens inverse. Nous avons vu dans un paragraphe antérieur que, si V est la tension inverse appliquée, la capacité apparente de la jonction est $C = \frac{C_0}{\sqrt{V}}$. Le montage représenté sur la *figure* 106 délivre ainsi un signal dont la fréquence varie au rythme du signal basse fréquence appliqué à l'entrée A. Ce signal modifie en effet le point de polarisation des deux diodes à capacité variables qui sont incluses dans la capacité d'accord totale du circuit oscillant de l'*oscillateur*, qui est ici du type E. C. O. Si la réalisation d'un émetteur FM est très simple, il n'en est pas de même du récepteur qui est toujours beaucoup plus complexe qu'un récepteur AM. Au niveau du circuit d'antenne et jusqu'au changement de fréquence, rien ne distingue les deux systèmes, si ce n'est la fréquence intermédiaire beaucoup plus élevée en FM (10,7 MHz au lieu de 455 kHz). Après amplification moyenne fréquence, le signal traverse un *circuit écrêteur* qui en nivelle l'amplitude de façon à éliminer les parasites, puis il est traité par un ensemble spécial appelé *discriminateur* qui transforme la modulation de fréquence en une modulation d'amplitude que l'on détecte de façon classique. Le plus simple des discriminateurs est un simple circuit oscillant dont la fréquence d'accord est décalée par rapport à celle de l'émetteur.

La *figure* 107 montre comment la variation de fréquence d'une tension d'amplitude constante appliquée à l'entrée se trouve en sortie sous forme de variations d'amplitude. L'impédance du circuit LC variant avec la fréquence, le module du gain du quadripôle ABCD varie également, cette variation étant approximativement linéaire autour du point d'inflexion situé sur l'un ou l'autre des flancs de la courbe. C'est le phénomène qui explique que les émissions en FM sont captées également, mais dans de mauvaises conditions, par les récepteurs AM ordinaires. Pour obtenir une bonne qualité de réception, ce montage simplifié est très insuffisant, et de nombreux autres schémas plus complexes sont utilisés.

▶ *Page ci-contre, en bas, figure 110 ; principe du récepteur superréaction :* a) *excitation d'un circuit oscillant ;* b) *démarrage d'un oscillateur en l'absence et en présence d'un signal* HF *de synchronisation ;* c) *récepteur superréaction typique.*



▶ *Figure 107 : transformation d'une modulation de fréquence en une modulation d'amplitude sur le flanc d'une courbe de résonance.*

La télévision

Le signal qui décrit le contenu d'une image est transmis sur une porteuse hertzienne de la même façon qu'un signal radio ordinaire ; les seules différences portent sur les fréquences en jeu qui sont beaucoup plus élevées. Le principal problème posé par la télévision est l'obtention de ce signal, que l'on appelle *signal vidéo*. Un microphone délivre directement un signal électrique traduisant les fluctuations de pression de l'air qui constituent le son ; une seule grandeur fonction du temps suffit à décrire le phénomène dans son ensemble. Il n'en est plus de même en télévision ; chaque point de l'image est caractérisé par une brillance (et une couleur en TVC) fonction du temps, mais il y a une infinité de points. La quantité d'informations à transmettre est donc infinie ; heureusement, l'œil ne peut pas distinguer deux points trop rapprochés l'un de l'autre et peut donc se contenter d'une image grossière formée d'un nombre limité de points ; de plus, il est peu sensible aux variations rapides de brillance, une succession de 25 images fixes chaque seconde suffit à assurer une impression de mouvement continu (c'est le principe du cinéma). Ces deux circonstances favorables permettent de résoudre le problème : les différents points de l'image sont analysés successivement ligne par ligne de la même façon que l'on parcourt un texte imprimé, chaque image complète étant balayée en 1/25 de seconde. On obtient ainsi une fonction du temps qui représente les brillances de tous les points de l'image. Ce signal seul ne suffit pas, car le récepteur doit être capable d'attribuer à la tension perçue à chaque instant une brillance ayant une position déterminée sur l'écran. Cela est obtenu en informant le récepteur chaque fois que le balayage repart au début d'une ligne et au début (en haut à gauche) d'une nouvelle image. Ce signal supplémentaire est appelé signal de synchronisation. C'est l'ensemble de ces signaux qui constitue le signal vidéo.

L'image est formée dans le récepteur sur l'écran d'un *tube à rayon cathodique* un peu analogue à celui d'un oscilloscope, mais dont la déviation du faisceau est assurée par des champs magnétiques créés par des bobinages de déviation et non pas par des champs électriques. La brillance est commandée à chaque instant en appliquant à l'électrode de contrôle de l'intensité du faisceau (grille ou Wenhelt) le signal vidéo convenablement amplifié. Le déplacement du spot est assuré par deux dents de scie commandant les deux systèmes de bobinages. Pour assurer un synchronisme parfait entre ce déplacement et celui du spot d'analyse dans la caméra de prise de vues, les deux générateurs de dent de scie sont synchronisés par les impulsions de synchronisation extraites du signal vidéo. Le schéma de principe d'un

récepteur noir et blanc est reproduit sur la *figure* 108, le son est transmis en modulation d'amplitude par une porteuse spéciale qui est séparée et traitée à part. On remarquera la fréquence intermédiaire qui est généralement choisie aux environs de 40 MHz. Le signal vidéo est extrait par détection de la tension de sortie de l'amplificateur FI avant d'être appliqué à la grille de commande de brillance du cathoscope et aux systèmes de séparation des tops de synchro. La *figure* 109 montre l'allure du signal vidéo dans le cas d'une image simple ; la tension est maximale pour le blanc (brillance maximale) et est réduite à 30 % de cette valeur pour le noir. La zone comprise entre 0 et 30 % de l'excursion totale de tension est réservée aux tops de synchronisation.

Dans le cas de la télévision en couleurs, la situation est encore plus complexe, car il faut transmettre une information de teinte ; c'est le *signal de chrominance*. Un chapitre complet sera consacré à ces problèmes dans le volume II de *Technologie* et il est impossible de nous étendre plus ici.

La télécommande

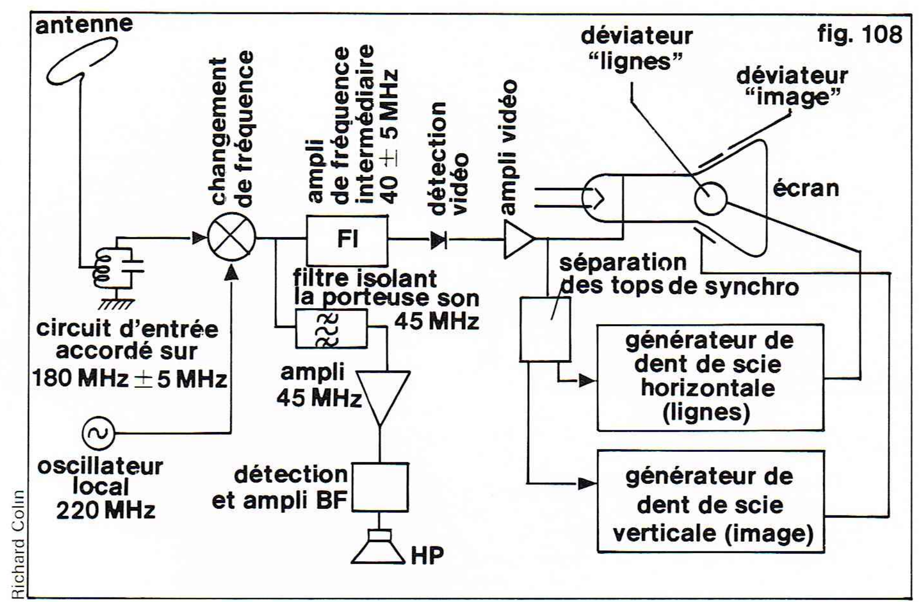
Un système est télécommandé si son comportement peut être contrôlé par un opérateur situé à une distance plus ou moins grande. La liaison peut être assurée par un fil, mais le terme est de plus en plus souvent réservé aux cas où aucune liaison galvanique n'existe. On pense à une liaison radio, mais ce n'est pas la seule solution, on peut utiliser la lumière visible ou infrarouge, des ultrasons ou des champs électriques ou magnétiques de basse fréquence.

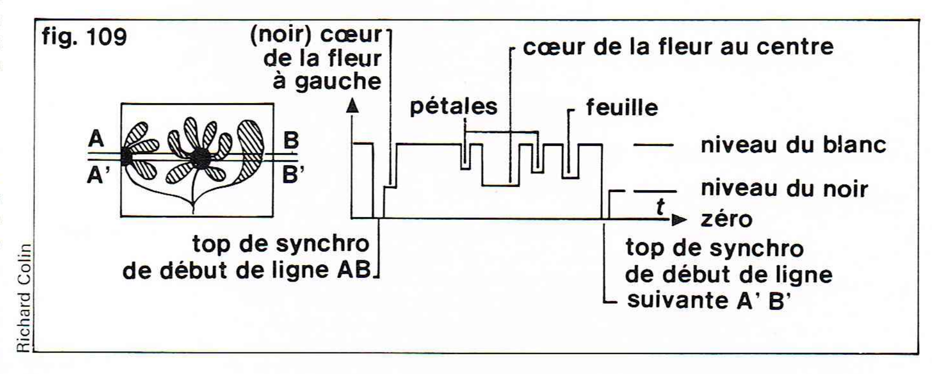
La télécommande par liaison radio-électrique

Il n'y a pas de différence essentielle avec la radiodiffusion que nous venons de décrire. Les signaux à transmettre ne sont plus des sons mais des informations destinées à être exploitées par le système de pilotage de l'organe commandé. Dans le cas de la télécommande de modèles réduits (modélisme), les fréquences des porteuses hertziennes sont imposées pour éviter les interférences avec d'autres usagers : 27 MHz, 72 MHz ou 144 MHz ; elles doivent être exclusivement utilisées.

Les émetteurs ne méritent aucun commentaire particulier. Les récepteurs de haute sensibilité utilisent le montage superhétérodyne ou parfois un circuit particulier qui est le *détecteur superréaction*. Si l'on injecte brutalement à un circuit bouchon RLC un courant i_0, on a vu qu'une oscillation sinusoïdale amortie apparaît à ses bornes : $v(t) = \frac{i_0}{C}\frac{\sin \omega t}{\omega}\, e^{-t/2RC}$.

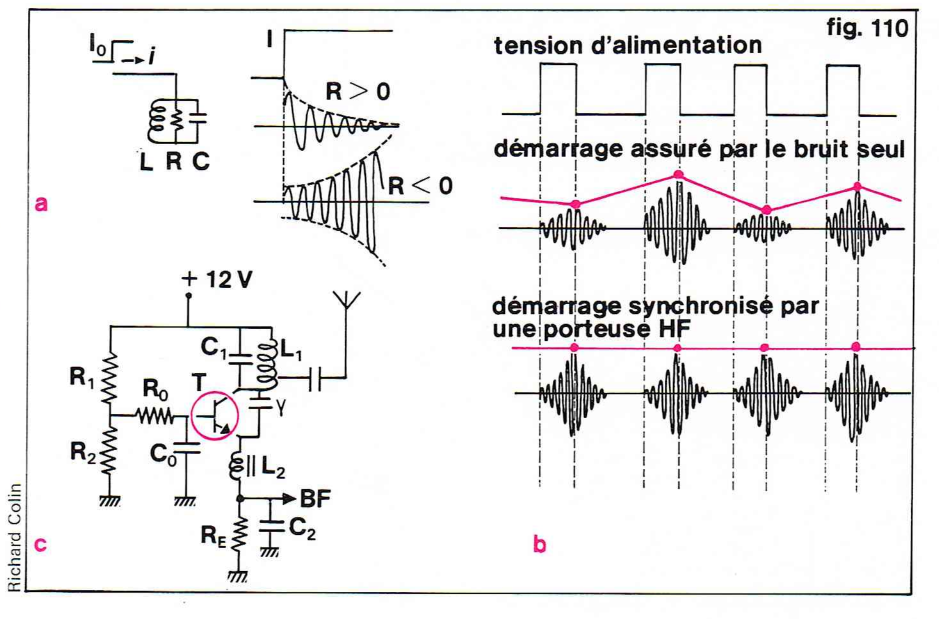
Lorsque la résistance parallèle R est négative, ce qui est le cas pour les oscillateurs, l'exponentielle devient divergente, et cette équation décrit le démarrage de l'oscillation sous l'influence d'une excitation i_0. En l'absence de toute excitation ($i_0 = 0$), un oscillateur ne doit pas démarrer, mais le bruit créé par l'agitation des électrons dans les résistances (bruit thermodynamique), si faible soit-il, suffit à assurer ce démarrage, qui est, on le conçoit, d'autant plus rapide que le signal initial est plus grand. Imaginons alors que l'alimentation d'un oscillateur à résistance négative soit découpée comme le montre la *figure* 110. A chaque rétablissement de l'alimentation, la résistance négative apparaît, et l'oscillation démarre avec une vitesse qui dépend du signal d'excitation à cet instant. Si la durée pendant laquelle l'oscillateur fonctionne est faible, la limite de saturation n'est jamais atteinte, et les amplitudes maximales des bouffées successives de HF ne dépendent que de cette excitation. Dans le cas où le bruit seul assure le démarrage des oscillations, ces amplitudes varient aléatoirement d'une période à l'autre. Si l'on redresse le signal HF, on obtiendra un signal BF de caractère aléatoire qui, dans un haut-parleur, donnera ce que l'on appelle du souffle. Si, par contre, un signal HF dont la fréquence est voisine de la résonance pour le circuit LC est introduit, il aura un rôle prépondérant par rapport au bruit, et le démarrage de l'oscillation se fera en synchronisme avec lui, c'est-à-dire que, d'une période à l'autre, les conditions se retrouveront identiques à elles-mêmes. Toutes les « bouffées de HF » ont alors la même amplitude. Par détection, on obtient un signal constant, le souffle disparaît. C'est cette disparition du souffle en présence d'une porteuse HF qui est utilisée dans les récepteurs superréaction.

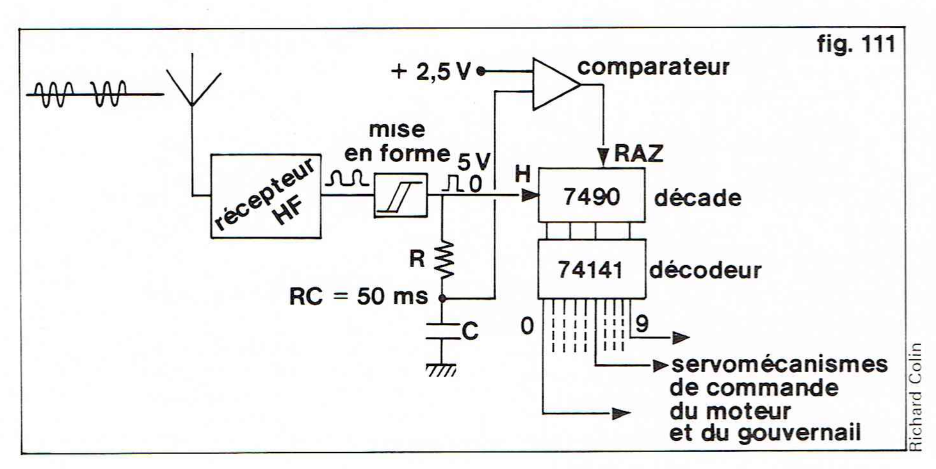




Le découpage de la tension d'alimentation peut être assuré par un multivibrateur annexe, mais, le plus souvent, on utilise un condensateur placé dans le circuit de base du transistor oscillateur qui, en se chargeant, bloque l'oscillation. Le schéma d'un tel récepteur est représenté sur la *figure* 110c. Le transistor T est monté en oscillateur HF, la réaction positive étant assurée par la capacité γ placée entre collecteur et émetteur. L_2 est une bobine d'arrêt ayant une forte impédance à la fréquence de travail. Lorsque l'oscillation démarre, une tension négative apparaît par redressement (par la jonction BE) sur la base de T qui se bloque. C se décharge ensuite par R_0

▲ ***En haut, figure 108 : schéma synoptique d'un téléviseur noir et blanc (cas de la 1re chaîne, canal 8A, Paris).*** ***Ci-dessus, figure 109 : aspect du signal vidéo correspondant à la ligne* AB.**





▲ *Figure 111 : récepteur pas à pas électronique.*

jusqu'au moment où l'oscillation reprend, et ainsi de suite. La fréquence de découpage est réglée par la constante de temps R_0C_0. Le courant qui circule dans le transistor étant sensiblement proportionnel à l'amplitude d'oscillation, la tension BF est simplement obtenue aux bornes de R_E, les résidus de HF étant éliminés par C_2. Ce montage est très sensible, mais son réglage est parfois délicat, et surtout, il est peu sélectif, le coefficient de qualité des bobinages étant toujours assez faible. Pour ces raisons, il est de plus en plus abandonné au profit du superhétérodyne.

L'émetteur de télécommande ne peut transmettre de l'information au récepteur que s'il est modulé. La plus simple des modulations est le tout ou rien : il y a émission, ou non. On peut également utiliser une modulation d'amplitude de forme quelconque, sinusoïdale par exemple, ou une modulation de fréquence. Dans les montages d'amateur, la modulation d'amplitude est presque exclusivement retenue; il n'en est pas de même pour les systèmes professionnels où la modulation de fréquence, bien que plus complexe, est plus sûre.

La liaison tout ou rien la plus simple utilise un commutateur tournant; la HF est envoyée par trains dont la durée est de quelques centaines de millisecondes et, à chaque fois, le commutateur avance d'un cran. Ce système a été beaucoup utilisé dans la télécommande de maquettes de navires. Avec un commutateur à cinq positions, les ordres successifs peuvent être les suivants : marche avant — droite — gauche — marche arrière — stop. Si la maquette se déplace vers l'avant, l'envoi d'une impulsion la fait virer à droite, deux impulsions l'auraient envoyée à gauche, trois l'auraient mise en marche arrière, quatre la stoppent. Le nombre de tops à transmettre dépend de la manœuvre que l'on désire commander ainsi que de la position initiale du commutateur. Au cours de la commande, le sélecteur franchit les positions intermédiaires trop rapidement pour que les ordres correspondants puissent être exécutés. Il est très facile de remplacer le commutateur tournant par un système entièrement électronique, c'est ce qui est proposé par exemple sur la *figure* 111. Le circuit principal est une décade intégrée 7490 dont les dix états sont décodés par un décodeur 74141 fournissant 10 tensions (habituellement utilisées pour allumer les cathodes d'un tube Nixie) qui sont ici employées pour piloter les relais qui effectuent les manœuvres suivantes : 0 repos, 1 marche avant lente, 2 marche avant gauche lente, 3 marche avant droite lente, 4 marche arrière lente, 5 marche arrière gauche lente, 6 marche arrière droite lente, 7 marche avant rapide, 8 marche avant gauche rapide, 9 marche avant droite rapide. Le signal d'antenne est d'abord amplifié, détecté et mis en forme; les impulsions normales ont une durée de 10 ms, une impulsion large fait monter la tension aux bornes de capacité d'intégration C au-delà de 2,5 volts et le comparateur bascule, ce qui ramène le compteur en position zéro.

Il est donc possible à tout moment d'arrêter la maquette par une émission prolongée de l'émetteur. Pour éviter d'avoir à comptabiliser les tops, l'émetteur fonctionne lui-même de façon cyclique (*fig.* 112).

▼ *Figure 112 : émetteur pas à pas automatique.*

fig. 112
oscillateur HF
modulateur
20 ms
10 ms
multivibrateur
1
2
7490
A B C D
comparateur digital 7485
+ 5 V
A/M
M
A
R/S
bascule RS
+ 5 V
A' B' C' D'
AV
G
D
AR
0
lente
rapide
boîte de commande
Richard Colin

La commande s'effectue grâce à un contacteur à quatre positions : avant, arrière, gauche, droite, associé à un sélecteur de vitesse : lent — rapide — stop. Ces deux organes fournissent, grâce à un système de portes logiques, quatre tensions A'B'C'D' correspondant aux états des quatre bascules constituant la décade 7490. Ainsi, pour la marche avant rapide, les tensions A'B'C'D' matérialisent le nombre binaire 0111 = 7 qui est le numéro associé à cette manœuvre. Ce nombre [A'B'C'D'] est comparé aux sorties ABCD de la décade par un comparateur logique qui ne délivre un 1 que s'il y a identité. Au repos, l'interrupteur A/M est en position A, la bascule RS se trouve dans l'état Q = 0, la porte 1 est bloquée, et les impulsions de 10 ms/50 Hz générées par le multivibrateur ne parviennent ni à la porte 2 ni au modulateur. L'émetteur émet en continu, ce qui maintient au zéro la décade 7490 du récepteur. Lorsque l'on bascule A/M en M (marche), si les commandes sont en position 0, le comparateur reçoit sur ses deux entrées deux zéros et délivre donc un 1 qui, après inversion, bloque la porte 2; rien ne se passe. Affichons alors une commande quelconque, par exemple arrière lente (chiffre code 4), le comparateur est déséquilibré, 2 s'ouvre, et des tops parviennent au modulateur et au compteur 7490, 4 tops passent avant que le comparateur, retrouvant son équilibre, 2 se bloque de nouveau; le récepteur a, lui aussi, reçu 4 impulsions et se trouve bien dans l'état convenable pour commander l'exécution de l'ordre. Si, à partir de cet état, on commande : avant lente (chiffre 1), le comparateur, de nouveau déséquilibré, laissera passer le nombre d'impulsions nécessaires pour que la décade, après avoir parcouru le cycle complet 5, 6, 7, etc., s'arrête en 1. Les deux décades de l'émetteur et du récepteur sont ainsi continuellement dans le même état et automatiquement resynchronisées à chaque arrêt. On peut reprocher à ce montage de n'être pas sûr, car, en cas de panne de l'émetteur, on ne peut plus arrêter la maquette; on peut y remédier facilement en modifiant le codage de transmission, de façon par exemple que l'arrêt intervienne automatiquement si le récepteur ne perçoit aucun signal pendant une durée plus ou moins longue, mais le schéma est plus complexe, et nous ne le décrirons pas ici.

Une émission par tout ou rien n'est pas forcément incompatible avec une transmission analogique continue d'un ordre. Si l'émetteur fonctionne pendant une durée τ,

avec une fréquence de répétition de *f*, on peut concevoir dans le récepteur des circuits délivrant des tensions proportionnelles à τ et à *f* qui sont deux grandeurs indépendantes. Mais la solution de choix permettant d'acheminer plusieurs commandes simultanées et continues avec un émetteur modulé en tout ou rien est le codage en impulsions qu'il serait malheureusement trop long de décrire ici.

La télécommande non radio-électrique

La transmission peut être effectuée par un *faisceau d'ultrasons*. L'émetteur est constitué par un transducteur piézo-électrique excité par une tension dont la fréquence est de l'ordre de 40 kHz. Le même transducteur est employé comme récepteur. Ce système est très utilisé pour réaliser des télécommandes de téléviseurs (niveau sonore, changement de programme à distance).

La *lumière visible* ou *infrarouge* permet également des liaisons à distance; la difficulté réside surtout dans la directivité du faisceau; l'émetteur doit émettre à chaque instant en direction du récepteur, qui doit être toujours visible. L'émetteur est constitué par une ampoule à incandescence ou une diode électroluminescente aux courtes distances, le récepteur est une photodiode, phototransistor, photorésistance ou même PM. Des codages complexes peuvent être imaginés en utilisant par exemple des faisceaux colorés.

La *transmission par boucle magnétique* est très intéressante quand le récepteur se déplace dans une zone parfaitement délimitée. La sortie d'un amplificateur BF de puissance est reliée à une boucle constituée par un conducteur entourant entièrement la zone à contrôler. Cette boucle parcourue par le courant de l'amplificateur crée à son intérieur un champ magnétique variable qui peut être capté par un bobinage constituant le circuit d'entrée du récepteur. Avec le montage représenté sur la *figure* 113, un amplificateur de 2 à 3 watts suffit pour couvrir une surface de plusieurs centaines de mètres carrés. Les fréquences audio sont très bien transmises, et ce système est couramment utilisé pour réaliser un écouteur sans fil permettant l'écoute de la radio ou de la télévision sans déranger d'autres personnes qui ont besoin de silence. Au musée du Louvre à Paris, des boucles magnétiques de faibles dimensions noyées dans le sol, au pied des statues et des tableaux, permettent ainsi aux visiteurs d'écouter les commentaires correspondants. De telles boucles peuvent, bien entendu, transmettre des ordres de télécommande à un mobile se déplaçant à l'intérieur.

La boucle magnétique peut être remplacée par un bâton de ferrite analogue à celui qui est utilisé dans le récepteur. Le couplage entre les deux barreaux peut être assuré jusqu'à quelques dizaines de mètres, réalisant ainsi une liaison BF sans fil, non hertzienne, donc non réglementée, ce qui est parfois intéressant.

Lorsque le récepteur se déplace à la surface d'un lac, on peut utiliser la *conductibilité de l'eau* pour transmettre une information. Un courant alternatif de fréquence musicale est envoyé dans l'eau par deux électrodes situées à quelques mètres l'une de l'autre; la réception se fait par deux tiges distantes de 50 cm à 1 m qui plongent dans l'eau. Ce type de télécommande a été décrit sous le nom de TPO Commande par Ch. Pépin dans la *Pratique de la télécommande de modèles réduits;* il permet des liaisons sur une cinquantaine de mètres en eau douce.

Les applications « domestiques » de l'électronique

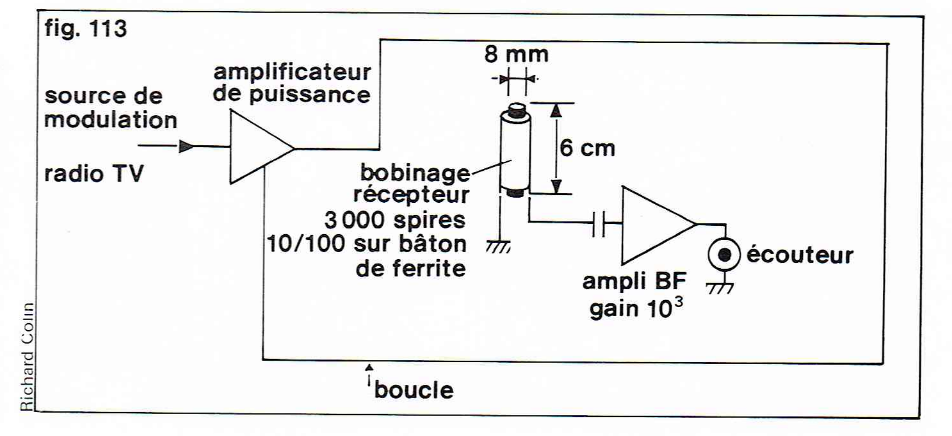
L'électronique s'introduit de plus en plus dans les appareils « domestiques » que nous utilisons tous les jours. Sans parler ici de la calculatrice de poche qui devient un objet familier, nous pouvons citer les montres et pendules électroniques, les minuteries (qui, hier électromécaniques, s'équipent actuellement de transistors et de circuits intégrés), l'allumage et l'injection électronique des automobiles, les clignotants, les diaphragmes automatiques dans les appareils photographiques, les flashes électroniques à calculateur, les interphones, les systèmes d'alarme antivol et bien d'autres.

L'*horlogerie* est un domaine où l'électronique s'introduit actuellement rapidement en apportant un gain considérable de précision. La montre classique est un oscillateur mécanique dont le circuit résonnant est constitué par le balancier spiral. Des générations d'horlogers ont donné à ce système des performances et une fiabilité remarquables; une bonne montre est précise à quelques secondes près par jour, ce qui représente pour l'oscillateur une stabilité de fréquence de 10^{-4} environ. Or un oscillateur à quartz peut faire sans difficulté 100 fois mieux; un quartz de haute qualité maintenu à température constante peut fournir une fréquence ne variant pas de plus de quelque 10^{-8} par an. Il était tentant de remplacer le spiral habituel par un oscillateur à quartz; malheureusement, en se limitant aux dimensions de cristaux susceptibles d'être introduits dans une montre, la fréquence obtenue est beaucoup plus élevée que le tic tac traditionnel. Il faut utiliser un diviseur contenant de nombreux transistors qu'il faut alimenter avec la seule source d'énergie dont on peut disposer, une pile au mercure de la taille d'un petit pois et qui doit durer un an. Ce sont les circuits à transistors complémentaires à effet de champ à grille isolée C. M. O. S. qui ont permis de résoudre ce problème. La fréquence de l'oscillateur à quartz est réglée le plus souvent à 2^{15} (32 768 Hz) ou 2^{16} (65 536 Hz); pour descendre à une fréquence de 1 Hz, il faut 15 ou 16 étages de division binaire dont la consommation totale est de l'ordre du microampère. Le problème le plus difficile a été celui de l'affichage; un micromoteur électrique entraînant des aiguilles classiques n'est pas une très bonne solution, et les diodes électroluminescentes utilisées dans les fréquencemètres et les calculatrices ne peuvent être utilisées, car elles consomment un courant au moins 1 000 fois trop grand. Certains constructeurs les ont cependant employées; la lecture de l'heure s'effectue en pressant un bouton.

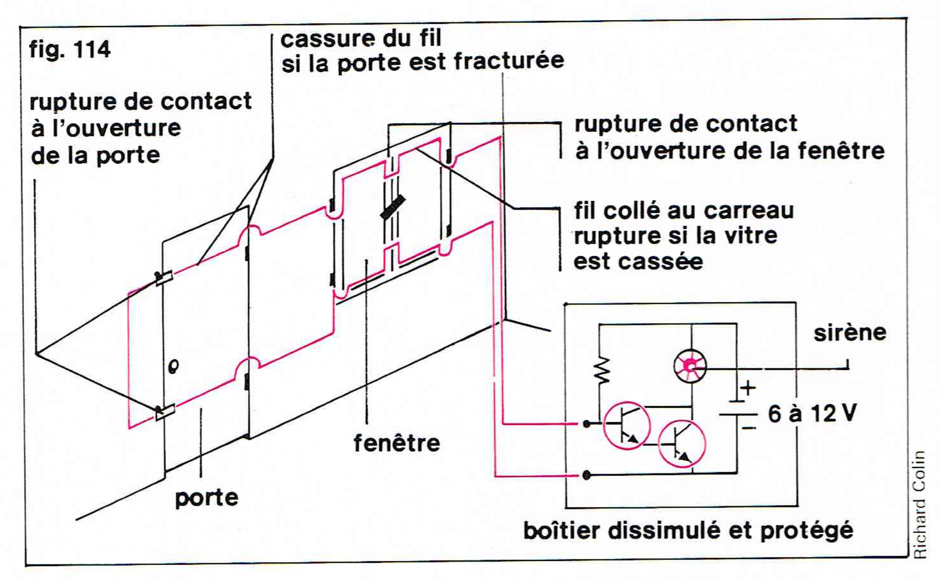
La solution définitive est apportée par les afficheurs à cristaux liquides, dont il nous faut dire un mot ici. Les « cristaux liquides » sont des substances organiques ayant des molécules de forme spéciale, susceptibles de s'orienter sous l'influence d'un champ électrique. En absence de champ, le liquide est diffusant; il devient transparent en présence du champ. Si une mince couche de cette substance est étalée sur une plaque de métal poli et recouverte d'une électrode transparente, l'ensemble a un aspect grisâtre. Si une tension est appliquée aux deux électrodes ainsi constituées, le liquide devient transparent, et le poli du métal apparaît. Si l'électrode transparente est découpée en plusieurs sections isolées les unes des autres et constituant des motifs géométriques, par exemple les sept segments à partir desquels on peut reconstituer tous les chiffres, il devient possible, en excitant certaines de ces zones, de faire apparaître un caractère quelconque. Il apparaît en brillant sur fond mat, n'a aucune luminosité en lui-même et est donc d'autant plus visible que l'éclairement ambiant est élevé. C'est un inconvénient; la montre à affichage par cristaux liquides ne peut pas être lue de nuit, mais aucune consommation électrique appréciable n'est nécessaire; le courant traversant le liquide se chiffre en fractions de nanoampère. Ce type d'afficheur 7 segments à cristaux liquides se répand rapidement. Les mises au point actuelles portent sur la durée de vie actuellement limitée à quelques milliers d'heures; c'est un problème de pureté et d'étanchéité, qui sera sans aucun doute vite résolu.

Une bonne montre à quartz construite sur ce principe devrait dériver seulement de quelques secondes par mois. Une telle précision est-elle utile? ce n'est pas évident!

L'électronique a révolutionné le marché des *systèmes*



▼ Figure 113 : liaison par boucle magnétique.



▲ *Figure 114 : système d'alarme à rupture de contact.*

anti-effraction. Le système le plus simple et qui n'est pas le plus mauvais est le montage à rupture de contact. La *figure* 114 représente un des schémas possibles. Une sirène alimentée par une batterie d'accumulateur ou des piles est placée dans le collecteur d'un transistor, qui est bloqué grâce à un fil maintenant sa base à la masse. Ce fil très fin (de préférence émaillé pour interdire toute épissure) est tendu dans le local à protéger et autour de toutes les ouvertures ; sa rupture, par ouverture d'une porte, ou tout simplement parce que le voleur ne l'a pas aperçu et l'a accroché, débloque le transistor et actionne la sirène. Compte tenu de la finesse du fil et de l'émail qui le recouvre, il est très difficile de réparer la cassure, et la sirène hurle jusqu'à épuisement de la source d'énergie. Le point faible de l'installation est le système permettant au propriétaire de pénétrer dans le local sans déclencher l'alerte. De nombreux systèmes sont possibles : retard au déclenchement laissant le temps d'actionner un interrupteur de neutralisation soigneusement dissimulé, contact assuré par le pêne du verrou de sûreté (dont le voleur n'a pas en principe la clef).

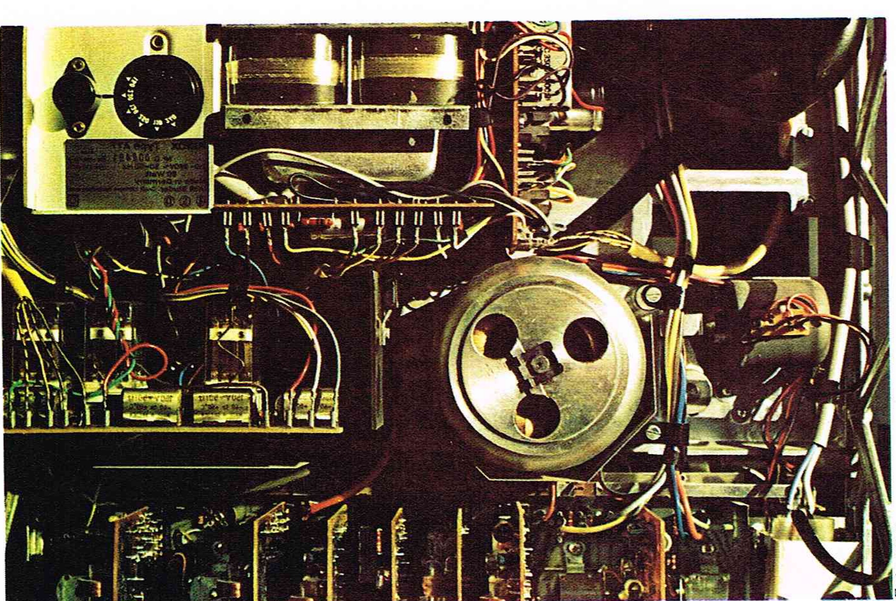
Les ultrasons permettent aussi de réaliser des systèmes très efficaces. Un émetteur ultrasonore émet un faisceau qui, après de multiples réflexions sur les murs, est capté par un récepteur. Si un objet se déplace dans la pièce à une vitesse *V*, il réfléchit une partie du faisceau qui parvient au récepteur avec une fréquence légèrement décalée (effet Doppler). La variation relative est $\frac{V}{c}$, où *c* est la vitesse du son (330 m/s). Au niveau du récepteur, cette onde réfléchie est mélangée à l'onde directe et donne naissance à un battement BF détectable. Pour une fréquence d'émission de 36 kHz, une vitesse de déplacement de 1 centimètre par seconde seulement crée un décalage Doppler de 1 hertz, d'où une fréquence de battement de 1 hertz qui, détectée, peut déclencher l'alerte. Dans certains systèmes, le faisceau ultrasonore est remplacé par un faisceau hyperfréquence (10^{10} hertz) qui a l'avantage de traverser des murs, ce qui permet de surveiller plusieurs pièces avec un seul émetteur.

De nombreuses autres applications dont certaines ont pourtant une importance considérable n'ont pas été décrites ici ; c'est le cas en particulier du *radar* qui guide nos avions et engins spatiaux. L'électro-acoustique utilise également des systèmes très ingénieux pour reproduire les sons en stéréophonie ou quadriphonie ; le *magnétophone* est un système très répandu de nos jours qui aurait nécessité une description détaillée.

L'électronique s'est également introduite en médecine, où elle joue un rôle important dans le diagnostic ou la surveillance des malades. Mais c'est sous forme d'*informatique* et surtout de *micro-informatique* qu'elle risque de changer le plus notre vie de tous les jours. La possibilité d'intégrer sur une seule pièce de silicium des milliers de transistors a permis de réaliser pour un coût très faible des systèmes très complexes (microprocesseurs), qui sont de véritables ordinateurs miniatures. On les rencontre déjà dans les appareils de mesure évolués (nous avons cité le cas de l'affichage des caractères sur l'écran d'un oscilloscope), mais ils vont s'introduire de plus en plus dans les systèmes les plus répandus, par exemple le programmateur des machines à laver sera bientôt construit avec un microprocesseur permettant une souplesse de fonctionnement inconnue actuellement ; il en est de même dans l'automobile (injection électronique, système antiblocage de roue, systèmes anticollision évaluant grâce à un petit radar la vitesse du véhicule et les distances et commandant automatiquement le freinage, etc.).

Lee de Forest, quand il inventa la triode en 1907, ne pouvait certes pas imaginer un développement aussi prodigieux !

▼ *Une application ingénieuse, et aujourd'hui courante, de l'électro-acoustique pour reprendre les sons en stéréophonie ou quadriphonie : le magnétophone.*



BIBLIOGRAPHIE

Les signaux

ARNAL T., *Signaux et Circuits*, collection Dunod Université, Dunod, Paris, 1970. - ROUBINE E., *Introduction à la théorie de la communication*, t. I, Masson, Paris, 1970.

Les éléments de circuit et composants

AUVRAY J., *Circuits et composants électroniques*, Hermann, Paris, 1975. - BESSON R., *Technologie des composants électroniques*, t. I, Éditions Radio, Paris, 1969. - CASSIGNOL E. J., *Physique électronique des semi-conducteurs*, Bibliographie technique Philips, Dunod Paris, 1965. - FOURNET G., *Électronique*, collection Dunod Université, Dunod, Paris, 1970.

Les circuits

AUVRAY J. (cité ci-dessus), Hermann, Paris, 1975. - GUILLIEN R., *Électronique*, P. U. F., Paris, 1961. - OEHMICHEN J. P., *Emploi rationnel des circuits intégrés*, Éditions Radio, Paris, 1971 ; *Emploi rationnel des transistors*, Éditions Radio, Paris, 1966.

Les appareils de mesure

DARTEVELLE C. H., *l'Oscilloscope dans le laboratoire et l'industrie*, ER. - HASS A., *le Laboratoire d'électronique*, Éditions Radio, Paris, ER ; *Mesures électroniques*, Éditions Radio, Paris, ER. - MAX, *Traitement du signal*, Masson, Paris, 1973. - SCHREIBER H., *le Transistor au laboratoire et dans l'industrie*, ER ; *Appareils électroniques à transistors*, ER.

L'opto-électronique

DAMAYE R., *Opto-électronique*, Éditions Radio, Paris, 1971.

Les applications de l'électronique

AISBERG E., *La radio, mais c'est très simple*, ER ; *La télévision, mais c'est très simple*, ER ; *La télévision en couleurs, c'est presque simple*, ER. - *Encyclopédie des sciences industrielles*, Quillet, t. II. - LIMANN O., *Étude et conception des radiorécepteurs à tubes et transistors*, ER, 1964. - PÉPIN Ch., *Pratique de la télécommande des modèles réduits*, ER, Paris, 1961. - TRÉMOLIÈRES J., *Électronique et Médecine*, ER, 1967.


Bruno Barbey - Magnum

▲ *On appelle électrotechnique les applications des lois de la physique en vue de la production, du transport, de la transformation et de l'utilisation de l'énergie électrique ; ici, un poste de distribution installé à Ceylan.*

ÉLECTROTECHNIQUE

Initialement, l'électrotechnique, conformément à son étymologie, consistait en l'application des lois de l'électricité, par opposition à l'électronique, centrée sur les dispositifs à émissions d'électrons. On constate donc une étroite liaison entre ces deux disciplines, en particulier dans le domaine de l'électronique de puissance (ou électronique industrielle).

Il est préférable d'appeler maintenant électrotechnique les applications des lois de la physique en vue de la production, du transport, de la transformation et de l'utilisation de l'énergie électrique. L'électronique, quant à elle, s'intéresse aux mêmes fonctions mais au bénéfice d'un signal.

Sont du domaine de l'électrotechnique, essentiellement, les machines électriques et l'électronique de puissance.

Les machines électriques

Ce terme général recouvre l'ensemble des convertisseurs qui transforment soit l'énergie électrique en énergie électrique de caractéristiques différentes, soit l'énergie électrique en énergie mécanique, soit enfin l'énergie mécanique en énergie électrique.

A ces fonctions correspondent respectivement les machines électriques appelées transformateur et commutatrice d'abord, puis moteur électrique, et enfin, génératrice, dynamo ou alternateur.

Se trouvent en dehors de la description ultérieure tous les convertisseurs directs d'énergie qui transforment en énergie électrique soit l'énergie lumineuse (convertisseurs photovoltaïques), soit l'énergie chimique (piles à combustible et batteries d'accumulateurs), soit l'énergie thermique (convertisseurs thermo-électriques, thermo-ioniques, magnétohydrodynamiques). Certains de ces convertisseurs pourront devenir d'un usage commun dans le futur. Mais actuellement, sauf les accumulateurs, ils demeurent au stade du laboratoire.

Principe général de fonctionnement

Les machines électriques comprennent, toutes, des circuits magnétiques constitués par des tôles ferromagnétiques empilées et qui sont destinées à canaliser les lignes de force du champ d'induction magnétique créé par les circuits électriques ou, dans certaines machines de faible puissance, par un aimant permanent.

D'après la loi de Faraday, une force électromotrice (f. é. m.) $\mathcal{E}$ est induite dans un circuit électrique par la variation avec le temps du flux ψ d'un champ magnétique :

$$\mathcal{E} = \frac{-d\psi}{dt}$$

Ainsi un convertisseur statique, dans lequel tous les circuits sont fixes, ne peut fonctionner que si certains courants sont alternatifs : c'est le cas des *transformateurs*. Par contre, dans un convertisseur mobile — on dit alors électromécanique — dans lequel certains circuits se déplacent les uns par rapport aux autres, le fonctionnement est possible en courant continu et en courant alternatif. Le mouvement le plus commun étant en rotation autour d'un arbre, on parle de *machines électriques tournantes*. Mais il existe des machines linéaires, dont le déplacement s'effectue le long d'un rail.

D'après la loi de Laplace, une force mécanique $\vec{f}$ s'exerce sur un conducteur parcouru par un courant i placé dans un champ d'induction magnétique $\vec{B}$, de telle sorte que, pour une longueur l, on a :

$$\vec{f} = i\vec{l} \wedge \vec{B}$$

Si, sous l'action de $\vec{f}$, le conducteur se déplace d'une longueur $\vec{d\lambda}$, le travail accompli est :

$$d\mathcal{C} = \vec{f}\vec{d\lambda} = i\vec{B}\,(\vec{d\lambda} \wedge \vec{l})$$

$\vec{d\lambda} \wedge \vec{l}$ représente en module la surface ds balayée par le circuit au cours de son déplacement. Ainsi le travail accompli est égal au produit du courant i par la variation de flux $d\psi$ ($= \vec{B} \cdot \vec{ds}$) vue par l'élément de circuit. La puissance mécanique tirée de ce moteur élémentaire est

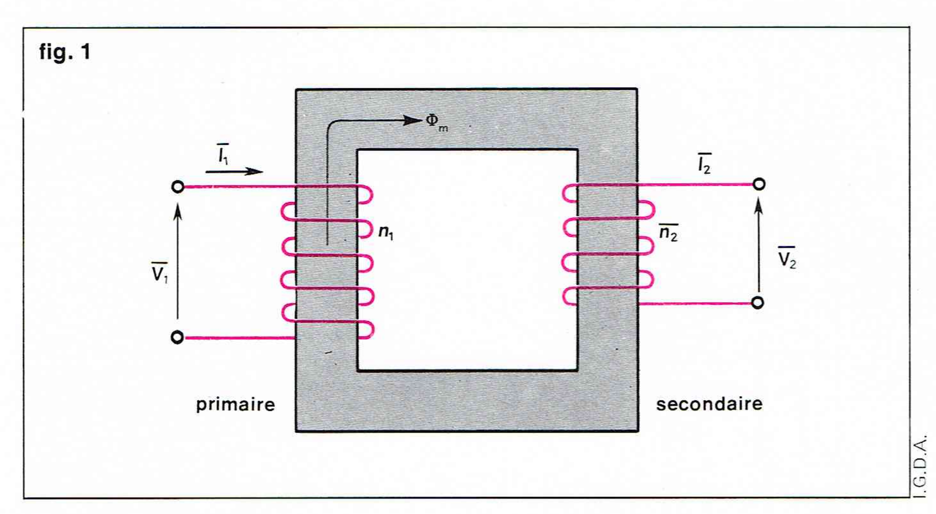
$$P_m = i\,\frac{d\psi}{dt}$$

On remarque que l'on retrouve au signe près la f. é. m. $\mathcal{E}$, qui serait induite dans le circuit selon la loi de Faraday.

$$\mathcal{E}' = \frac{d\psi}{dt}$$

est appelée force contre-électromotrice (f. c. é. m.), et on a $P_m = \mathcal{E}'i = -\mathcal{E}i$.

Si inversement on déplace dans les mêmes conditions le fil conducteur bouclé sur une charge convenable, la f. é. m. $\mathcal{E}$ est à l'origine d'un courant i et la puissance de sortie délivrée par cette génératrice est $P_G = \mathcal{E}i$.



▲ *Figure 1 : schéma de principe d'un transformateur monophasé.*

Ainsi, en première approximation, c'est-à-dire en négligeant les résistances, moteurs et génératrices électriques sont des convertisseurs réversibles et interchangeables. Si maintenant on tient compte de la résistance électrique, la différence de potentiel v aux bornes du circuit élémentaire d'une génératrice est nécessairement inférieure à la f. é. m. $\mathcal{E}$ qui est à l'origine du courant i en raison de la chute ohmique du potentiel, et on a :

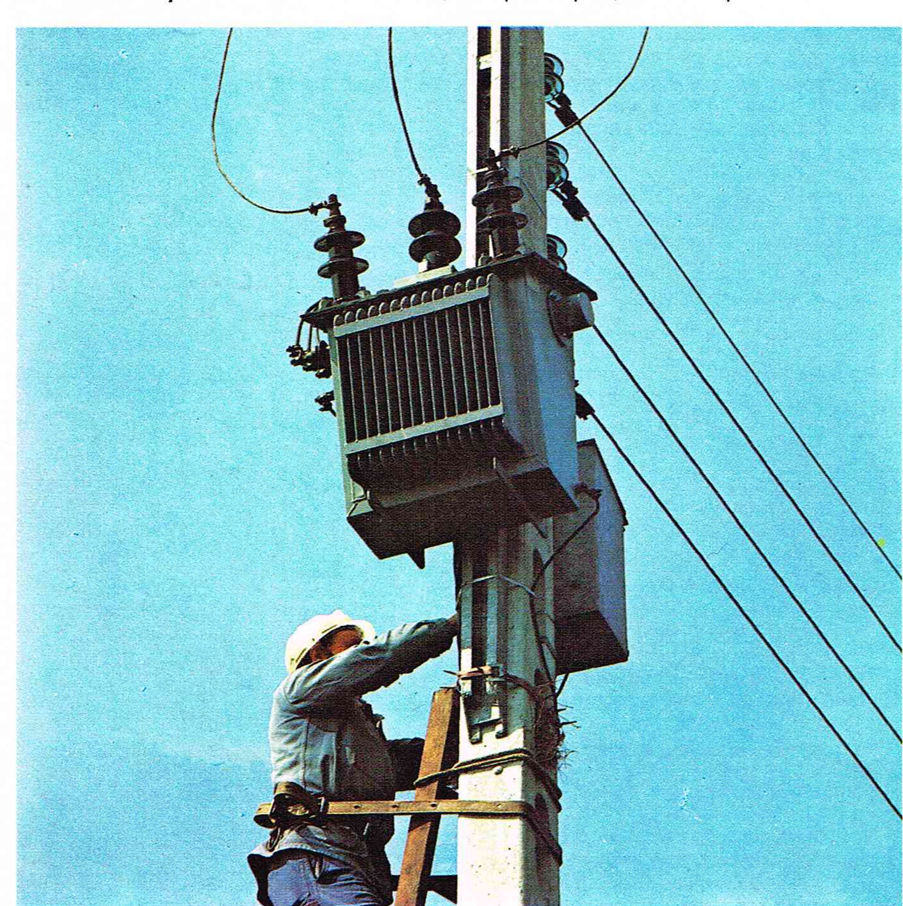
(1) $$v = \mathcal{E} - \mathrm{R}i$$

Pour un moteur, au contraire, la tension v appliquée à ses bornes est égale à la somme de la f. c. é. m. $\mathcal{E}'$ et de la chute ohmique :

(2) $$v = \mathcal{E}' + \mathrm{R}i$$

Les transformateurs de puissance

Un transformateur de puissance est un convertisseur statique qui assure la transformation d'une tension alternative sinusoïdale de fréquence donnée en une autre tension de même nature et de fréquence identique en conservant, aux pertes près, la même puissance.



▼ *Le transformateur permet de réaliser la transmission de l'énergie électrique à haute tension et à faible courant pour la distribuer sous basse tension et courant plus intense.*

Parimage

Les premiers transformateurs datent de 1884 environ, époque à laquelle Gaulard réalise une première transmission électrique en courant alternatif sur 37 km à l'occasion de l'Exposition internationale de Turin. Trois ingénieurs hongrois, Dert, Blathy et Zipernowsky, donnent au transformateur sa conception définitive dès 1885. Les puissances actuelles couvrent la gamme allant de quelques voltampères (VA) jusqu'à quelques centaines de mégavoltampères (MVA). On distingue les transformateurs de puissance des transformateurs de mesure et de liaison. Bien que fonctionnant selon des principes identiques, leur utilisation est très différente, et ils seront traités ultérieurement.

Le transformateur monophasé

Un transformateur monophasé classique est constitué d'une carcasse en matériau ferromagnétique sur laquelle sont bobinés deux enroulements distincts appelés *primaire* et *secondaire*, comme l'indique la *figure* 1.

Il est possible que le secondaire comporte plus de deux bornes, comme un transformateur à point milieu. Mais ces sorties sont reliées entre elles par un conducteur. Par contre, le primaire et le secondaire ne comportent aucune liaison galvanique.

Théorie élémentaire

Considérons le montage de la *figure* 1, pour lequel nous allons, dans un premier temps, supposer négligeables les résistances et infinie la perméabilité magnétique relative du fer. On dit alors qu'on a un transformateur parfait. La dernière hypothèse entraîne l'absence de fuites magnétiques, car la réluctance du circuit est nulle, alors que celle de l'air a une valeur finie. Ainsi, le flux par spire au primaire se retrouve intégralement au secondaire.

Si $\overline{V}_1$ est la tension efficace de pulsation ω appliquée au primaire comportant n_1 spires, on a d'après la loi de Faraday et les règles de dérivation avec le temps vues auparavant dans les circuits électriques :

(3) $$\overline{V}_1 = \overline{E}_1 = -j\omega\overline{\Phi}_1 n_1$$

En effet, la tension $\overline{V}_1$ et la f. é. m. $\overline{E}_1$ se confondent en raison de l'absence de résistance. De même, pour le secondaire, avec n_2 spires :

(4) $$\overline{V}_2 = \overline{E}_2 = -j\omega\overline{\Phi}_2 n_2$$

Puisqu'il n'y a pas de fuites magnétiques, les flux Φ_1 et Φ_2 sont égaux. On obtient alors :

(5) $$\frac{\overline{E}_2}{\overline{E}_1} = \frac{\overline{V}_2}{\overline{V}_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

La quantité $m = \frac{n_2}{n_1}$, rapport du nombre de spires, est appelée rapport de transformation. On introduit parfois le flux maximal Φ_m égal à $\Phi_1\sqrt{2}$ et, comme on passe de la pulsation ω à la fréquence f par la relation $\omega = 2\pi f$, on trouve la relation pratique qui permet d'évaluer le flux Φ_m, connaissant la tension efficace V_1 :

$$V_1 = 4{,}44\, f n_1 \Phi_m$$

Si le secondaire est fermé sur une charge et débite un courant alternatif $\overline{I}_2$, le courant $\overline{I}_1$ circulant au primaire est donné par le théorème d'Ampère :

(6) $$n_1\overline{I}_1 - n_2\overline{I}_2 = 0$$

relation qu'on peut écrire sous la forme :

(7) $$\frac{\overline{I}_1}{\overline{I}_2} = \frac{n_2}{n_1} = m$$

On constate en effectuant le produit de **(7)** par **(5)** que la puissance absorbée au primaire se retrouve intégralement au secondaire ($\overline{V}_2\overline{I}_2 = \overline{V}_1\overline{I}_1$). Ceci est vrai parce que nous avons considéré un transformateur parfait.

Pour les transformateurs réels, le rapport de ces deux puissances donne le rendement ; pour les plus puissants, on dépasse 99 %.

Transformateur réel

Les conditions de fonctionnement du transformateur parfait précédent ne sont pas tout à fait vérifiées pour les transformateurs industriels. En effet, il faut tenir

compte des résistances des enroulements et des flux de fuite, c'est-à-dire des lignes de champ qui sortent du noyau magnétique sans être communes aux enroulements primaires et secondaires. Enfin, il existe un courant magnétisant non nul pour produire le flux commun aux deux enroulements ainsi que des pertes par hystérésis et courant de Foucault.

Le flux Φ_1 qui transite dans le primaire est égal à la somme du flux de fuite du primaire Φ_{f1} et du flux commun Φ_c : $\Phi_1 = \Phi_{f1} + \Phi_c$. De même, pour le secondaire,

$$\Phi_2 = \Phi_{f2} + \Phi_c$$

On appelle, par analogie avec les auto-inductances, inductances de fuite du primaire la quantité

$$l_1 = \frac{n_1}{I_1}\Phi_{f1}$$

De même, l'inductance de fuite du secondaire est

$$l_2 = \frac{n_2}{I_2}\Phi_{f2}$$

En introduisant en outre les résistances R_1 et R_2 des enroulements, les relations **(3)** et **(4)** deviennent :

(8) $$\bar{V}_1 = \bar{E}_1 + (R_1 + jl_1\omega)\,\bar{I}_1$$

(9) $$\bar{V}_2 = \bar{E}_2 - (R_2 + jl_2\omega)\,\bar{I}_2$$

La modification du signe résulte de l'application des relations **(1)** et **(2)** au transformateur. En effet, le primaire est un récepteur, alors que le secondaire est un générateur. Il faut noter que d'autres conventions de signe peuvent être adoptées.

On a de cette manière séparé les chutes de tension dues aux fuites magnétiques et retrouvé un transformateur parfait au niveau des tensions $\bar{E}_1$ et $\bar{E}_2$ qui sont dues aux seules variations du flux commun Φ_c :

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{n_2}{n_1}$$

D'autre part, supposons que le transformateur fonctionne à vide ($\bar{I}_2 = 0$). Il se trouve réduit à une simple bobine d'inductance propre L_1 qui absorbe le courant I_{10} tel que, si on fait abstraction de R_1 :

(10) $$\bar{E}_1 = jL_1\omega\bar{I}_{10}$$

$\bar{I}_{10}$ est appelé courant à vide ou magnétisant : il existe dès que la perméabilité magnétique relative μ_r ne peut plus être considérée comme infinie. Avec les tôles actuelles μ_r vaut quelques milliers dans la zone de fonctionnement non saturée. Si maintenant le transformateur débite un courant secondaire $\bar{I}_2$, $\bar{I}_{10}$ subsiste, et **(6)** devient

(11) $$n_1\bar{I}_1 - n_2\bar{I}_2 = n_1\bar{I}_{10}$$

Enfin, on sait que, dans toute bobine, il existe des pertes électromagnétiques dues aux courants de Foucault et à l'hystérésis. La relation **(10)** montre que $\bar{I}_{10}$ est en quadrature sur $\bar{E}_1$, donc qu'il n'y aurait pas de puissance active mise en jeu. L'expérience montre que ce n'est pas le cas et qu'il faut ajouter à $\bar{I}_{10}$ une composante wattée sous la forme d'une résistance équivalente R_p en parallèle sur L_1.

L'ensemble des observations précédentes traduites sous forme d'équations peut être transcrit sous la forme d'un schéma électrique équivalent représenté sur la *figure* 2.

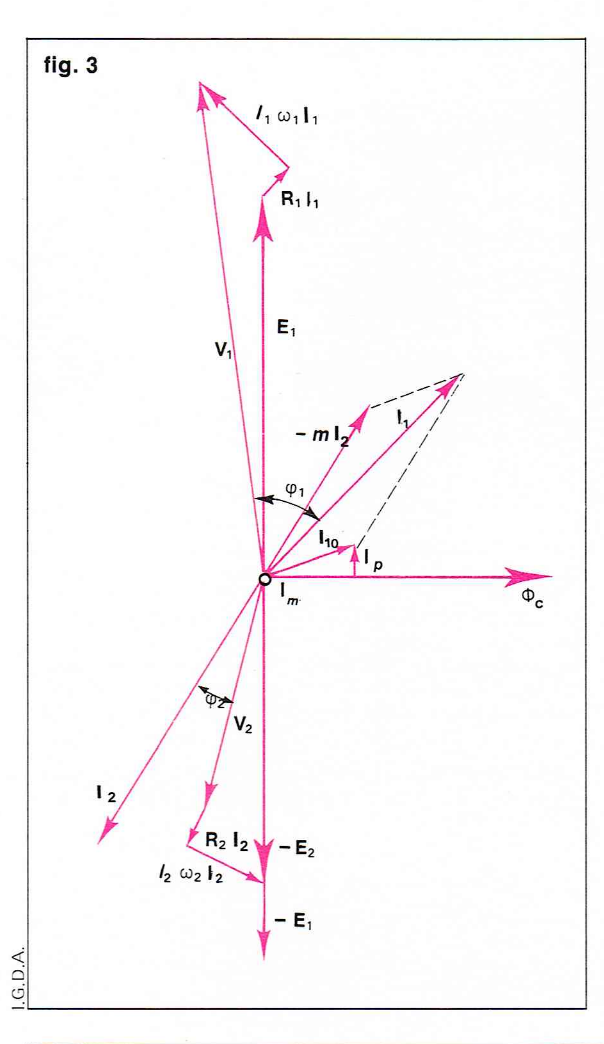
La *figure* 3 donne la représentation dans le plan de Fresnel des équations précédentes.

Cette construction un peu compliquée est souvent remplacée par le diagramme de Kapp qui fait l'hypothèse simplificatrice que le courant magnétisant I_{10} est négligeable. Cette hypothèse est fondée puisque I_{10} est toujours inférieur au dixième du courant nominal, c'est-à-dire du courant pour lequel le transformateur a été calculé pour fonctionner de manière permanente sans dommages. Dans ces conditions, **(11)** est remplacé par **(7)**, et on peut écrire **(8)** avec les grandeurs du secondaire :

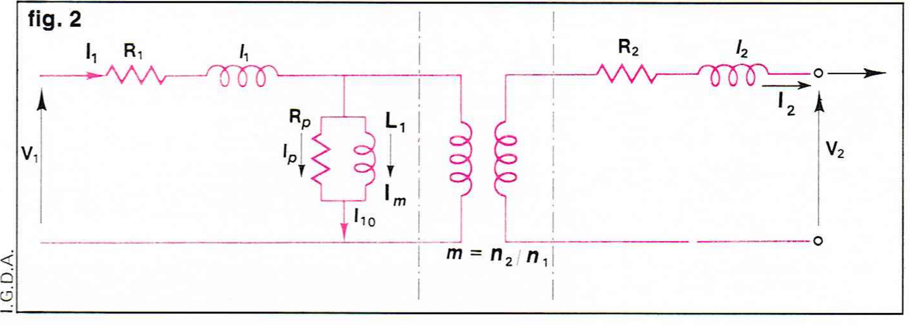
$$m\bar{V}_1 = \bar{E}_2 + (R_1 + jl_1\omega)\,\bar{I}_2 m^2$$

En reportant dans **(9)**, il vient :

$$m\bar{V}_1 = \bar{V}_2 + [(m^2R_1 + R_2) + j\omega\,(m^2l_1 + l_2)]\,\bar{I}_2$$



◀ *Figure 3 : diagramme vectoriel de fonctionnement d'un transformateur réel fermé sur une impédance qui absorbe le courant I_2 sous la tension V_2 avec un facteur de puissance cos φ_2.*



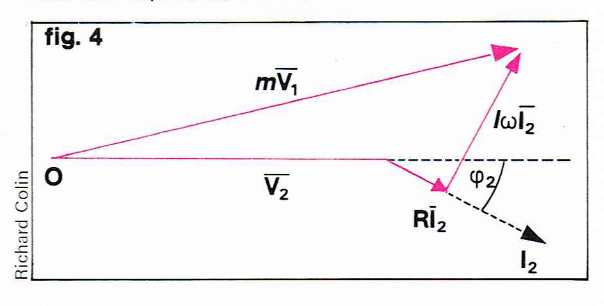
▲ *Figure 2 : schéma électrique équivalent d'un transformateur réel.*

La quantité $R = R_2 + m^2R_1$ est la résistance totale ramenée au secondaire, et l'inductance $l = l_2 + m^2l_1$ est l'inductance totale de fuite ramenée au secondaire.

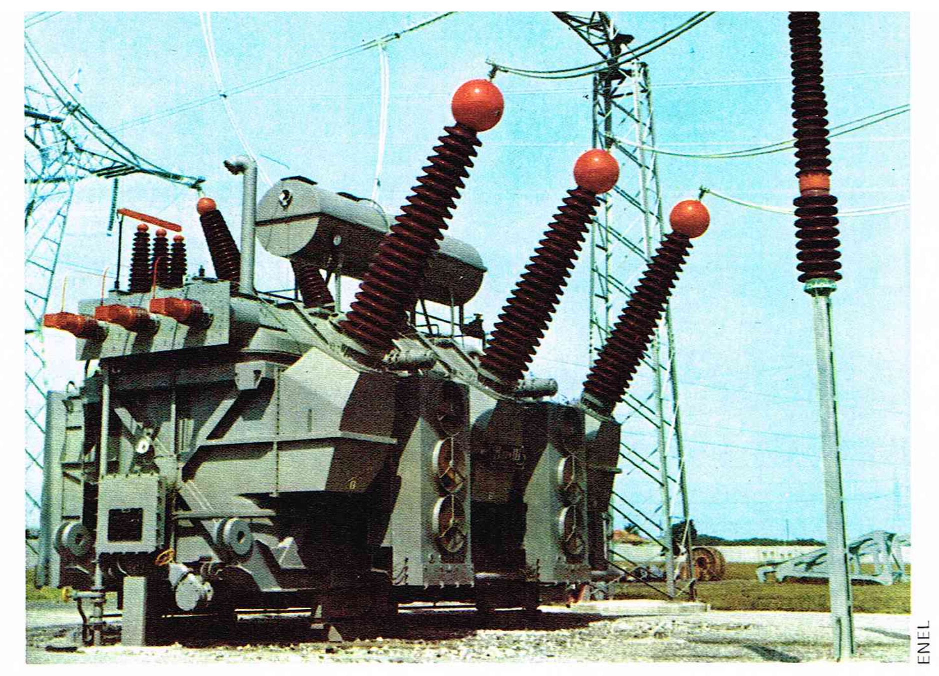
La relation que représente le diagramme de Kapp de la *figure* 4 est donc :

(12) $$m\bar{V}_1 = \bar{V}_2 - (R + jl\omega)\,\bar{I}_2$$

On peut ainsi connaître la tension $\bar{V}_1$ nécessaire pour obtenir une tension $\bar{V}_2$ imposée en débitant un courant $\bar{I}_2$ dans une impédance connue.



◀ *Figure 4 ; diagramme de Kapp : φ_2 est le déphasage du courant sur la tension de la charge.*



ENEL

▲ *Un autotransformateur triphasé de 400 MVA, 400/230/15 kV, de la station de transformation de Bovisio (Italie).*

La construction du diagramme de Kapp permet de prévoir les performances d'un transformateur en charge sans avoir à faire l'essai direct. En effet, un essai à vide donne le rapport m. Un essai en court-circuit, sous tension réduite ($\overline{V}_2 = 0$), donne $R + jl\omega$. Enfin la mesure des résistances en courant continu permet de connaître l.

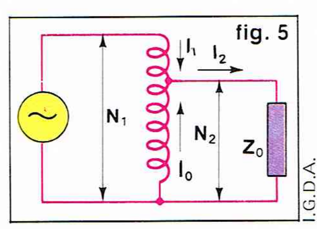
Transfert d'impédance

Une utilisation importante du transformateur, en électro-acoustique, est l'adaptation d'impédance. Supposons le transformateur de la *figure* 1 parfait et fermons son secondaire par une impédance $\overline{Z}_2$: $\overline{V}_2 = \overline{Z}_2 \overline{I}_2$. D'après **(5)** et **(7)**, on trouve immédiatement :

$$\overline{V}_1 = \frac{\overline{Z}_2}{m^2}\,\overline{I}_1$$

Ainsi le courant primaire $\overline{I}_1$ qui est absorbé par le transformateur est celui qui circulerait si, en l'absence du transformateur, on disposait l'impédance $\frac{\overline{Z}_2}{m^2}$. On ne modifie donc rien au courant absorbé si l'on déplace une impédance du secondaire au primaire, à condition de la diviser par le carré du nombre de spires du transformateur.

▼ *Figure 5 : schéma électrique d'un autotransformateur.*



I.G.D.A.

Autotransformateur

Un tel dispositif, représenté sur la *figure* 5, est constitué par un seul enroulement bobiné sur un noyau magnétique. Le rapport de transformation est ajustable grâce à des plots ou à un curseur s'appliquant sur une partie dénudée des spires et qui définissent le secondaire. Le rapport de transformation est égal au rapport du nombre de spires N_2, pris entre le curseur et le point commun du secondaire et de la source, au nombre total N_1. Le rapport de transformation est toujours inférieur ou égal à l'unité.

Les autotransformateurs sont utilisés pour ajuster des tensions à un niveau requis : ils remplacent en alternatif les potentiomètres, puisqu'ils présentent l'avantage de dissiper très peu de puissance, tant à vide qu'en pleine charge. Malheureusement, ils ont l'inconvénient de rendre électriquement solidaires primaire et secondaire et ont un rendement qui est d'autant meilleur que N_2 est plus voisin de N_1.

Transformateur triphasé

Les réseaux triphasés sont formés de trois circuits monophasés alimentés par des sources de tension décalées dans le temps de $2\pi/3$, soit, avec des tensions instantanées :

$$v_1 = V\sqrt{2}\sin\omega t$$

$$v_2 = V\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right)$$

(13) $$v_3 = V\sqrt{2}\sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right)$$

On peut utiliser trois transformateurs monophasés à circuits magnétiques séparés : c'est ce qui se fait pour les très grandes puissances. Une première concentration consiste à bobiner sur trois colonnes séparées les primaires et les secondaires de chaque phase et à prévoir deux colonnes de retour du flux (transformateur triphasé à flux libres). Chacun des enroulements primaire ou secondaire peut être couplé en étoile (notée Y) ou en triangle (noté Δ ou D).

Pour des questions de fonctionnement en régime déséquilibré, il existe un troisième type de couplage appelé zigzag (noté Z) qui exige d'avoir les trois enroulements divisés en deux moitiés comme l'indique la *figure* 6.

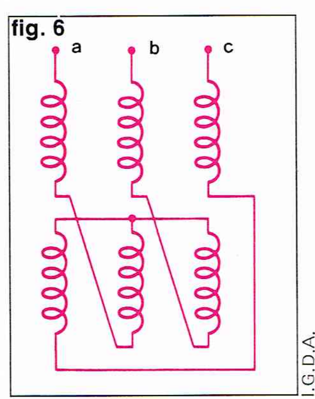
Chacun de ces couplages conduit à des déphasages particuliers entre tensions primaires et secondaires, comme l'indique la *figure* 7. De même, les rapports de transformation dépendent du mode de couplage : les résultats sont présentés dans le tableau.

La plupart des transformateurs triphasés sont en fait à flux forcés : les circuits magnétiques relatifs à chaque phase ne sont plus indépendants. L'idée est qu'à chacune des tensions v_1, v_2, v_3 correspondent des flux instantanés φ_1, φ_2, φ_3 dont la somme est nulle à chaque instant en raison de l'identité :

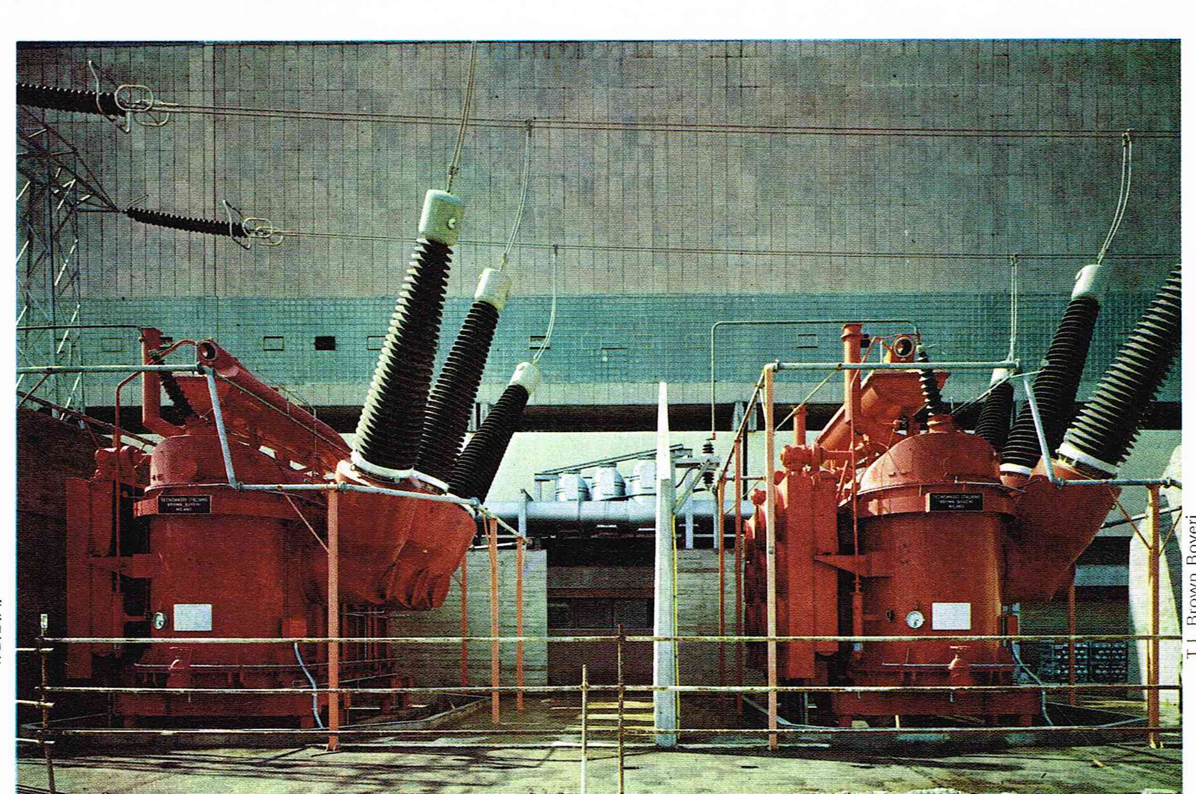
$$\sin\omega t + \sin\left(\omega t - \frac{2\pi}{3}\right) + \sin\left(\omega t - \frac{4\pi}{3}\right) = 0$$

On peut donc faire l'économie du noyau magnétique de retour comme on fait l'économie du fil neutre de retour dans un circuit électrique triphasé équilibré.

▼▶ *Ci-dessous, figure 6 : schéma électrique d'un enroulement de transformateur triphasé couplé en zigzag. A droite, transformateurs triphasés de grande puissance (chacun de 190 000 kVA, 20/400 kV).*



I.G.D.A.



T.I. Brown Boveri

Transformateur de phase

En électronique de puissance, et plus particulièrement dans les dispositifs à redresseurs, il est souvent nécessaire de changer la nature d'un système polyphasé. La transformation d'un système triphasé en système hexaphasé s'effectue à partir d'un transformateur triphasé au primaire mais dont les trois enroulements secondaires comportent trois points milieux reliés entre eux.

La transformation d'un système triphasé en un système diphasé, utilisé dans la traction électrique à fréquence industrielle pour alimenter une paire de caténaires, s'effectue à partir d'un transformateur Scott. Le montage représenté sur la *figure* 8 utilise deux transformateurs monophasés. Supposons que les secondaires fournissent du diphasé, c'est-à-dire deux tensions égales en module mais déphasées de $\frac{\pi}{2}$ ($\overline{V}_1$ et $\overline{V}'_1$).

On va combiner les enroulements primaires pour obtenir trois tensions déphasées de $2\pi/3$ et de même module. C'est le résultat auquel on arrive en reliant le point milieu du primaire du premier transformateur, comportant *n* spires, à l'origine de l'enroulement homologue du second transformateur qui devra comporter $n\sqrt{3}$ spires. Les sorties A, B, C du primaire sont portées sur la *figure* 8. Si on veut la borne neutre, il suffit de prélever la tension à $\frac{2}{3}n$ spires de C. Le système est réversible, et on peut obtenir du triphasé à partir du diphasé, ou *vice versa*.

Caractéristiques de construction

Tous les transformateurs comportent d'une part les colonnes autour desquelles sont disposés les enroulements et d'autre part deux culasses qui assurent la fermeture du flux. La carcasse magnétique est constituée de tôles minces (3 à 5 dixièmes de millimètre) isolées, vernies et empilées. Ce sont des tôles spécialement traitées au silicium à cristaux orientés pour réduire les pertes magnétiques.

Les enroulements sont disposés en galettes concentriques ou superposées. Elles sont formées de conducteurs en cuivre dont la section est circulaire (fil rond) ou presque rectangulaire (fil méplat). La section dépend des intensités et des types de refroidissement qui peuvent être soit à air (naturel ou forcé), soit à huile ou au pyralène. La densité de courant admise est de l'ordre de 3 A par mm².

Utilisation des transformateurs

Leur rôle est d'assurer la liaison entre deux circuits à tensions différentes. Ils sont indispensables dans les réseaux de distribution de l'énergie électrique. En effet, il est plus économique en raison du coût du cuivre, des poteaux, etc., de choisir une tension élevée de transport : actuellement le réseau national est à 380 kV, et on prévoit 750 kV en 1980 — valeur déjà atteinte dans les pays étendus comme le Canada. Mais ni les alternateurs des centrales électriques ni, *a fortiori*, les utilisateurs ne peuvent s'accommoder de ces tensions. C'est cette facilité à

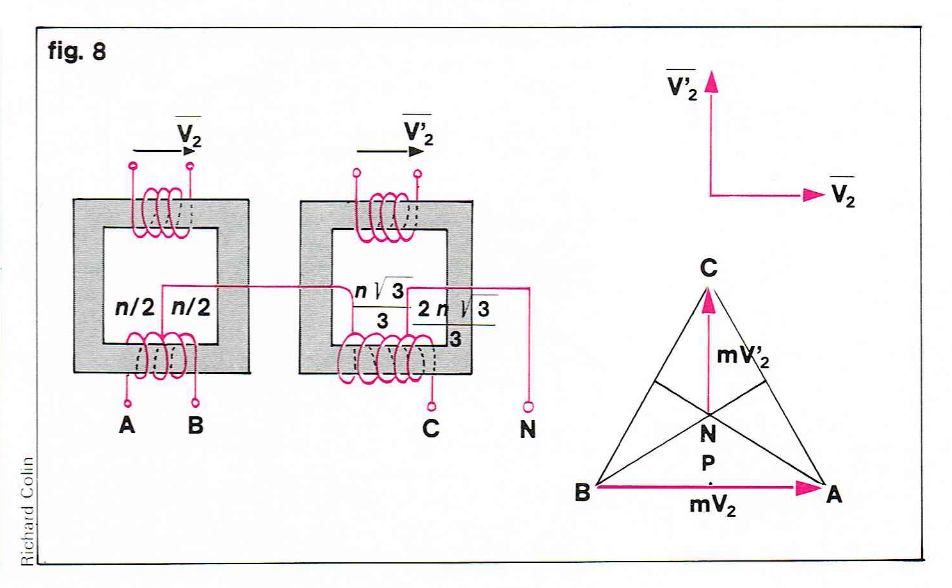
fig. 7

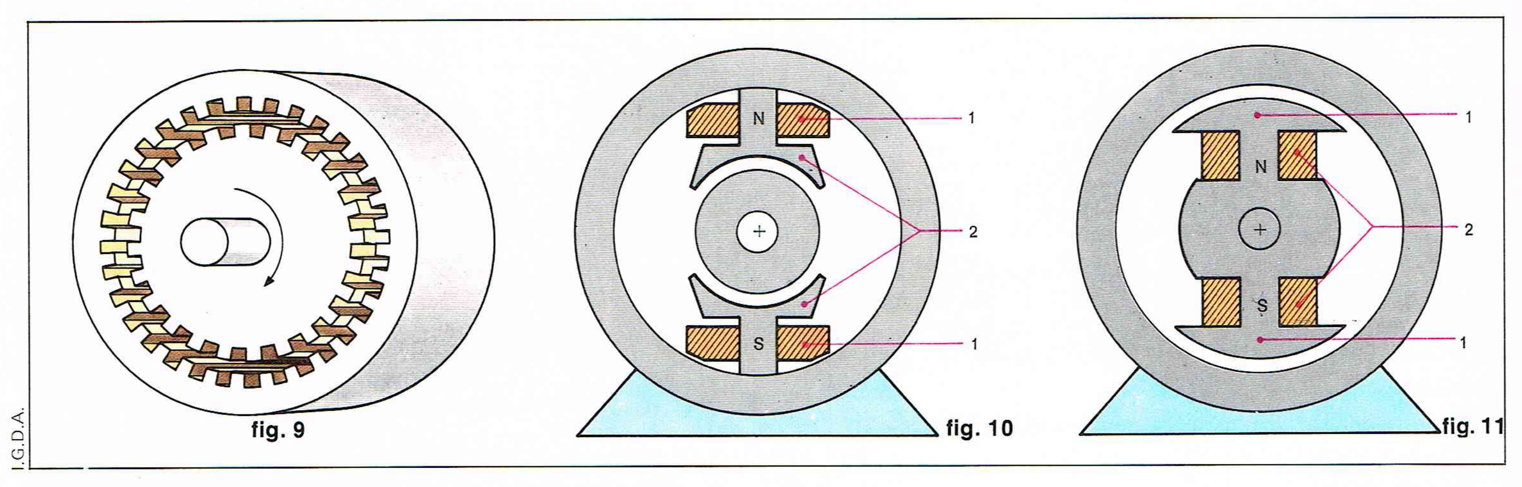
Groupe 0 — déphasage angulaire 0° : Dd0, Yy0, Dz0
Groupe 5 — déphasage angulaire 150° : Dy5, Yd5, Yz5
Groupe 6 — déphasage angulaire 180° : Dd6, Yy6, Dz6
Groupe 11 — déphasage angulaire 320° : Dy11, Yd11, Yz11

▲ ***Figure 7 : différents types de couplage, pour les transformateurs triphasés. Dans chacune des douze cases sont indiqués, en partant de la gauche, les diagrammes vectoriels respectifs des tensions primaires et secondaires (A, B, C sont les bornes du primaire, a, b, c correspondent au secondaire). D, Y, Z symbolisent respectivement les couplages en triangle, en étoile, en zigzag. Les nombres 0, 5, 6, 11 indiquent le déphasage en multipliant par $\frac{\pi}{6}$. Par exemple, Yd5 définit un couplage étoile au primaire, triangle au secondaire, conduisant à un déphasage de la tension secondaire sur la tension primaire de $\frac{5\pi}{6}$.***

▼ ***A gauche, tableau des rapports de transformation des différents couplages. A droite, figure 8 ; montage de Scott : transformation du diphasé en triphasé, et vice versa.***

Enroulements primaire	Enroulements secondaire	Rapports de transformation V_1/V_2
Y	*y*	$\frac{N_1}{N_2}$
D	*d*	$\frac{N_1}{N_2}$
Y	*d*	$\sqrt{3}\,\frac{N_1}{N_2}$
D	*y*	$\frac{1}{\sqrt{3}}\,\frac{N_1}{N_2}$
Y	*z*	$\frac{2}{\sqrt{3}}\,\frac{N_1}{N_2}$
D	*z*	$\frac{2}{3}\,\frac{N_1}{N_2}$





▲ *Figure 9 : schéma de l'armature ferromagnétique d'une machine électrique tournante à bobinage uniformément réparti au rotor et au stator. Figure 10 : bobinage statorique concentré avec épanouissements polaires. Figure 11 : bobinage rotorique concentré, appelé à pôles saillants.*

▶ *Figure 12 : schéma d'une machine à deux paires de pôles au rotor.*

modifier les tensions par une machine électrique très simple et de rendement excellent appelée transformateur qui a donné au courant alternatif son avantage décisif sur le courant continu à la fin du XIXe siècle.

Les machines électriques tournantes

Une machine tournante comporte deux armatures cylindriques coaxiales, l'une fixe appelée *stator*, l'autre mobile appelée *rotor* qui est solidaire d'un arbre porté par des paliers. Stator et rotor sont séparés par un interstice appelé entrefer, car chacun d'eux est constitué d'un matériau ferromagnétique analogue à celui utilisé dans les transformateurs. Stator et rotor portent, dans des encoches, des conducteurs dirigés parallèlement à l'axe et reliés entre eux pour constituer le bobinage. Les enroulements peuvent être uniformément répartis sur toute la circonférence (*fig.* 9) ou bien concentrés comme sur les *figures* 10 et 11 selon le type de machine. Un des deux bobinages est appelé inducteur, car il est à l'origine du champ d'induction magnétique principal, l'autre est appelé induit, car il recueille les f. é. m. induites.

Selon le sens de la puissance imposée à l'induit et sur l'arbre, la machine peut fonctionner en générateur ou en moteur.

Dans le fonctionnement en moteur, l'induit est alimenté par une source extérieure, et on récupère une puissance motrice sur l'arbre : si C_M est le couple moteur et Ω la vitesse angulaire, la puissance recueillie est $C_M\Omega$. Par exemple, dans le cas des locomotives électriques, pour une vitesse uniforme, le couple moteur est égal au couple résistant à fournir pour faire avancer le train, et la puissance consommée est d'autant plus grande que la vitesse est élevée.

Dans le fonctionnement en générateur, le rotor est entraîné par un dispositif extérieur, turbine à vapeur par exemple, qui fournit un couple mécanique C_M à la vitesse Ω. La puissance mécanique est encore $C_M\Omega$.

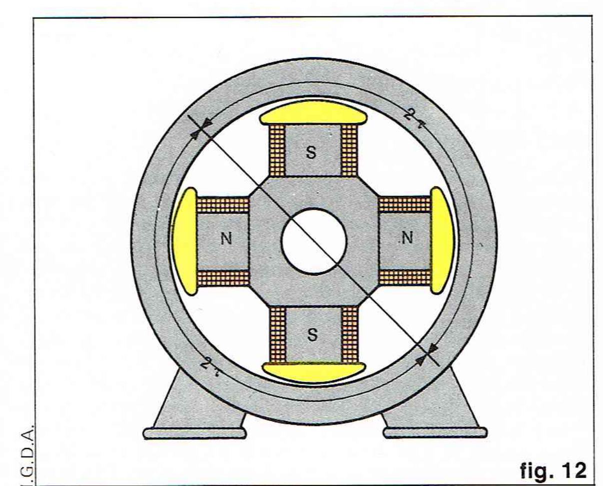
Le rôle des bobinages est d'assurer dans le premier cas l'addition des couples élémentaires, dans le second cas celle des f. é. m. induites.

Selon le courant principal d'alimentation, on distingue les machines à courant continu et les machines à courant alternatif qui, elles-mêmes, se répartissent en machines monophasées ou polyphasées et en machines synchrones ou asynchrones.

Toutes ces machines, bien que de conception et de fonctionnement différents, ont en commun la nécessité de voir créer un champ magnétique et de recueillir ou produire des f. é. m. selon des principes identiques que nous allons voir maintenant.

Production d'un champ magnétique dans les machines tournantes

La quasi-totalité de ces machines est hétéropolaire, c'est-à-dire que leurs bobinages sont conçus pour créer une ou plusieurs paires de pôles, successivement Nord et Sud. On obtient ainsi une plus grande variation de flux : cette conception est due à Pixii, qui l'a proposée dès 1832. Mais la première machine électrique, due à Barlow en 1828, ne comportait qu'un seul pôle : ce type de montage est appelé homopolaire. Il est encore susceptible d'être intéressant pour des machines devant fonc-



tionner sous faible tension et forte intensité. L'une d'elles, due à Poirson en 1932 et exposée maintenant au palais de la Découverte de Paris, était destinée à l'électrolyse.

Pour réaliser une alternance de pôles Nord et Sud, la méthode la plus simple consiste à construire une succession d'électro-aimants dont les courants d'alimentation circulent alternativement dans un sens opposé. Ainsi la *figure* 12 montre une machine dont le rotor comporte quatre pôles (2 paires de pôles Nord-Sud). Remarquons que les bobines sont parfois remplacées par des aimants permanents dans la gamme des faibles puissances.

Supposons d'abord que le courant dans ces bobinages soit continu : l'induction b dans l'entrefer est indépendante du temps. Mais elle varie le long de la circonférence. Elle est maximale au droit d'un pôle Nord, minimale en face d'un pôle Sud, et nulle entre les pôles. Si l'on prend pour origine des angles θ un axe de pôle Nord, on peut écrire, approximativement, que

(14) $$b = B \cos p\theta$$

où p est le nombre de paires de pôles. Cette fonction vérifie bien les conditions précédentes. Le champ obtenu est donc fixe dans le temps mais sinusoïdal dans l'espace.

Supposons ensuite que les bobines précédentes, toujours alimentées en courant continu, soient solidaires d'un rotor tournant à la vitesse Ω. La répartition précédente se déplace dans son ensemble à la vitesse Ω. On dit alors qu'on a créé un champ tournant. L'induction, dans le repère mobile, est donnée par **(14)**, mais dans le repère fixe du stator, il faut ajouter $\mp \Omega t$ à θ et l'induction devient :

(15) $$b = B \cos p\,(\theta \mp \Omega t)$$

le signe $\mp$ dépendant du sens de la rotation. C'est la transcription mathématique de ce qu'on appelle « champ tournant » en électrotechnique.

Supposons maintenant à nouveau le rotor immobile mais le courant d'alimentation sinusoïdal de pulsation ω et non plus continu comme précédemment : $i = I \cos \omega t$. L'induction b étant proportionnelle en amplitude au

courant qui la crée, on obtient une induction de la forme :

(16) $$b_1 = B \cos \omega t \cos p\theta$$

Il y a donc à la fois une variation dans l'espace en raison des 2 p bobines mais aussi dans le temps en raison du courant sinusoïdal. On dit qu'on a créé une induction alternative sinusoïdale. Remarquons que **(16)** peut s'écrire par simple application des relations trigonométriques sous la forme :

$$b_1 = \frac{B}{2} [\cos (p\theta + \omega t) + \cos (p\theta - \omega t)]$$

En faisant le rapprochement avec **(15)**, on constate qu'un champ alternatif sinusoïdal d'amplitude B est équivalent à la superposition de deux champs tournants de même amplitude $\frac{B}{2}$, tournant à la même vitesse $\Omega = \frac{\omega}{p}$ mais en sens contraire. Ce résultat est connu sous le nom de *théorème de Leblanc*.

Supposons enfin qu'au système de bobines précédent comportant p paires de pôles, on ajoute un système identique mais décalé de $\frac{\pi}{2p}$ $\left(\frac{\pi}{4}\right.$ pour le système à 2 paires de pôles de la *figure* 12). Alimentons le premier système par un courant sinusoïdal $i_1 = I \cos \omega t$ donnant l'induction b_1 précisée par **(16)** et le second système par un courant $i_2 = I \sin \omega t$ déphasé de $\frac{\pi}{2}$ par rapport au premier : on dit qu'on a alors une alimentation diphasée. L'induction due à i_2 est :

$$b_2 = I \sin \omega t \cos p \left(\theta \mp \frac{\pi}{2p}\right)$$

soit $b_2 = \mp I \sin \omega t \sin p\theta$ avec un signe dépendant de la position relative de b_2 par rapport à b_1. L'induction totale est la superposition de b_1 et b_2. Elle vaut

$$b = B \cos (p\theta \mp \omega t)$$

on retrouve à peu près la relation **(15)**. On a créé un champ tournant à la vitesse

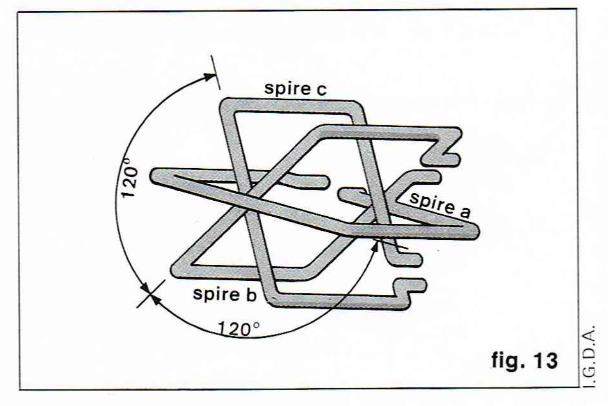
(17) $$\Omega = \frac{\omega}{p}$$

grâce à un ensemble de bobines fixes mais alimentées par un système polyphasé bien choisi. Ce résultat est général et est connu sous le nom de *théorème de Ferraris : des enroulements polyphasés fixes parcourus par des courants polyphasés sinusoïdaux produisent un champ tournant.*

La plupart du temps, on adopte un système de courants triphasés, vérifiant **(13)** : il faut donc un jeu de trois bobines décalées de $\frac{2\pi}{3}$ pour $p = 1$ (*fig.* 13) ou 3 p bobines décalées de $\frac{2\pi}{3p}$ pour les dispositifs comportant p paires de pôles.

Force électromotrice induite dans un enroulement de machine

Considérons une spire isolée placée dans un champ d'induction magnétique B comme l'indique la *figure* 14.



◄ *Figure 13 :*
création d'un champ tournant par trois bobines fixes alimentées en courant triphasé équilibré.
Les trois bobines sont réduites à une seule spire sur le dessin.

Si S est la section et α l'angle de la normale à la spire avec l'axe du champ, le flux de B dans la spire est

$$\Phi = BS \cos \alpha$$

La f. é. m. induite par le mouvement à la vitesse Ω est :

$$e = \frac{-d\Phi}{dt} = \Omega SB \sin \alpha$$

Si la spire est reliée à des prises fixes placées sur le stator par deux bagues tournantes sur lesquelles frotte un contact glissant, on recueillera une tension e sinusoïdale dont la pulsation est égale à Ω :

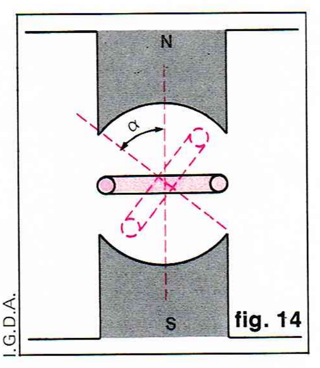
(18) $$e = \Omega BS \sin (\Omega t + \alpha_0)$$

On remarque que l'amplitude est proportionnelle à la vitesse Ω, à la section, donc aux nombres de conducteurs dont la spire est formée, et à l'induction B, donc à peu près à l'intensité de l'alimentation du champ inducteur. D'autre part, pour une bobine inductrice ne comportant qu'une paire de pôles, la pulsation de la tension vaut la vitesse angulaire. On peut prévoir que, si on avait réalisé p paires de pôles, la pulsation aurait été $p\Omega$ puisqu'il y aurait eu p fois plus de changement de flux. On retrouve ainsi la relation **(17)**. Pour un réseau à fréquence f, la pulsation vaut $\omega = 2\pi f$ et, si on exprime la vitesse de rotation en tours par minute N, **(17)** devient :

(19) $$N = \frac{60 f}{p}$$

Pour un réseau de fréquence 50 Hz, $N = \frac{3\,000}{p}$ tours par minute.

Si on veut une f. é. m. continue, il faut imaginer un système de redressement de la tension **(18)**. C'est à l'ingénieur Z. Gramme qu'on doit la conception d'un redressement mécanique par un montage appelé collecteur et qui sera développé ultérieurement.



▲ *Figure 14 :*
création d'une f. é. m. dans une spire tournant à la vitesse Ω et placée dans un champ d'induction magnétique.

Les machines synchrones

Les machines synchrones sont essentiellement utilisées pour produire l'énergie électrique en courant alternatif : elles portent alors le nom d'alternateur ou de turbo-alternateur lorsqu'on s'intéresse à leur association avec la turbine d'entraînement à vapeur. Mais ces machines étant réversibles, elles peuvent fonctionner en moteur synchrone, dont l'application essentielle est le fonctionnement en compensateur chargé d'améliorer le facteur de puissance des réseaux.

C'est à Boucherot et à Blondel que l'on doit, en 1892, l'utilisation des alternateurs. Les puissances actuelles vont d'une dizaine de voltampères (alternateurs d'automobiles) à 600 000 kVA (Porcheville sur la Seine en aval de Paris, et Cordennay près de Nantes). Des études actuelles prévoient des groupes à

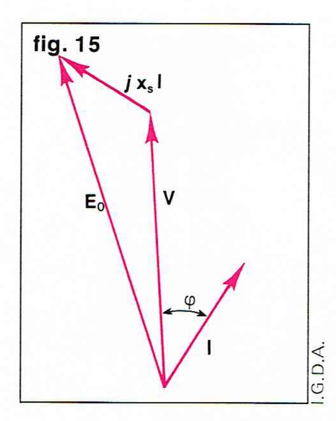
1 200 MVA (1 000 kVA = 1 MVA)

Ces progrès technologiques sont dus à l'amélioration des matériaux magnétiques et isolants utilisés ainsi qu'à d'excellentes conditions de refroidissement forcé à eau et à hydrogène. Les rendements obtenus atteignent 98 %. Pour des puissances plus élevées, il sera peut-être nécessaire de faire appel à des matériaux supraconducteurs en modifiant profondément la construction.

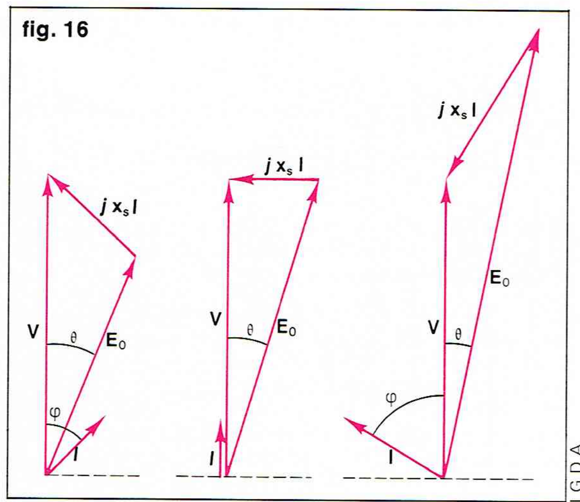
Principe

Il serait théoriquement possible de prendre la disposition de la *figure* 14 : un inducteur fixe et un bobinage mobile dans lequel est prélevée la f. é. m. par l'intermédiaire de contacts glissants sur deux bagues. Cette disposition n'est pas judicieuse pour les très grandes puissances, puisque de grandes intensités devraient transiter par les contacts glissants. C'est pourquoi on a adopté la disposition inverse.

Le rotor porte le champ inducteur produit par une alimentation à courant continu appliquée à une succession de bobines disposées autour de l'arbre de la machine. Par contre, l'induit est fixe et le plus souvent triphasé, c'est-à-dire constitué de spires décalées géométriquement d'un angle $\frac{2\pi}{3p}$ où p, nombre de paires de pôles, est identique à celui du rotor. Un système de deux bagues permet d'alimenter le rotor : mais les intensités dans le circuit inducteur sont faibles (5 % environ du courant d'induit). Le courant continu est produit soit par



I.G.D.A.



I.G.D.A.

▲▶ Ci-dessus, figure 15 : diagramme vectoriel simplifié de Behn-Eschenburg d'une machine synchrone fonctionnant en alternateur. Ci-contre, figure 16 : diagramme vectoriel simplifié de Behn-Eschenburg d'un moteur synchrone pour plusieurs facteurs de puissance.

une machine secondaire à courant continu, appelée excitatrice et placée en bout d'arbre de l'alternateur, soit par un dispositif de redressement à diodes.

Le rotor engendre dans le stator une tension sinusoïdale (*cf.* **18**) dont la fréquence f est donnée en fonction de p et de la vitesse de rotation N en tours par minute par **(19)**. Pour un réseau à 50 Hz, la vitesse de rotation maximale est 3 000 tours par minute. C'est celle qui est atteinte par les turbines à vapeur d'eau sous pression installées dans les centrales thermiques, que le combustible soit la matière fissile (centrale dite nucléaire) ou le fuel, ou le charbon. Cette vitesse élevée fait que, pour des questions mécaniques, les pôles inducteurs de l'alternateur sont répartis sur toute la circonférence du rotor : les turbo-alternateurs sont à pôles lisses. Pour les centrales hydrauliques, les vitesses de rotation sont plus lentes : il peut y avoir de 10 à 88 pôles correspondant à des vitesses de 600 à 68,2 tours par minute. Les pôles sont alors saillants.

Théorie élémentaire

En première approximation, on peut assimiler une machine synchrone à un générateur ou un récepteur de f. é. m. ou f. c. é. m. sinusoïdale de valeur complexe $\bar{E}$ et d'impédance interne $\bar{Z} = R + jX$ (R est la résistance par phase, et X est la réactance synchrone).

D'après **(18)**, $\bar{E}$ est proportionnel à la vitesse de rotation et au flux inducteur Φ, puisque $\Phi = BS$. Comme la f. é. m. totale n'est pas recueillie sur une seule spire mais sur un groupement en comportant n qui couvre une partie importante de la circonférence, il y a un déphasage entre chaque f. é. m. élémentaire, et leur sommation doit s'effectuer de manière vectorielle. Le résultat est donc affecté d'un coefficient k inférieur à l'unité, appelé coefficient de bobinage. On écrira donc, en module, $E = kn N\Phi$.

La résistance R est celle mesurée pour l'ensemble des spires d'une phase, mises en série. Il y a une difficulté, par contre, pour la réactance synchrone. En effet, comme on peut le voir sur la *figure* 13, il y a couplage entre les trois phases, et la notion d'inductance propre doit être interprétée. Le flux recueilli par la spire a est :

$$\varphi_a = L i_a + M i_b + M i_c$$

où L est l'inductance propre de la spire et M l'inductance mutuelle avec les spires b et c. De même,

$$\varphi_b = L i_b + M i_a + M i_c \quad \text{et} \quad \varphi_c = L i_c + M i_a + M i_b$$

Mais en régime équilibré $i_a + i_b + i_c = 0$, on a donc $\varphi_a = (L - M)\, i_a$; $\varphi_b = (L - M)\, i_b$ et $\varphi_c = (L - M)\, i_c$. Tout se passe comme si chaque spire a, b ou c n'était pas couplée à condition de remplacer leur inductance propre L par l'inductance $(L - M)$ appelée inductance cyclique. La quantité X est la réactance correspondante $(L - M)\,\omega$. L'impédance cyclique de la machine synchrone est $\bar{Z} = R + jX$.

Pour un fonctionnement en alternateur, la tension simple aux bornes d'une phase est :

(20) $$\bar{V} = \bar{E} - (R + jX)\,\bar{I}$$

En moteur synchrone, l'équation devient :

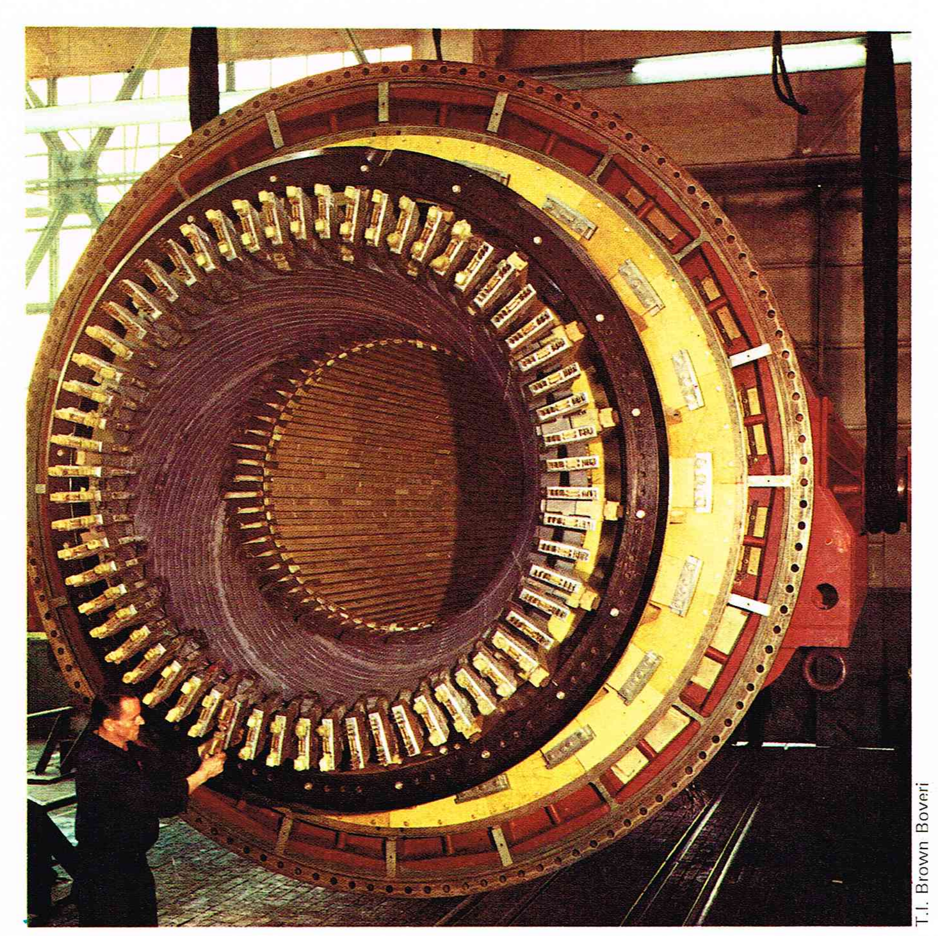
(21) $$\bar{V} = \bar{E} + (R + jX)\,\bar{I}$$

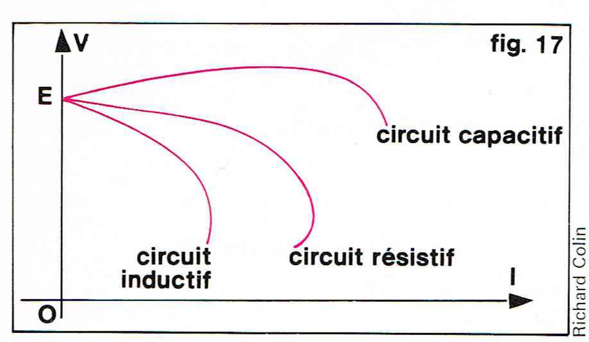
Fréquemment, on néglige R. Les diagrammes correspondants représentés sur les *figures* 15 et 16 sont dits de Behn-Eschenburg. Si l'on veut davantage de précision, on doit utiliser les diagrammes de Potier ou celui de Blondel.

Courbes caractéristiques

En électrotechnique, on appelle courbes caractéristiques les courbes donnant les variations d'une grandeur (par exemple la tension, la vitesse, le courant) en fonction d'une autre lorsque tous les paramètres indépendants sont maintenus constants. En faisant varier un à un les paramètres, on obtient un réseau de caractéristiques propre à la machine étudiée. Les points intéressants de ces courbes sont les points limites théoriques ou physiques (surcharge par exemple), ainsi que les points correspondant au fonctionnement nominal (tension, courant, vitesse, couple...), c'est-à-dire pour lequel la machine a été calculée pour fonctionner sans usure anormale. Les grandeurs nominales essentielles sont lues sur la plaque signalétique.

La caractéristique externe d'un alternateur est la courbe reliant la tension au courant d'induit pour un courant inducteur donné. Comme le flux est proportionnel au courant inducteur, et que la vitesse d'une machine syn-


T.I. Brown Boveri



Richard Colin

▼ A gauche, un stator en service dans un turbo-alternateur de 390 000 kVA, 21 kV, 3 000 tours/minute. A droite, figure 17 : caractéristiques externes d'un alternateur couplé successivement à trois réseaux de facteurs de puissance différents.

chrone est constante pour une fréquence imposée, E garde alors une valeur constante. On obtient plusieurs courbes d'allure elliptique selon le facteur de puissance du réseau, comme le montre la *figure* 17.

Une autre série de courbes, dite de Mordey, est parfois donnée. Elle permet de connaître la relation entre le courant d'induit I et le courant d'excitation dans l'inducteur I_e lorsque la machine synchrone échange une puissance constante ($P = VI \cos \varphi$) avec le réseau extérieur (*fig.* 18).

Démarrage d'un moteur synchrone, couplage sur le réseau

Les moteurs synchrones ne démarrent pas seuls : il faut par un moyen quelconque les amener à la vitesse de synchronisme $\frac{\omega}{p}$ $\left(\text{ou } \frac{60\,f}{p} \text{ en tours/mn}\right)$ définie par l'induit. Pour les petits moteurs, il suffit de les lancer à la main à une vitesse égale ou supérieure à la vitesse de synchronisme. Pour les moteurs plus importants, il faut les coupler sur le réseau grâce à une machine annexe, par exemple un moteur à explosion ou une turbine. Enfin on peut parfois les faire démarrer en fonctionnement asynchrone grâce à leurs amortisseurs (voir ultérieurement). En effet, tant que le rotor n'atteint pas la vitesse de synchronisme, il n'y a pas de f. c. é. m. induite à la fréquence du réseau d'alimentation : il s'établit alors un battement, et le couple moyen est nul sur une période.

Calcul du couple, et limite de décrochage

On peut calculer le couple d'une machine synchrone de manière approximative en faisant le bilan des puissances : la puissance échangée avec le réseau est, pour un système à q phases : $qVI \cos \varphi$. Elle se retrouve, au rendement près, sur l'arbre qui tourne à la vitesse de synchronisme $\frac{\omega}{p}$ (en radians par seconde). Le couple vaut donc :

$$C = \frac{qVI \cos \varphi}{\frac{\omega}{p}}$$

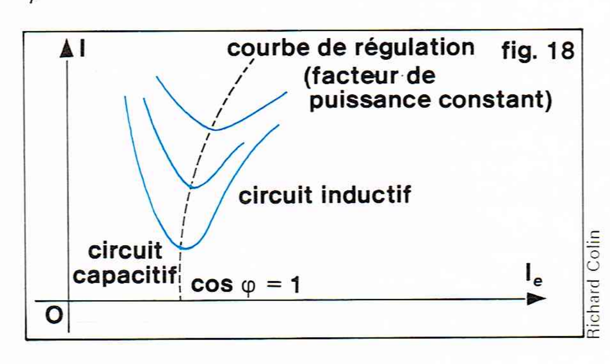
Mais en observant les *figures* 15 et 16, on remarque que, en projetant sur un axe orthogonal à V :

$$XI \cos \varphi = E \sin \theta$$

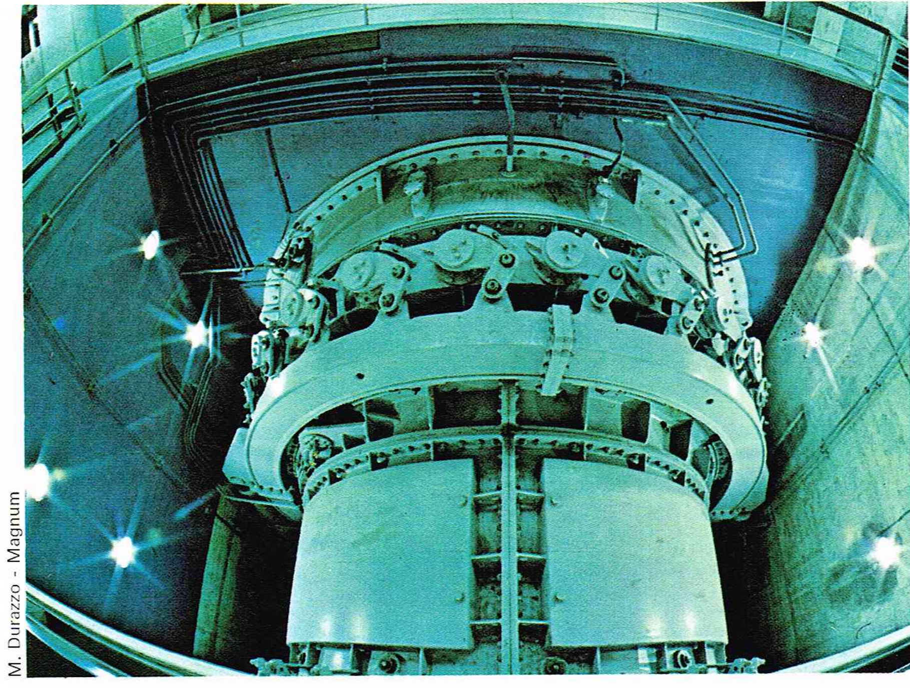
L'angle θ que fait $\bar{V}$ avec $\bar{E}$ est appelé angle de décalage interne : si θ atteint $\mp \frac{\pi}{2}$, la machine synchrone « décroche » : elle va s'arrêter si elle fonctionne en moteur, ou ne plus délivrer de puissance si elle fonctionne en alternateur.

Machine synchrone monophasée

Dans une telle machine, le courant passant dans l'induit engendre un champ alternatif donné par **(16)**, et l'application du théorème de Leblanc, vu précédemment, indique qu'il peut se décomposer en deux champs tournant à la vitesse $\mp \frac{\omega}{p}$. Les résultats précédents s'appliquent à l'un d'eux. L'autre se déplace par rapport au rotor à la vitesse $\frac{2\,\omega}{p}$: on peut lui appliquer à nouveau le théorème de Leblanc en le décomposant en deux champs tournants $\mp \frac{2\,\omega}{p}$ conduisant à des vitesses $-\frac{\omega}{p}$ et $\frac{3\,\omega}{p}$ etc. On constate donc que la f. é. m. de l'alternateur monophasé contient des termes de fréquence 3 *f*, 5 *f*... en plus du terme principal de fréquence *f*. Pour étouffer ces harmoniques, on utilise un amortisseur, sorte de cage d'écureuil placée dans les pièces polaires de l'inducteur. Les machines synchrones monophasées sont des machines de très faibles puissances dont le rotor est souvent un aimant permanent.



Richard Colin


M. Durazzo - Magnum

▲ ***Turbines équipant l'usine marémotrice de la Rance (France).***

Compensateur synchrone

La puissance active échangée avec le réseau est, pour une phase, $P = VI \cos \varphi$. La puissance réactive est $Q = VI \sin \varphi$. Si l'on observe les diagrammes de la *figure* 16, on constate que P garde un signe constant; par contre, Q passe d'une valeur positive à une valeur négative en accroissant simplement E, donc le courant d'excitation de l'alternateur. Un compensateur synchrone est un cas particulier d'utilisation en moteur dont la tension et la puissance active sont maintenues constantes. Mais le réglage de la puissance réactive s'effectue par le courant d'excitation. Un compensateur synchrone peut remplacer ainsi une batterie de condensateurs pour améliorer le facteur de puissance du réseau sur lequel il est couplé.

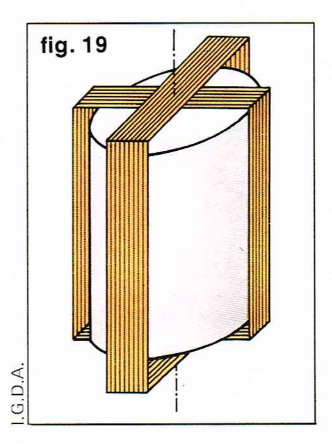
Les machines asynchrones, ou machines d'induction

Si, initialement, les premières machines d'induction furent imaginées pour fonctionner en génératrice par Ferraris et Tesla, elles sont maintenant surtout utilisées en moteur. Signalons toutefois que l'E. D. F. a équipé de basses chutes d'eau de groupes bulbes constitués d'une turbine et d'une génératrice asynchrone (usine marémotrice de la Rance en particulier). D'autre part, les machines asynchrones peuvent être utilisées en changeur de fréquence. La gamme usuelle de fréquences va de quelques watts (moteur de puissance fractionnaire, c'est-à-dire inférieure à 1 kW) à 1 mégawatt. Leur rendement dépend très largement de la vitesse, comme nous allons le voir, et est de l'ordre de 80 %.

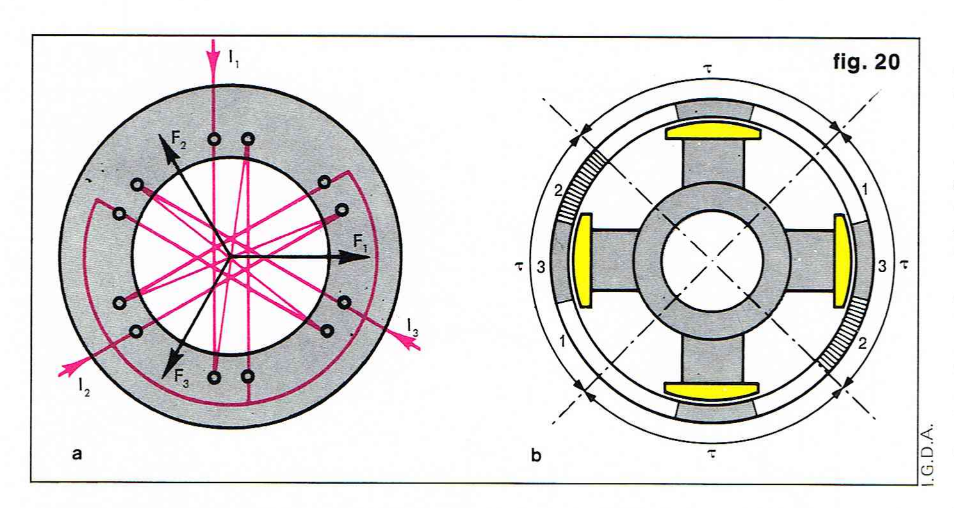
Principe

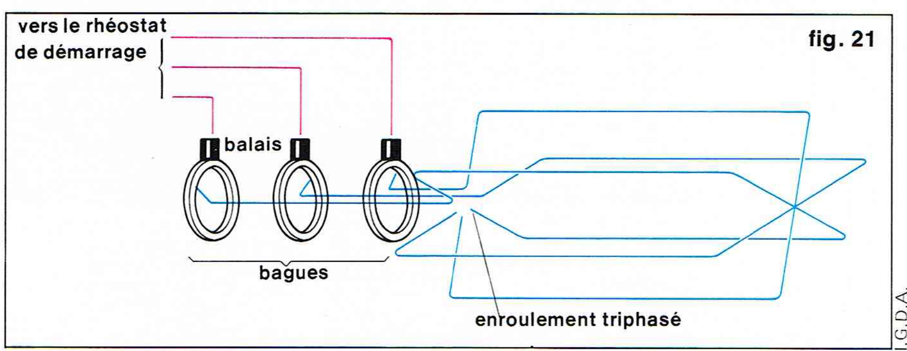
Considérons des conducteurs placés sur un rotor, comme l'indique la *figure* 19, refermés sur eux-mêmes en court-circuit. Plaçons ce rotor dans un champ tournant radial à la vitesse de synchronisme $\frac{\omega}{p}$. En tournant, le champ coupe les inducteurs et y induit des f. é. m. qui, à leur tour, sont à l'origine de courants dans les conducteurs mis en court-circuit. Il y a alors une force de Laplace qui produit le couple. Le sens de rotation est donné par la loi de Lenz : les conducteurs sont entraînés dans le sens du champ tournant de manière à recueillir le flux maximal.

◀▼ ***A gauche, figure 18 : courbes en V de Mordey obtenues à tension et puissance constantes ($P = 3\,VI \cos \varphi$ en triphasé). Ci-dessous, figure 19 : réalisation de principe du rotor bobiné d'une machine asynchrone diphasée.***

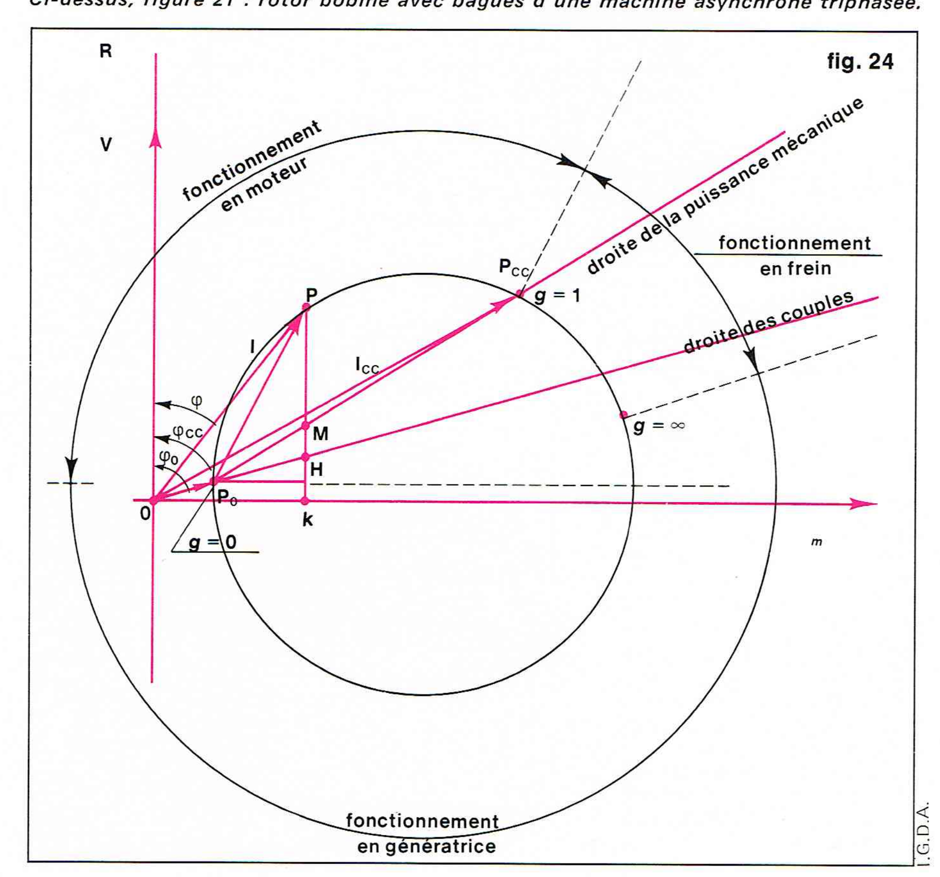


I.G.D.A.





▲ *En haut, figure 20.* a) *Stator d'une machine asynchrone ou synchrone triphasée bipolaire : création d'un champ tournant.* b) *Stator d'une machine asynchrone ou synchrone comportant deux paires de pôles. La différence entre ces deux types de machines réside dans la manière dont est bobiné le rotor : il est en court-circuit et polyphasé pour une machine asynchrone; il est alimenté en courant continu de manière à constituer une succession de pôles Nord et Sud pour une machine synchrone. Si la fréquence d'alimentation est 50 Hz, la vitesse de synchronisme est ici de 1 500 tours/minute.*
Ci-dessus, figure 21 : rotor bobiné avec bagues d'une machine asynchrone triphasée.



Pratiquement, le stator est polyphasé et analogue à celui des machines synchrones. La *figure* 20 montre un exemple de câblage pour une machine triphasée à deux paires de pôles ($p = 2$).

Le rotor portant des enroulements polyphasés est mis en court-circuit, soit directement pour les faibles puissances, ou bien grâce à un jeu de bagues par le rhéostat de démarrage, dont il sera question ultérieurement. La *figure* 21 montre le câblage d'un tel rotor bobiné. Il existe des rotors plus simples dits rotors à cage dont l'enroulement est constitué par des barres de cuivre ou d'aluminium reliées par des anneaux conducteurs (*fig.* 22). Les moteurs d'induction à cage sont les machines électriques tournantes les plus simples de construction et d'utilisation. Ce sont les plus utilisés.

On caractérise le fonctionnement d'une machine asynchrone par son glissement g, variation relative de vitesses du rotor et du champ tournant statique. Si $N_s = \dfrac{60\,f}{p}$ est la vitesse en tours par minute du champ tournant du stator comportant p paires de pôles et alimenté à la fréquence f et N la vitesse également en tours par minute du rotor,

(22) $$g = \frac{N_s - N}{N_s}$$

g s'exprime par un nombre sans dimension donné souvent en pourcentage. Ainsi, à l'arrêt (N = 0), $g = 100\,\%$, et à la vitesse $N = N_s$ (vitesse de synchronisme), $g = 0\,\%$. La vitesse angulaire relative du rotor par rapport au champ tournant est d'après **(19)** et **(22)** :

(23) $$\omega_R = \frac{(N_s - N)}{60}\,2\,\pi \quad \text{soit} \quad \omega_R = g\omega$$

Or, d'après **(18)**, la f. é. m. induite a une pulsation égale à la vitesse du champ inducteur par rapport à la spire, par conséquent ω_R est la pulsation des courants dans le rotor. En particulier, si le glissement est nul, il n'y a plus de courant dans le rotor, donc plus de couple rotorique : une machine d'induction peut fonctionner à toutes les vitesses, sauf à la vitesse de synchronisme. On retrouve là l'origine du qualificatif asynchrone donné également à ces machines concurremment à celui d'induction qui, lui, en rappelle le principe.

Théorie élémentaire

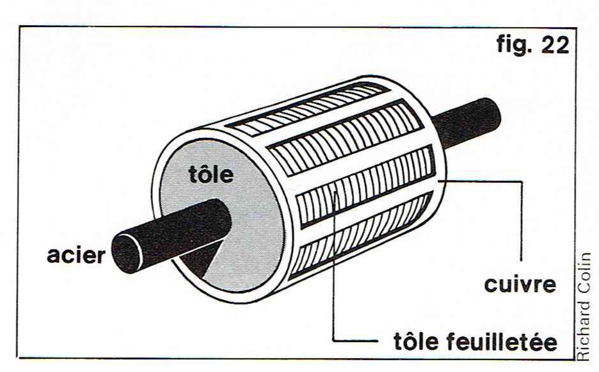
On suppose que la machine est couplée à un réseau de fréquence f et de tension V imposées. A l'arrêt ($g = 1$), la machine se comporte comme un transformateur à champ tournant dont le secondaire est en court-circuit. De là vient l'idée qu'on peut adapter le schéma électrique équivalent du transformateur réel (*cf. fig.* 2) à la machine asynchrone pour laquelle le stator serait le primaire. D'après **(18)** et **(23)**, le module de la f. é. m. E_2 induite dans le rotor dépend de la vitesse relative, donc de g : $\bar{E}_2 = jn_2g\omega\bar{\Phi}$. Si R_2 et l_2 sont respectivement la résistance et l'inductance de fuite d'une phase rotorique dans laquelle la pulsation est $g\omega$, on a :

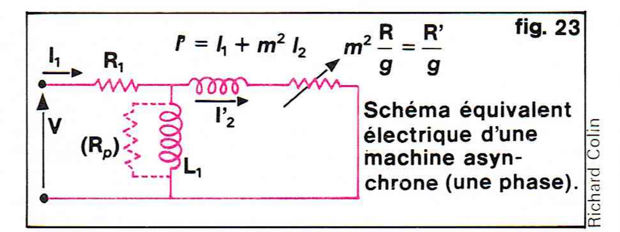
$$\bar{E}_2 = (R_2 + jg\omega l_2)\,\bar{I}_2$$

Si on divise par g cette relation, on obtient directement :

$$jn_2\omega\bar{\Phi} = \left(\frac{R_2}{g} + j\omega l_2\right)\bar{I}_2$$

Ainsi, en comparant avec **(3)**, **(4)**, **(8)** et **(9)**, tout se passe comme si nous avions affaire à un transformateur classique dont la résistance rotorique ne serait plus R_2





mais $\frac{R_2}{g}$ et dont le secondaire serait en court-circuit. On peut donc reprendre le schéma de la *figure* 2 en multipliant R_2 par $\frac{1}{g}$. Mais il peut être simplifié en appliquant le théorème du transfert d'impédance pour obtenir le schéma définitif de la *figure* 23. Dans la suite, pour alléger les calculs, nous négligerons R_1 et R_p. Ce schéma équivalent permet de tracer le diagramme du cercle des machines asynchrones (*fig.* 24). Ce diagramme représente dans le plan complexe le lieu de l'extrémité du vecteur représentant le courant I_1 échangé avec le réseau lorsque le glissement g varie de $-\infty$ à $+\infty$. On peut lire sur cette sorte d'abaque l'ensemble des grandeurs intéressant le fonctionnement : courant dans le rotor ramené au primaire, facteur de puissance, puissances active et réactive échangées, couple moteur et vitesse...

Courbes caractéristiques

La courbe la plus utile est celle qui donne la valeur du couple en fonction de la vitesse ou du glissement. La puissance active absorbée par une machine vaut pour q phases $P_a = q \frac{R'^2}{g} I_2'^2$ puisque c'est le seul élément actif du schéma équivalent (*fig.* 23).

Elle se répartit entre les pertes Joule P_j du rotor et la puissance mécanique sur l'arbre P_m. Dans le cas d'un moteur :

$$P_m = P_a - P_j \text{ et } P_j = qR'^2 I_2'^2$$

d'où :

(24) $$P_m = (1 - g)\, P_a$$

D'autre part : $$C\Omega = P_m$$

On obtient :

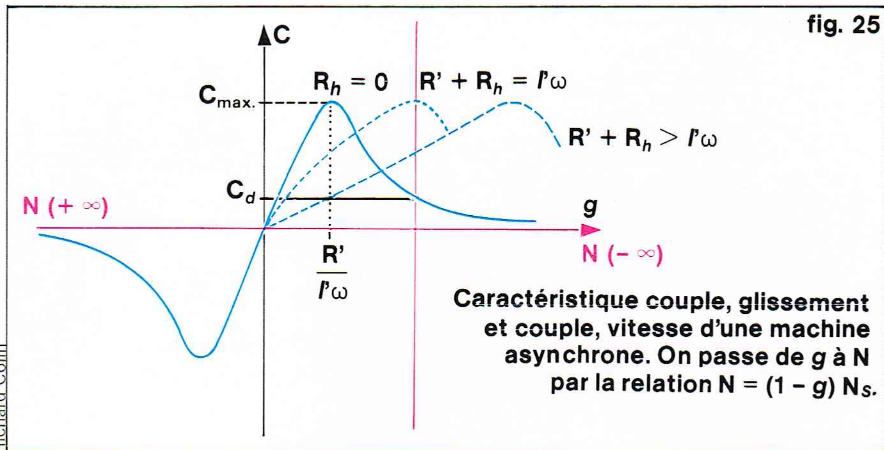
(25) $$C = \frac{Pq}{\omega} \frac{V^2}{l'^2\omega^2 + \frac{R'^2}{g^2}} \frac{R'}{g}$$

dont la variation avec g est donnée par la *figure* 25. On constate qu'à vitesse nulle ($g = 1$), il existe un couple : un moteur asynchrone peut donc démarrer. On remarque également la possibilité de trois régimes de fonctionnement. Lorsque $0 < g < 1$, le couple est positif : la machine asynchrone fonctionne en moteur. Sa vitesse de rotation est inférieure à la vitesse de synchronisme ($0 < N < N_s$) et le rotor est entraîné par le champ tournant statorique. Lorsque $g > 1$, la vitesse N devient négative, c'est-à-dire que, physiquement, l'arbre tourne dans le sens opposé du champ tournant. Le couple est encore positif, mais la vitesse s'est inversée : on a un freinage du rotor par le champ tournant statorique. Enfin, lorsque g devient négatif, la vitesse N est supérieure à la vitesse de synchronisme N_s et on constate que le couple change de signe : la machine asynchrone fonctionne en génératrice. Il faut entraîner la machine par une turbine pour dépasser N_s.

Démarrage d'un moteur asynchrone

On vient de remarquer que ce moteur peut théoriquement démarrer, mais il faut prendre quelques précautions, sinon, d'une part, l'appel de courant risque de ne pas être supporté par le réseau (l'intensité au démarrage est OP_{cc} sur le diagramme du cercle de la *fig.* 24) et, d'autre part, le couple de démarrage C_d peut être très faible, puisque C_d est très inférieur au couple maximal C_{max} (*cf. fig.* 25). Il existe deux procédés suggérés par la relation **(25)** : la variation de la tension V et celle de la résistance rotorique R'.

La variation de la tension d'alimentation peut être obtenue soit par la mise en place d'un autotransformateur abaisseur (*fig.* 26b), soit par la modification du couplage étoile-triangle des phases du stator (*fig.* 26a). Le courant de démarrage se trouve alors limité.



Caractéristique couple, glissement et couple, vitesse d'une machine asynchrone. On passe de g à N par la relation N = (1 - g) N_s.

L'accroissement du couple de démarrage s'obtient en augmentant pendant le démarrage la résistance rotorique R'. En effet, le couple maximal calculé en dérivant **(25)** se trouve pour la condition $l'\omega = \frac{R'}{g}$: C_m vaut alors $\frac{Pq}{\omega}\frac{V^2}{2\, l'\omega}$ c'est-à-dire une valeur indépendante de la résistance rotorique. Si on veut que C_d se confonde avec C_m, il suffit d'ajouter une résistance additionnelle R_h telle que $l'\omega = R' + R_h$. Pour des questions de stabilité et pour ne pas dépasser le point de rupture mécanique de l'accouplement, on prend en général une valeur supérieure (*cf. fig.* 25). Pour les machines à rotor bobiné (*cf. fig.* 21), on dispose un rhéostat de démarrage à trois enroulements qui est mis progressivement en court-circuit. Pour les machines à cage d'écureuil (*cf. fig.* 22), la résistance rotorique est importante, et le rhéostat de démarrage est supprimé. Mais on peut adopter un procédé astucieux, fondé sur l'effet de peau des conducteurs rotoriques parcourus par des courants de pulsation égale à $g\omega$. Au démarrage ($g = 1$), la fréquence est relativement élevée, et les conducteurs présentent une surface active faible. Au fur et à mesure que la vitesse augmente, le glissement devient plus faible, et les conducteurs sont parcourus par des courants à très basse fréquence, donc sans effet de peau : la résistance diminue.

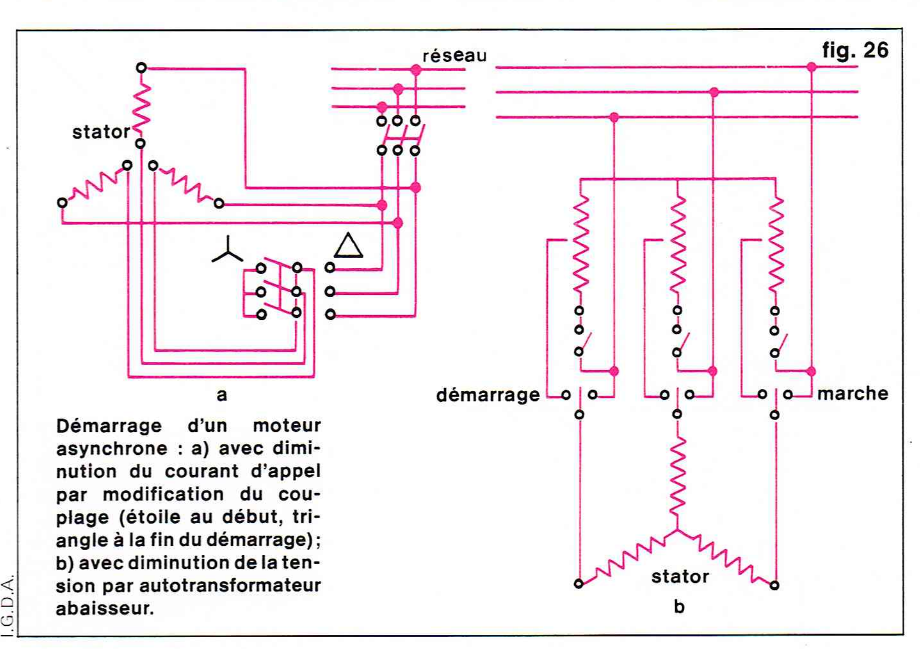
Pour accentuer cet effet, les conducteurs sont placés soit selon une double cage soit dans des encoches profondes.

Rendement

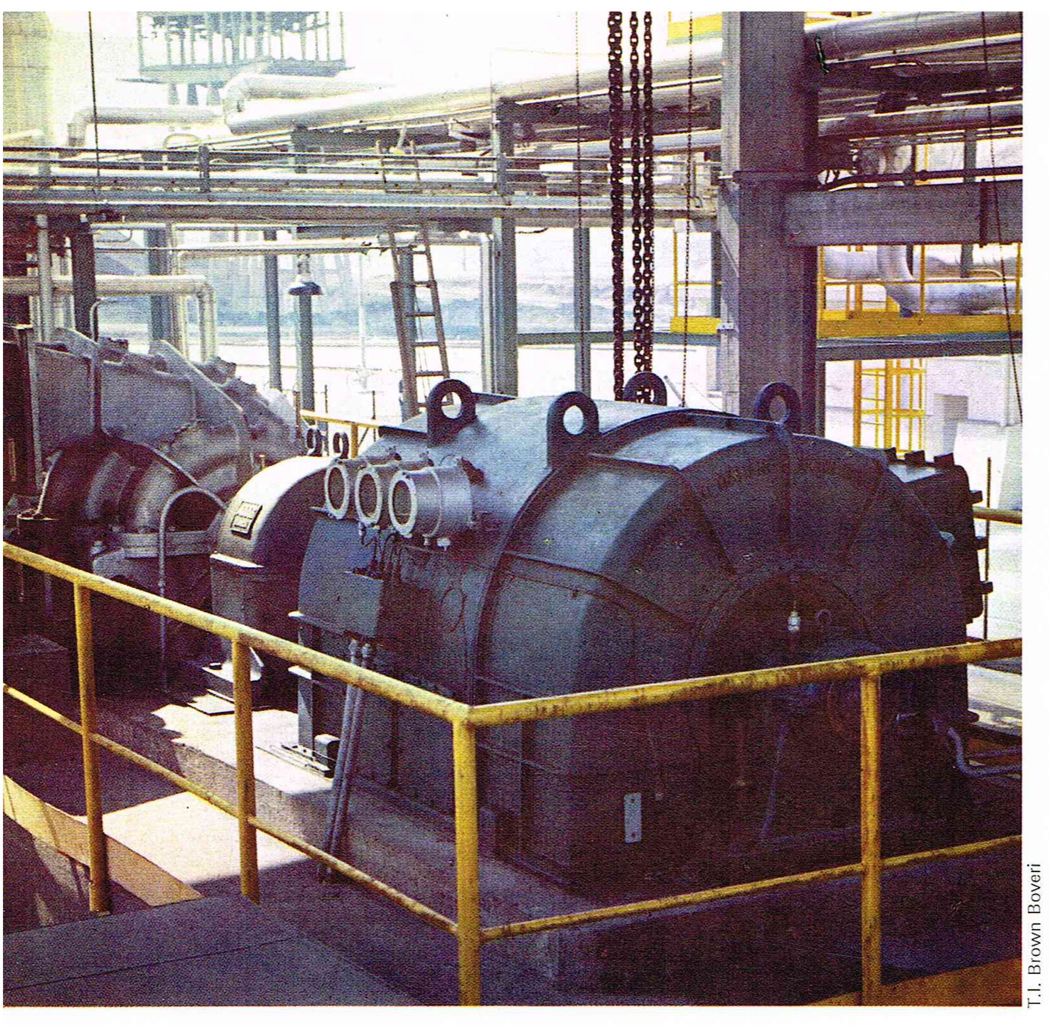
Les machines asynchrones sont d'une grande simplicité. Malheureusement, leur rendement est faible (80 %). Il peut s'évaluer à partir de **(24)** : le rapport de la puissance

◀ Page ci-contre, en bas, à gauche, figure 24 : diagramme du cercle d'une machine asynchrone. L'axe des ordonnées est l'axe des réels, porté par la tension simple d'alimentation V. On lit successivement : OP_0, courant à vide ; P_0P, courant secondaire ramené au primaire ; OP, courant échangé avec le réseau ; cos φ, facteur de puissance ; OP_{cc}, courant de court-circuit lorsque le rotor est bloqué (g = 1) ; Pk, puissance active absorbée pour le point de fonctionnement courant ; PM, puissance mécanique ; PH, couple électromagnétique ; MH, pertes Joule rotoriques.

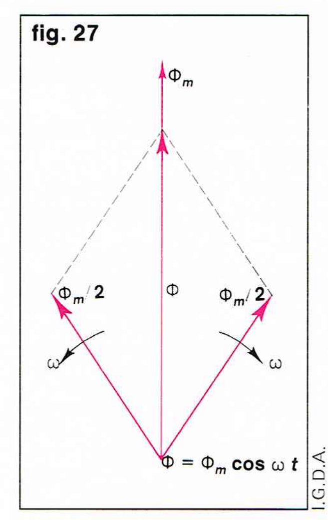
◀ Page ci-contre, en bas, à droite, figure 22 : rotor à cage d'écureuil d'une machine asynchrone.



Démarrage d'un moteur asynchrone : a) avec diminution du courant d'appel par modification du couplage (étoile au début, triangle à la fin du démarrage) ; b) avec diminution de la tension par autotransformateur abaisseur.



T.I. Brown Boveri



I.G.D.A.

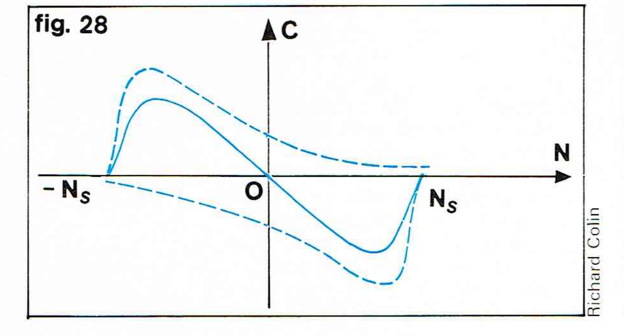
▲▶ En haut, moteur asynchrone triphasé à cage de 3 600 kW, 6 kV, 1 500 tours/minute, en service dans une usine de chimie. Ci-dessus, figure 27 : décomposition d'un champ alternatif sinusoïdal en deux champs tournants d'amplitude constante, égale à la moitié de la valeur maximale du champ sinusoïdal mais tournant en sens contraire. Ci-contre, figure 28 : caractéristique couple-vitesse d'un moteur asynchrone monophasé ; elle est obtenue par la superposition de deux couples résultant des deux champs tournants opposés.

mécanique à la puissance absorbée est $1 - g$. Encore cette valeur est-elle optimiste, puisqu'il n'est tenu compte d'aucune autre perte que les pertes Joule rotoriques. C'est pourquoi les glissements des machines de forte puissance ne dépassent pas quelques pour cent. En fonctionnement en génératrice, le rendement théorique maximal est $\frac{1}{1 - g}$. En outre, d'après le diagramme du cercle, on peut voir qu'à tous les régimes de fonctionnement, les machines asynchrones consomment de la puissance réactive.

Moteur asynchrone monophasé

Comme pour les machines synchrones de ce type, l'application du théorème de Leblanc permet de décomposer le champ statorique en deux champs tournant à une vitesse égale mais de sens opposé (*cf. fig.* 27). Le rotor étant toujours polyphasé (bobiné ou à cage), le couple résultant est la somme des couples engendrés par chacun des champs tournants et s'obtient par la superposition de deux caractéristiques semblables à celles de la *figure* 25, mais décalées de la quantité 2 N_s (*fig.* 28).

On constate que le couple au démarrage est nul. Le démarrage peut s'effectuer en lançant le rotor dans un sens ou dans un autre. Mais, industriellement, on monte une phase auxiliaire utilisée pendant le démarrage. Un champ tournant diphasé est créé à partir de l'alimentation unique par une dérivation au travers d'une capacité ou d'une self et d'une résistance en série. Dans ce dernier cas, la self de la phase auxiliaire suffit en général et il n'y a donc qu'une simple résistance.



Richard Colin

Pour les micromoteurs (quelques dizaines de watts) utilisés dans l'électroménager ou les servomécanismes industriels, on remplace la phase auxiliaire par deux bagues de déphasage en cuivre entourant une partie des pièces polaires du stator.

Association de machines asynchrones : l'arbre électrique et liaison de téléaffichage

Un tel montage, appelé parfois Selsyn, est un ensemble de deux machines asynchrones, dont les rotors bobinés sont montés en série, alors que les stators sont alimentés en parallèle sur la même source. On peut échanger les rôles des stators et des rotors. Si l'arbre de la première machine est déplacé, l'arbre de la seconde est entraîné également : en régime statique, on a une liaison de téléaffichage ; en régime dynamique, on a un « arbre électrique » analogue dans ses effets à une liaison mécanique rigide, car le couple est intégralement transmis. L'explication réside dans la loi de Lenz, les champs tournants statoriques et rotoriques de la seconde machine vont chercher à s'aligner en entraînant le déplacement de l'arbre d'un angle convenable.

Moteur linéaire

Depuis quelques années, un grand intérêt a été porté aux moteurs linéaires, essentiellement dans le domaine de la traction. Le principe de ces machines est identique à celui des machines asynchrones précédentes. Imaginons un stator de machine asynchrone comportant plusieurs pôles, développé à plat, et associons-lui un deuxième stator identique placé en face de manière à créer un entrefer assez étroit pour que les lignes de champ soient bien transversales. Le champ créé par le système polyphasé devient glissant. Si maintenant se trouve disposé dans l'entrefer une plaque métallique, des courants seront induits et la force de Laplace produira un mouvement rectiligne. L'armature polyphasée peut être mobile si l'induit est un rail, c'est le cas de l'aérotrain à moteur linéaire, ou bien inversement, si l'armature polyphasée est fixe, l'induit, simple plaque métallique, est mobile comme dans le cas des matériels de manutention et des servomécanismes.

Machines à courant continu

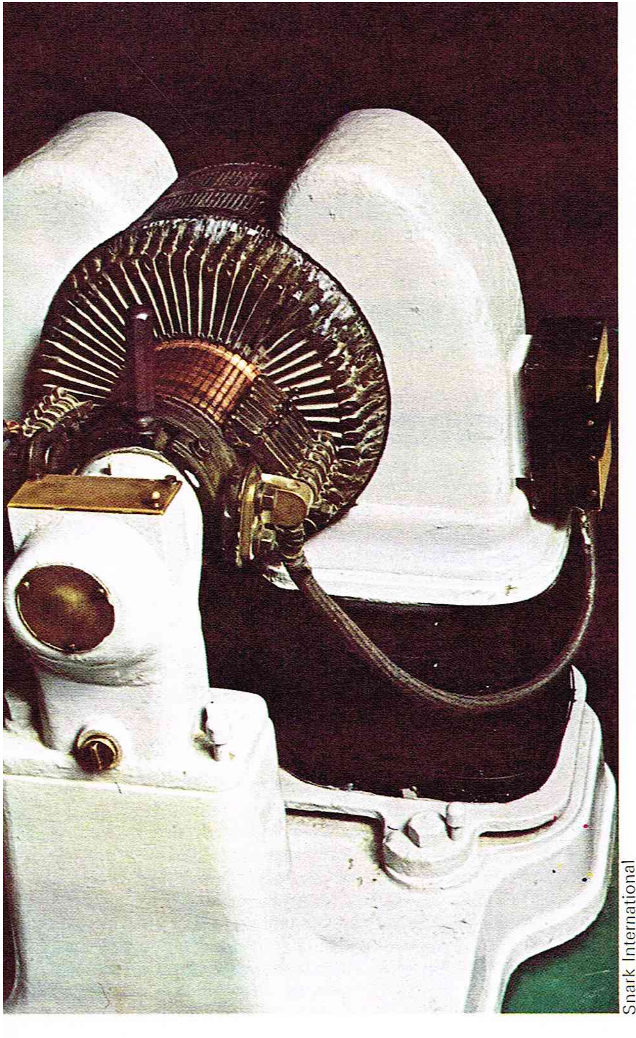
Les machines à courant continu furent les premières machines électriques à être réalisées. En effet, les chercheurs du début du XIXe siècle se sont ingéniés à remplacer les générateurs électrochimiques, tels que la pile de Volta connue depuis 1800, par des générateurs électromécaniques délivrant plus de puissance et qui ont été appelés dynamos.

Clark et Siemens présentèrent la première réalisation, mais en utilisant un aimant permanent pour inducteur. Pacinotti (1863) réalisa un premier moteur de faible puissance sans aimant. Mais c'est à Gramme qu'on doit le progrès décisif avec l'invention du collecteur (1871), dont la présentation actuelle est donnée quelques années plus tard par Hefner-Alteneck. C'est à cette époque que l'électrotechnique commence à pénétrer dans l'industrie et que dynamo et moteur apparurent comme étant des machines identiques fonctionnant sous un régime différent.

Actuellement, malgré le développement considérable du courant alternatif, on a encore besoin de disposer de courant continu pour la charge des batteries d'accumulateurs, l'électrolyse et l'excitation des machines synchrones. En fait, ces applications sont appelées à diminuer beaucoup avec le développement de l'électronique de puissance que nous verrons ultérieurement. Par contre, les moteurs à courant continu sont indispensables dans les applications industrielles nécessitant un fonctionnement à vitesse variable dans une large gamme.

Principe

Une machine à courant continu comporte un inducteur fixe constitué de pôles saillants successivement Nord et Sud créés par des bobinages convenables, un induit mobile bobiné en série et un collecteur, système mécanique assurant le redressement des f. é. m. induites dans le rotor. Les bobinages inducteurs sont parcourus par un courant d'excitation continue. La *figure* 29 donne la configuration d'une telle machine en se limitant à un ensemble bipolaire et en adoptant un bobinage en anneau sur le rotor. Cette disposition, imaginée par Gramme,



Snark International

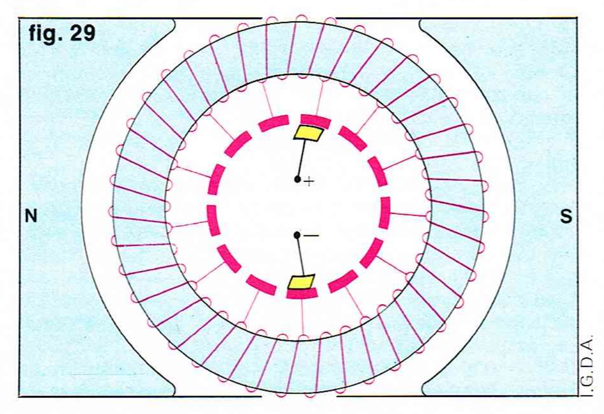
n'est plus utilisée, mais elle permet une explication plus simple.

D'après le calcul des f. é. m. induites dans un enroulement et avec les notations antérieures, en particulier si α est l'angle de la normale à la spire avec l'axe du champ, on a vu que *e* est d'autant plus faible que α est voisin de 0 ou π, et maximale pour $\alpha = \mp \frac{\pi}{2}$.

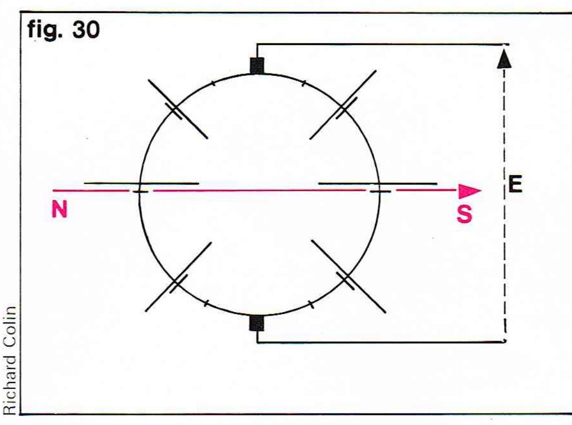
Ainsi les spires parallèles à l'axe N.-S. donnent la plus grande f. é. m. Celles qui sont orthogonales ne génèrent pas de f. é. m. La *figure* 30 résume ces résultats : le symbole de chaque f. é. m. est proportionnel à son module.

Comme toutes les spires sont en série, la somme globale est nulle, sauf si on prélève les tensions entre les points A et B. On appelle ligne neutre la ligne AB orthogonale à N.-S. Le raisonnement qui vient d'être fait est valable pendant un court instant. Mais si les contacts A et B restent fixes, alors que les spires tournent, on gardera une somme constante de f. é. m., et on aura généré une tension continue. En réalité, les tensions prélevées sont sinusoïdales (*cf.* **18**), et il en résulte une légère ondulation, comme l'indique la *figure* 31. Cette ondulation est d'autant plus faible qu'il y a plus de spires. On n'en tiendra pas compte ultérieurement. Calculons la f. é. m. induite entre A et B en supposant *n* spires uniformément réparties sur la circonférence.

Chaque spire fournit une tension élémentaire *de*, telle que :



I.G.D.A.



Richard Colin

$$de = \Omega n B \frac{S}{2} \sin \alpha \frac{d\alpha}{2\pi}$$

d'où

$$E = \int_0^{\pi} de = \frac{1}{2\pi} n \Omega \Phi$$

en remarquant que, si S est la section totale du fer du rotor, une spire de l'anneau n'a qu'une section $\frac{S}{2}$. Pour tenir compte d'autres éléments comme le nombre de paires de pôles, le coefficient de bobinage, le nombre de tours exprimés par minute et le nombre de voies d'enroulement (c'est la manière dont les f. é. m. sont couplées en série ou en parallèle lorsqu'il y a plusieurs paires de pôles), on écrira que :

(26) $$E = kNn\Phi$$

Ainsi tout le principe de fonctionnement repose sur le collecteur qui assure la sommation des f. é. m. élémentaires à chaque instant. Le collecteur se compose d'une succession de lames conductrices isolées les unes des autres par de fines lamelles isolantes en mica. Les lames sont placées sur la circonférence d'un cylindre solidaire de l'arbre du rotor et sont reliées chacune à une spire du rotor (*cf. fig.* 29). Elles défilent devant deux balais fixes qui sont reliés à la plaque à bornes de la machine. Ces balais sont constitués de graphite — parfois nommé charbon — et ont une forme parallélépipédique. Pour assurer un bon contact avec les lames, ils sont maintenus avec des ressorts. C'est le point délicat des machines à courant continu en raison de l'usure mécanique et des étincelles provenant de la commutation des courants dans les spires qui passent devant eux.

Signalons enfin que le montage en anneau qui nous a servi pour une présentation plus simple est abandonné au profit du bobinage en tambour.

Théorie élémentaire

La relation **(26)** permet de se ramener à l'étude d'une simple source ou récepteur à courant continu. Si R est la résistance de l'induit, et V la tension aux bornes de l'induit, on a :

en moteur :

(27) $$V = E + RI$$

en génératrice :

(28) $$V = E - RI$$

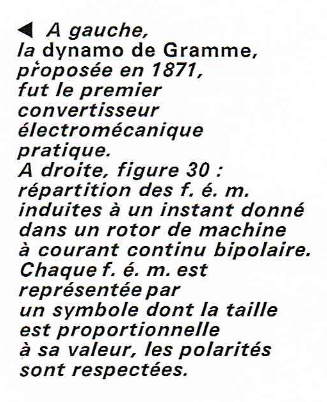
Le couple s'évalue à partir de la conservation de la puissance :

$$EI = C\Omega$$

d'où :

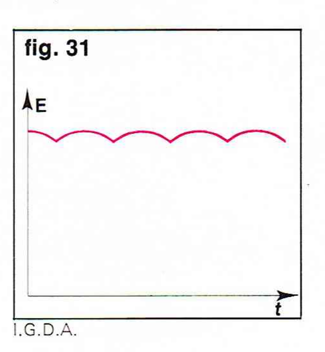
(29) $$C = 60 \frac{nk}{2\pi} \Phi I$$

Le flux Φ est produit par le courant continu circulant dans l'inducteur. On peut donc soit avoir deux sources distinctes (cas des machines à excitation séparée), soit avoir une alimentation unique et alimenter l'induit et l'inducteur en parallèle (excitation shunt) ou en série (montage en excitation série). Les montages shunt et série conduisent à des propriétés complémentaires, aussi existe-t-il encore la possibilité de coupler l'enroulement d'excitation en deux parties et d'en monter une partie en série et l'autre en parallèle : on dit alors qu'on a un montage en excitation compound.



◀ *A gauche, la dynamo de Gramme, proposée en 1871, fut le premier convertisseur électromécanique pratique.*
A droite, figure 30 : répartition des f. é. m. induites à un instant donné dans un rotor de machine à courant continu bipolaire. Chaque f. é. m. est représentée par un symbole dont la taille est proportionnelle à sa valeur, les polarités sont respectées.

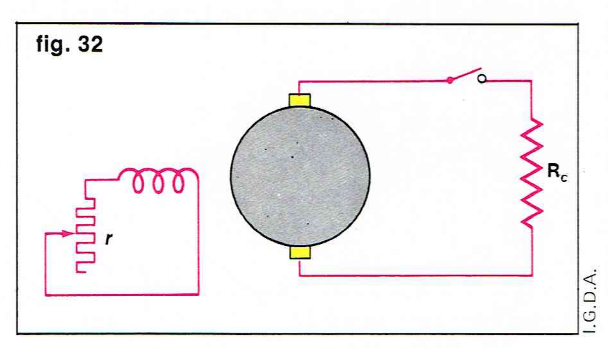
▼ *Figure 31 ; tension E recueillie expérimentalement : il y a une légère ondulation due au nombre fini de spires.*



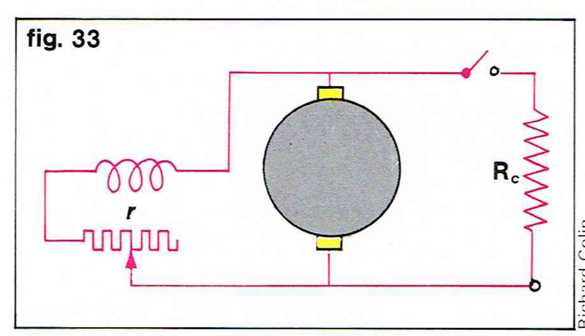
I.G.D.A.

◀ *Figure 29 : induit de machine à courant continu bipolaire bobiné en anneau de Gramme avec son collecteur.*

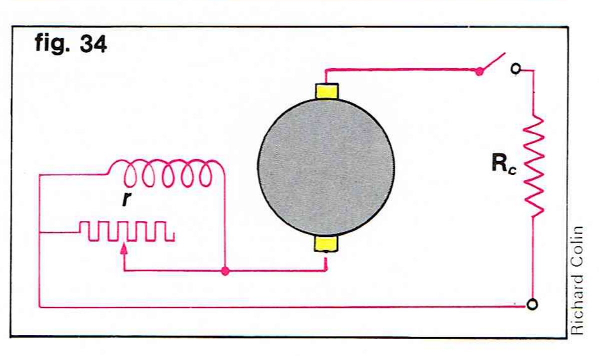
▶ *Figure 32 : génératrice à courant continu montée en excitation indépendante et débitant sur une résistance de charge R_c. Le potentiomètre r sert à régler le courant d'excitation.*



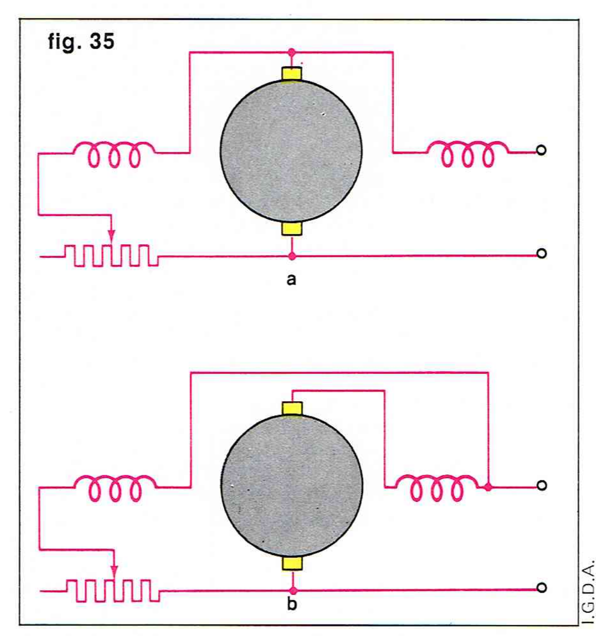
▶ *Figure 33 : génératrice à courant continu montée en excitation shunt.*



▶ *Figure 34 : génératrice à courant continu montée en excitation série. Remarquer que le potentiomètre de réglage r est alors disposé en parallèle sur l'enroulement d'excitation.*



▶ *Figure 35 ; machine à courant continu à excitation compound :* a) *montage courte dérivation ;* b) *montage longue dérivation.*



Les *figures* 32, 33, 34, 35 montrent les différents montages qui sont communs au fonctionnement en génératrice et en moteur. Il a été ajouté des rhéostats de réglage du courant d'excitation, indispensables pour assurer l'ajustage de la vitesse, du couple (cas d'un moteur) ou de la tension (cas d'une génératrice).

— *Courbes caractéristiques à vide*

Si l'on considère la *figure* 32, dans laquelle l'interrupteur mettant en circuit la résistance de charge R_e serait ouvert, et si l'on entraîne la génératrice par un moteur auxiliaire à vitesse N constante, on dit qu'on a le fonctionnement à vide. La tension prélevée aux bornes est E. La courbe reliant E au courant d'excitation I_e est appelée caractéristique à vide : en première approximation c'est une droite passant par l'origine, mais en raison de la présence du fer, on constate saturation et hystérésis (*fig.* 36).

D'après **(26)**, de cette caractéristique on peut déduire par affinité les courbes à vide pour d'autres vitesses. En effet, pour un I_e, donc un flux Φ donnés, mais pour deux vitesses N_1 et N_2 différentes, les f. é. m. E_1 et E_2 vérifient :

$$\frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2}$$

— *Courbes caractéristiques externes d'une génératrice*

Ce sont les courbes donnant la tension de sortie V en fonction du courant I débité lorsque la génératrice est entraînée à vitesse constante et que la résistance totale du circuit d'excitation *r* n'est pas modifiée. Si R est la résistance d'induit, aux bornes de l'induit, la relation **(28)** est toujours vérifiée, mais les différents couplages modifient la tension de sortie globale.

En excitation séparée, la caractéristique à vide est la droite d'équation $V = E - RI$, dont l'ordonnée à l'origine est fixée par la valeur de la f. é. m. à vide correspondant au courant d'excitation et à la vitesse (*fig.* 37 - V_1).

En excitation shunt (*fig.* 33), on peut prévoir que, plus la génératrice débite, et moins sa tension aux bornes de l'induit est grande, mais ce dernier facteur influence à son tour le courant d'excitation qui diminuera, entraînant finalement une chute de tension en charge plus marquée qu'en excitation séparée (*fig.* 37 - V_2).

En excitation série (*fig.* 34), le courant d'induit et celui de l'inducteur sont égaux ($I = I_e$) : $V = E (R + r) I$. La caractéristique ressemble à une courbe à vide dont le coude est plus marqué.

En excitation compound, l'influence du bobinage série compense la chute de tension constatée, et la caractéristique V (I) est à peu près horizontale.

En liaison avec la saturation, on constate, pour des valeurs de I voisines de la valeur nominale et dans les machines non compensées, un phénomène supplémentaire de chute de tension appelé réaction magnétique d'induit. La réaction d'induit correspond à un affaiblissement du flux inducteur par le flux créé par l'induit parcouru par un courant intense. On y remédie par l'adjonction de pôles auxiliaires et, pour les machines très puissantes, par des enroulements de compensation.

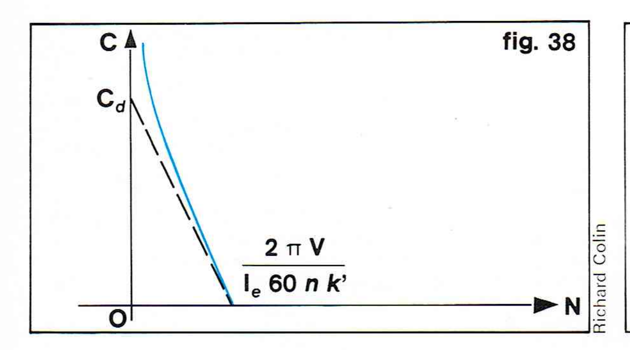
Amorçage d'une génératrice

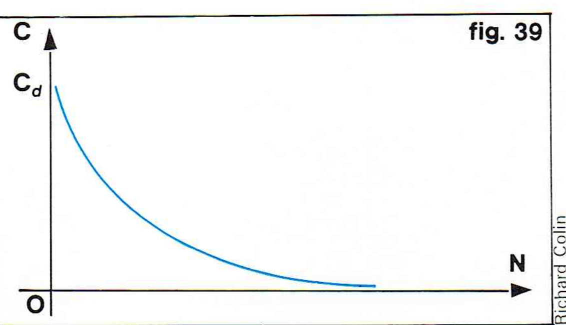
On appelle amorçage la phase de fonctionnement qui voit croître le courant d'induit au moment du branchement de la charge. A la différence des génératrices à excitation séparée ou série pour lesquelles l'amorçage se fait dans tous les cas, la génératrice shunt, qui doit créer son propre courant inducteur, exige deux conditions. La première est qu'il est nécessaire qu'une f. é. m. rémanente existe. Bien que très faible (2 % de la valeur nominale), cette f. é. m. qui résulte de la rémanence du champ inducteur est suffisante pour faire circuler un petit courant inducteur. Il faut évidemment que le sens de ce courant renforce l'effet de la f. é. m. rémanente. S'il n'en était pas ainsi, il faudrait soit permuter les bornes du circuit inducteur, soit faire tourner le rotor dans l'autre sens. Cette première condition n'est pas suffisante : il faut en outre que la droite des inducteurs $V = rI_e$ coupe la courbe à vide en un point donnant une f. é. m. à vide suffisante (point A de la *fig.* 36). Si la résistance *r* du circuit inducteur est supérieure à la pente à l'origine de la caractéristique à vide, il n'y aura pas de point de fonctionnement valable.

— *Courbes caractéristiques couple en fonction de la vitesse des moteurs à courant continu*

Le moteur est alimenté par un réseau à courant continu dont la tension V est maintenue constante. Le moteur entraîne une charge (par exemple une génératrice débitant sur un réseau) présentant un couple résistant C_r. En régime établi, couple résistant et couple moteur sont égaux, et on relève la valeur de ces couples en fonction de la vitesse de rotation sans faire varier la résistance *r* du circuit d'excitation.

Il n'y a pas de différence de comportement pour un moteur à excitation shunt ou à excitation séparée. A





◀ *A gauche, figure 38 : caractéristique de couple d'un moteur à excitation shunt ou à excitation séparée pour une valeur constante et égale à I_e du courant d'excitation. A droite, figure 39 : caractéristique couple-vitesse d'un moteur à courant continu à excitation série.*

partir du système **(28)** et **(29)**, en faisant l'approximation supplémentaire que Φ est proportionnel à I_e, on a pour ce type de montage, après élimination de I :

$$\textbf{(30)} \qquad C = \frac{60\,k'\,I_e}{2\,\pi\;R}\left[V - \frac{60\,nk'}{2\,\pi}\,NI_e\right]$$

La caractéristique C (N), à I_e constant, est donc une droite dont l'ordonnée à l'origine (couple au démarrage C_d) est proportionnelle à la valeur du courant d'excitation I_e et à la tension d'induit V. Pour les machines puissantes, à cause de la réaction d'induit, la courbe se déforme (*fig.* 38).

Si, au cours du fonctionnement, le circuit d'excitation n'est plus alimenté, il subsiste le rémanent, et la vitesse prend une valeur théoriquement infinie : pratiquement, la machine s'emballe, et il est indispensable d'annuler la tension d'alimentation, faute de quoi le rotor peut exploser en raison de la force centrifuge atteinte.

Pour un moteur série, $I_e = I$ et l'élimination de I à partir de **(28)** et **(29)** conduit à :

$$C = \frac{60}{2\,\pi}\,k'I^2$$

or

$$V = \left[k'\,\frac{60\,n}{2\,\pi}\,N + R\right] I$$

d'où :

$$\textbf{(31)} \qquad C = \frac{60\,k'}{2\,\pi}\;\frac{V^2}{\left(R + k'\,60\,\dfrac{n\,N}{2\,\pi}\right)^2}$$

La courbe obtenue a une allure hyperbolique. Au démarrage, le couple vaut $C'_d = \frac{60\,k'\,V^2}{2\,\pi\;R^2}$. Ce couple est, toutes choses égales d'ailleurs, très supérieur à C_d car la résistance R de l'induit est beaucoup plus faible que la résistance de l'inducteur d'une machine shunt ou séparée $\left(I_e = \frac{V}{r}\right)$. D'autre part, l'allure hyperbolique (*fig.* 39) est très favorable à un fonctionnement à puissance constante ($C\Omega = K$ est une hyperbole équilatère). Enfin, comme la vitesse tend vers l'infini lorsque le couple tend à s'annuler, un moteur série doit être constamment chargé par un couple résistant, sinon il y a emballement. Toutes ces raisons rendent le couplage à excitation série idéal pour la traction électrique (locomotives, monte-charge...).

Les moteurs compound ont des caractéristiques intermédiaires.

Pour l'ensemble de ces machines, on voit que le réglage de la vitesse est rendu possible simplement par action sur le courant d'excitation, obtenue par simple variation d'un rhéostat mis en série avec le bobinage inducteur et dont la valeur a été dans nos équations incorporée à celle du bobinage lui-même.

Démarrage des moteurs à courant continu

Lorsque la vitesse est nulle, il n'existe pas encore de f. é. m. E, et le courant d'induit $I = \frac{V}{R}$ est très intense. Pour le ramener à une valeur compatible avec les normes de construction de la machine, par exemple une fois et demie la valeur nominale I_n, on dispose en série avec l'induit un rhéostat à plots appelé rhéostat de démarrage, dont les résistances sont progressivement éliminées au fur et à mesure que la vitesse, donc la f. é. m. E, s'accroît...

Utilisation des machines à courant continu

Les génératrices shunt à courant continu sont utilisées dans l'industrie automobile bien qu'elles soient en passe d'être supplantées par des alternateurs avec redresseurs pour la charge des batteries. Les moteurs à courant continu essentiellement « série » sont beaucoup plus utilisés : démarreur d'automobile, moteur de locomotives. Dans ce dernier cas, bien que l'alimentation s'effectue sur les réseaux les plus récemment électrifiés en courant alternatif 25 000 V, 50 Hz, on place dans chaque locomotive un transformateur abaisseur et un dispositif de redressement. On utilise des moteurs dont la puissance est de l'ordre de 1 000 kW. D'autre part, d'après **(31)**, le couple étant proportionnel au carré de la tension, un moteur série peut être alimenté en alternatif ($\sin^2 \omega t$ a une valeur moyenne non nulle valant $\frac{1}{2}$). En fait, en raison de pertes élevées, ce fonctionnement n'est possible que pour de faibles puissances (quelques kW). Ces moteurs sont appelés moteurs universels.

Les moteurs shunt sont appréciés pour le réglage aisé de leur vitesse. Ils sont parfois couplés à une génératrice à courant continu entraînée elle-même à une vitesse constante par une machine extérieure synchrone ou asynchrone pour constituer un groupe Ward-Leonard. La plage de vitesse est alors importante, puisqu'on peut agir à la fois sur la tension d'alimentation du moteur et sur son excitation.

Les inconvénients majeurs des machines à courant continu résident dans une relative complexité, en raison de la présence du collecteur, et un rendement médiocre (85 %).

L'électronique de puissance

L'électronique classique utilise les propriétés des jonctions semi-conductrices et accessoirement celle des émissions thermo-ioniques pour générer, amplifier ou détecter un signal.

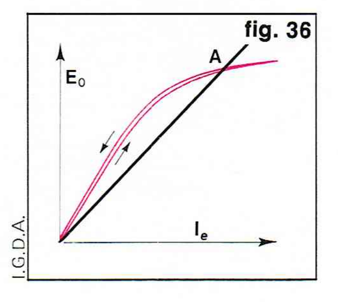
L'électronique industrielle ou de puissance utilise les mêmes propriétés physiques pour le contrôle, la régulation, la transformation de la puissance électrique. Les points communs ne manquent pas, surtout si on remarque que les dispositifs d'électronique industrielle possèdent des circuits de contrôle, de protection ou de déclenchement qui traitent en fait des signaux, alors que l'électronique classique nécessite souvent le contrôle et une puissance importante.

Cependant, compte tenu de certaines particularités au niveau des composants (thyristors, triacs) et des méthodes de calcul (influence du courant et des facteurs de puissance), l'électronique de puissance est devenue une spécialité à part. Son champ d'action est très vaste. On peut y distinguer quatre domaines essentiels : l'interconnexion des réseaux continus et alternatifs (redresseurs et onduleurs assistés), les alimentations de puissance à fréquence variable (onduleurs autonomes et alimentations stabilisées), les commandes électriques des machines électriques et la commutation électronique. Les deux derniers domaines mettant en œuvre des résultats d'électrotechnique, d'électronique et d'automatique sont plus technologiques et ne seront pas vus ici.

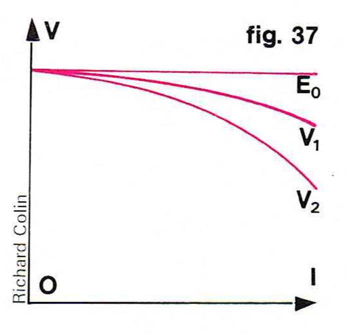
Les soupapes électriques

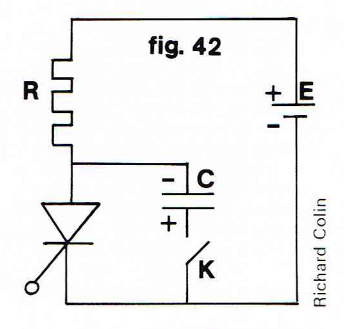
L'électronique de puissance utilise la possibilité de modifier la configuration des circuits en fermant ou en ouvrant selon un rythme convenable des contacts statiques constitués de jonctions semi-conductrices ou d'autres systèmes électroniques. Ces contacts sont réalisés grâce à des composants appelés *soupapes électriques* par référence aux dispositifs de contrôle des

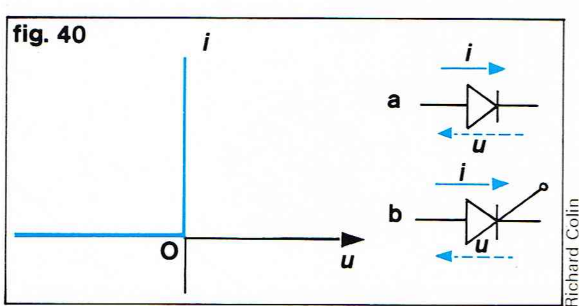
▼ *Figure 36 ; courbe à vide d'une machine à courant continu : la machine fonctionne en génératrice sans débiter de courant d'induit, et elle est entraînée à vitesse constante par un moteur.*



▼ *Figure 37 : caractéristique externe d'une génératrice à courant continu, montée successivement en excitation séparée (V_1) et shunt (V_2). V (I) serait une simple demi-droite en l'absence de réaction d'induit.*







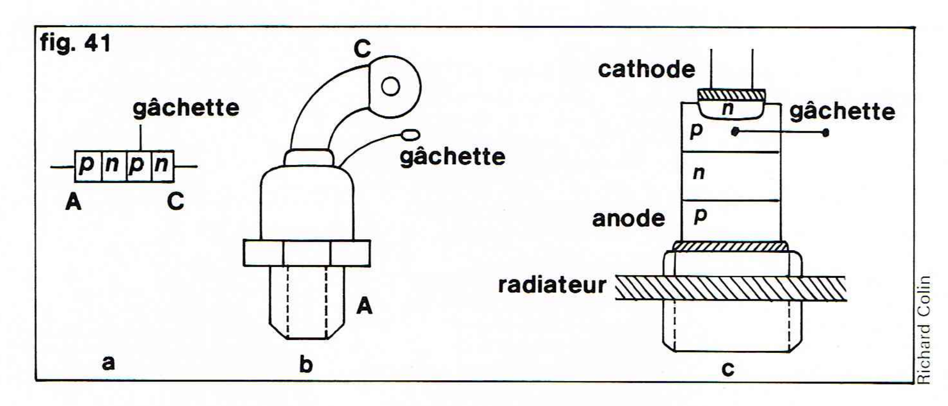
▲ *Figure 42 : circuit de blocage commandé utilisable pour annuler le courant dans un thyristor. Figure 40 : caractéristique courant-tension d'une soupape électronique parfaite dont les représentations conventionnelles sont données à droite : a) soupape simple; b) soupape commandée.* ▼ *Ci-dessous, figure 41 ; le thyristor : a) schéma de principe; b) allure extérieure; c) construction interne. Les zones p et n sont constituées respectivement de silicium dopé à l'aluminium et à l'antimoine; les contacts sont assurés grâce à une couche de molybdène. En bas, figure 43; montage monophasé à simple alternance : la source alternative est reliée à la source continue de f. é. m. E par une résistance R et un thyristor à l'allumage retardé d'un angle électrique ψ.*

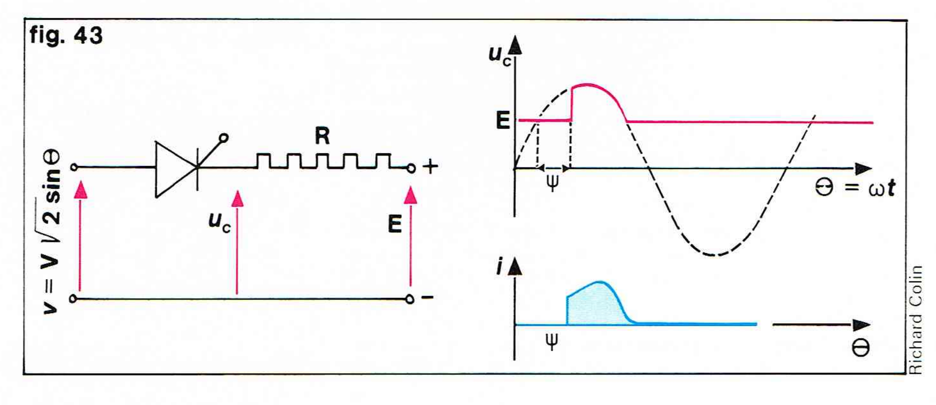
fluides. En effet, ils présentent une résistance très variable suivant le sens de passage du courant. Dans le sens « passant » la résistance est très faible, alors que dans le sens bloquant elle est très forte. Une soupape sera qualifiée de parfaite si ces valeurs extrêmes respectives sont zéro et l'infini. La *figure* 40 donne la caractéristique courant-tension d'une soupape parfaite traduisant les hypothèses précédentes.

Dans les soupapes simples ou à amorçage naturel, le courant passe dès que u (*fig.* 40) devient positif. La soupape se bloque dès que i passe par zéro. Dans les soupapes commandées ou à amorçage contrôlé, le courant passe si u est positif et si un signal convenable est envoyé sur l'électrode de commande. Le blocage s'effectue de manière identique au premier cas.

Actuellement, les soupapes simples sont toutes des diodes à jonction semi-conductrice vue en électronique. Elles ont remplacé les redresseurs à vapeur de mercure. Les soupapes commandées sont encore soit des soupapes à gaz ionisé (ignitron ou excitron), soit de plus en plus des dispositifs à semi-conducteur (thyristor).

Un **excitron** comporte, dans une cuve métallique, une anode en graphite, une cathode constituée d'un bain de mercure et une grille de commande. Une anode auxiliaire en graphite (igniteur) est placée très près de la surface du mercure, de manière à assurer l'entretien d'un arc auxiliaire : les électrons de la cathode sont émis par effet de champ électrique. Un ignitron a un principe identique, mais c'est l'igniteur qui assure la commande en étant alimenté aux moments désirés. Les ignitrons sont encore utilisés dans les montages à moyenne puissance tels que les locomotives alimentées en monophasé 25 000 V à fréquence industrielle mais dont les moteurs sont à courant continu série.





Un **thyristor** ou thyratron sec est formé de trois jonctions réalisées par un empilement de silicium dopé successivement p, n, p, n. Une électrode de commande appelée gâchette ou grille est fixée sur la zone p intermédiaire (commande dite de cathode). Il peut exister des thyristors à commande d'anode appliquée à la zone n (*fig.* 41). Un thyristor se présente sous l'aspect d'un « boulon » surmonté d'un capot qui laisse passer deux fils conducteurs : l'un, de grand diamètre, est la cathode, l'autre, plus petit, est la gâchette. L'écrou du « boulon » sert à fixer l'anode sur un radiateur. Les zones p sont constituées de silicium dopé d'aluminium, les zones n sont dopées à l'antimoine.

En première approximation, on peut assimiler l'association des trois jonctions à trois diodes : les deux diodes extrêmes sont passantes dans le même sens, alors que la troisième l'est dans le sens opposé. Lorsque la tension V est négative, les deux jonctions extrêmes sont bloquées, et le thyristor n'est pas conducteur. Il laisse passer un courant de saturation (quelques mA) et peut supporter une tension inverse de plusieurs centaines de volts (on atteint 3 000 V). Lorsque V est positif, les deux jonctions extrêmes sont passantes. Par contre, la jonction centrale est bloquée. Il circule donc un courant de saturation jusqu'au moment où la tension croissante appliquée dépasse la valeur de la tension inverse de la jonction centrale. Ce phénomène survient pour quelques centaines de volts (600 V au maximum), valeur nécessairement plus faible que dans le cas précédent où deux jonctions étaient polarisées en inverse. A partir de cet instant, le courant d'avalanche emporte la barrière de potentiel et le thyristor devient conducteur. La tension à ses bornes tombe à quelques volts. On dit que le thyristor a basculé. La tension de basculement peut être diminuée sous l'influence d'une impulsion de courant appliquée à la gâchette, qui accroît provisoirement le courant d'avalanche. Actuellement, on trouve des thyristors supportant un courant efficace permanent de 500 A avec une tension de basculement supérieure à 600 V.

Il existe également la possibilité d'amorçage, parfois intempestif par variation rapide de la tension appliquée en raison des capacités parasites.

Le thyristor cesse d'être conducteur, si le courant qui transite tombe en dessous d'un certain seuil appelé courant de maintien. Mais il faut attendre un laps de temps suffisant, appelé temps de récupération, de l'ordre de 20 μs, avant d'appliquer à nouveau une tension positive, sinon un réamorçage sans commande est possible.

Pour bloquer un thyristor, comme pour toutes les soupapes commandées, il faut attendre que le courant s'annule. Cette condition peut être vérifiée normalement par le montage, comme nous le verrons ultérieurement, ou bien imposée par un montage annexe, dont le principe est donné sur la *figure* 42.

On s'arrange pour charger une capacité C, et par un interrupteur électronique, par exemple un autre thyristor commandé par transistor (circuits de faible puissance), la capacité C est subitement déchargée. Le courant dans le thyristor principal s'annule. Il suffit de régler la constante de temps de la décharge pour que l'annulation soit définitive.

On peut résumer les avantages des thyristors : faibles chutes de tension, d'où bon rendement, absences d'annexes telles que chauffage et pompe à vide, peu de puissance de commande nécessaire, faible temps de récupération, possibilité de travailler à des fréquences atteignant 2 000 Hz. Par contre, les thyristors sont encore fragiles et difficilement protégeables contre les surintensités. En outre, il y a de larges dispersions au niveau des gâchettes, impliquant à chaque fois une sérieuse mise au point.

Pour régler la valeur efficace d'un signal alternatif, on utilise fréquemment deux thyristors montés en tête-bêche. On peut faire éliminer une commande de gâchette, en utilisant un ensemble intégré appelé triac, regroupant les deux thyristors.

Les redresseurs

La majeure partie de la production et de la distribution de l'énergie électrique est effectuée en alternatif. Mais l'emploi du courant continu est parfois mieux adapté, voire indispensable : il en est ainsi pour les moteurs à courant continu qui présentent des facilités de réglage

de vitesse ou de couple, ou bien l'électrolyse ou la charge des batteries d'accumulateurs. Pour assurer cette transformation et le passage de l'énergie entre une source à courant alternatif et un récepteur à courant continu, on utilise de moins en moins des machines tournantes (par exemple la commutatrice), onéreuses à la construction et à l'entretien, au bénéfice des montages statiques appelés redresseurs.

Montage élémentaire monophasé à simple alternance

Considérons le montage de la *figure* 43 comportant une soupape commandée et une simple résistance. L'amorçage s'effectue une fois que la tension sinusoïdale d'alimentation $v = V\sqrt{2}\sin\theta$ — en posant $\theta = \omega t$, angle électrique — devient supérieure à E tension continue de la batterie d'accumulateur, à la condition qu'une impulsion convenable soit appliquée sur la gâchette. Nous appellerons ψ l'angle électrique de retard à l'amorçage.

Le courant s'annule lorsque $V\sqrt{2}\sin\theta = E$, et le thyristor se désamorce. La valeur moyenne de i sur une période égale à l'aire hachurée répartie sur la période 2π dépend du retard à l'amorçage, ce qui permet de la régler très aisément :

$$I = \frac{1}{2\pi}\int_{\text{Arcsin}\frac{E}{V\sqrt{2}}+\psi}^{\pi-\text{Arcsin}\frac{E}{V\sqrt{2}}} \frac{V\sqrt{2}\sin\theta - E}{R}\,d\theta$$

En particulier, si $\psi = 0$ et $E = 0$ (cas où le redresseur débite simplement sur la résistance R), $I = \frac{V\sqrt{2}}{\pi R}$.

Ce montage n'est pas très intéressant, car le courant circule très peu de temps; aussi prolonge-t-on son effet par l'adjonction d'une inductance. Considérons le montage de la *figure* 44 où une inductance pure L remplace R. L'amorçage a lieu au même instant que précédemment lorsque la tension sinusoïdale est supérieure à la f. é. m. E et que l'impulsion a été envoyée (présence de la soupape commandée). Le courant i vaut alors :

$$L\frac{d}{dt}i = v - E$$

soit

$$\textbf{(32)}\qquad i = \frac{1}{L\omega}\int_{\theta_1+\psi}^{\theta}(V\sqrt{2}\sin\theta - E)\,d\theta$$

avec
$$V\sqrt{2}\sin\theta = E$$

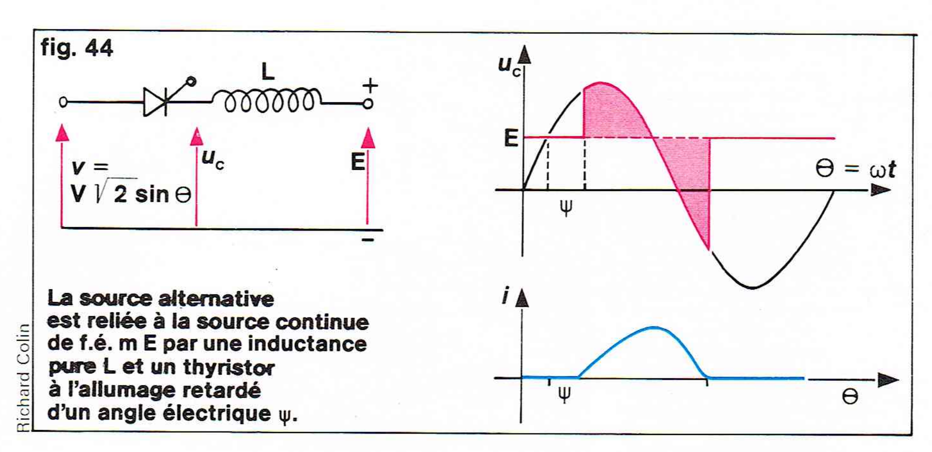
L'extinction de la soupape a lieu lorsque i repasse par la valeur 0. L'interprétation physique de l'annulation de **(32)** est que les aires hachurées sur la *figure* 44 sont égales.

Les principaux montages industriels

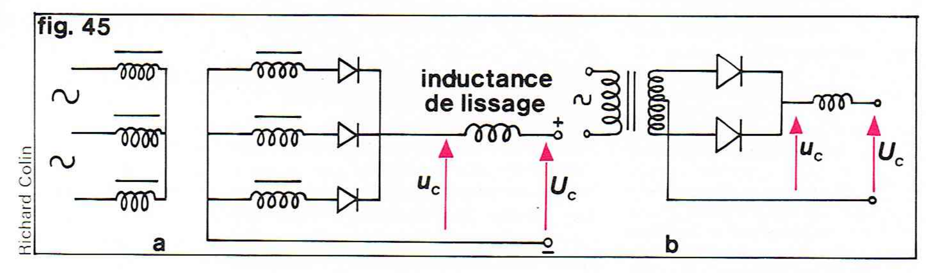
Les montages monophasés précédents présentent l'inconvénient de n'être couplés au réseau alternatif que pendant peu de temps, interdisant ainsi d'importants transferts de puissance. On utilise donc des montages polyphasés, et on s'arrange en outre pour avoir un régime de charge tel que la conduction soit continue, c'est-à-dire que le courant redressé ne comporte aucune interruption. On y parvient grâce à la présence de l'inductance de lissage (ou self de choc) placée en série avec la charge.

Le **montage polyphasé à simple alternance** consiste à relier les q phases d'un secondaire de transformateur couplé en étoile à une soupape. Les bornes libres des soupapes disposées toutes dans le même sens sont réunies pour former une borne du redresseur. L'autre borne est confondue avec le neutre du transformateur (*cf. fig.* 45).

Si le courant garde une valeur constante dans le circuit à courant continu grâce à l'inductance de lissage et que les soupapes soient parfaites, seule la soupape qui voit la plus grande tension est débloquée, et la tension redressée est l'enveloppe supérieure des sinusoïdes de tension des enroulements secondaires. Si l'on remplace les diodes par des thyristors commandés avec un retard ψ, la tension U_c, valeur moyenne de u_c, vaut pour un système à q phases :



La source alternative est reliée à la source continue de f.é. m E par une inductance pure L et un thyristor à l'allumage retardé d'un angle électrique ψ.



$$U_c = V_2\sqrt{2}\,\frac{q}{\pi}\sin\frac{\pi}{q}\cos\psi$$

La *figure* 46 donne l'allure des tensions redressées correspondant aux montages de la *figure* 43 ($\psi = 0$; $q = 3$ puis $q = 2$).

Pour diminuer les ondulations, on constitue, avec deux dispositifs du type précédent mais montés en opposition, le montage en pont de Graetz (*fig.* 47).

La tension redressée u_c est égale à la différence entre la plus positive des tensions et la plus négative, comme on peut le retrouver en suivant la circulation du courant refermé par la charge extérieure (*fig.* 48).

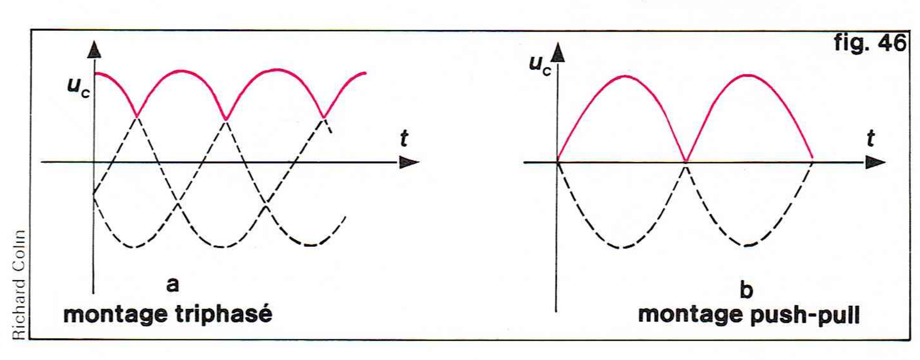
Si l'on remplace les simples diodes par des thyristors commandés avec un retard ψ, la tension U_c, valeur moyenne de u_c, vaut, dans un montage à q phases :

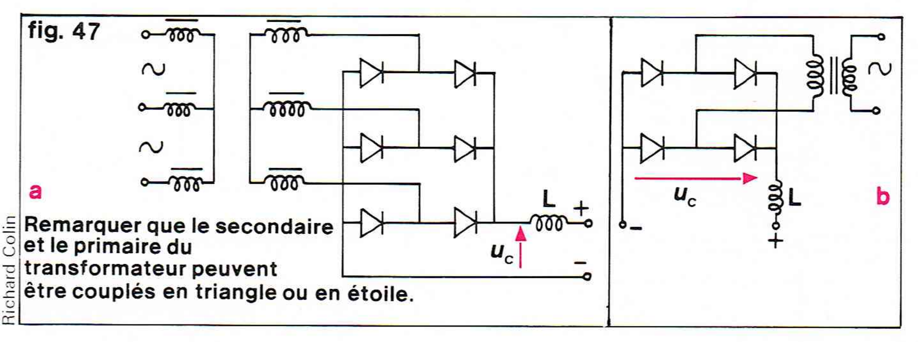
$$U_c = 2\,V_2\sqrt{2}\,\frac{q}{\pi}\sin\frac{\pi}{q}\cos\psi$$

En particulier, dans un système triphasé de tension simple secondaire V_2 :

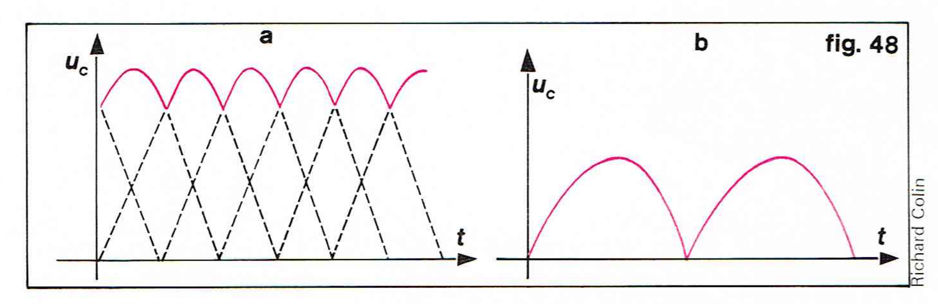
▲ *En haut, figure 44; montage monophasé à simple alternance. Ci-dessus, figure 45; montages à simple alternance les plus usuels :*
a) montage triphasé (le primaire du transformateur peut être couplé en étoile ou en triangle);
b) montage monophasé à double alternance appelé également push-pull.

▼ *Ci-dessous, figure 46; tensions redressées par les montages à simple alternance de la figure 43. En bas, figure 47; montages en pont usuels :*
a) triphasé;
b) monophasé.





Remarquer que le secondaire et le primaire du transformateur peuvent être couplés en triangle ou en étoile.



▲ *Figure 48; tensions redressées obtenues par les montages en pont :*
a) *triphasé;*
b) *monophasé.*
Dans ce dernier cas, on retrouve le même résultat qu'avec le montage push-pull, mais il n'y a plus besoin d'un transformateur à point milieu; en contrepartie, il faut quatre diodes ou thyristors.

▼ *Ci-dessous, figure 49 : principe de fonctionnement en onduleur assisté d'un mutateur monophasé. Le thyristor est déclenché très tardivement, et la batterie est branchée avec les polarités de la figure.*

En bas, figure 51 : montage d'un hacheur alimentant un moteur à courant continu.
a) *Schéma :*
A, *système d'interruption du courant dans le thyristor;*
l, inductance de lissage;
D, *diode de « roue libre » nécessaire pour éviter l'interruption du courant;*
M, *moteur à courant continu.*
b) *Allure de la tension en fonction du temps; la durée des impulsions dépend de la période de la commande appliquée sur la gâchette du thyristor.*
c) *Variation correspondante du courant dans le moteur.*

$$U_c = V_2 \sqrt{2}\,\frac{3}{\pi}\sqrt{3}\cos\psi$$

Pour un pont monophasé de tension totale $V = 2\,V_2$:

$$U_c = V\sqrt{2}\,\frac{2}{\pi}\cos\psi$$

Comme tous les générateurs, les montages précédents peuvent être associés en série ou en parallèle. Dans ce dernier cas, chaque redresseur devant participer à la fourniture du courant total dans la proportion des courants nominaux respectifs, on doit placer une bobine médiatrice ou interphase.

Enfin il faut souligner que nous avons fait une hypothèse mal vérifiée dans la pratique qui concerne l'instantanéité de la commutation entre les soupapes : en réalité, en raison de la présence inévitable d'inductances en série avec chaque soupape, comme les inductances de fuite du transformateur, ce phénomène est impossible, et, pendant un bref laps de temps, deux soupapes peuvent conduire simultanément. La commutation est à l'origine d'une diminution de la tension moyenne redressée appelée chute inductive de tension continue.

Onduleurs assistés ou non autonomes

Il est parfois intéressant de pouvoir transférer de la puissance électrique disponible en courant continu sur un réseau alternatif. On assiste en effet à un certain développement des réseaux de transport d'énergie en continu à haute tension par câble bifilaire. L'énergie produite en alternatif est redressée par les systèmes décrits précédemment, puis transite en continu jusqu'au point d'utilisation où elle est reconvertie en alternatif par des montages appelés onduleurs assistés. Ils sont assistés en ce sens que la conversion n'est possible que si préexiste un réseau alternatif capable de fournir le rythme d'ouverture et de fermeture des soupapes, fixant ainsi sa fréquence. L'intérêt de ce procédé est l'économie qui est faite dans le câble continu (pas de pertes diélectriques, meilleure tenue des isolants), surtout dans les traversées de bras de mer. Ainsi, il existe depuis 1962 une liaison de 60 km entre les réseaux français et anglais qui atteignent 160 MW sous 200 kV. Nous allons voir que redresseurs et onduleurs assistés sont des dispositifs réversibles : on les appelle souvent *mutateurs*.

Reprenons le fonctionnement du montage de la *figure* 43 mais en inversant la polarité de E d'une part et en retardant l'amorçage d'un angle ψ très grand, comme l'indique la *figure* 49. La valeur moyenne de u_c devient négative, alors que la valeur moyenne de i est restée positive : le sens du transfert de puissance a changé. Ainsi un montage redresseur correctement retardé et alimenté en continu peut se transformer en onduleur assisté. Tous les montages industriels que nous avons vus à l'occasion du fonctionnement en redresseur conviennent, et ce sont eux qui sont utilisés comme onduleurs pour des échanges de puissance atteignant 1 400 MW sous 800 kV aux États-Unis. Mais il y a aussi des puissances beaucoup plus faibles comme le fonctionnement en récupération des moteurs à courant continu des locomotives alimentées par des caténaires parcourus par un courant alternatif à fréquence industrielle, redressé dans la machine.

Onduleurs autonomes

L'onduleur autonome est un montage statique qui, alimenté par une source continue, fournit à un récepteur quelconque un courant et une tension alternatifs dont la fréquence est fixée par l'onduleur lui-même. Ce montage est utile à titre d'alimentation de secours pour suppléer l'absence de toute énergie, ou tension alternative : par exemple, alimentation d'un ordinateur ou d'un émetteur radio à partir de batteries lors d'une interruption du secteur. On construit des onduleurs autonomes dont la puissance par phase atteint 50 kVA. Le même principe est adopté par les générateurs de chauffage par induction dont la fréquence s'étage de 500 Hz à 5 kHz.

Le principe de base est résumé par la *figure* 50 : lorsque les soupapes S_1, S_2, S_3, S_4 sont commandées selon une séquence convenable, la tension aux bornes de la charge a une allure périodique. En fait, on utilise un montage push-pull, avec charge et décharge d'une capacité.

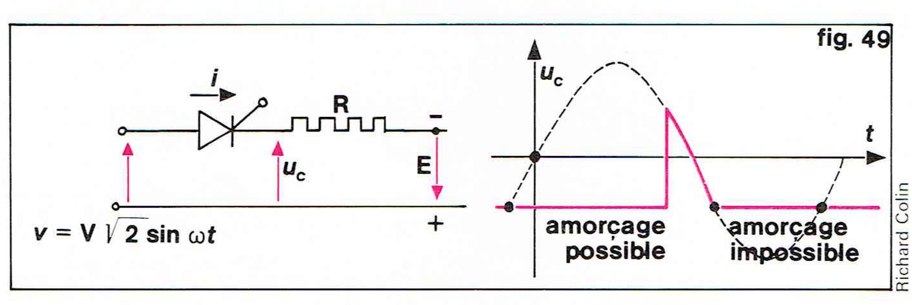
Cette capacité a pour but de bloquer alternativement les deux soupapes. Les signaux recueillis sur la charge sont périodiques mais non sinusoïdaux. Avec des filtrages, le taux de distorsion peut être inférieur à 3 %. Le rendement est de l'ordre de 85 %.

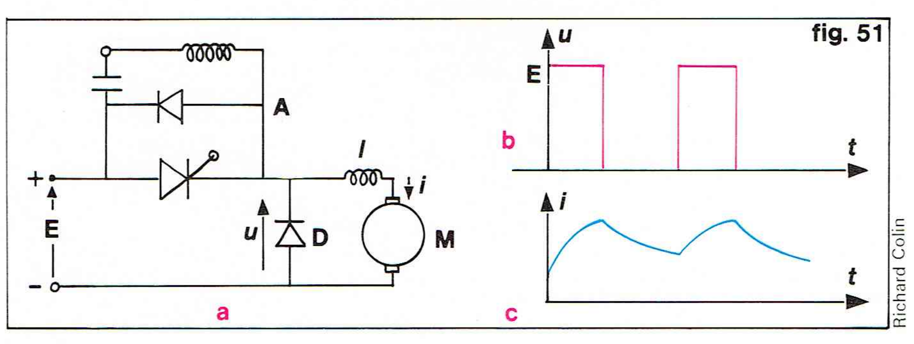
Hacheurs à courant continu

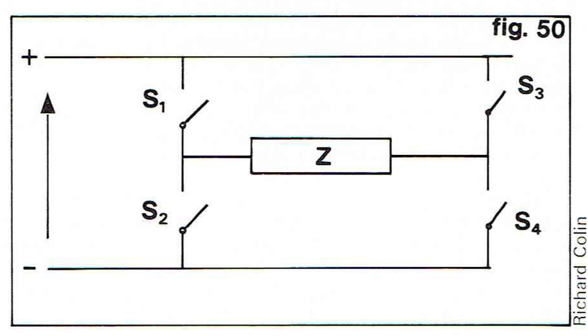
Ces montages permettent d'ajuster une tension continue à la valeur désirée sans les pertes correspondantes d'un potentiomètre. Ils sont de plus en plus utilisés pour la commande des moteurs à courant continu. Le principe consiste à interrompre — hacher — la tension continue de manière à régler la valeur moyenne au niveau désiré. Pour éviter l'interruption du courant dans la charge, celui-ci est dérivé par une diode appelée diode de roue libre. La *figure* 51 donne un schéma de principe. L'application la plus importante est celle des alimentations des moteurs série des véhicules électriques lors du démarrage : chariot électrique, métro.

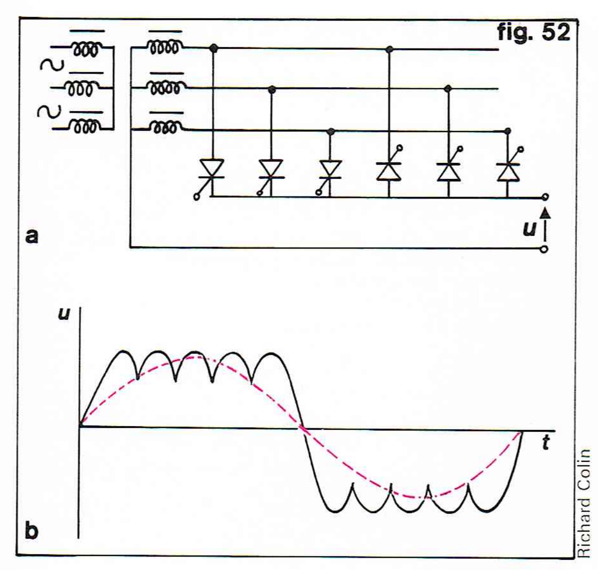
Convertisseurs statiques de fréquence : les cycloconvertisseurs

C'est un appareil qui assure la conversion d'énergie entre deux systèmes de tensions alternatives mais de fréquences différentes : citons le passage du 50 Hz au 60 Hz ou au 400 Hz, ces dernières fréquences étant les valeurs normalisées pour la marine et l'aviation. La pre-









C. Dani

◀ A gauche, figure 52 ; dispositif cycloconvertisseur :
a) montage sans le système de déclenchement des thyristors ;
b) tension de sortie obtenue et, en pointillé, l'onde du premier harmonique dont la fréquence est ici 3,66 fois plus faible que la fréquence d'alimentation.
A droite, appareil magnéto-électrique, le milliampèremètre utilise le principe du galvanomètre à cadre mobile ; l'échelle de celui-ci permet des mesures de 100/500 mA.

mière possibilité est d'associer un redresseur à un onduleur autonome. La seconde solution est de produire la tension de sortie à partir de fragments des diverses phases de l'alimentation : ce sont les cycloconvertisseurs. La *figure* 52 présente un montage. La tension de sortie est obtenue par une modulation convenable sur les commandes d'amorçage.

Les mesures en électrotechnique et les appareils

L'électrotechnique a suscité à la fois des conceptions d'appareils tels qu'ampèremètre, voltmètre, wattmètre, et des méthodes de mesure indirectes, par exemple la puissance dans un circuit triphasé, les ponts d'impédance ou de fréquence. Les appareils utilisés actuellement sont de deux types principaux : ceux, traditionnels, à aiguille, et ceux, plus modernes, à affichage numérique de conception électronique. Ces derniers ont été vus en électronique, et nous n'y ferons que quelques allusions lorsqu'ils modifient les méthodes.

Les principaux appareils de mesure à aiguille

Les appareils à aiguille comportent un équipage mobile qu'entraîne un index devant un cadran gradué dans les unités de la grandeur à mesurer. L'équipage mobile est mû par l'un des quatre procédés : effet thermique, effet magnéto-électrique, effet électrodynamique ou encore ferromagnétique. Mais, quel qu'il soit, l'appareil n'est pas exact : erreur de fidélité, d'étalonnage... On appelle classe de ces appareils le pourcentage du maximum de la graduation qui donne la limite supérieure de l'erreur absolue sur l'indication de l'appareil, sous réserve que des facteurs extérieurs tels que température, pression, champ magnétique, restent dans certaines limites définies par les normes. Ainsi, soit un appareil à aiguille de classe 0,3 comportant 150 divisions, l'erreur absolue pour chaque graduation est :

$$\frac{0{,}3 \times 150}{100} = \mp 0{,}45$$

On constate qu'on a intérêt à ne procéder à la lecture que si l'aiguille se trouve dans le dernier tiers, car l'erreur relative se trouve ainsi réduite. On appelle calibre d'un appareil la valeur de la grandeur qui conduit à la déviation maximale. Ainsi, dans le cas précédent, si le calibre est 150 V, une graduation vaut 1 V, et l'erreur absolue est ∓ 0,45 V. Pour une valeur voisine de 100 V, l'erreur relative est ∓ 0,45 %. Mais pour une valeur de 50 V, elle atteint ∓ 0,9 %. Notons que la classe d'un appareil à aiguille bon marché est de 1,5 à 1 en général.

Appareils magnéto-électriques

Ce sont les appareils, ampèremètres ou voltmètres en général, utilisant le principe du galvanomètre à cadre mobile.

Un galvanomètre comporte un cadre rectangulaire bobiné suspendu par un fil de torsion en bronze phosphoreux qui sert en même temps à amener le courant des bornes fixes au cadre. On peut aussi avoir des pivots rigides analogues à ceux des montres. Le cadre est placé dans le champ magnétique d'un courant permanent, orienté radialement dans l'entrefer par rapport au pivot.

Lorsque le cadre se trouve parcouru par un courant électrique, ses deux côtés sont soumis à une force de Laplace qui crée un couple équilibré par celui du fil de torsion. Remarquons que ce principe imaginé en 1837 par Pouillet avec un aimant mobile et un cadre fixe et mis au point définitivement par Deprez et d'Arsonval fonctionne à la manière d'un petit moteur à courant continu sans collecteur.

Dans les galvanomètres, la position d'équilibre est repérée par l'intermédiaire d'un faisceau lumineux réfléchi par un petit miroir solidaire du cadre (miroir de Poggendorff).

Les appareils magnéto-électriques reprennent ce principe avec les modifications suivantes. Ce sont deux ressorts spiraux en bronze phosphoreux, bandés en opposition pour assurer un zéro bien défini malgré les variations de température, qui assurent le couple de torsion. La déviation est repérée par un index en forme de couteau qui défile devant la graduation. On évite l'erreur de parallaxe à l'aide d'un miroir placé sous le cadran.

Les ampèremètres magnéto-électriques à courant continu sont mis en série avec le circuit dans lequel on veut mesurer l'intensité. Mais il est hors de question de faire transiter des intensités supérieures à une dizaine de micro-ampères dans les minces fils de cuivre du cadre. Aussi monte-t-on, en général, des shunts internes ou externes pour les calibres plus élevés. Les ampèremètres magnéto-électriques à courant alternatif fonctionnent sur le même principe mais possèdent en outre un pont redresseur placé dans le circuit du cadre. La graduation en valeur efficace n'est donc rigoureuse que si le courant est bien sinusoïdal puisqu'on adopte la relation

$$I_c = I\sqrt{2}\,\frac{2}{\pi}$$

vue en électronique de puissance.

Les voltmètres placés en dérivation sur le circuit aux bornes duquel on veut mesurer la tension sont en fait des ampèremètres auxquels est associée en série une forte résistance connue. Si cette résistance vaut 1 000 ohms, et que le cadre magnéto-électrique dévie entièrement avec 100 micro-ampères, l'appareil aura un calibre de 100 millivolts.

Appareils électrodynamiques

A la différence des précédents, les appareils électrodynamiques peuvent fonctionner directement en continu ou en alternatif. En effet, le champ créé par l'aimant permanent est maintenant créé par une autre bobine alimentée en série avec le cadre mobile. C'est donc un dispositif qui reprend le principe du moteur série et qui, comme lui, est universel, car le couple est proportionnel au carré du courant. Ces appareils sont malheureusement

◀ Page ci-contre, en bas, à droite, figure 50 ; schéma de principe d'un onduleur autonome : alimenté en courant continu, il débite une puissance alternative dans l'impédance Z si les interrupteurs S_1 et S_4 se ferment lorsque S_2 et S_3 s'ouvrent, et vice versa.

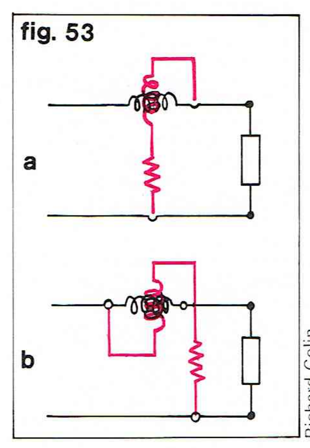
▶ *A gauche, un voltmètre de précision à fer mobile, à index lumineux, permettant des étendues de mesures de 150/300/600 V. A droite, un wattmètre permettant des mesures ampèremétriques de 2,5/5 A et des mesures voltmétriques de 75/100/150/200/300/400/600 V.*



C. Dani



C. Dani



Richard Colin

▲ *Figure 53 ; wattmètre électrodynamique :* a) *montage en courte dérivation (erreurs sur le courant) ;* b) *montage en longue dérivation (erreurs sur la tension).*

beaucoup moins sensibles que les précédents en raison du faible champ inducteur. Par contre, leur principe est utilisé pour réaliser les wattmètres électrodynamiques.

En effet, si, au lieu d'alimenter en série les deux bobines, on alimente celle du cadre (appelé circuit gros fil) en série avec le réseau, alors que celle du champ fixe (appelé circuit fil fin) est en parallèle aux bornes du réseau, le couple, comme pour une machine à courant continu, est proportionnel au produit des deux courants dérivés (*fig.* 53). Or le courant dérivé dans le circuit fil fin est proportionnel à la tension V. On a réalisé le produit VI, donc un wattmètre. Comme une partie du courant est dérivée dans le circuit « fil fin » ou circuit tension, il y a deux montages possibles (*cf. fig.* 53) : l'un fait une légère erreur sur le courant, l'autre sur la tension.

Nous venons de raisonner en courant continu, mais le même principe peut être utilisé en alternatif. En effet, si $v = V\sqrt{2}\cos\omega t$ et $i = I\sqrt{2}\cos(\omega t - \varphi)$, l'appareil fournit un couple instantané proportionnel à :

$$vi = VI\cos\varphi + VI\cos(2\omega t - \varphi)$$

Or le dernier terme a une valeur moyenne nulle sur une période : le couple moyen est donc proportionnel à la puissance active. Notons qu'il faut s'arranger pour que l'inductance du fil fin soit négligeable pour ne pas introduire un déphasage parasite.

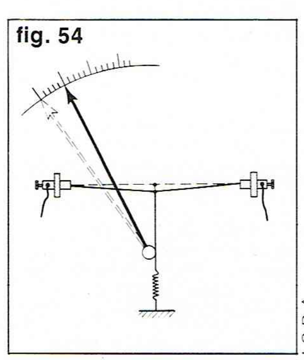
Appareils ferromagnétiques (ou appareils à fer doux)

Une bobine parcourue par un courant crée un champ qui attire une pièce de fer doux solidaire d'une aiguille. Il en existe en fait deux types : le premier où le noyau de fer peut pénétrer plus ou moins dans la bobine (noyau plongeur) ; le second où la bobine fixe parcourue par le courant à mesurer aimante deux pièces de fer doux, l'une fixe, l'autre mobile et c'est la répulsion des pôles qui produit la rotation. Le couple exercé dépend du carré du courant en relation avec l'énergie magnétique emmagasinée. Ce sont donc des appareils qui peuvent, comme précédemment, fonctionner en courant continu ou alternatif, mais les échelles sont différentes en raison du déphasage inévitable entre l'induction et le courant provenant des pertes par hystérésis.

Appareils thermiques

Deux procédés peuvent être utilisés : soit directement par la dilatation du fil entraînant l'aiguille, soit indirectement en évaluant l'échauffement par un thermocouple dont la tension est mesurée. La *figure* 54 donne le montage de principe du premier cas. Comme l'allongement du fil est proportionnel au carré de l'intensité, le système est valable aussi bien en continu qu'en alternatif. Mais la résistance du fil est nécessairement importante puisqu'il faut qu'il soit long et fin, ce qui conduit à des erreurs de consommation élevées. Ce système est pratiquement abandonné. Par contre, les appareils à thermocouples, valables également en continu et en alternatif, ont le grand avantage d'avoir une très large bande de fréquences (0 à 10 MHz) et une inductance nulle. Ils mesurent l'intensité efficace d'un courant périodique, quelle que soit sa forme. Il existe des ampèremètres, des voltmètres et même des wattmètres à thermocouple.

▼ *Figure 54 : réalisation d'un ampèremètre thermique à dilatation.*



I.G.D.A.

Autres appareils de mesure utilisés en électronique

A côté des appareils fondamentaux précédents, qui peuvent être d'ailleurs maintenant électroniques à affichage numérique, il existe un matériel particulier : fluxmètre, gaussmètre, compteur électrique, transformateur d'intensité, couplemètre, tachymètre...

Fluxmètre

C'est un galvanomètre sans couple de rappel. Le système mobile n'a pas de position d'équilibre. Une remise à zéro s'effectue par une fourchette de rappel. Le principe, dû à Grassot, est le suivant : la variation de flux est recueillie dans une spire comportant plusieurs tours qui est refermée sur le cadre du galvanomètre. Le courant induit dans la spire par la variation de flux est enregistré par le galvanomètre si le couple de la force de Laplace est supérieur au couple de frottement solide proportionnel à la vitesse angulaire. En effet, l'équation du mouvement est :

$$I\frac{d^2\theta}{dt^2} = C_m - a\frac{d\theta}{dt}$$

où I, C_m et a sont, respectivement, le moment d'inertie, le couple moteur proportionnel au courant induit et le coefficient de frottement. Intégrant cette relation entre les instants initial ($t = 0$) et final (t) définis par le démarrage ($t = 0$) et l'arrêt (t) du cadre, dans les positions respectives θ_1 et θ_2 on a :

$$\int_0^t C_m dt = a(\theta_2 - \theta_1)$$

Or C_m est proportionnel au courant i dû à la f. é. m. induite $e = \frac{-d\Phi}{dt}$ dans le circuit de résistance R :

$$i = -\frac{1}{R}\frac{d\Phi}{dt}$$

d'où, comme $C_m = ki$: $\Phi_1 - \Phi_2 = Ra(\theta_2 - \theta_1)$

Ainsi la différence de position angulaire est proportionnelle à la variation de flux.

Gaussmètre

On n'utilise plus beaucoup les fluxmètres, car on peut maintenant mesurer directement les inductions magnétiques grâce au gaussmètre à effet Hall. Lorsque l'ensemble des porteurs de charge d'un solide est mis en mouvement sous l'influence d'un champ électrique $\vec{E}$, au mouvement incohérent préexistant se substitue un mouvement d'ensemble à une vitesse d'équilibre $\vec{v}$ proportionnelle à $\vec{E}$. Si on applique maintenant un champ

d'induction magnétique $\vec{B}$, le champ électrique total devient $\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}$. On recueille donc dans la direction orthogonale à $\vec{v}$ (donc à $\vec{E}$) et $\vec{B}$ un champ électrique qui se traduit par une tension appelée tension de Hall proportionnelle à $\vec{v}$, donc à l'intensité et à $\vec{B}$. Si on alimente la sonde de Hall avec un courant connu, la tension recueillie est proportionnelle à l'induction qui règne sur la sonde. C'est ce que réalisent les gaussmètres.

Compteur électrique

C'est un appareil intégrant dans le temps la puissance active. Le plus utilisé est le watt-heure-mètre à induction. Il fonctionne un peu comme un moteur asynchrone : un champ tournant est créé par le circuit tournant (gros fil) et le circuit tension (fil fin) d'un wattmètre électrodynamique classique. Il entraîne un disque léger en aluminium grâce au couple proportionnel à la puissance active. Le comptage du nombre de tours donne la consommation de puissance.

Transformateur d'intensité ou de courant

Lorsqu'on utilise en courant alternatif des ampèremètres ou des wattmètres, on évite l'utilisation de shunt en adoptant les transformateurs d'intensité d'autant plus valables qu'on veut mesurer des courants alternatifs élevés. Le transformateur est branché au primaire à la place de l'ampèremètre mais son secondaire est fermé sur un ampèremètre. Comme la résistance de cet appareil est faible, un transformateur d'intensité fonctionne pratiquement en court-circuit. Si N_1 est le nombre de spires au primaire et N_2 celui du secondaire et si le courant secondaire mesuré par l'ampèremètre est I_2, on pourra dire que le courant réel vaut $I = \frac{N_2 I_2}{N_1}$. On choisit évidemment N_1 très inférieur à N_2.

Couplemètre

Dans les essais de machines, on peut évaluer le couple d'un moteur à partir de la puissance délivrée par une machine fonctionnant en génératrice dont on connaît le rendement. Mais on peut faire une mesure directe à partir de couplemètre monté sur l'arbre. Plusieurs principes sont utilisés : jauges de contraintes, mesure optique de la torsion. On utilise aussi des machines balance : les stators ne sont pas totalement fixés au sol mais peuvent basculer d'un angle assez faible. Ce basculement peut être bloqué par la présence de poids disposés au bout d'un bras de longueur connue.

Tachymètre

Ces dispositifs servent à mesurer la vitesse de rotation. Ce sont soit des sortes de chronomètres, soit de petites génératrices. Dans le premier cas, un système mécanique mesure le nombre de tours par minute par un jeu d'engrenage. Dans le second cas, on utilise une petite génératrice à aimant permanent dont la tension de sortie à vide est proportionnelle à la vitesse. Il suffit donc de lire l'indication sur un voltmètre.

Les circuits de mesure

Mesure d'un courant et d'une tension continus

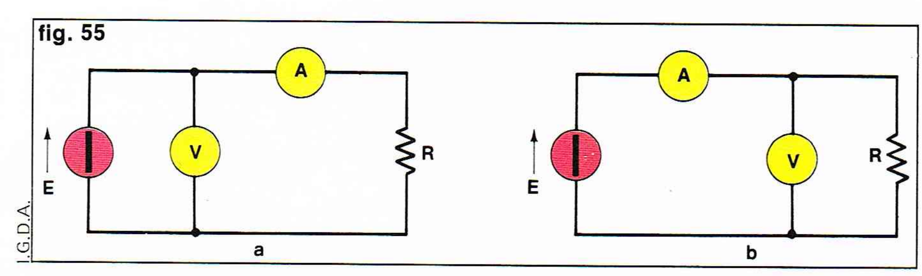
Il semble qu'il n'y ait pas de difficultés : en fait, si on veut faire des mesures précises avec des appareils qui ne sont pas idéaux (un ampèremètre a une résistance faible et non nulle, un voltmètre a une résistance interne élevée mais non infinie), il est nécessaire de connaître l'erreur de consommation des instruments utilisés.

La *figure* 55 donne les deux montages possibles : en (a), appelé longue dérivation, la valeur du courant est exacte, mais celle de la tension est faussée par la présence de l'ampèremètre. En (b), appelé courte dérivation, c'est le courant lu qui est inexact.

La puissance s'obtient en effectuant le produit des deux grandeurs. Notons que les appareils électroniques dont les impédances peuvent prendre des valeurs très élevées pour les voltmètres et faibles pour les ampèremètres ne donnent lieu à aucune difficulté d'emploi.

Mesure en courant alternatif (circuit monophasé)

Les ampèremètres et voltmètres donnent les modules respectifs du courant et de la tension. Pour obtenir le déphasage, on utilise un wattmètre. En effet, $\cos \varphi = \frac{P}{VI}$.



▲ ***Figure 55 ; mesure d'une tension et d'un courant dans un circuit à courant continu :*** **a)** ***montage amont ou en longue dérivation ;*** **b)** ***montage aval ou en courte dérivation.***

Les appareils ont non seulement leurs résistances propres, mais aussi leurs inductances.

Appelons X_{VV} et X_{VW} les réactances respectives des bobinages du voltmètre et de l'enroulement voltmétrique (fil fin) du wattmètre dont les résistances correspondantes sont R_{VV} et R_{VW}. Appelons également X_{AA} et X_{AW} les réactances des enroulements de l'ampèremètre et du circuit ampèremétrique du wattmètre (R_{AA} et R_{AW} étant leurs résistances), on peut calculer les corrections à apporter à chaque lecture.

Pour le montage aval (ou courte dérivation) représenté par la *figure* 56, les valeurs vraies étant indicées par *n* et les valeurs lues par *l*, on a :

$$V_n = V_l$$
$$P_n = P_l - (V_l^2/Z_{VV}^2)\,R_{VV} - (V_l^2/Z_{VW}^2)\,R_{VW}$$

avec $Z_{VV}^2 = R_{VV}^2 + jX_{VV}^2$ et $Z_{VW}^2 = R_{VW}^2 + jX_{VW}^2$

On peut également calculer la puissance réactive :

$$Q_n = Q_l - (V_l^2/Z_{VV}^2)\,X_{VV} - (V_l^2/Z_{VW}^2)\,X_{VW}$$

avec $Q_l = \sqrt{V_l I_l - P_l^2}$

On peut alors déduire

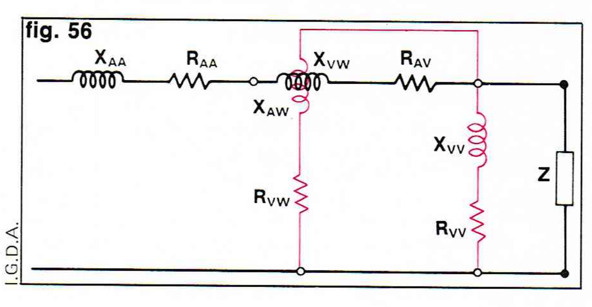
$$I_n = \frac{\sqrt{P_n^2 + Q_n^2}}{V_n} \; ; \; \cos \varphi_n = \frac{P_n}{\sqrt{P_n^2 + Q_n^2}}$$

La *figure* 57 donne le montage amont (ou longue dérivation) ; on obtient de même :

$$I_n = I_l$$
$$P_n = P_l - R_{AA} I_l^2 - R_{AW} I_l^2$$
$$Q_n = Q_l - X_{AA} I_l^2 - X_{AW} I_l^2$$
$$V_n = \frac{\sqrt{P_n^2 + Q_n^2}}{I_n} \; ; \; \cos \varphi_n = \frac{P_n}{\sqrt{P_n^2 + Q_n^2}}$$

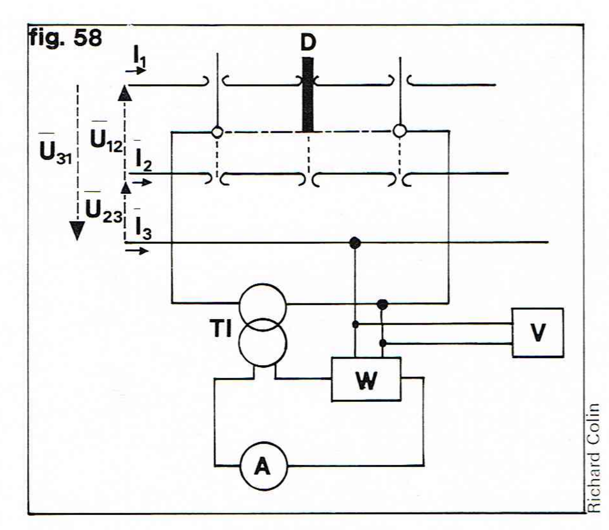
Mesure en courant alternatif (circuit triphasé)

Si le système est équilibré, un seul wattmètre branché entre une phase et un neutre suffit : il faut multiplier par trois son indication pour avoir la valeur réelle. Si le système est déséquilibré avec un fil neutre, il est nécessaire



◀ ***Figure 56 ; mesure d'une tension, d'un courant et d'un facteur de puissance en courant alternatif : montage aval.***

◀ ***Figure 57 ; mesure d'une tension, d'un courant et d'un facteur de puissance en courant alternatif : montage amont.***



de disposer de trois wattmètres. Par contre, si le système ne comporte que trois fils, on peut n'utiliser que deux wattmètres, et avec l'aide d'un interrupteur à court-circuit n'en disposer même que d'un seul (*fig.* 58).

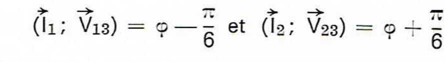
Considérons le montage de la *figure* 59 alimenté par un système triphasé de tension équilibrée dont les équations ont été données antérieurement. Évaluons les puissances P_1 et P_2 lues par chacun des deux wattmètres W_1 et W_2.

Pour W_1 on a $P_1 = V_{31} \cdot I_1 \cos (\vec{I}_1 ; \vec{V}_{13})$

Pour W_2 on a $P_2 = V_{23} \cdot I_2 \cos (\vec{I}_2 ; \vec{V}_{23})$

en appelant $(\vec{I}_1 ; \vec{V}_{13})$ et $(\vec{I}_2 ; \vec{V}_{23})$ les déphasages respectifs des courants sur les tensions composées indiquées. Si φ est le déphasage du courant sur la tension simple, on sait que la puissance en triphasé vaut : $P = VI\sqrt{3} \cos \varphi$.

Nous allons montrer que $P = P_1 + P_2$. En effet, d'après le diagramme de Fresnel de la *figure* 59, on a



$$(\vec{I}_1 ; \vec{V}_{13}) = \varphi - \frac{\pi}{6} \quad \text{et} \quad (\vec{I}_2 ; \vec{V}_{23}) = \varphi + \frac{\pi}{6}$$

d'où :

$$P_1 = UI \cos\left(\varphi - \frac{\pi}{6}\right) = UI\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\varphi + \frac{1}{2}\sin\varphi\right)$$

$$P_2 = UI \cos\left(\varphi + \frac{\pi}{6}\right) = UI\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\cos\varphi - \frac{1}{2}\sin\varphi\right)$$

La somme algébrique donne bien P.

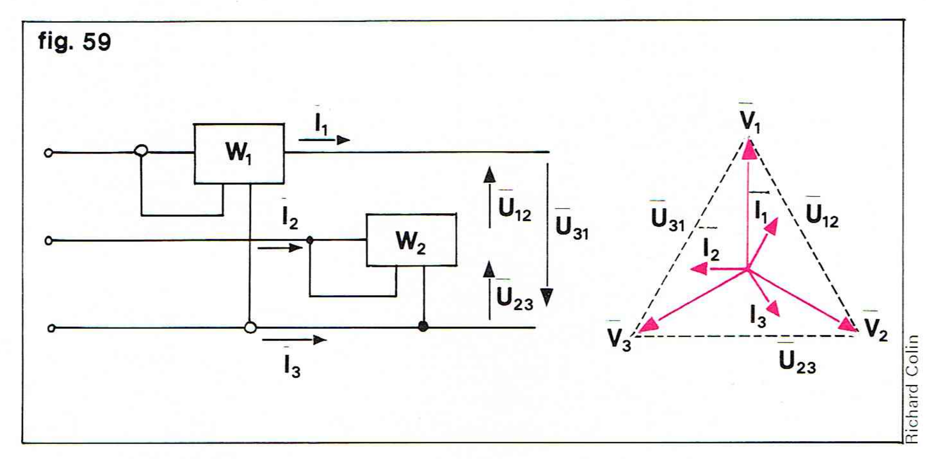
Mesures d'impédances

Les mesures précises d'impédance s'effectuent par des montages en pont généralisant celui de Wheatstone qui date de 1840. Actuellement, compte tenu des progrès des mesures électroniques, ces méthodes deviennent de moins en moins utilisées, sauf en métrologie.

La *figure* 60 donne le schéma classique : à l'équilibre, on a l'égalité en croix des impédances : $\bar{Z}_1\bar{Z}_4 = \bar{Z}_2\bar{Z}_3$. En alternatif, le générateur est un oscillateur qui fournit une tension sinusoïdale de fréquence connue, et l'appareil de mesure est en général un oscillographe cathodique. L'égalité précédente étant écrite en valeurs complexes, elle doit être séparée en deux égalités relatives l'une à la partie réelle, l'autre à la partie imaginaire. Pour améliorer la précision, il a été imaginé de très nombreuses variantes adaptées à la nature et à l'ordre de grandeur de l'élément à mesurer. La *figure* 61 donne par exemple le schéma du double pont de Thomson et la *figure* 62 représente une configuration utilisée dans les ponts universels d'impédance.

BIBLIOGRAPHIE

CAHEN F., *Électrotechnique*, éd. Gauthier-Villars. - DEMONTVIGNIER M., *Électronique de puissance*, in *Techniques de l'ingénieur* (D461 à D473). - LECORGUILLIER J., *les Vannes électroniques à électrodes de déclenchement*, éd. Dunod. - MOUNIC M., *Semi-conducteurs*, t. III, *les Thyristors*, éd. Foucher. - POLOUJADOFF M., *Conversion électromécanique d'énergie*, coll. Dunod Université.



▼ *Figure 59 : mesure de la puissance en triphasé avec deux wattmètres (principe).*

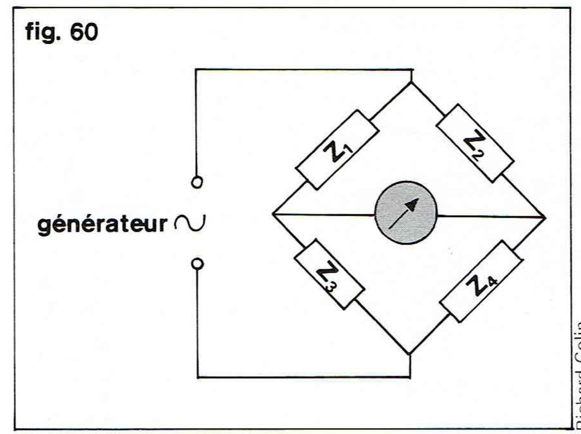


Figure 60 ; schéma de principe d'un pont de mesure d'impédance : l'appareil de zéro est souvent un oscilloscope ; à l'équilibre $\bar{Z}_1\bar{Z}_4 = \bar{Z}_2\bar{Z}_3$.

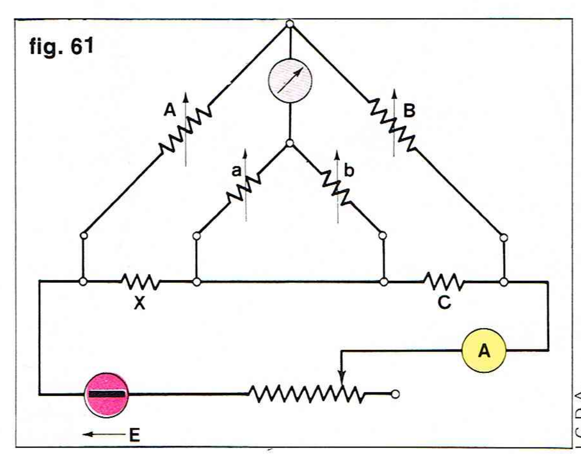


Figure 61 : pont double de Thomson. Le montage est destiné aux mesures de faibles résistances et a été très utilisé en métrologie.

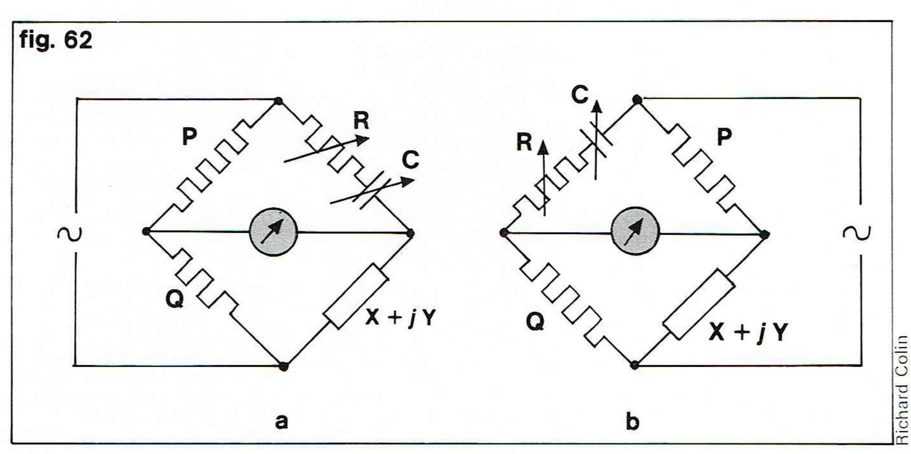
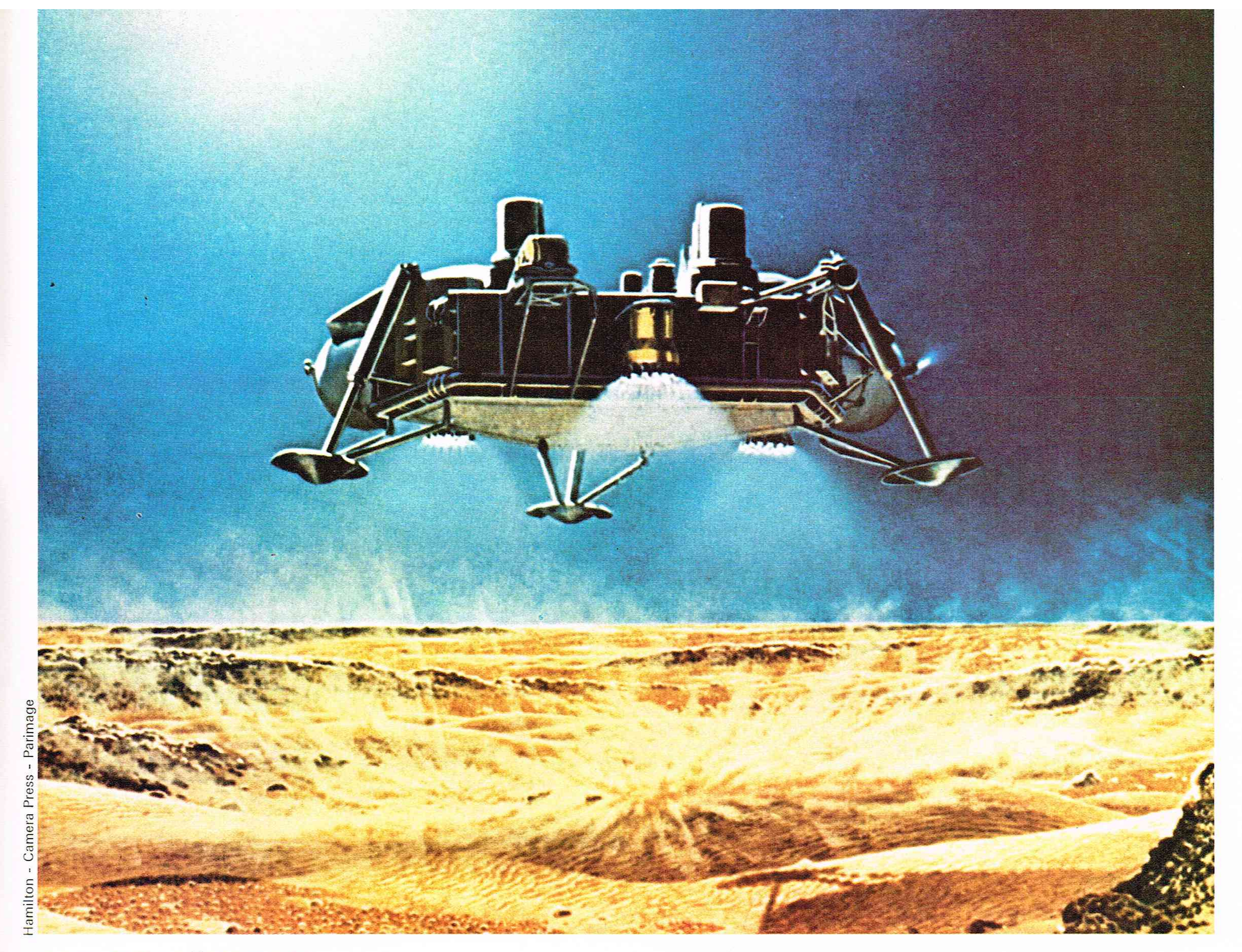


Figure 62 ; pont d'impédance universel utilisé pour mesurer une impédance de la forme X + jY :
a) à l'équilibre
$$X = \frac{Q}{P}R,$$
$$Y = -\frac{Q}{C\omega P}$$
(capacité) ;
b) à l'équilibre
$$X = \frac{PQRC^2\omega^2}{1 + R^2C^2\omega^2}$$
$$Y = \frac{PQC\omega}{1 + R^2C^2\omega^2}$$
(inductance). Un système de commutation permet de passer d'une configuration à l'autre et permet la mesure d'impédances capacitives (cas a) ou inductives (cas b).



Hamilton - Camera Press - Parimage

▲ *La cybernétique est l'un des stades les plus avancés de l'évolution des techniques : ici, la sonde* Viking *chargée d'étudier la planète Mars ; mais le moment n'est pas venu où un ordinateur présentera des possibilités d'interprétation des formes comparables à celles du cerveau.*

CYBERNÉTIQUE ET AUTOMATIQUE

La cybernétique est la science qui étudie les processus de contrôle et de communication chez l'animal et dans la machine. Cette définition a été proposée par Norbert Wiener en 1948. Les humains sont des machines... ne voulant pas dire par là que le système humain ressemble à un ordinateur mais désirant comprendre comment construire des systèmes de plus en plus sophistiqués de manière à donner aux machines des performances de plus en plus proches de celles de l'homme.

La cybernétique est en fait née en 1942, à New York, lors d'un congrès sur l'organisation du cerveau, bien que le terme n'ait été proposé que quelques années plus tard par Wiener. Au nom de Wiener lié à la cybernétique il faut ajouter ceux de A. Rosenblatt, W. S. Mc Culloch, W. Pitts, C. E. Shannon, etc., des physiologistes, neurologues, mathématiciens qui montrent combien la cybernétique est une science générale offrant la possibilité d'un langage unifié pour des disciplines très diverses.

Qu'est-ce que la cybernétique ? Certains auteurs comme von Bertalanffy limitent le champ de cette science à l'étude des systèmes à rétroaction, et évoquent la théorie des systèmes comme beaucoup plus générale. En fait, Wiener n'a jamais borné la cybernétique aux systèmes à rétroaction, ni évoqué celle-ci comme la science de la « machine pensante ». Pour lui, la cybernétique s'occupe des processus de contrôle et de communication d'un organisme, que cet organisme soit un être vivant ou une machine. En fait, on pourrait également faire sienne la définition proposée par les scientifiques russes, car elle est suffisamment large : la cybernétique est l'étude des systèmes complexes à l'aide d'un ordinateur.

L'origine des travaux de Wiener date de l'étude des problèmes de lissage, de prédiction et d'interpolation, énormément développés au moment de la Seconde Guerre mondiale à une époque où par exemple la prédiction d'une trajectoire à partir de la connaissance des statistiques d'un processus stochastique revêtait une importance particulière. L'idée de Wiener fut de tenter de rapprocher ces problèmes mathématiques de ceux rencontrés par des psychologues et des physiologistes. L'aspect statistique de la théorie de Wiener est particulièrement important.

Avant de présenter la notion fondamentale de la cybernétique, la rétroaction, rappelons brièvement la **notion de système.** Soit un *organisme* échangeant de l'information avec son environnement. Le comportement de cet organisme sera influencé par des informations sur l'évolution de l'environnement, que nous appellerons les *entrées*, de même que, réciproquement, le comportement de l'environnement sera marqué par l'évolution de l'organisme, l'information étant alors transmise par ce que nous appellerons les *sorties*. Il y a interaction entre l'organisme et l'extérieur, l'organisme n'est donc pas isolé. Le mot organisme précédemment employé sera remplacé par le mot *système :* un système est donc un ensemble séparé de tout le reste par une frontière, recevant de l'information sur l'extérieur par ses entrées et en donnant sur son évolution par ses sorties. L'ensemble des sorties et des entrées ne suffit pas à caractériser l'évolution du système : il faut y ajouter les *états*. Les états sont des paramètres internes qui déterminent le lien entre les grandeurs de sortie et les grandeurs d'entrée : l'ensemble des variables d'état condense l'information sur le passé. Il suffit donc de connaître l'état du système à l'instant t_0 pour prédire son comportement aux instants $t > t_0$; la connaissance des comportements ou des états antérieurs à t_0 n'apporte aucune information complémentaire.

Tout système possède deux fonctions qui vont permettre de faire ces prédictions de comportement : la *fonction de transition d'état* qui permet de calculer le nouvel état, connaissant l'état antérieur et les entrées

◀ *Page ci-contre, en haut, figure 58 : montage expérimental de la mesure de la puissance dans un réseau triphasé par la méthode des « deux wattmètres ». La présence d'un interrupteur à court-circuit permet de n'en disposer qu'un seul* (W). *Cet interrupteur comporte une branche isolante* (D) *qui permet de dériver le courant dans le circuit de mesure comportant un transformateur d'intensité* (TI), *un ampèremètre* (A) *et un voltmètre* (V). *La branche isolante peut basculer pour effectuer les mesures sur la phase 1 et la phase 2.*

▶ *Figure 1 : schéma d'un circuit à rétroaction négative.*

appliquées et la *fonction de sortie* qui permet de calculer les sorties à partir de l'état.

On distingue les *systèmes déterministes* des *systèmes stochastiques :* pour les premiers les fonctions de transition d'état et de sortie déterminent de manière unique le comportement du système, pour les seconds il faut ajouter des lois de probabilité (probabilité d'avoir tel ou tel état après l'état actuel).

Nous ne traiterons que des systèmes déterministes. Cela revient à fixer une fois pour toutes la fonction de transition d'état du système ; cette contrainte va nous limiter dans l'étude des systèmes, elle ne s'applique pas en particulier aux systèmes vivants.

Le **mécanisme de rétroaction,** introduit par la cybernétique, est très utilisé dans la technologie moderne pour le contrôle de certaines actions : missiles à tête chercheuse, dépôt d'un robot sur la Lune, etc. Un grand nombre de phénomènes biologiques relèvent aussi de ce mécanisme. Citons le cas de l'homéostase ou maintien d'un équilibre dans un organisme vivant avec en particulier la thermorégulation chez les animaux à sang chaud. Dès que le sang se refroidit, des centres cervicaux jouent le rôle d'avertisseurs et excitent des mécanismes pour réchauffer le corps ; la température se trouve maintenue à un niveau constant. Tout mouvement du corps humain est ainsi contrôlé : repérage de la distance restant à accomplir pour atteindre l'objectif, puis correction même si des incidents se présentent.

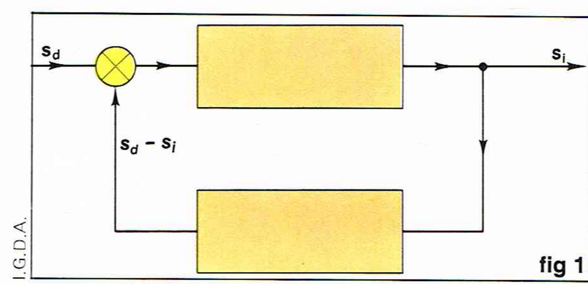
La cybernétique essaie de montrer que le mécanisme de rétroaction est le fondement du comportement téléologique des organismes vivants aussi bien que celui des machines réalisées par l'homme.

Le schéma général d'une rétroaction se compose des organes suivants :

— un *contrôleur* qui émet des signaux de contrôle servant à modifier le comportement du système à contrôler lorsque ce dernier ne suit plus la trajectoire prévue en raison, par exemple, de phénomènes extérieurs perturbatoires ;

— des *capteurs* qui permettent de déterminer d'après les sorties du système sa situation exacte.

La *figure* 1 représente un cas particulier de rétroaction : la *rétroaction négative*. On mesure une sortie s_i qui est comparée à la sortie désirée s_d par un comparateur, celui-ci élaborant alors le signal d'erreur $s_d - s_i$; ce signal d'erreur constitue l'entrée du contrôleur. Ce schéma permet de comprendre comment un système à rétroaction peut parfois mal fonctionner. Supposons que le système de contrôle donne des ordres supérieurs à ceux nécessaires pour contrôler l'erreur ($s_d - s_i$). Si au départ cette erreur est positive, par suite d'ordres de puissance trop élevée, elle devient négative, puis de nouveau positive : ainsi le système est devenu oscillant. On appelle généralement *servomécanisme* les systèmes à rétroaction négative.



Introduisons maintenant la **notion d'adaptation,** qui nécessite la création d'une structure hiérarchisée. Le premier niveau évolue rapidement et a une mémoire courte (l'état antérieur) et donne l'état du système à chaque instant. Le second niveau, plus sophistiqué, est constitué des paramètres d'adaptation : ce niveau a une mémoire longue puisqu'il conserve le souvenir des réactions passées par rapport à certaines entrées et fait évoluer la fonction de transition d'état de façon à réagir « mieux » pour de nouvelles entrées. La fonction d'adaptation est une caractéristique particulièrement importante des systèmes vivants.

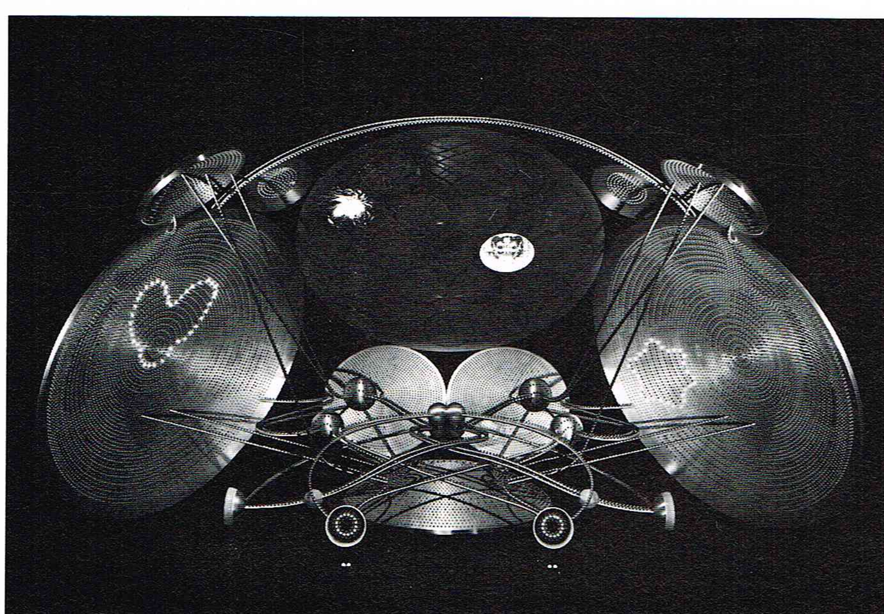
Le dernier problème dont nous parlerons est celui de l'adaptation. En effet, le système à contrôler peut être très mal connu. Prenons un exemple : il est assez stupéfiant que le cerveau d'un animal puisse contrôler et gérer un corps qui évolue de la naissance à l'âge adulte non seulement en taille, mais aussi en proportions relatives. Le problème à résoudre est un problème d'identification. En effet, si l'on veut contrôler un système dont on ignore les équations dynamiques, il vaut mieux, au lieu de calculer un organe de contrôle pouvant diriger le système, concevoir un organe de contrôle pouvant s'adapter, au moins dans un certain domaine, aux évolutions du système. Cela impose que le système à contrôler varie suffisamment lentement pour permettre cette phase d'identification (calquer un modèle sur le système) et donner des ordres de contrôle efficaces. Le contrôleur couplé avec un organe d'identification devient un contrôleur adaptatif. En fait, il semble aussi nécessaire que ce dernier agisse sur l'environnement afin, par exemple, d'appliquer des signaux test aux systèmes et de vérifier les assertions effectuées sur le modèle. Les algorithmes généralement proposés pour une phase d'adaptation ne sont applicables qu'à des systèmes de taille faible.

Application à la compréhension de la matière vivante

Outre les applications de la cybernétique aux systèmes physiques que nous avons déjà évoquées, citons également l'application à la compréhension du cerveau : des comparaisons s'imposent entre le fonctionnement des ordinateurs et celui des machines : cette interpénétration de la neurophysiologie et de la cybernétique a donné naissance à la **neurocybernétique.** Cependant il est dangereux de vouloir élaborer un modèle électrique, donc une machine artificielle, calqué sur le système cérébral. En effet, un système vivant a la propriété remarquable d'être modérément affecté par le mauvais fonctionnement ou la destruction d'une partie de ses composants : ce n'est pas le cas de tous les systèmes. Ainsi, en 1943, Mc Culloch et Pitts avaient proposé un modèle formé d'unités élémentaires, les « neurones formels » interconnectés. Un neurone formel émet des signaux et en reçoit des terminaisons d'autres modules par l'intermédiaire de synapses. Ce « neurone formel » est analogue à un relais : il est soit actif, soit au repos, mais il faut dépasser un certain seuil d'excitation pour le faire passer du repos à l'état actif. Deux sortes de réseaux neuronaux étaient considérés : les *réseaux cycliques* où la rétroaction présente permettait de corriger des déviations par rapport à l'objectif, et les *réseaux acycliques*.

Ce modèle est un modèle simpliste en ce sens qu'il suppose que tous les neurones sont identiques, que la transmission dans les synapses est fiable, et que les types de connexion sont figés. Ces hypothèses suppriment de nombreuses possibilités, en particulier au niveau de l'adaptation, et surtout ce modèle repose sur des propriétés électriques, alors que, depuis, les neurophysiologistes ont montré le rôle important joué par les pro-

▼ *Les premières études de cybernétique ont été appliquées à la compréhension du système nerveux, et en particulier à la transmission des informations entre les différents organes et le cerveau. Ce modèle de cerveau humain montre, par un système d'impulsions électriques, le fonctionnement d'un cerveau en activité, de même que la façon dont il utilise des stimuli sensoriels, et résume les connaissances sur les fonctions du cerveau auxquelles nous sommes parvenus dans les dix dernières années.*



Société générale des semi-conducteurs

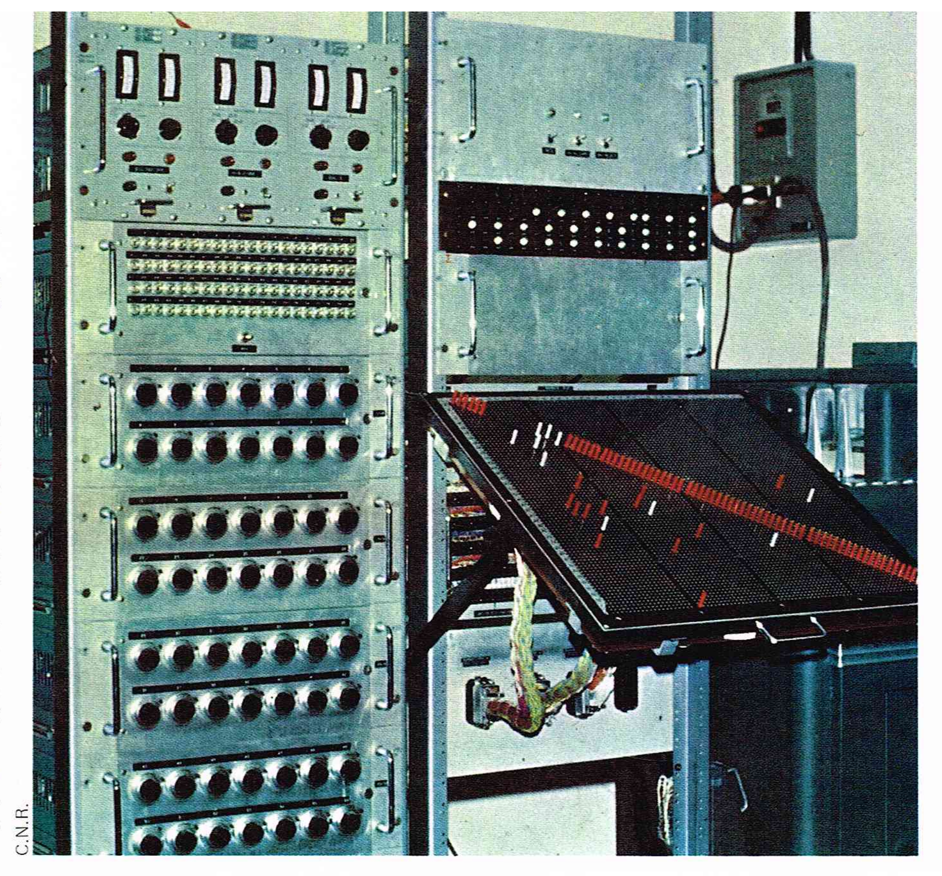
priétés chimiques des constituants du système cérébral. Toutefois le grand mérite de ce modèle est de fournir une image « ordinateur » du système cérébral.

Une autre application de la cybernétique à la matière vivante est la **bionique** : l'organisme devient une machine cybernétique expliquant beaucoup de phénomènes homéostatiques. En particulier se pose ici le problème de la construction d'un modèle du vivant (en particulier des polynucléotides). Les gènes sont constitués par des molécules d'ADN, et la synthèse des protéines s'effectue à partir de ces molécules servant de moules. Un gène se présente sous la forme d'une séquence de bases d'un ADN dirigeant la synthèse d'une protéine sous la forme d'une chaîne d'acides aminés : c'est une micromachine qui transforme le code génétique en protéines spécifiques. Les ADN sont formés de 4 sortes de nucléotides (adénine, thymine, guanine et cytosine). Chaque molécule est caractérisée par l'arrangement en séquence des nucléotides. En prenant le langage de la théorie de l'information exposé plus loin, un ADN est un message écrit dans un alphabet à quatre lettres. La séquence des acides aminés d'une protéine détermine les structures de celle-ci. Or une protéine est constituée de plusieurs milliers d'acides aminés. Il existe vingt acides aminés différents : on peut donc considérer une protéine comme un message codé à partir d'un alphabet à 20 lettres. On peut alors étudier la quantité d'information portée par une protéine à partir de ces notions : c'est un problème de théorie de l'information. L'intérêt de la connaissance de ce code génétique est qu'il est commun à tous les organismes vivants : comment peut-on faire un codage de messages écrits dans un alphabet à 20 symboles dans des messages écrits dans un alphabet avec 4 symboles. On est arrivé à déchiffrer le code génétique. Les recherches actuelles portent sur l'étude du mécanisme de différenciation cellulaire et de l'évolution des espèces.

Intelligence artificielle

Nous avons jusqu'à présent appliqué la cybernétique à la modélisation du système cérébral : l'intelligence artificielle est le domaine scientifique intéressé par la conception de machines pouvant être considérées comme « intelligentes ». Il est bien évident qu'il y a là un abus de langage : l'intelligence n'est pas une caractéristique dont on dote ou non un objet. En 1950, Turing a proposé un test amusant pour déduire si une machine est intelligente ou non : un expérimentateur se trouve seul dans une pièce avec deux télétypes qui lui permettent de questionner deux systèmes A et B : A est un homme, B est une machine, mais l'expérimentateur l'ignore. Si l'expérimentateur, après avoir posé de nombreuses questions aux deux systèmes, a des doutes sur qui est l'homme et qui est la machine, on peut dire que la machine est intelligente ! Ce test est particulièrement difficile à passer pour une machine. En effet, si un calculateur peut résoudre des problèmes numériques ou non pour lesquels il a été programmé, on le voit mal, dans l'état actuel des choses, répondre à des questions posées au hasard par un interlocuteur.

Un des premiers problèmes qui se posent à un robot est la perception. Par exemple, en ayant de l'information par la lumière réfléchie par la surface en face de lui, la machine doit prédire si cette surface peut ou non supporter son poids... Il en est ainsi pour toute décision en liaison avec l'objectif qui lui a été fixé. En face d'une surface, le robot doit donc choisir entre plusieurs solutions et décider : il faut donc qu'il dispose d'une importante bibliothèque de programmes donnant la décision à prendre pour chaque situation qui se présente à lui. Ce que fait le cerveau humain dans ce cas, c'est un modèle de l'Univers : identification de l'environnement afin d'entraîner toute une série d'actions (commande de paroles, de mouvements de membres, etc.), ces actions étant choisies parmi plusieurs après avoir prédit toutes les réactions possibles. D'ailleurs, cette phase de modélisation a pu être améliorée par des actions de l'homme sur l'environnement afin d'augmenter l'information (juger de la texture d'un objet par le toucher, par exemple). Il convient toutefois de distinguer deux types de modèle : le premier type a trait aux relations immédiates avec l'environnement, le second type permet de déduire les propriétés de l'environnement.

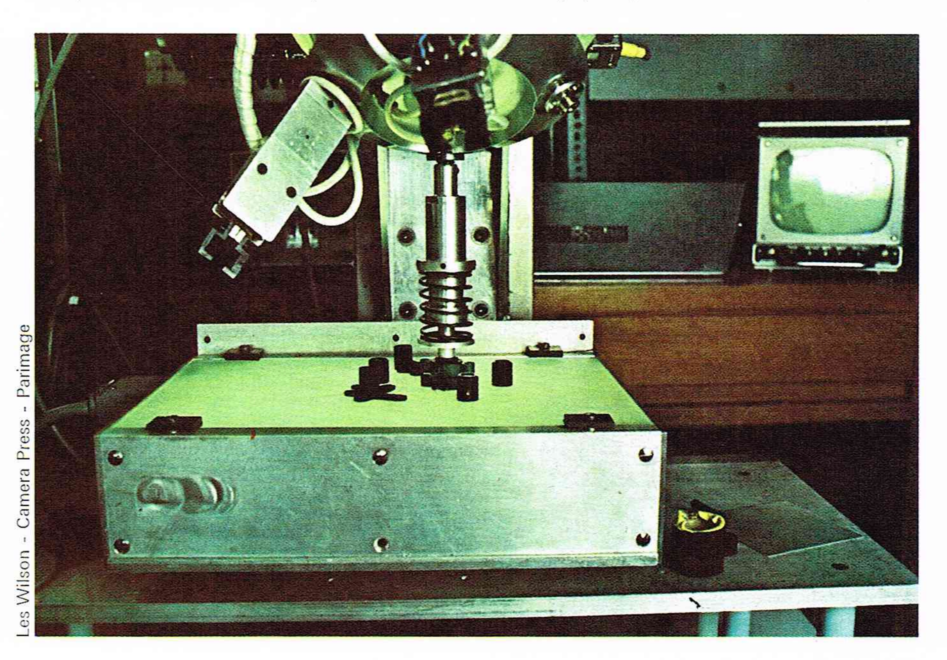

C.N.R.

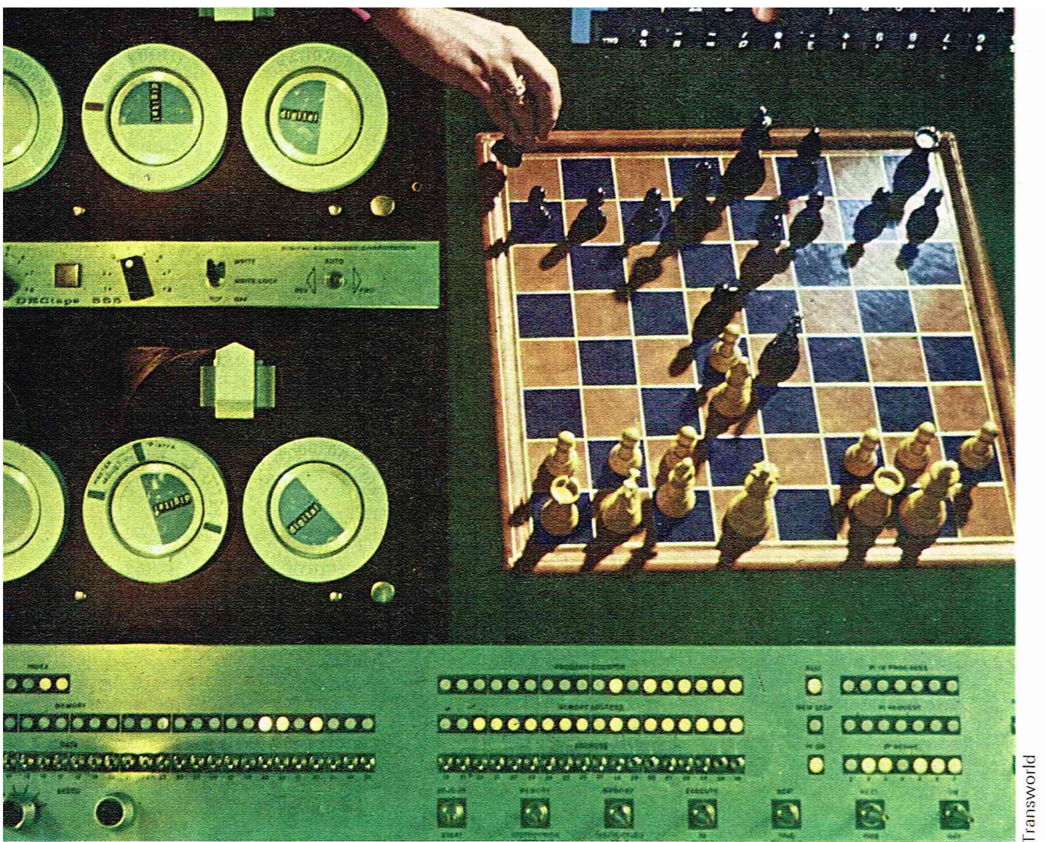
▲ *Le simulateur de réseaux neuronaux « Diana » (Naples, Laboratoire de cybernétique du C. N. R.).*

Un système du type robot se révélera donc « intelligent » s'il est capable non seulement de saisir les propriétés de l'environnement mais aussi de mettre à jour sa mémoire en prenant en compte les nouvelles propriétés découvertes (adaptation). Un tel système devra utiliser cette expérience passée non seulement pour s'adapter mais aussi pour dénouer des situations qui ne sont pas strictement similaires à celles rencontrées auparavant. Enfin ce système doit pouvoir utiliser son modèle pour agir mais aussi pour élaborer plusieurs solutions avant de choisir : il vaut mieux par exemple qu'un robot placé sur la Lune reconnaisse un précipice avant et agisse de manière à l'éviter plutôt que de reconnaître (si c'est encore possible) avoir fait une erreur *a posteriori*.

Un calculateur capable de réaliser des millions d'opérations numériques par seconde n'est pas intelligent, c'est une machine à calculer. Dès qu'on introduit la possibilité d'adaptation, aussi faible soit-elle, on sort de la catégorie précédente. L'exemple classique est la réalisation d'une machine susceptible de jouer aux échecs : en 1959, Samuel programme un calculateur dans ce dessein. A chaque coup, le calculateur examine plusieurs mouvements possibles et essaie de choisir le meilleur (tous les mouvements possibles ne sont pas examinés, car, malgré la rapidité de la machine, il y a une limitation de temps).

▼ *Inventée par le professeur Higginbothom et le docteur Pugh de Nottingham, cette machine-robot peut assembler et distinguer différentes pièces.*


Les Wilson - Camera Press - Parimage



Transworld

▲ *Un exemple classique de machine pensante : l'ordinateur jouant aux échecs.*

▼ *Dans le cas de mécanisme complexe comme la vision, ou le toucher, la solution reste encore du domaine de la recherche, et le robot, si perfectionné soit-il, n'a pas encore remplacé l'homme et sa faculté de capter et d'interpréter des informations complexes.*

Les règles édictées par Samuel pour ne garder que certains mouvements parmi tous les possibles sont du domaine de la recherche heuristique.

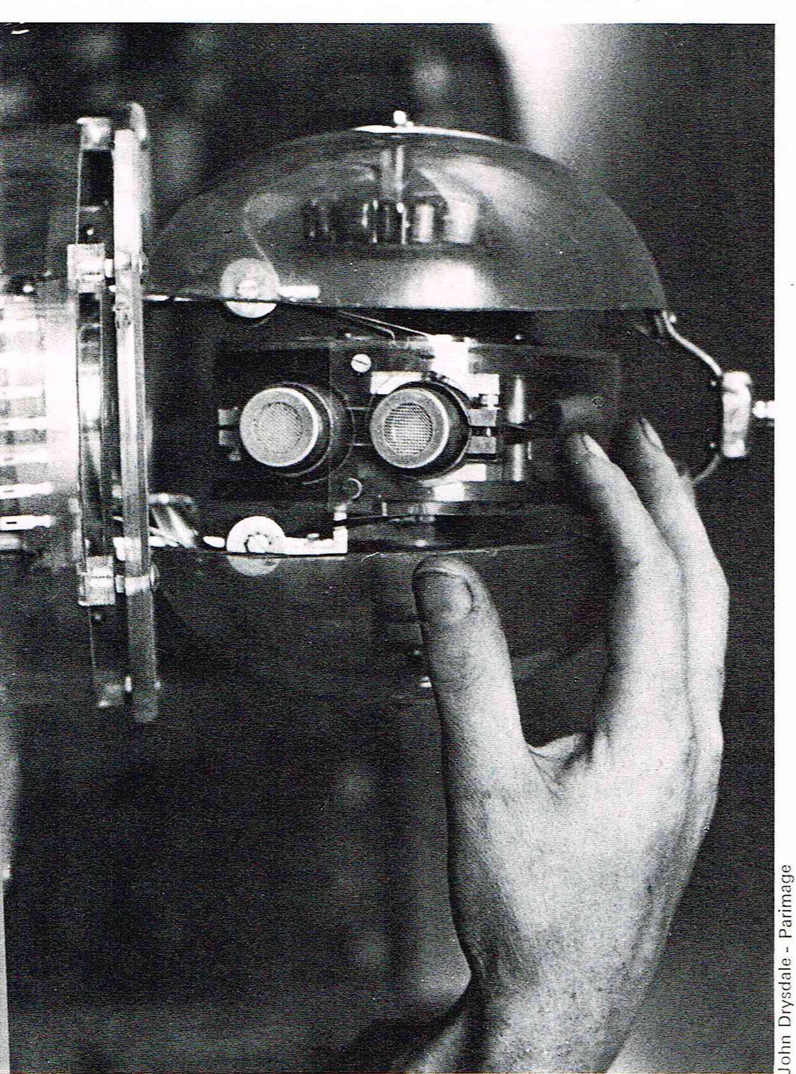
Quand donc, comme dans l'exemple précédent, on désire programmer une machine de manière qu'elle gagne lors d'une partie d'échecs ou lorsque l'on désire trouver automatiquement une démarche déductive de manière à démontrer un théorème, on dispose d'une multitude de cas possibles (nombre de possibilités de déplacements des pièces d'un jeu d'échecs, somme de tous les théorèmes déjà démontrés dans le domaine mathématique concerné). Dans chacun des deux exemples, il s'agit de trouver un chemin optimal qui, à partir d'un état initial donné, amène en le moins d'étapes possibles à l'objectif (gagner la partie d'échecs ou démontrer le théorème) : il faut donc trouver cette suite logique d'étapes parmi la multitude de suites possibles.

A partir de la description de ce problème, on peut faire quelques remarques :

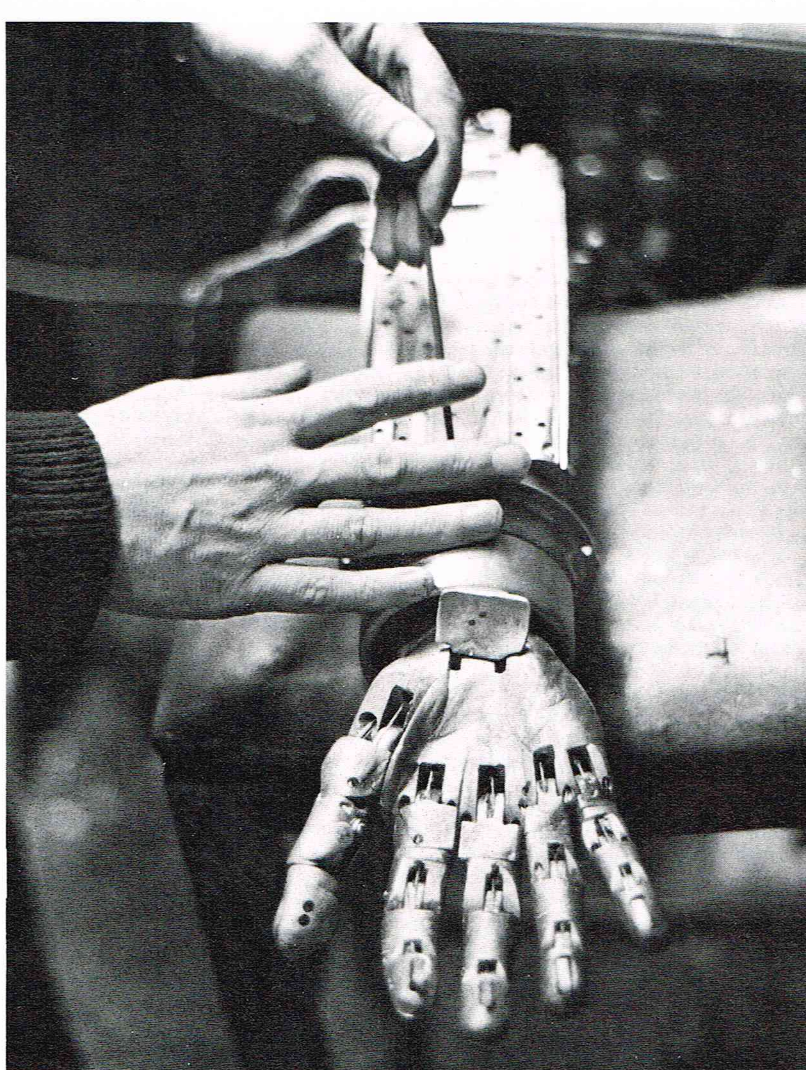
— la plupart du temps, l'espace des possibilités est si grand que la place mémoire qu'il nécessite excède les possibilités des calculateurs ; compte tenu de la rapidité de réponse demandée, on ne doit donc garder que les situations les plus proches du problème à résoudre (cependant ce choix des situations les plus plausibles peut reposer sur une information incomplète) ;

— comme le montre l'exemple du jeu d'échecs, il faut non seulement déplacer une pièce de manière à hâter la possibilité de gagner, mais aussi ne pas se placer en une position qui entraînera une riposte catastrophique de l'adversaire, il faut donc aussi étudier simultanément les possibilités de la partie adverse ;

— on doit pouvoir « simplifier » l'espace des possibilités ; par exemple, il est absurde lors de la recherche d'un chemin de A à B sur une carte routière de garder toutes les villes sur une route donnée si elles ne se pré-



John Drysdale - Parimage



John Drysdale - Parimage

sentent pas comme des points d'intersection. Il existe plusieurs techniques pour éviter d'avoir à lister tous les chemins possibles. L'une repose sur la représentation de l'ensemble des possibilités par un graphe ayant pour origine le point initial et dont chaque nœud est une source d'alternatives; une méthode fondée sur la programmation dynamique bien connue des ingénieurs de contrôle permet alors de trouver un chemin optimal dans le graphe. Cependant ceci revient encore à lister tous les cas possibles, et des méthodes heuristiques sont développées pour éviter cet inconvénient (méthode proposée par Nilsson en 1968, par exemple).

Terminons enfin ce paragraphe sur l'intelligence artificielle par une brève description de la façon dont un robot utilise une série d'images pour bâtir un modèle. Nous commencerons par une application très connue, celle de la reconnaissance de caractères. S'il s'agit de caractères bien typés comme ceux d'une machine à écrire, l'ensemble des possibles est faible; s'il s'agit de caractères écrits, la reconnaissance est beaucoup plus délicate. Dans ce dernier cas, la reconnaissance ne doit plus se faire caractère par caractère mais doit utiliser l'information importante que constitue la suite de caractères formant un mot; ainsi pour le mot « ch-t » dans lequel le troisième caractère est déformé au point de ne pas être reconnaissable, on peut affirmer que ce caractère inconnu ne peut être une consonne, car il n'y a pas de mot français ayant quatre consonnes successives, ni « e », « o », « i », car les mots correspondants n'existent pas. Il ne reste donc que deux mots possibles qu'on offrira à l'utilisateur ou parmi lesquels on choisira après analyse contextuelle de la suite de mots (la phrase doit avoir un sens), mais ce problème est déjà beaucoup plus délicat et non résolu de manière automatique.

Donnons maintenant l'exemple d'un robot manipulateur comportant une caméra T. V. en guise d' « œil », un ordinateur pour « cerveau », et un bras mécanique comme agent moteur. Différents programmes sont disponibles suivant la forme de l'objet à saisir. Si la liste des objets est finie (par exemple cube et sphère), les programmes de reconnaissance sont simples : on caractérise chaque objet par un nombre minimal de paramètres afin de le distinguer d'autres objets (une sphère ne présente pas d'angles). Dans des cas plus complexes, des programmes sophistiqués de reconnaissance des formes permettent l'identification d'objets. De plus, il faut ajouter à la reconnaissance de structure proprement dite celle de la position et de l'orientation dans l'environnement. Des méthodes ont été proposées pour résoudre ce problème, mais la solution reste encore du domaine de la recherche. Citons deux robots réalisés actuellement dans le cadre du projet MAC du Massachusetts Institute of Technology ou du projet d'intelligence artificielle du Stanford Research Institute. Dans le cadre du MAC, un robot a été réalisé, comprenant un calculateur qui commande un bras mécanique pour saisir et manipuler des objets après avoir traité l'information reçue par une caméra. Au Stanford Research Institute a été réalisé un robot mobile : une caméra alimente un calculateur qui extrait les informations dont le robot a besoin; ce dernier possède donc un modèle de l'environnement qui lui permet de localiser des objets et de les pousser à un endroit déterminé. Donnons un exemple de travail réalisé par ce dernier robot dans les années 1970 :

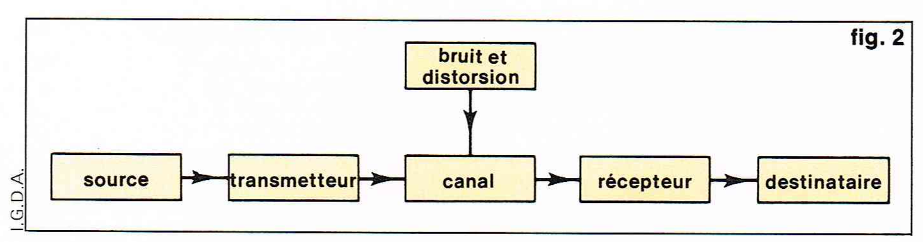
— analyse d'une scène pour reconnaître un certain nombre d'obstacles et leurs positions sur le plancher de la pièce;

— mémorisation de cette scène;

— étant donné la commande « placer le cube près de la porte », utilisation de l'enregistrement précédent pour chercher un chemin qui amène le robot derrière le cube et un autre qui mène du cube à la porte;

— convertir ce plan en une suite de commandes pour les roues du robot (on remarque tout de suite l'incident possible, le robot roulant « les yeux fermés » peut rencontrer des obstacles cachés par d'autres obstacles lors de la première analyse effectuée).

Les tâches décrites dans les exemples ci-dessus sont simples, mais la réalisation en est déjà très complexe. Comme exemple de recherches actuelles, citons dans ce même domaine des essais de main artificielle, car il faut que le robot ait une information sur la pression à exercer par le bras mécanique pour éviter d'écraser l'objet.



▲ *Figure 2 : schéma d'un système de communication.*

Concluons cette brève description de la cybernétique en insistant sur son caractère général du fait de son utilisation dans un grand nombre de domaines.

Nous développerons plus particulièrement deux points : la théorie de l'information et l'automatique.

La théorie de l'information

Un système de communication a pour objet de transmettre un message d'un expéditeur à un destinataire. Pour cela, on utilise un support physique : le *signal.* Ce dernier n'est qu'un auxiliaire technique sans lequel la transmission serait impossible (par exemple signaux électriques utilisés pour la conversion de la parole dans une communication téléphonique).

Un système de communication peut être représenté schématiquement par les blocs de la *figure* 2; il comprend :

— **Une source de messages.** Cet organe sélectionne un message parmi l'ensemble des possibles.

— **Un transmetteur.** Il transforme le message dans une forme qui permettra la transmission. Dans l'exemple précédent de la communication téléphonique, le transmetteur transforme le message donné sous forme de vibrations de l'air en un signal électrique. Souvent cependant l'opération est plus compliquée. Avant ou après cet organe de conversion s'insère un autre système, le *codeur,* qui réécrit le message avec des symboles (caractères, lettres) pris dans un alphabet différent : par exemple codage dans l'alphabet binaire (0, 1) de la grandeur électrique. Ce codage a plusieurs buts : il permet d'adapter la source à l'organe de transmission (le canal), de lutter contre des erreurs possibles de transmission (en effet, on peut introduire une redondance). Il est parfois aussi nécessaire de reconvertir en d'autres signaux électriques le message codé, toujours pour des raisons de transmission; ainsi un message codé {0, 1} peut être transmis au moyen de signaux électriques sinusoïdaux du type « 0 » représenté par sin $2\pi ft$ et « 1 » par sin $4\pi ft$: c'est *l'opération de modulation.*

— **Le canal.** C'est l'organe par lequel s'effectue la transmission. Dans un système de communication de ville à ville, le canal pourra être par exemple l'atmosphère ou des câbles téléphoniques. Durant la transmission, le signal peut être modifié par deux phénomènes : la distorsion et le bruit. La *distorsion* est une transformation fixée qui agit sur le signal : elle est due en général à des considérations techniques (bande passante, par exemple, du canal); elle peut être corrigée en appliquant totalement ou au moins partiellement la transformation inverse. Le *bruit,* par contre, est un phénomène statistique dont l'effet ne peut pas être complètement supprimé, car le signal n'est jamais transformé de la même façon : c'est une transformation non prévisible. Pour lutter contre ce phénomène, on peut employer des techniques de codage du type dont nous avons déjà parlé (emploi de redondance) ou utiliser une énergie plus grande pour la transmission, le signal transmis étant dans ce cas plus porteur d'énergie que les signaux aléatoires perturbateurs, mais cette solution augmente le coût de la transmission.

— **Le récepteur.** Le récepteur tente de retrouver le message originel à partir du message reçu. Il comprend donc éventuellement tous les organes inverses du transmetteur : *système de démodulation* et *décodeur.*

— **Le destinataire.** C'est l'organe final, celui à qui était destiné le message. Pour le destinataire et l'expéditeur, le message a une signification logique. Pour l'organe de transmission, le problème est différent : le sens importe peu, ce sont le coût ou le temps de transmission qui comptent. La théorie de l'information n'attache aucune importance à la signification du texte : la quantité d'information transmise peut se concevoir intuitivement par le coût ou la durée de la transmission. L'information

au sens où nous allons la développer n'est pas une propriété du message en tant qu'individualité mais de l'environnement qui produit ces messages. Rappelons-nous que le texte du télégramme importe peu à l'employé des Postes : la théorie de l'information s'occupe du caractère informatif du message en faisant abstraction de sa forme et de sa signification.

Dans ce qui va suivre nous distinguerons deux types de sources de message : les *sources discrètes* dont le nombre de messages est fini ou dénombrable et les *sources continues* que l'on considère pour les problèmes de transmission de la musique, d'images, etc. L'étude de la transmission dans le cas des sources discrètes est plus simple, car il n'y a pas de problème de convergence. Après avoir, dans un premier temps, introduit les concepts d'information et d'entropie tels qu'ils ont été définis par Shannon, nous préciserons le problème du codage. A titre d'exemple de l'importance du problème du codage, signalons qu'aux États-Unis les télégrammes tels qu'annonce de naissance, félicitations pour un mariage... c'est-à-dire des télégrammes aux textes classiques, sont codés par un seul mot, alors qu'un télégramme ayant un texte particulier demande autant de mots que de lettres : cette astuce permet de compacter la transmission, donc d'en réduire le coût.

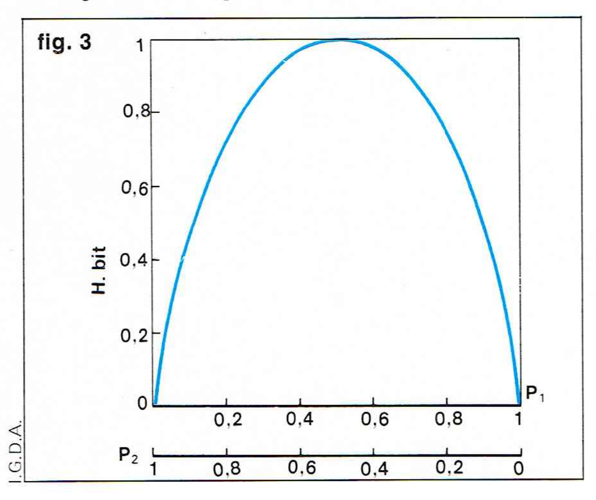
Information dans le cas de sources discrètes

Information et entropie

Nous nous intéresserons dans un premier temps aux sources de messages discrètes, c'est-à-dire que nous supposerons choisir un message dans un ensemble fini. La théorie de l'information s'intéresse à la transmission de la forme des messages et non pas au transfert de la signification. L'objet d'un message étant d'apporter une information au destinataire, ce message sera d'autant plus « porteur » d'information qu'il sera inconnu du destinataire. Si le message est déjà connu du destinataire, il ne lui apporte aucune information : la quantité d'information est donc liée à la probabilité du message. Plus le message est improbable, plus la quantité d'information doit être grande. On peut espérer aussi que la quantité d'information possède la propriété d'additivité : la quantité d'information apportée par deux messages qui se complètent, c'est-à-dire indépendants, doit être la somme des quantités d'information apportées par chacun des messages. La quantité d'information I apportée par un message m de probabilité p est définie par :

$$I = + \log \frac{1}{p}$$

La base du logarithme définit l'unité : si la base est 2, I se mesure en *bits*, si la base est *e*, I se mesure en *nats*, si la base est 10, I se mesure en *hartleys*. L'unité la plus utilisée est le bit. En effet, beaucoup de codages se font dans l'alphabet binaire (0, 1) en raison de l'utilisation de systèmes informatiques. Considérons une source à deux messages équiprobables que l'on peut symboliser par 0 et 1. La quantité d'information apportée par chaque message vaut $I = \log_2 2 = 1$ bit



▶ *Figure 3 : variation de l'entropie* H *d'une source à deux symboles de probabilités respectives* P_1 *et* P_2.

Une carte perforée comportant 80 colonnes avec 12 possibilités de perforation par colonne, le nombre de messages susceptible d'être construit vaut 2^{960}

$$(960 = 80 \times 12)$$

La quantité d'information portée par une carte en supposant chaque message équiprobable est donc de 960 bits.

Pour une source dont chaque message n'est pas équiprobable, on associe une quantité d'information à chaque message : $I(m_i) = -\log_2 p_i$, p_i étant la probabilité du message m_i.

Il peut être intéressant de connaître l'information moyenne apportée par une source : c'est l'*espérance mathématique* de la quantité d'information considérée comme variable aléatoire. On la désigne par H, entropie de la source (analogie avec la quantité du même nom en thermodynamique)

$$H = \sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 \frac{1}{p_i} = - \sum_{i=1}^{n} p_i \log_2 p_i$$

pour une source de n messages de probabilités $p_1 \ldots p_n$.

Pour une source de n messages équiprobables, cette quantité vaut $H = \log_2 n$ bits. C'est la valeur maximale que peut atteindre la variable entropie. Soit une source de 2 messages m_1 et m_2 ; on a représenté sur la *figure* 3 la variation de l'entropie H en fonction des probabilités p_1 et p_2 de chaque message m_1 et m_2 :

$$H = - p_1 \log_2 p_1 - p_2 \log_2 p_2$$

Cette fonction passe bien par le maximum égal à 1 pour

$$p_1 = p_2 = 0{,}5$$

Soit des messages écrits dans l'alphabet binaire avec N chiffres binaires $\{0, 1\}$. Le nombre maximal de messages possibles est $2^N = n$. L'entropie sera maximale si les messages sont équiprobables et vaudra

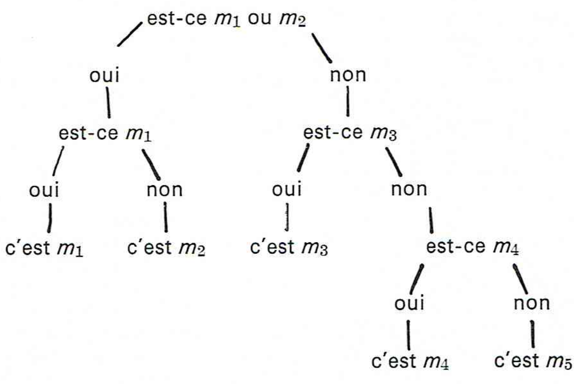
$$+ \log_2 2^N = N \text{ bits}$$

Prenons maintenant les 27 symboles de base d'écriture de notre langue (26 lettres plus l'espace, en excluant la ponctuation). Si ces 27 caractères étaient équiprobables, l'entropie de la source serait : $H = \log_2 27 = 4{,}76$ bits.

En fait, tout caractère n'a pas la même probabilité d'occurrence (E et W par exemple) et une valeur plus proche de l'entropie est de 4 bits. Le fait que les caractères ne soient pas équiprobables fait perdre environ 760 bits d'information sur un texte de 1 000 lettres.

Prenons un dernier exemple : soit 5 messages m_1, m_2, m_3, m_4, m_5 de probabilités respectives 0,3, 0,2, 0,2, 0,15 et 0,15. Pour savoir quel m_i a été émis, on ne dispose que de questions auxquelles il ne peut être répondu que par oui ou non.

Le schéma proposé est le suivant :



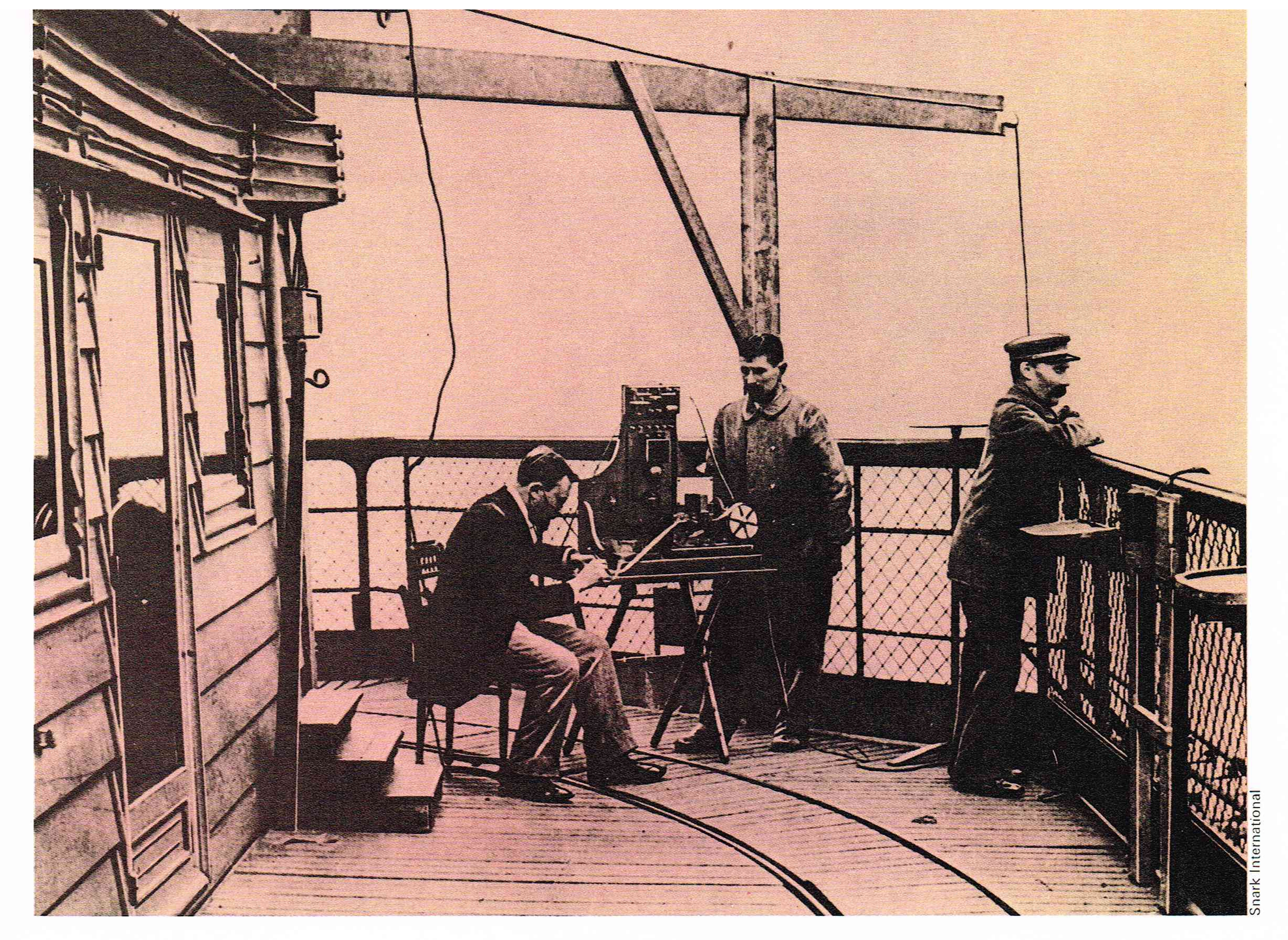
Il faut 2 questions pour trouver m_1, m_2 ou m_3 et 3 questions pour m_4 ou m_5. Le nombre moyen de questions est donc de :

$$2 \times [0{,}3 + 0{,}2 + 0{,}2] + 3 \times [0{,}15 + 0{,}15] = 2{,}3$$

Or l'entropie de la source vaut :

$$H = - 0{,}3 \log_2 0{,}3 - 0{,}2 \log_2 0{,}2 - 0{,}2 \log_2 0{,}2 - 0{,}15 \log_2 0{,}15 - 0{,}15 \log_2 0{,}15 = 2{,}27 \text{ bits}$$

Il a été démontré que le nombre moyen de questions du type ci-dessus ne peut jamais être inférieur à l'entropie.



▲ ***La première liaison sans fil, tour Eiffel-Panthéon, en 1898.***

Snark International

Canal de communication et information mutuelle

Introduisons maintenant le problème de communication qui met en jeu une source de message et un destinataire reliés par un canal. Raisonnons sur un exemple simple appelé *canal binaire symétrique*. La source X est composée de deux messages possibles (0 ou 1), de même que la réception Y; on a le jeu de probabilité suivant :

probabilité de recevoir 0, 0 ayant été émis $= 1 - p$
probabilité de recevoir 1, 1 ayant été émis $= 1 - p$
probabilité de recevoir 0, 1 ayant été émis $= p$
probabilité de recevoir 1, 0 ayant été émis $= p$

Définissons deux entropies dites conditionnelles au niveau du destinataire :

H (message reçu, sachant que la source a émis 0)
$$= -(1-p)\log_2(1-p) - p\log_2 p$$

H (message reçu, sachant que la source a émis 1)
$$= -p\log_2 p - (1-p)\log_2(1-p)$$

La moyenne de ces deux entropies s'appelle *entropie conditionnelle* de Y par X, H (Y/X) :

$$H(Y/X) = P(X=0)\,[-p\log_2 p - (1-p)\log_2(1-p)] + P(X=1)\,[-p\log_2 p - (1-p)\log_2(1-p)]$$

$$H(Y/X) = -p\log_2 p - (1-p)\log_2(1-p)$$

On définit l'*information mutuelle* I (X; Y) entre une source X et un destinataire Y par :

$$I(X;Y) = H(Y) - H(Y/X)$$

Dans notre exemple, elle se calcule par :

$$P(Y=0) = P(X=0)\,(1-p) + P(X=1)\,p = a$$
$$P(Y=1) = P(X=1)\,(1-p) + P(X=0)\,p = 1-a$$
$$I(X;Y) = -a\log_2 a - (1-a)\log_2(1-a) + p\log_2 p + (1-p)\log_2(1-p)$$

La seule quantité sur laquelle puisse jouer l'utilisateur est la probabilité des caractères de source (le canal est en général fixé par des considérations technologiques).

On peut montrer que, dans le cas qui nous intéresse, cette quantité I (X; Y) passe par un maximum pour des symboles 0 et 1 équiprobables à l'émission. Ce maximum, appelé *capacité du canal*, vaut :

$$I_{max}(X;Y) = 1 + p\log_2 p + (1-p)\log_2(1-p)$$

Les définitions introduites à partir de l'exemple du canal discret binaire sont très générales. L'information mutuelle caractérise l'information transmise par le canal. Le maximum sur les probabilités des caractères de la source est très important dans le cas de la transmission avec bruit. La quantité I (X; Y) est symétrique et peut se calculer par : $I(X;Y) = H(X) - H(X/Y)$, en inversant le rôle de X et Y.

A titre d'exemple, le lecteur pourra calculer les quantités précédemment définies sur le système de communication suivant : on dispose de deux pièces de monnaie, dont l'une est fausse, car elle présente deux côtés « face »; on en choisit une au hasard et on la jette deux fois. A partir du nombre de « faces » obtenu, on désire savoir si la pièce choisie était bonne ou mauvaise. Ce problème peut se traduire sous forme d'un système de communication suivant le schéma ci-dessous où sont indiquées les probabilités :

pièce exacte	1/4	0 « face » obtenue
	1/2	1 « face » obtenue
pièce fausse	1/4 (pièce exacte) ; 1	2 « faces » obtenues

On voit que l'alphabet de la source X est composé de deux caractères (« pièce exacte » et « pièce fausse »), celui du destinataire Y de 3 (chaque caractère correspond à une valeur du nombre de « faces »). En supposant l'équiprobabilité des caractères d'entrée, le lecteur pourra vérifier que : H (X) = 1 et H (X/Y) = 0,45 bit et que l'information mutuelle vaut 0,55 bit. Cet exemple montre la généralité de la notion de système de communication qui ne doit pas simplement être appliquée à des communications au sens classique du mot.

Tableau I Comparaison des codes Morse et Beaudot				
Lettres	**Caractères de casse du typographe**	**Fréquence (anglais)**	**Code Morse**	**Code Beaudot**
E	12 000	0,105	•	• ○ • • •
T	9 000	0,072	–	○ • ○ • ○
O	8 000	0,065	– – –	○ ○ ○ • •
A	8 000	0,063	• –	○ • • • •
N	8 000	0,059	– •	• ○ ○ ○ ○
Z	200	0,001	– – • •	• ○ • • ○

Tableau II	
Nombre de messages à coder	**Nombre de chiffres binaires pour le codage**
1	1
10	4
100	7
1 000	10
10 000	14
100 000	16
1 000 000	19

▲ *A gauche, tableau I : comparaison des codes Morse et Beaudot avec la fréquence d'apparition d'une lettre en langue anglaise. A droite, tableau II donnant la relation entre le nombre de messages à coder et le nombre de chiffres binaires nécessaires pour le codage.*

Codage

Le codage est l'opération de transcription des messages de la source en mots codes écrits dans un alphabet auxiliaire. Cette opération a plusieurs buts :

— Elle permet d'élaborer le signal de transmission ; le codage binaire permet ainsi l'utilisation de cartes ou rubans perforés pour la transmission.

— Elle peut permettre de réduire le coût d'une transmission. Prenons l'exemple du code Morse : il assigne aux lettres les plus fréquentes le code le plus court. Le code Morse est un code dont l'alphabet a 4 caractères : le point, le tiret, l'espace de lettres et l'espace de mots. Le code Beaudot, lui, est un code à longueur de mot fixe et ne joue donc pas ce rôle de réducteur de coûts. Le *tableau* I extrait de l'ouvrage d'E. Roubine cité en référence donne une bonne idée de comparaison de ces deux codes.

— Elle permet de lutter contre les erreurs de transmission si l'on insère dans l'opération codage une redondance.

Si l'on veut coder avec une longueur de mot fixe, pour chaque message le nombre de caractères de chaque mot code est déterminé par la nature de l'alphabet et le nombre de messages à coder. Ainsi coder n messages en binaire exige des mots codes de longueur N tels que $2^N > n$. Le *tableau* II donne le nombre de chiffres binaires nécessaires pour coder n messages.

On s'intéresse dans la suite à des codes de longueur de mot variable. On demandera comme principale propriété de pouvoir décoder un mot code sans problème : donc, à deux messages différents devront correspondre deux mots codes différents ; de même, toute suite fixée de mots codes doit être déchiffrée de manière unique. Soit donc les codes suivants :

	Code C_1	*Code* C_2
Message m_1	0	0
Message m_2	1	00

Il n'y a aucun problème pour décoder des suites de mots codes du code C_1 mais ce n'est pas le cas pour C_2. 00 peut être interprété comme $m_1 m_1$ ou m_2. Une condition plus restrictive est qu'aucun mot ne soit le préfixe d'un autre (0 mot code est préfixe du mot code 01) : cela permet de déchiffrer immédiatement un texte. Ainsi pour le code m_1, 0, m_2, 01, si le texte 001 est déchiffrable de manière unique, il faut attendre d'avoir reçu tout le texte pour faire le décodage (0 peut être pris pour m_1 ou le début de m_2, 00 pour m_1 suivi de m_1 ou du début de m_2 ; ce n'est qu'après avoir tout reçu qu'on peut interpréter comme $m_1 m_2$).

Le problème du codage est lié à la notion d'entropie de la source du message. On peut montrer que :

$$\bar{n} \geqslant \frac{H\ (X)}{\log_2 D}$$

où $\bar{n}$ est la longueur moyenne des mots codes

$$\left(\bar{n} = \sum_{i=1}^{n} n_i p\ (m_i)\right)$$

n_i est la longueur du mot code associé au message m_i de probabilité $p\ (m_i)$.

$$H\ (X) = -\sum_{i=1}^{n} p\ (m_i) \log_2 p\ (m_i)$$

D est la taille de l'alphabet.

Un code dont la longueur moyenne atteint la borne inférieure [H (X) dans le cas de l'alphabet binaire] est dit optimal. On retrouve ici la notion brièvement introduite à propos du jeu à questions-réponses par « oui » ou « non ». C'était un problème de codage avec un alphabet binaire (chaque réponse constituant un chiffre du mot code).

Un premier problème qui se pose à l'expéditeur d'un message est l'*adaptation de la source au canal*, qui doit être réalisée par le codage. Des signaux émis trop vite risquent d'être modifiés par le canal, et le bruit présent dans celui-ci devient mineur. Le codage permet cette adaptation quand elle est possible. Nous terminerons cette partie en donnant un exemple de code proche d'un code optimal, le *code de Huffmann* (*tableau* III). C'est un code à longueur de mot variable reposant sur la règle simple suivante : un message a un code d'autant plus court que sa probabilité est plus grande.

On peut vérifier qu'aucun mot n'est le préfixe d'un autre. L'entropie de la source vaut 1,79 bit et la longueur moyenne des mots codes 1,95. Ce code n'est pas unique. On appelle *efficacité* e le rapport $\frac{H\ (X)}{\bar{n}}$; $1 - e$ s'appelle la *redondance du code*. Dans notre exemple, e vaut 0,91, la redondance du code vaut 9 %. La redondance est nulle dans le cas d'un code optimal.

Transmission en présence de bruit

L'information est transmise par des canaux ; elle est détériorée par la présence du bruit. Dans le cas discret qui nous intéresse pour l'instant, la notion de bruit est un concept de théorie de l'information : le bruit équivaut à des modifications du message transmis qui entraînent une mauvaise compréhension du destinataire. Ainsi de la transformation de 0 en 1 en transmission binaire peut résulter le décodage erroné d'un message. Le destinataire devra disposer d'une règle de décision qui lui permettra de choisir le message, qu'il croit avoir été émis, à partir du message reçu. C'est un problème de statistiques connu sous le nom de *test d'hypothèse*. Pour éviter des

▼ *Tableau III : le code de Huffmann.*

Tableau III Code de Huffmann		
Message	**Probabilité**	**Code**
m_1	0,4	1
m_2	0,3	00
m_3	0,2	010
m_4	0,05	0110
m_5	0,03	01110
m_6	0,02	01111

erreurs, l'expéditeur peut coder de manière à faciliter la décision : création de redondance, répétition de chiffres, etc. Ce problème est celui du codage en présence de bruit. Les *codes* dits *détecteurs-correcteurs d'erreurs* permettent de détecter et de corriger certaines erreurs.

Rappelons que l'information transmise par un canal est caractérisée par la quantité I (X; Y) qui dépend de deux quantités : H(X) qui caractérise l'entrée du canal et mesure l'information transmise par le canal s'il était sans bruit et H (X/Y) qui mesure la perte d'information due au bruit. Prenons un exemple simple : on veut transmettre en binaire des messages équiprobables de longueur 3 chiffres. L'entropie H (X) vaut 3 bits par message. Le canal utilisé peut altérer au plus 1 chiffre (0 devient 1 ou réciproquement). Les probabilités d'erreur sur le 1er chiffre, le 2e chiffre, le 3e chiffre, ou d'absence d'erreur sont les mêmes : $\frac{1}{4}$. Donc, si on reçoit 010, on peut décoder 010, 110, 000, 011, donc en 4 messages possibles. H (X/Y) vaut donc $-\log_2 4 = 2$ bits. L'information transmise vaut 1 bit par message.

On définit la *capacité d'un canal* par le maximum d'information transmissible, maximum calculé en prenant comme variables les probabilités des caractères d'entrée. Ainsi dans le cas du canal binaire symétrique cette quantité vaut : $1 + p \log_2 p + (1 - p) \log_2 (1 - p)$.

Donnons un exemple : soit un alphabet formé de 27 caractères (26 lettres + le séparateur) que nous supposerons équiprobables : on a vu que dans ce cas l'information moyenne était de 4,76 bits par lettre. Le canal est constitué d'un télétype transmettant 100 mots par minute, soit, un mot étant codé par 6 caractères, 600 caractères par minute. La capacité du canal est donc de $4{,}76 \times 10$ bits par seconde, soit environ 50 bits par seconde. Cette notion de capacité d'un canal apparaîtra de manière plus claire lorsque sera étudiée l'information dans le cas continu. Elle nous permet toutefois d'introduire le **théorème fondamental proposé par Shannon** en 1949 (ce théorème a été démontré rigoureusement plus tard). Ce théorème précise que :

— si le taux d'émission R (rapport de l'entropie à la longueur du mot) de la source branchée au canal est inférieur ou égal à la capacité du canal, on peut trouver un codage qui permette une transmission avec une fréquence d'erreur au décodage aussi petite que l'on veut;

— si au contraire ce taux est supérieur à la capacité du canal, on ne peut éviter des erreurs.

Ce théorème est en fait un théorème limite, puisque le codage qui permet d'obtenir une probabilité d'erreur faible demande des codes dont :

— le nombre de mots est une fonction exponentielle de la longueur d'un mot;

— la longueur commune des mots est grande (la taille des codes augmente donc avec cette longueur).

Mais au départ il n'était nullement évident qu'on aurait un tel résultat. On a intérêt, dans un système de transmission d'information, à s'efforcer de diminuer l'effet du bruit. Ce théorème propose, au lieu d'utiliser des moyens tels que l'émission à plus forte puissance ou l'utilisation d'organes technologiques avancés, donc coûteux (maser, etc.), de rechercher un codage optimal. L'inconvénient est, on le comprendra, l'introduction de retard (temps de codage et de décodage), mais la solution est moins onéreuse. Malheureusement il n'existe pas de technique déductive pour obtenir le code optimal.

Codes détecteurs-correcteurs d'erreurs

Ces codes ont l'avantage de permettre de lutter contre le type d'erreurs le plus fréquemment rencontré sur un canal donné. Prenons un exemple simple : le code à clef de parité unique. Partons de mots de même longueur (3 bits par exemple) et convenons d'ajouter le chiffre 1 si le nombre de 1 est impair ou 0 si ce nombre est pair. Ainsi : 010 devient 0101; 110 devient 1100.

Le chiffre ajouté s'appelle *chiffre de parité*. A la réception, on saura s'il y a eu une erreur en comparant le nombre total de « 1 » avec la valeur du chiffre de parité. Ce code permet de détecter une erreur mais ne la corrige pas. Il est évident qu'une double erreur ne se verra pas. Cet exemple simple de code détecteur d'erreurs en montre le principe. Ce type de code a été très employé pour les mémoires à tores magnétiques des calculateurs. Les codes détecteurs-correcteurs sont caractérisés par 2 nombres : n qui est le nombre total de chiffres et k qui est le nombre de chiffres de parité. Ces chiffres qui allongent le mot code permettent par leur effet redondant et non informatif la détection et la correction d'erreurs.

Le nombre de chiffres informatifs de chaque mot code est donc $n - k$. Le nombre de messages à coder ne doit donc pas être supérieur à 2^{n-k}. Les k chiffres de parité permettent de repérer 2^k erreurs. Si le code doit détecter et corriger les erreurs simples, sur un chiffre on doit donc avoir la relation :

$$2^k \geqslant n + 1$$

$n + 1$, car n erreurs possibles auxquelles s'ajoute la transmission sans erreur. Les codes de Hamming sont ceux qui vérifient exactement l'égalité. Reportons-nous au tableau de liaison de n et k (*tableau* IV).

Ces codes permettent de détecter et de corriger les erreurs simples. Ils sont impuissants vis-à-vis des erreurs d'ordre supérieur. Donnons un exemple, le code (7,3) : *tableau* V.

Tableau IV
Liaisons de n et de k dans le code de Hamming

k	n	Nombre de chiffres d'information
2	3	1
3	7	4
4	15	11
5	31	26

◀ *Tableau IV donnant les liaisons de n et k dans le code de Hamming.*

Tableau V
Code (7,3)

Chiffres : a_1	a_2	a_3	a_4	a_5	a_6	a_7
0	0	0	0	0	0	0
1	1	0	1	0	0	1
0	1	0	1	0	1	0
1	0	0	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0
0	1	0	0	1	0	1
1	1	0	0	1	1	0
0	0	0	1	1	1	1
1	1	1	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0	1
1	0	1	1	0	1	0
0	1	1	0	0	1	1
0	1	1	1	1	0	0
1	0	1	0	1	0	1
0	0	1	0	1	1	0
1	1	1	1	1	1	1

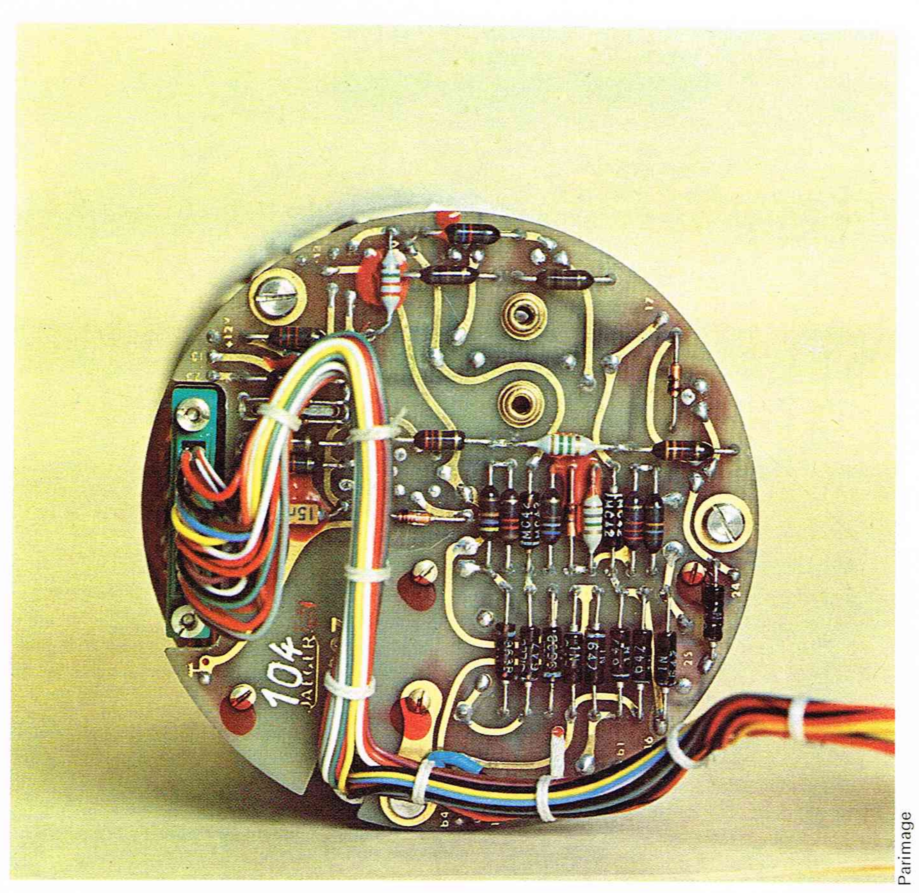
Partie information : $a_1\ a_2\ a_3\ a_4$
Parité : $a_5\ a_6\ a_7$
Règles :

$$a_1 \oplus a_3 \oplus a_5 \oplus a_7 = 0$$
$$a_2 \oplus a_3 \oplus a_6 \oplus a_7 = 0$$
$$a_4 \oplus a_5 \oplus a_6 \oplus a_7 = 0$$

$\oplus$ désignant l'opération OU EXCLUSIF dont la table de vérité est :

$\oplus$	1	0
1	0	1
0	1	0

◀ *Tableau V : un exemple de code détecteur-correcteur d'erreurs, le code (7,3).*



Parimage

▲ *Un codeur numérique de position.*

La technique de correction est la suivante : si le 1er chiffre de parité est faux, marquer 1 ; si c'est le 2e, marquer 2 ; si c'est le 3e, marquer 4. La somme des chiffres obtenue indique la position du chiffre erroné.

Supposons qu'on reçoive 0101110, vérifions les chiffres de parité :

$$0 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 1 \neq 0$$
$$1 \oplus 0 \oplus 1 \oplus 0 = 0$$
$$1 \oplus 1 \oplus 1 \oplus 0 = 1 \neq 0$$

Il y a donc une erreur marquée par la différence au niveau des premiers chiffres de parité. La technique de correction montre que le chiffre a_5 est erroné et qu'il faut considérer qu'a été émis 0101010.

La technique des codes détecteurs-correcteurs d'erreurs repose sur des concepts algébriques. Il faut dans la conception d'un tel code faire un compromis entre la possibilité de correction et la longueur des mots qui augmente le coût de la transmission. Ainsi un code (15, 10) à 10 chiffres de parité (exemple du code du type Bose-Chaudhuri-Hocquenghem, du nom des trois scientifiques qui ont proposé cette méthode en 1959) permet de détecter et corriger les erreurs triples, mais chaque mot ne contient que 5 chiffres d'information !

Le code de l'exemple ci-dessus n'est utilisable que pour des canaux à faible taux d'erreur. Ainsi, pour un canal ayant une probabilité d'erreur de 10^{-5} par symbole, ce code permettra une probabilité d'erreur inférieure à 10^{-11}, mais un taux de transmission moindre ; par contre, pour une probabilité d'erreur de 10^{-2}, l'amélioration ne sera portée qu'à 0,009.

Information dans le cas continu

Les paragraphes précédents étaient consacrés aux problèmes de transmission ou de codage de textes. Dans le cas de la transmission d'images ou de sons le message est une fonction parfois continue du temps. L'emploi du mot continu ne doit pas laisser croire qu'on se limite à la transmission de signaux représentables par des fonctions continues ! Ce mot indique simplement que le signal peut être mesuré à tout instant (la formulation qui va suivre peut donc être employée pour des impulsions répétées). Les signaux sont à transmettre dans un canal à bande passante définie. Si le spectre en fréquence du signal est trop grand, il y aura distorsion ; nous nous placerons dans le cas où il y a accord des plages de fréquence. Par contre, le canal est marqué par un bruit qu'on supposera additif et suivant une loi de Laplace-Gauss. Le destinataire reçoit donc un signal du type « signal émis + bruit » qu'il s'agit d'interpréter. Le terme de « bruit » recouvre ici aussi beaucoup de phénomènes se produisant durant la transmission. Sous les hypothèses précédentes (en ajoutant aussi le caractère stationnaire et l'indépendance du signal et du bruit des phénomènes), la capacité du canal, c'est-à-dire le maximum d'information transmissible, vaut :

$$C = W \log_2 \left(1 + \frac{P}{N}\right)$$

où W est la bande passante, P la puissance du signal et N celle du bruit. Sous l'hypothèse d'ergodicité (P et N sont respectivement les moyennes temporelles du



Niepce - Rapho

▶ *Dans le cas de la transmission d'images ou de sons, le message est une fonction parfois continue du temps.*

carré du signal et du carré du bruit et sont donc mesurées en watts/s), $\frac{P}{N}$ s'appelle le *rapport signal sur bruit*. Cette formule porte le nom de **formule de Hartley-Tuller-Shannon.** Le théorème fondamental s'étend au cas continu.

Il existe un codage qui permet de transmettre l'information à un taux aussi proche que l'on veut de la capacité du canal avec un taux d'erreur très faible; si le taux de transmission est supérieur à C, la probabilité d'erreur reste fixe. Soit par exemple une bande passante de 1 MHz et un rapport signal sur bruit de 1. La capacité du canal vaut : $C = 10^6 \log_2 (1 + 1) = 10^6$ bits/s.

On utilise un code permettant un taux de 0,8 C, c'est-à-dire 800 000 bits/s. On peut espérer, puisqu'on respecte le théorème fondamental, que la probabilité d'erreur pourra être rendue aussi faible qu'on le désire. Supposons que, par suite de perturbations, la puissance du bruit augmente de 3 décibels; le rapport signal sur bruit devient donc égal à 0,5. La capacité réelle vaut :

$$C = 10^6 \log_2 (1 + 0{,}5) = 5{,}85 \cdot 10^5$$

Elle est donc supérieure aux taux de transmission. La probabilité d'erreur va donc prendre une valeur finie non négligeable. Cet exemple simple montre que prendre un taux de transmission très proche de la valeur de la capacité peut avoir des conséquences importantes si la puissance du bruit augmente légèrement. Quelques exemples de capacité de canaux : pour un canal de transmission de la parole, la capacité sera de 48 000 bits par seconde en supposant un rapport signal sur bruit de 36 décibels et une bande passante de 45 kHz; pour un canal devant transmettre un signal vidéo, la capacité sera de $50 \cdot 10^6$ bits par seconde, en supposant un rapport signal sur bruit de 30 décibels et une bande passante de 5 MHz.

Rappelons maintenant un résultat d'électronique. Un élément purement résistif R présente à ses bornes une tension aléatoire dont le carré moyen $\overline{V}^2$ vaut dans la bande W : c'est ce qu'on appelle le *bruit thermique :*

$$\overline{V}^2 = kTW$$

k est la constante de Boltzmann

$$(k = 1{,}37 \cdot 10^{-23} \text{ joule/°K})$$

T est la température absolue (mesurée en °K). On remarquera que cette puissance est indépendante de la valeur de la résistance. Dans le cas d'un bruit non d'origine thermique, on peut employer la même formule en définissant une *température équivalente de bruit :*

$$T_e = \frac{\overline{V}^2}{kW} = \frac{N}{kW}$$

Cette température équivalente de bruit est en particulier utilisée pour définir les bruits des planètes. La capacité d'un canal où se superpose un bruit thermique s'écrit alors :

$$C = W \log_2 \left(1 + \frac{P}{kTW}\right)$$

Supposons la bande passante très grande, le terme

$$\frac{P}{kTW}$$

devient très faible devant 1, d'où une valeur limite pour la capacité :

$$C = 1{,}44 \frac{P}{kT} \simeq 10^{23} \frac{P}{T}$$

Ainsi, si l'on prend comme source une mesure perturbée par un bruit thermique, il faut une énergie de

$$10^{-23} \times T \text{ joules}$$

pour recueillir un bit d'information à la température T. La puissance du signal joue donc un rôle important pour transmettre l'information. Ce résultat était logiquement prévisible.

De la formule ci-dessus on déduit la puissance nécessaire pour transmettre l'information de C bits par seconde :

$$P = 0{,}693\, kTC$$



Photo Research International

▲ ***Une image de la Terre filmée par les caméras couleurs de télévision d'Apollo X et transmise au Centre spatial de Houston d'une distance d'environ 22 224 kilomètres.***

Prenons comme exemple le calcul de la puissance nécessaire P_T pour transmettre un texte d'une station orbitale à une station terrestre. En prenant un code de 5,5 chiffres binaires par mot et une vitesse de transmission de 60 mots par minute, la capacité vaut 5,5 bits par seconde. Le signal est marqué par un bruit avant d'atteindre la Terre : ce bruit peut être caractérisé par une température équivalente au bruit de 4 °K (fréquence de transmission de l'ordre de 10^3 MHz). La puissance P_R devant être reçue est donc :

$$P_R = 0{,}693 \times 1{,}37 \cdot 10^{-23} \times 4 \times 5{,}5 = 1{,}9 \cdot 10^{-22} \text{ watt}$$

Admettons comme hypothèse que la station orbitale transmet uniformément dans toutes les directions : en ce cas, le rapport $\frac{P_T}{P_R}$ est équivalent au rapport d'une aire sphérique ayant pour rayon L (distance de transmission), à l'aire du réflecteur parabolique de réception (diamètre D). Prenons comme valeur indicative $L = 150 \cdot 10^6$ km (distance Terre-Soleil) et D = 75 m (diamètre du radiotélescope de Jodrell Bank) :

$$\frac{P_T}{P_R} = 6{,}4 \cdot 10^{19}$$

d'où la valeur de

$$P_T = 6{,}4 \cdot 10^{19} \times 1{,}9 \cdot 10^{-22} = 0{,}012\,16 \text{ watt}$$

Cette valeur est purement théorique (valeur en fait majorée par un facteur pouvant atteindre 10^4), car elle est choquante : beaucoup penseront qu'elle n'est pas en accord avec l'expérience. Pourquoi donc utilise-t-on des systèmes de communication qui consomment beaucoup plus d'énergie que nécessaire ? Il faut tenir compte en fait d'autres considérations : le système de modulation, les caractéristiques du signal ne sont pas en général bien adaptés à ceux du canal, et la plupart des signaux transmis contiennent une certaine redondance, c'est-à-dire beaucoup de détails non nécessaires (la redondance est nécessaire, car elle augmente la fiabilité). Il faut aussi noter que le but d'un système de communication n'est pas de transmettre un bit avec le moins d'énergie possible mais de satisfaire, au moindre coût, à un besoin donné de communication. Cependant, quand l'énergie représente une part importante du coût, les ingénieurs

chargés de la conception créent des systèmes utilisant une bande passante plus large et un rapport signal sur bruit plus faible afin d'utiliser au mieux l'énergie.

Application de la théorie de l'information

Avant de développer certaines applications, donnons quelques exemples pouvant chiffrer la capacité de l'esprit humain.

Prenons comme premier exemple la *lecture :* une personne peut lire environ 500 mots à la minute ; avec une moyenne de 5 lettres par mot, et d'un bit par lettre, cela représente 42 bits par seconde.

Comme deuxième exemple, étudions le *jeu d'échecs*. Les champions peuvent jouer simultanément sur environ 40 jeux durant 6 heures. En supposant qu'une partie dure 40 coups, un champion étudie un mouvement toutes les 13,5 secondes. Quelle est l'information contenue dans un mouvement au jeu d'échecs ? Le joueur a toujours le choix entre environ 6 déplacements, rarement moins de 2. Si chaque mouvement ne contient qu'un demi-bit d'information, c'est que, d'après la *figure* 3, une des possibilités a une probabilité supérieure à 0,9. Pour que le contenu informationnel dépasse 4 bits, le joueur doit avoir le choix entre 16 mouvements équiprobables. L'information est donc comprise entre 0,5 et 4 bits. Si l'on prend une valeur de 3 bits, le champion saisit 0,2 bit d'information par seconde. Deux estimations donc : 0,2 bit par seconde utilisé à bon escient pour une partie d'échecs, d'un autre côté, absorber 40 bits par seconde au cours d'une lecture ! La quantité d'information d'une molécule d'ADN peut être évaluée grossièrement à 8 000 bits pour une molécule composée de 4 000 nucléotides (2 bits par nucléotide). Cependant cette quantité est trop forte : elle ne tient pas compte de la structure (il faudrait déjà diviser par deux), ni de la redondance du code.

Nous avons déjà évoqué l'aptitude du système cérébral à identifier et distinguer des formes avant toute prise de décision et parlé des machines à reconnaître les formes. Nous allons décrire une de ces machines qui utilise la théorie de l'information et qui a été proposée par Uttley (*l'informon*). Définissons une forme par un ensemble de coordonnées $X_1 \ldots X_n$ (ce peut être par exemple, s'il s'agit d'une courbe, n valeurs régulièrement espacées). On appelle *discriminateur linéaire* un organe permettant une classification entre plusieurs formes après examen d'une fonction linéaire des X_i. La règle de décision généralement conçue pour un discriminateur linéaire entre deux formes est la suivante (dichotomie) :

$$\text{si} \quad \sum_{i=1}^{n} a_i X_i + a_0 > 0 \qquad \textit{forme } 1$$

$$\text{si} \quad \sum_{i=1}^{n} a_i X_i + a_0 < 0 \qquad \textit{forme } 2$$

où les a_i, $i = 1$ à n, sont des variables de pondération.

Plaçons-nous dans le cas où les X_i sont des signaux binaires. Par exemple, dans la reconnaissance de caractères écrits, on inscrit la lettre dans un carré que l'on décompose en carrés élémentaires $X_1 \ldots X_n$. X_i vaut 1 si le i-ième carré est traversé par le trait de tracé du caractère ; dans le cas contraire, il vaut zéro. Les a_i peuvent être fixées *a priori*, mais cela enlève beaucoup de souplesse au système. Aussi, Uttley a utilisé le concept fondamental de cybernétique, la rétroaction. Dans le système développé, les a_i sont automodifiées en fonction de l'information I (X ; Y) transmise entre la sortie Y et la variable X_i. Pour des raisons de stabilité, a_i est prise proportionnelle à l'opposé de I (X ; Y). Le système de reconnaissance est devenu un système à apprentissage.

Les applications de la théorie de l'information sont multiples ; nous avons surtout insisté sur les problèmes de communication, mais le lecteur aura trouvé des applications en biologie, en reconnaissance des formes, etc. On trouve aussi des applications en art : on a ainsi pu chiffrer l'information portée par une partition musicale ou par un tableau. Partant d'un tableau chargé, on calcule l'information portée, puis on enlève peu à peu les redondances apportées par le peintre tout en conservant la même quantité d'information ; il est frappant alors de voir que des tableaux très chargés rejoignent des tableaux très purs de peintres modernes.

L'automatique

L'automatique peut être définie comme une branche de la science et de la technologie dont le but est le développement d'outils et de systèmes capables de se gérer sans intervention humaine et pouvant effectuer des tâches du type de celles faites par l'esprit humain.

C'est un fait courant de dire que notre monde est entré dans l'ère de l'automatisation. La quantité obligatoirement limitée d'énergie disponible oblige chaque type d'industrie à rechercher des méthodes optimales de fabrication ; la conquête de l'espace a été réalisée et elle continue grâce aux énormes progrès technologiques pour le contrôle des engins mis sur orbite ou lancés sur d'autres planètes, etc.

Une des contributions les plus importantes à l'automatique moderne est le contrôle par rétroaction (feedback). Il est difficile aujourd'hui de concevoir des systèmes automatiques sans rétroaction. Ce principe de cybernétique a été la base du développement de l'automatique.

La synthèse d'un système de contrôle automatique demande un modèle mathématique du système à contrôler, nécessite une description des performances exigées, des contraintes sur les composants du système, la connaissance des entrées, sorties et perturbations. Si de plus un calculateur digital est utilisé pour le contrôle, il est nécessaire de tenir compte des contraintes qu'il introduit (capacité mémoire, nombre d'entrées possibles, vitesse de calcul, etc.). La solution à ce problème complexe est rarement unique ; c'est le plus souvent une solution résultant de compromis qui est prise.

On distingue trois phases dans l'étude d'un système : l'analyse, la conception et la synthèse.

— Durant l'**analyse,** on étudie les performances du système conçu.

— La **conception** d'un système fait appel à la connaissance du métier qu'a l'ingénieur : on ne peut en effet, en général, faire la conception sans introduire de compromis dans les exigences.

— La **synthèse** est la situation idéale : une procédure mathématique permet de trouver une solution en partant de la description du problème.

Les méthodes d'étude peuvent être classées en trois catégories.

— La première et la plus connue est celle utilisant la transformée de Laplace. L'utilisateur se donne un certain nombre de performances souhaitées, plus ou moins arbitraires (marge de gain, marge de phase, etc.) et en déduit le système de contrôle. Cette méthode est surtout utilisable pour les systèmes une entrée-une sortie linéaires (un système est linéaire s'il est gouverné, par exemple, par une équation différentielle linéaire).

— La deuxième approche, due à Wiener et Hall, cherche à minimiser un index de performance (erreur quadratique). Cette méthode s'applique aux systèmes linéaires soumis à des entrées déterministes ou stochastiques. Ces deux premières méthodes ont été très utilisées jusque vers 1955 (la Seconde Guerre mondiale entraînant un grand développement pour les systèmes militaires). Elles constituent ce qu'on appelle l'*approche classique*. Cette approche présente beaucoup de difficultés pour les systèmes multidimensionnels à coefficients variables dans le temps : les applications sont limitées aux systèmes contrôlés simples.

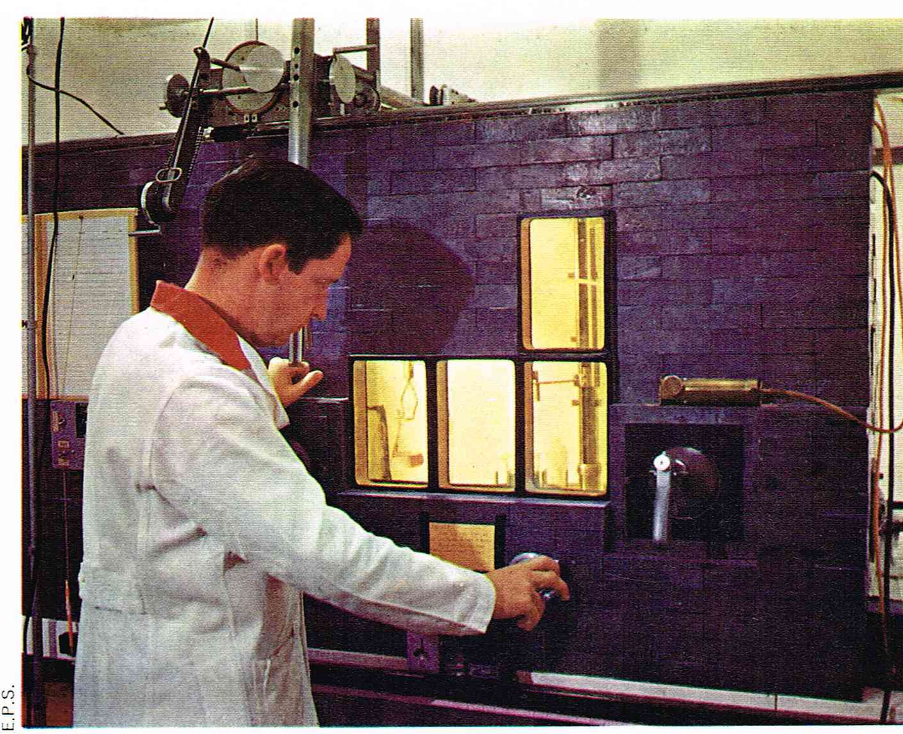
— La dernière méthode est une généralisation de la seconde ; elle est née durant les années 1955-65 et s'est beaucoup développée comme méthode de contrôle moderne. La méthode consiste à déterminer une loi pour le contrôle, de manière à majorer ou à minimiser un critère : cette loi lie les variables de contrôle aux variables mesurables, c'est bien encore un système à rétroaction. Dans le cas de systèmes simples, cette loi peut être réalisée par un organe électronique passif ou actif ; dans des cas plus complexes, la présence d'un calculateur digital est nécessaire. Utilisant les informations entrées régulièrement dans le calculateur, un programme élabore cette loi de contrôle. Cette approche moderne unifie les méthodes, permet la solution de problèmes impossibles à résoudre par l'approche classique ; elle est très marquée par la venue des calculateurs digitaux et les progrès de leur technologie.

Si le contrôle est encore souvent réalisé par des organes pneumatiques, hydrauliques ou électroniques,

on rencontre de plus en plus de calculateurs dans le monde industriel. Développés tout d'abord dans le domaine militaire et pour la conquête spatiale, ils sont aussi utilisés actuellement pour la conduite automatique d'usines et pour le contrôle de machines-outils. La place d'un ordinateur dans une chaîne de contrôle entraîne la présence d'organes inconnus dans les méthodes de contrôle classique. En effet, il faut laisser le temps à l'ordinateur de « calculer ». Aussi les signaux recueillis sont-ils échantillonnés, c'est-à-dire qu'on ne prend leur valeur qu'à des intervalles de temps réguliers. Comme l'ordinateur ne fonctionne qu'avec des signaux binaires, les tensions électriques sont transformées en mots binaires par des convertisseurs analogiques numériques. Entre ces prises de signaux, le calculateur, grâce à des programmes internes, élabore des commandes qui devront agir sur des organes pour effectuer le contrôle (ouverture d'une vanne, augmentation du courant d'alimentation d'un moteur électrique, etc.). Ces commandes se présentent sous forme binaire ; il faut donc à nouveau les transformer en grandeurs analogiques par des convertisseurs numériques analogiques, puis les intégrer par un filtrage passe-bas pour avoir un signal continu pouvant être appliqué sur les organes d'action. Actuellement, il est possible à un même calculateur de saisir plusieurs données « en même temps » ou dans un intervalle de temps très court par l'intermédiaire de convertisseurs-multiplexeurs.

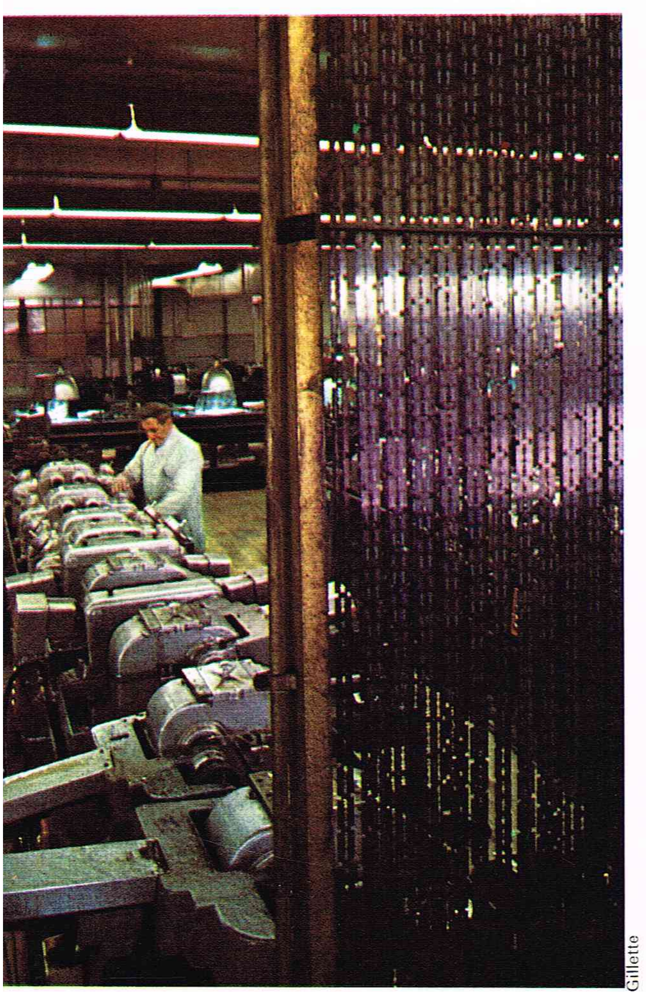
Grâce à un mode de fonctionnement particulier aux calculateurs, appelé *mode d'interruption*, le calculateur peut interrompre son programme de calcul pour saisir une entrée, puis le reprendre là où il l'avait abandonné. Ajoutons que la technologie intégrée a permis l'embarquement, à bord d'engins interplanétaires, de calculateurs très puissants et sophistiqués.

L'apparition sur le marché des microprocesseurs permet désormais le contrôle ou la surveillance de processus industriels, à l'aide d'équipements de faible volume et de coût peu élevé.

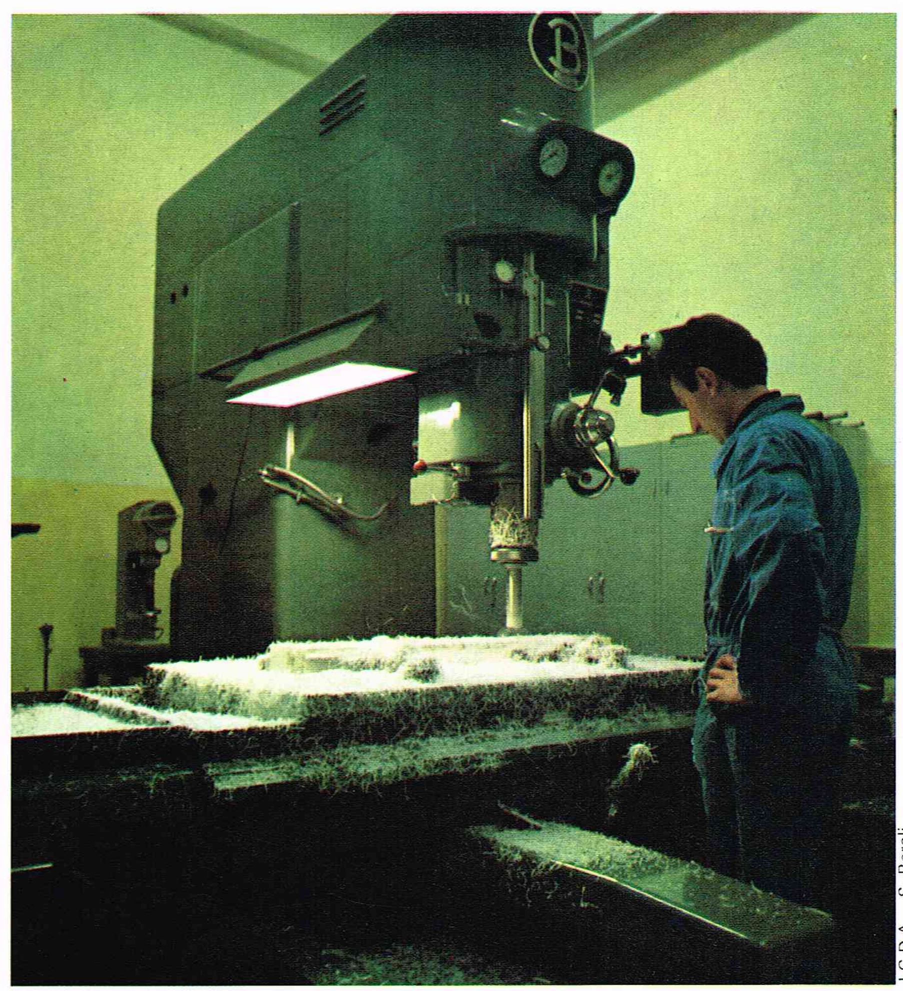


E.P.S.

▲ *Avec les systèmes automatiques, la tâche de l'opérateur évolue d'une exécution manuelle répétée au seul contrôle de la machine, laquelle est à même de signaler son propre défaut de fonctionnement. Ci-dessus, un télémanipulateur servant au traitement des radio-isotopes : l'opérateur protégé par une armature de briques de plomb, manœuvre à distance au moyen de servomanipulateurs électromécaniques.*
▼ *A gauche, chaîne comportant des contrôles automatiques de la fabrication de lames de rasoir. A droite, une machine-outil automatique.*



Gillette



I.G.D.A. - S. Boroli

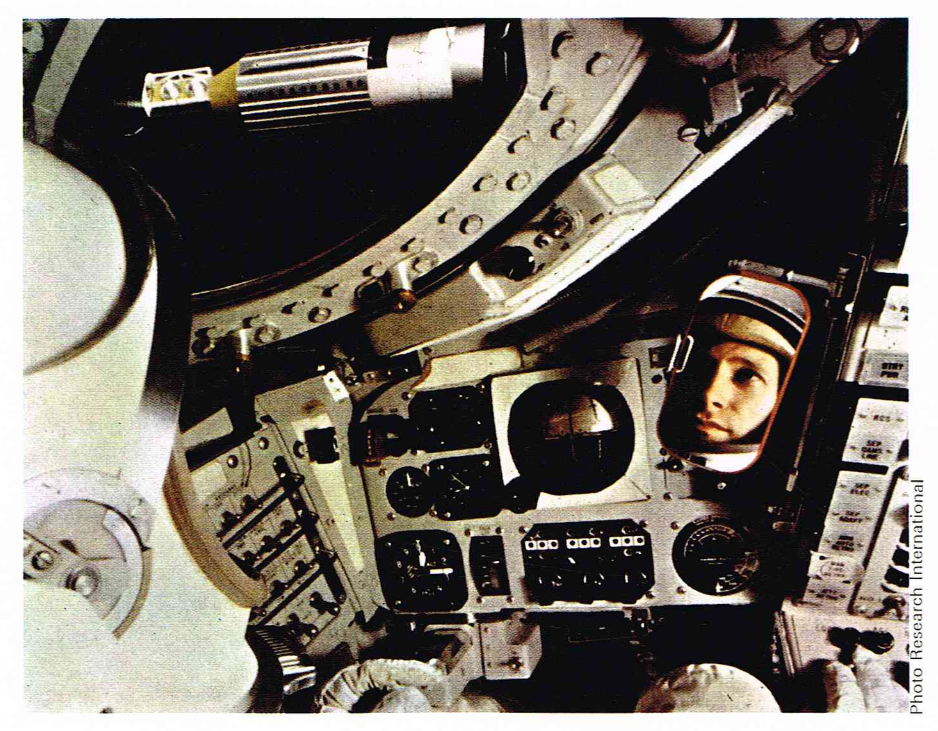
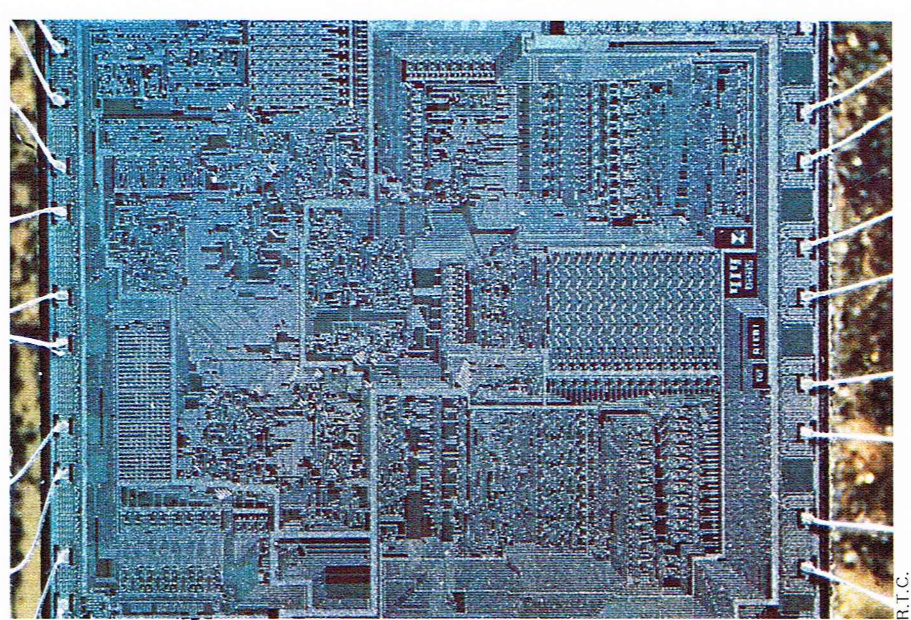


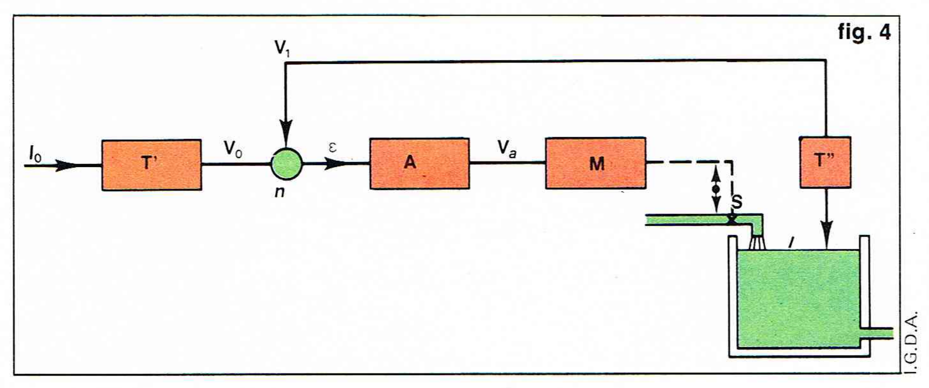
Photo Research International



R.T.C.

▲ *En haut, la technologie intégrée a permis l'embarquement, à bord d'engins interplanétaires, de calculateurs très puissants et sophistiqués. Ci-dessus, l'apparition des microprocesseurs permet désormais le contrôle et la surveillance de processus industriels à l'aide d'équipement de faible volume et de coût peu élevé.*

▼ *Figure 4 : schéma fonctionnel d'un système de contrôle de niveau d'eau d'un réservoir.*



I.G.D.A.

Nous présenterons dans ce qui suit la méthode classique d'étude des systèmes de contrôle dans le cas de systèmes linéaires et non linéaires : cette méthode est fondée sur la transformée de Laplace et sur l'analyse fréquentielle. Un aperçu sera donné sur la méthode moderne (analyse dans l'espace d'état). Nous terminerons par ce qui doit précéder tout calcul : la phase d'identification-modélisation qui fournit un modèle du processus étudié.

Les systèmes linéaires

Un système de commande a pour rôle de transmettre à la grandeur de sortie du système la loi de variation en fonction du temps imposée à l'entrée. Ainsi peut-on commander la hauteur d'eau d'un réservoir par l'ouverture plus ou moins importante de la vanne d'arrivée d'eau. Pour permettre aux systèmes de se corriger eux-mêmes, il faut constituer des asservissements : un système est dit asservi ou bouclé s'il est destiné à corriger l'écart existant entre la valeur désirée de la sortie et la valeur réellement obtenue. Autrement dit, un système asservi, possédant de l'information sur la sortie réellement obtenue, peut se corriger en agissant sur une commande réglée par l'écart entre la sortie réelle et la sortie voulue. Un système fonctionne en régulateur dans le cas particulier où le signal d'entrée est constant en fonction du temps. Prenons l'exemple du système dont un diagramme fonctionnel est donné sur la *figure* 4. Chaque rectangle représente un organe du système asservi. Le rôle de ce système est de contrôler le niveau d'eau dans un réservoir. Soit l_0 la hauteur d'eau désirée. A l'aide d'un transducteur T' cette valeur est transformée en une tension électrique V_0; ainsi, l'homme chargé de surveiller l'installation affiche à l'aide d'un bouton la valeur l_0 sur un cadran gradué en valeurs réelles (mètres). Ce bouton déplace en réalité un curseur sur un potentiomètre. Le niveau d'eau réel l est mesuré à l'aide du capteur T" qui transforme également cette grandeur en une tension électrique V_1. Nous disposons donc de deux représentations électriques, l'une du niveau désiré, l'autre du niveau réellement obtenu. A l'aide du comparateur *n*, on élabore le signal dit *signal d'erreur* qui vaut $V_1 - V_0$ (ce comparateur est un amplificateur opérationnel monté en différentiel, puisque nous avons des grandeurs électriques). Ce signal étant en général faible, un amplificateur de puissance A est destiné à fournir une image plus forte V_a de la différence $V_1 - V_0$. V_a servira à la commande du moteur électrique M qui va agir suivant le cas sur l'ouverture ou la fermeture d'une vanne S. Si $V_1 - V_0$ est positif, la vanne est fermée, et on atteindra le niveau l_0 par l'écoulement normal de l'eau du réservoir. Si $V_1 - V_0$ est négatif, la vanne est ouverte de manière à compenser le manque d'eau. Le degré d'ouverture de cette vanne déterminera le remplissage plus ou moins rapide du réservoir : cette performance est une qualité parmi d'autres qui déterminent le calcul d'un système asservi. Cet exemple simplifié permet de comprendre le but d'un système bouclé.

Les éléments fondamentaux d'un système asservi sont :

— les **capteurs**, qui transforment une grandeur physique en une autre, le plus souvent électrique (par exemple, un thermocouple transforme une différence de température en une force électromotrice) ; dans le schéma précédent, les capteurs étaient T' et T" ;

— le **comparateur**, qui élabore la différence entre la sortie réelle et la sortie désirée ;

— les **organes de puissance**, qui permettent de transformer une grandeur généralement faible (sortie du comparateur) en une valeur suffisante pour commander l'actionneur ;

— l'**actionneur**, qui agit sur le système pour tendre à rendre nul l'écart mesuré par le comparateur.

L'étude de tels systèmes repose sur deux faits :

— la présence d'une chaîne de retour (renvoi de la sortie sur l'entrée) rend ces systèmes susceptibles d'entrer en auto-oscillation ; il faut donc résoudre le problème dit de stabilité (on peut imaginer en effet dans l'exemple précédent qu'il ne soit pas possible de maintenir le niveau d'eau à l_0 mais que celui-ci soit tantôt inférieur, tantôt supérieur) ;

— le système doit résoudre des conditions de précision, donc posséder certaines performances dynamiques.

T. Boulley - Fotogram

▲ *Poste de commande des cuves (usine Pernod).*

Parimage

◀ *Fabrication et mise au point de capteurs de champ électrique appliquées aux expériences spatiales (C.N.R.S. Orléans : groupe de recherches ionosphériques).*

▶ *Tableau VI, donnant la correspondance entre certaines fonctions usuelles et leur transformée de Laplace.*

Tableau VI
Correspondance entre certaines fonctions usuelles et leur transformée de Laplace

Fonctions	Transformées de Laplace
$f(t)$ pour $t > 0$	$F(p)$
a	$\frac{a}{p}$
t	$\frac{1}{p^2}$
$\frac{t^{n-1}}{(n-1)!}$	$\frac{1}{p^n}$
e^{-at}	$\frac{1}{p+a}$
$\cos \omega t$	$\frac{p}{p^2+\omega^2}$
$\sin \omega t$	$\frac{\omega}{p^2+\omega^2}$

Pour nous familiariser avec les méthodes de calcul de ces systèmes, nous allons étudier deux systèmes particuliers mais de grande importance : les systèmes du premier et du second ordre. Auparavant, faisons quelques rappels sur la notion de transformée de Laplace afin de pouvoir introduire le concept de fonction de transfert.

Transformée de Laplace

A toute fonction $f(t)$ définie pour t positif, on fait correspondre une fonction $F(p)$ de la variable complexe p ($p = a + jb$).

$$F(p) = L[f(t)] = \int_0^\infty e^{-pt} f(t)\, dt$$

$F(p)$ est définie pour les valeurs de p donnant un sens à l'intégrale. Il suffira dans la suite de connaître la formulation de la transformée de certaines fonctions pour étudier quelques systèmes simples. Le *tableau* VI donne la correspondance entre certaines fonctions usuelles et leur transformée de Laplace.

Réciproquement, dès l'instant où il sera possible de décomposer une transformée de Laplace $F(p)$ en somme de fonctions du type de celles du *tableau* VI, l'obtention de la fonction $f(t)$ correspondante sera très facile, car les propriétés essentielles de la transformée de Laplace sont la linéarité et l'additivité.

Rappelons quelques-unes des autres propriétés de ces fonctions :

Si $L[f(t)] = F(p)$

(1) $L\left[\frac{df(t)}{dt}\right] = pF(p) - f(0)$

$$L\left[\frac{d^2f(t)}{dt^2}\right] = p^2 F(p) - p\, f(0) - \frac{df}{dt}(0) \text{ etc.}$$

Cette propriété permet de résoudre simplement les équations différentielles linéaires. Prenons un exemple.

Soit à résoudre $f'(t) + af(t) = K$ avec $a > 0$.

Prenons la transformée de Laplace :

$$pF(p) - f(0) + aF(p) = \frac{K}{p}$$

Donc :

$$F(p) = \frac{f(0)}{p+a} + \frac{K}{p(p+a)} = \frac{f(0)}{p+a} + \frac{K/a}{p} - \frac{K/a}{p+a}$$

Soit, en revenant à $f(t)$ et en appliquant la correspondance :

$$f(t) = f(0)\, e^{-at} + \frac{K}{a} - \frac{K}{a} e^{-at} =$$
$$f(0)\, e^{-at} + \frac{K}{a}(1 - e^{-at})$$

(2) $\lim_{p \to 0} pF(p) = f(\infty)$

Cette propriété peut se vérifier sur l'exemple précédent :

$$f(\infty) = \frac{K}{a}$$

$$pF(p) = \frac{p}{p+a} f(0) + \frac{K}{a} - \frac{K}{a}\frac{p}{p+a}$$

$$\lim_{p \to 0} pF(p) = \frac{K}{a}$$

(3) $L[f(t - \tau)] = e^{-\tau p} F(p)$

Cette propriété sera intéressante pour l'étude des systèmes à retard.

Étude de quelques systèmes simples

Système du premier ordre

Un système est dit du premier ordre, d'entrée $i(t)$ et de sortie $u(t)$, lorsqu'il est régi par une équation différentielle linéaire du type :

$$A \frac{du(t)}{dt} + B\, u(t) = i(t)$$

Cette équation peut se mettre sous la forme :

$$T \frac{du(t)}{dt} + u(t) = Ki(t) \text{ avec } T > 0 \text{ et } K > 0$$

T a la dimension d'un temps : c'est la *constante de temps* du système ; K est le *gain* du système, sa dimension est celle du rapport $\frac{u(t)}{i(t)}$; par exemple, si $u(t)$ est une tension mesurée en volts, $i(t)$ un courant mesuré en ampères, K est homogène à une résistance et se mesure en ohms.

Donnons un exemple d'un circuit du premier ordre : soit un moteur électrique à courant continu. La grandeur d'entrée est la tension d'alimentation $V(t)$, la grandeur de sortie le nombre de tours $n(t)$ effectués par seconde. C'est un système du premier ordre régi par l'équation :

$$T \frac{dn(t)}{dt} + n(t) = KV(t)$$

En supposant le système à l'état de repos au temps

$$t = t_0 \; [n(t_0) = V(t_0) = 0]$$

nous allons soumettre le système à différents signaux d'entrée et étudier son comportement.

● *Entrée échelon*

L'entrée $V(t)$ est du type échelon (*fig.* 5) si :

pour $t \leqslant t_0 \quad V(t) = 0$
$t > t_0 \quad V(t) = V$

En intégrant directement l'équation du système, on obtient pour $t > t_0$, $n(t) = KV(1 - e^{-(t-t_0)/T})$

Le régime obtenu au bout d'un temps théoriquement infini de par le caractère exponentiel de la courbe est dit *régime permanent* ou *définitif*. Il vaut ici KV, c'est-à-dire que l'on retrouve l'entrée si K vaut l'unité. Le régime précédant le régime permanent est dit *régime transitoire*. La constante de temps T caractérise la durée du régime transitoire, puisque T est le temps au bout duquel la sortie atteint la valeur KV $(1 - e^{-1})$, soit environ 63 % de la valeur caractérisant le régime permanent. T peut se mettre en évidence graphiquement sur la courbe de variation de la sortie en fonction du temps en traçant la tangente à l'origine (*fig.* 5).

● *Entrée rampe*

L'entrée $V(t)$ est dite du type rampe si :

$$V(t) = a(t - t_0) \text{ avec } t > t_0$$

L'intégration de l'équation différentielle donne :

$$n(t) = Ka\,[Te^{-(t-t_0)/T} + (t - t_0) - T]$$

La sortie en régime permanent a pour valeur

$$Ka\,[(t - t_0) - T]$$

Dans le cas où K est différent de 1, l'entrée et la sortie du système divergent. Dans le cas où $K = 1$ (*fig.* 6), les pentes des droites représentant les variations sortie et entrée en fonction du temps sont identiques, mais la sortie est en retard de T sur l'entrée.

Pour $t > t_0$, $n(t) = u(t) - aT$

on dit qu'il y a *traînage*. Le régime transitoire est du type exponentiel ; il est très affaibli dès que $(t - t_0)$ est supérieur à 3 T.

● *Entrée sinusoïdale*

Supposons maintenant que l'entrée du système linéaire quelconque (différent du précédent) soit de type sinusoïdal : $i(t) = I \sin(\omega t + \varphi)$

I est l'amplitude de l'entrée harmonique, ω la pulsation mesurée en radians par seconde, reliée à la fréquence f par la formule $\omega = 2\pi f$ et φ la phase à l'origine. La réponse d'un système linéaire à une entrée harmonique est composée, de même que pour les cas précédents, d'un régime transitoire suivi d'un régime permanent. Le régime permanent est aussi périodique, de même fréquence que le signal d'entrée. C'est ce régime qui est souvent le plus intéressant à étudier, et on appelle *réponse en fréquence* d'un système l'évolution de sa sortie lorsqu'on fait varier la fréquence f du signal d'entrée.

Le régime permanent est de la forme :

$$u(t) = U \sin(\omega t + \psi)$$

avec $U = \dfrac{KI}{\sqrt{1 + T^2\omega^2}}$, et $\psi = -\text{Arc tg } T\omega$

Les courbes de réponse en fréquence sont les courbes représentant les variations du rapport $A = \dfrac{U}{I}$ et de ψ en fonction de ω. Ces courbes sont souvent tracées en coordonnées réduites de manière à présenter un caractère universel pour tout système linéaire (A/K en fonction de $T\omega$ et ψ en fonction de $T\omega$).

Nous décrirons deux types de représentations utilisées : la représentation de Bode et celle de Nyquist.

— *Représentation de Bode*

Dans cette représentation, on trace $\dfrac{A}{K}$ et ψ en coordonnées logarithmiques.

* *Courbe* 1 (*fig.* 7a) : $\dfrac{A}{K} = f(\omega T)$

$$\left[\frac{A}{K}\right]_{dB} = 20 \log_{10}\left(\frac{A}{K}\right) = -20 \log_{10} \sqrt{1 + (T\omega)^2}$$

L'axe des amplitudes est gradué en décibels (dB) et l'axe des abscisses est une échelle logarithmique en ωT. On voit que le diagramme présente deux asymptotes dont l'intersection est au point $\omega T = 1$ et $A = K$:

1re asymptote pour $\omega T < 1$: droite d'équation $\dfrac{A}{K} = 0$ dB

2e asymptote pour $\omega T > 1$: droite d'équation $\dfrac{A}{K} = \dfrac{1}{T\omega}$

Cette droite a pour pente — 20 dB par décade (diminution de 20 décibels pour $\dfrac{A}{K}$ lorsque ωT est multiplié par 10). On notera que pour $\omega T = 1$ la courbe réelle est 3 dB au-dessous du point d'intersection des asymptotes.

* *Courbe* 2 (*fig.* 7b) : $\psi = f(\omega T)$

$\omega T < 0{,}01$ $\quad \psi \sim 0°$

$\omega T > 100$ $\quad \psi \sim -90°$

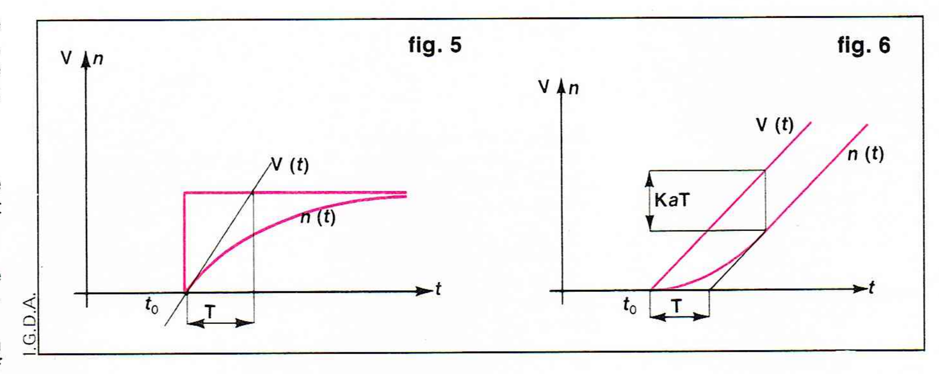
$0{,}01 < \omega T < 100$ courbe de raccordement en Arc tangente

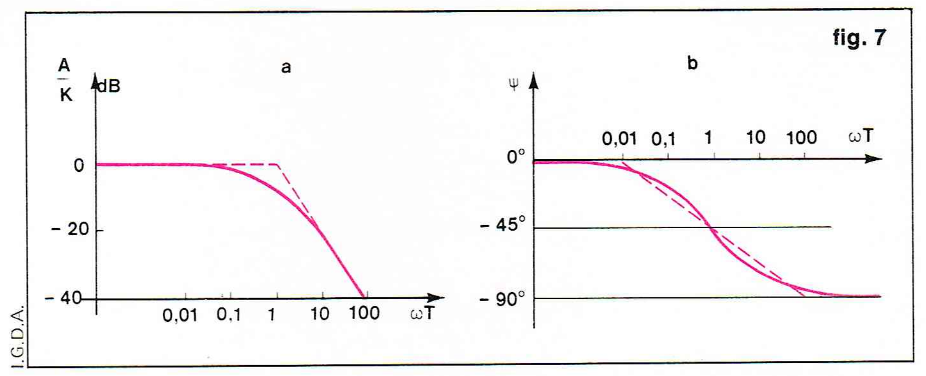
La phase est donc toujours négative et décroissante : on dit que la sortie est en retard de phase sur l'entrée.

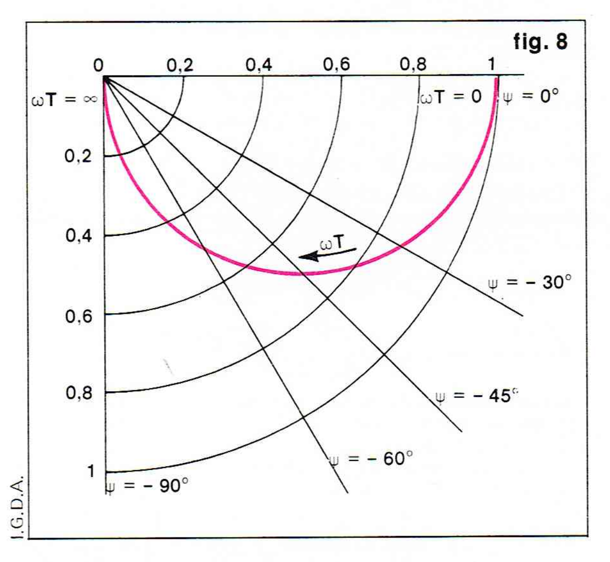
Cette représentation de Bode est générale ; dans la plupart des cas, il suffit de tracer les asymptotes pour avoir l'allure de la courbe, le diagramme correspondant est dit *diagramme asymptote de Bode*.

— *Représentation de Nyquist*

Les courbes d'amplitude et de phase précédentes peuvent être condensées en un seul graphique (*fig.* 8) à l'aide de coordonnées polaires. Pour chaque pulsation







▲ ***En haut, figure 5 : réponse d'un système du premier ordre à un échelon. Figure 6 : réponse d'un système du premier ordre à une rampe. Ci-dessus, figure 7 : diagrammes de Bode pour amplitude et phase d'un système du premier ordre.***

◀ ***Figure 8 : représentation de Nyquist d'un système du premier ordre.***

réduite ωT, on trace un vecteur d'amplitude $\dfrac{A}{K}$ et d'angle polaire ψ. Dans le cas du système du premier ordre qui nous intéresse, le lieu obtenu est un demi-cercle.

● *Fonction de transfert*

En supposant que le système parte du repos $u(0) = 0$, désignons par $U(p)$ et $I(p)$ les transformées de Laplace respectives de $u(t)$ et $i(t)$. L'équation d'un système du premier ordre :

$$T\frac{du(t)}{dt} + u(t) = Ki(t)$$

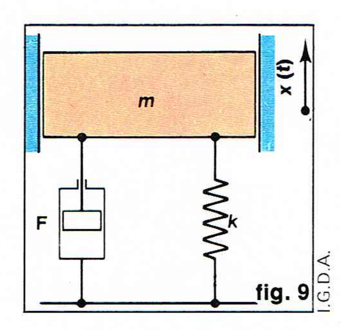
donne : $\quad TpU(p) + U(p) = KI(p)$

Le rapport $H(p) = \dfrac{U(p)}{I(p)} = \dfrac{K}{1 + Tp}$ s'appelle *fonction de transfert* du système du premier ordre. Son image inverse s'appelle *réponse impulsionnelle*.

Dans le cas où $u(0) = V_0$ on aurait trouvé :

$$\frac{U(p)}{I(p)} = \frac{K}{1 + Tp} + \frac{TV_0}{I(p)\,(1 + Tp)}$$

La fonction de transfert est, on le verra, une caractéristique des systèmes linéaires. Ainsi, retrouvons la forme de la sortie dans le cas d'une entrée échelon unité (conditions initiales nulles) :



▲ *Figure 9 : schéma d'un accéléromètre.*

$$U(p) = \frac{K}{1+Tp}\, I(p) = \frac{K}{1+Tp} \cdot \frac{1}{p} = K\left[\frac{1}{p} + \frac{-T}{1+Tp}\right]$$

soit : $u(t) = K(1 - e^{-t/T})$

Système du second ordre

Un système est dit du second ordre lorsqu'il est régi par une équation différentielle linéaire du deuxième ordre de la forme :

$$A\frac{d^2u(t)}{dt^2} + B\frac{du(t)}{dt} + C\,u(t) = D\,i(t)$$

où $u(t)$ et $i(t)$ sont respectivement la sortie et l'entrée du système.

Nous allons transformer cette équation de manière à obtenir la forme dite *forme canonique*. Introduisons les nouvelles variables :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{C}{A}} \qquad \zeta = \frac{B}{2\sqrt{CA}} \qquad b = \frac{D}{A}$$

L'équation devient :

$$\frac{d^2u(t)}{dt^2} + 2\zeta\omega_n\frac{du(t)}{dt} + \omega_n^2 u(t) = b\,i(t)$$

$\frac{b}{\omega_n^2} = K$ est le gain statique du système ; ω_n est la pulsation propre du système, elle est mesurée en radians par seconde ; ζ est le facteur d'amortissement ; ce nombre est sans dimension.

Prenons comme exemple l'accéléromètre représenté sur la *figure* 9. Cet appareil se compose d'une masse m mobile selon la direction x par rapport à un support auquel elle est attachée par un ressort. Ce ressort développe une force F proportionnelle à son allongement : $F = kx$; k s'appelle la raideur du ressort. On suppose qu'il existe un frottement visqueux qui agit avec une force proportionnelle à la vitesse relative de la masse et de son support $\left(f\frac{dx}{dt}\right)$. Les frottements solides sont supposés négligeables. Soumettons l'ensemble à une accélération a et écrivons l'équation de la dynamique relative à m :

$$m\frac{d^2x}{dr^2} = -kx - f\frac{dx}{dt} + ma$$

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{f}{m}\frac{dx}{dt} + \frac{k}{m}x = a$$

On obtient ainsi un système du second ordre dont l'équation peut se mettre sous forme canonique avec :

$$\omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \qquad \zeta = \frac{f}{2\sqrt{km}} \qquad b = 1$$

● *Fonction de transfert*

Nous allons définir immédiatement la fonction de transfert pour étudier le système. C'est le rapport de la transformée de Laplace de la sortie à la transformée de Laplace de l'entrée lorsque les conditions initiales sont nulles.

Supposons donc $u(0) = \frac{du}{dt}(0) = 0$

$$U(p) = [p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2] = b\,I(p)$$

$$H(p) = \frac{U(p)}{I(p)} = \frac{b}{p^2 + 2\zeta\omega_n p + \omega_n^2} = \frac{K}{\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2\zeta}{\omega_n}p + 1}$$

● *Réponse en fréquence*

Soumettons le système à une entrée harmonique

$$i(t) = I\sin\omega t$$

Nous nous intéressons au régime définitif qui est périodique de même fréquence : $u(t) = U\sin(\omega t + \varphi)$.

En remarquant que $\sin\omega t$ et $\sin(\omega t + \varphi)$ sont la partie imaginaire respectivement de :

$$e^{j\omega t} \text{ et } e^{j(\omega t + \varphi)} \quad [e^{j\omega t} = \cos\omega t + j\sin\omega t]$$

remplaçons $i(t)$ par $Ie^{j\omega t}$ et $u(t)$ par $Ue^{j(\omega t + \varphi)}$; on obtient après simplification

$$[(j\omega)^2 + 2\zeta\omega_n(j\omega) + \omega_n^2]\, e^{j\varphi}\, U = bI$$

donc : $$\frac{U}{I}e^{j\varphi} = \frac{b}{(j\omega)^2 + 2\zeta\omega_n j\omega + \omega_n^2}$$

Le membre de droite représente $H(j\omega)$ ou $H(p)$ lorsque $p = j\omega$.

Cette remarque va permettre de déduire la réponse en fréquence du système à partir de la fonction de transfert. L'étude des courbes amplitude et phase se fait en fonction de la pulsation réduite $u = \frac{\omega}{\omega_n}$.

Le rapport des amplitudes sortie-entrée vaut alors :

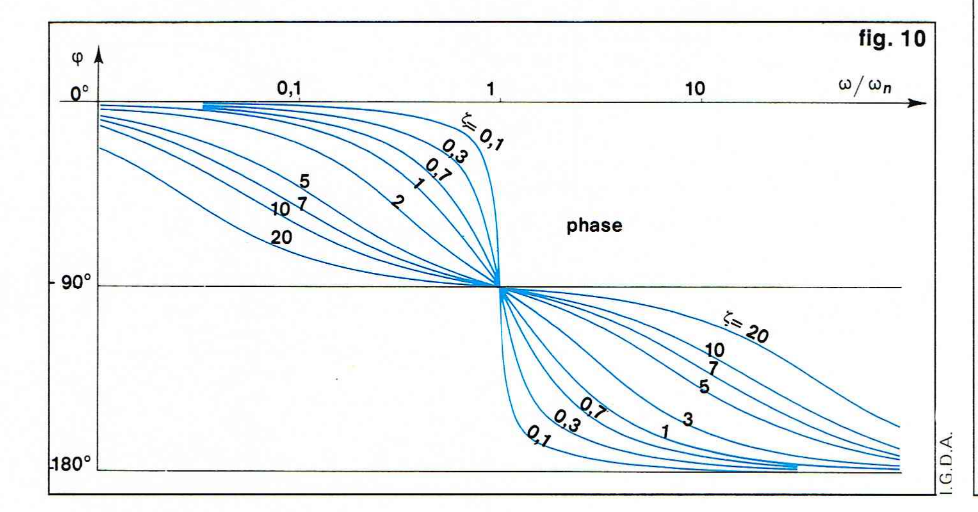
$$\frac{U}{I} = \frac{b}{\omega_n^2}\frac{1}{\sqrt{(1-u^2)^2 + (2\zeta u)^2}} = \frac{K}{\sqrt{(1-u^2)^2 + (2\zeta u)^2}}$$

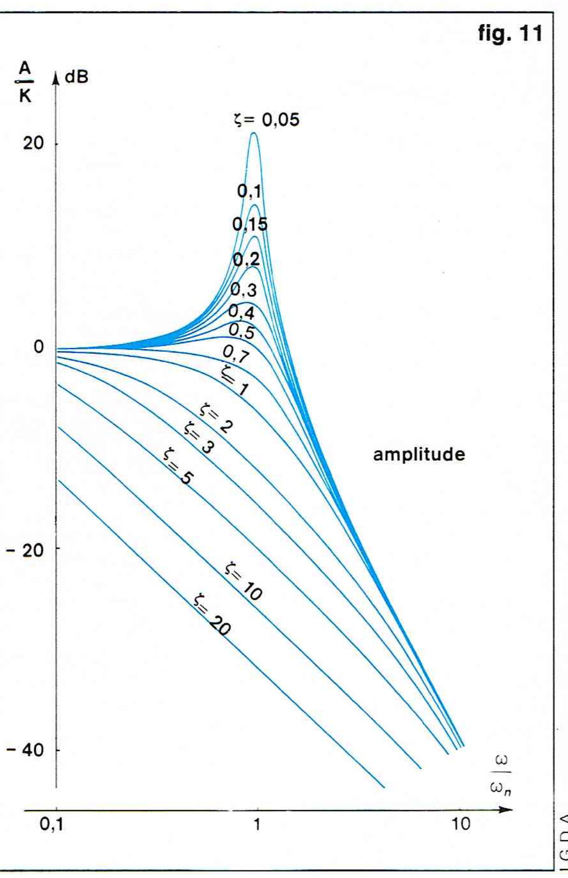
et la phase $$\varphi = -\operatorname{Arc\,tg}\frac{2\zeta u}{1-u^2}$$

— *Diagramme de Bode*

Sur les *figures* 10 et 11 sont représentées les courbes de phase et d'amplitude, caractéristiques d'un système du second ordre. Ces courbes sont la représentation

▼▶ *Figures 10 et 11 : diagrammes de Bode (phase, ci-dessous, et amplitude, ci-contre) d'un système du second ordre (gain statique égal à 1). Courbes paramétrées en valeur de ζ.*





graphique de φ et de $\dfrac{1}{\sqrt{(1-u^2)^2+(2\zeta u)^2}}$ en fonction de u en coordonnées logarithmiques. On note l'existence de deux asymptotes pour le diagramme d'amplitude (*fig.* 11), l'une horizontale pour 0 décibel, l'autre oblique (pente de — 12 décibels par octave). Ces asymptotes se coupent au point d'abscisse $u = 1$ ou $\omega = \omega_n$ et d'ordonnée 0 dB. On remarquera que pour ζ inférieur à 0,7 l'amplitude passe par un maximum supérieur à la valeur statique (la pulsation pour laquelle se produit ce maximum vaut $\omega_n\sqrt{1-2\zeta^2}$, c'est la *pulsation de résonance*). Pour ζ supérieur à 0,7, ce maximum a lieu pour $u = 0$ et vaut 0 dB. On définit aussi la fréquence de coupure à — 3 dB comme la valeur de la fréquence pour laquelle le rapport d'amplitude vaut — 3 dB. La bande passante à — 3 dB est la bande Δf pour laquelle le rapport d'amplitude a une valeur supérieure à — 3 dB.

La phase décroît de 0 à — 180° avec une pente d'autant plus forte au voisinage du point $\omega = \omega_n$ que ζ est plus faible.

— *Diagramme de Nyquist*

Celui-ci est donné sur la *figure* 12 pour différentes valeurs de ζ : il condense la représentation précédente.

● *Étude de la fonction de transfert*

L'étude de la fonction de transfert se ramène à l'étude de la fonction :

$$H(p) = \frac{K}{\dfrac{p^2}{\omega_n^2} + \dfrac{2\zeta}{\omega_n}p + 1}$$

Nous distinguerons trois cas :

* $\zeta > 1$, *système hyperamorti*. Le dénominateur a deux racines réelles :

$$p_1 = -\omega_n(\zeta + \sqrt{\zeta^2-1}) \qquad p_2 = -\omega_n(\zeta - \sqrt{\zeta^2-1})$$

Le système est en fait le produit de deux systèmes du premier ordre :

$$H(p) = \frac{K}{1+2\zeta\dfrac{p}{\omega_n}+\dfrac{p^2}{\omega_n^2}} = \frac{K}{p_1p_2}\cdot\frac{1}{1+T_1p}\cdot\frac{1}{1+T_2p}$$

$$\text{avec } T_1 = -\frac{1}{p_1} \text{ et } T_2 = -\frac{1}{p_2}$$

T_1 et T_2 sont les constantes de temps de chaque système du premier ordre.

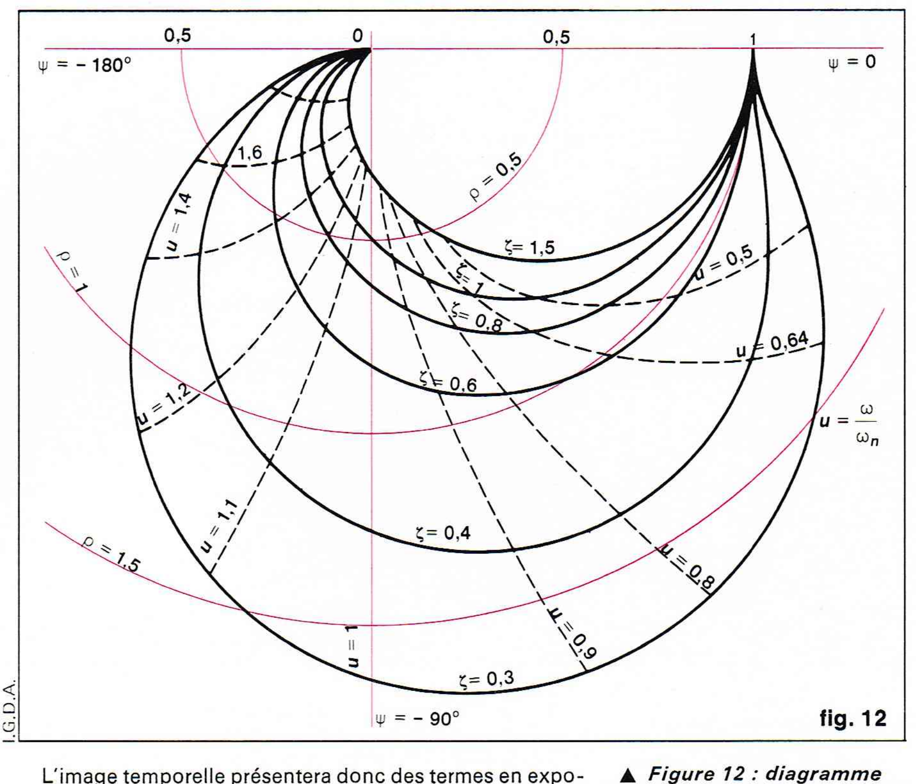
On peut retrouver l'allure des courbes de réponse en fréquence obtenues *figures* 10 et 11, pour $\zeta > 1$, en traçant les diagrammes asymptote de Bode (*fig.* 13 et 14) correspondant à $\dfrac{1}{1+T_1j\omega}\cdot\dfrac{1}{1+T_2j\omega}$. Ce diagramme est le résultat de la composition de deux diagrammes; on voit ainsi apparaître sur le diagramme d'amplitude (*fig.* 13) l'asymptote à 40 dB par décade.

* $\zeta < 1$. Le dénominateur de H (p) a deux racines imaginaires conjuguées :

$$p_1 = -\zeta\omega_n + j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$

et

$$p_2 = -\zeta\omega_n - j\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}$$



▲ ***Figure 12 : diagramme de Nyquist d'un système du second ordre. Courbes paramétrées en valeur de ζ.***

L'image temporelle présentera donc des termes en exponentielles imaginaires. On parle donc dans ce cas d'un mode oscillatoire pour le système.

* $\zeta = 1$, *amortissement critique*. Les racines du dénominateur sont confondues : $p_1 = p_2 = -\omega_n$

L'application suivante va permettre d'éclairer chacun de ces trois cas et d'en expliquer les appellations.

● *Application : réponse d'un système du second ordre à un échelon unité* (*fig.* 15)

L'entrée du système est un échelon de hauteur 1,

$$e(t) = 1,\ t > 0,\ E(p) = \frac{1}{p}$$

La transformée de la sortie vaut :

$$S(p) = \frac{1}{p}\cdot\frac{K}{\dfrac{p^2}{\omega_n^2}+2\dfrac{\zeta}{\omega_n}p+1}$$

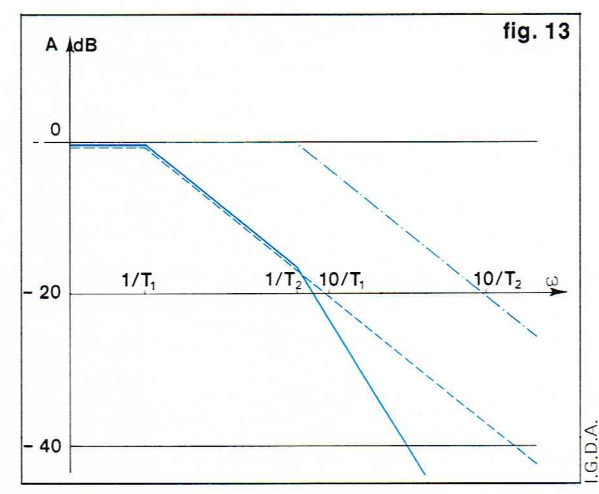
L'image temporelle de la sortie dépend du type de racines de l'équation, c'est-à-dire du signe de

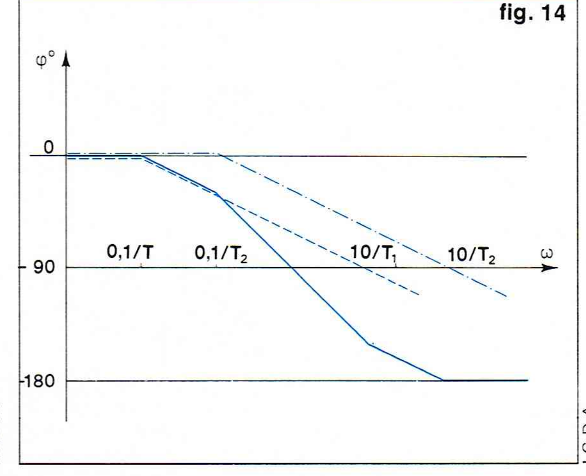
$$\zeta^2\omega_n^2 - \omega_n^2 = \omega_n^2(\zeta^2-1)$$

* $\zeta > 1$, *système hyperamorti*. Posons :

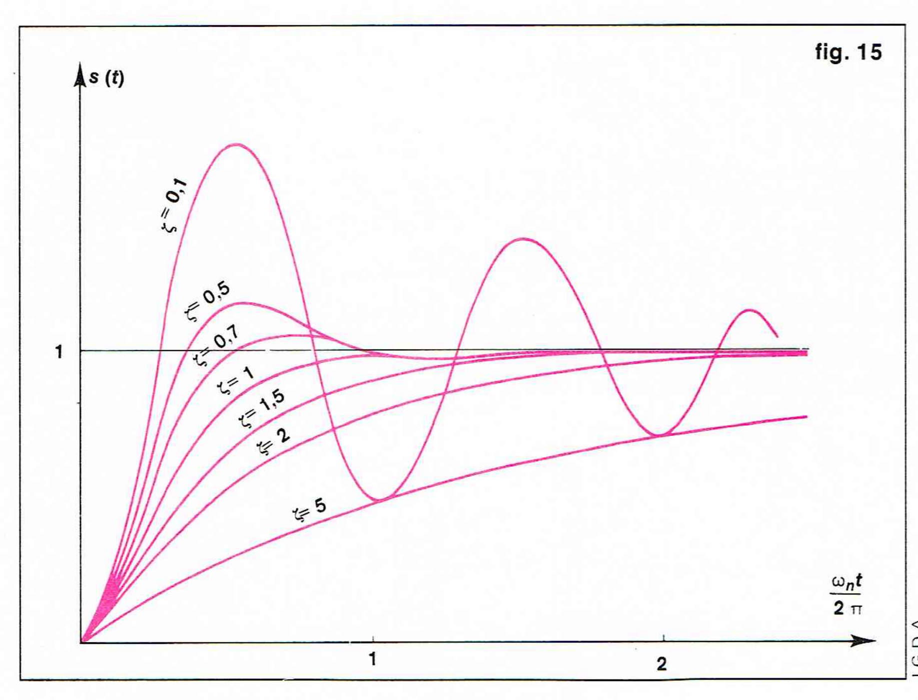
$$\frac{1}{T_1} = \zeta\omega_n + \omega_n\sqrt{\zeta^2-1} \quad \text{et} \quad \frac{1}{T_2} = \zeta\omega_n - \omega_n\sqrt{\zeta^2-1}$$

alors $s(t)$ peut se mettre sous la forme :





◀ ***A gauche, figure 13 : diagramme asymptote de Bode pour l'amplitude d'un système du second ordre. Cas $\zeta > 1$.***
A droite, figure 14 : diagramme asymptote de Bode pour la phase d'un système du second ordre. Cas $\zeta > 1$.



▲ *Figure 15 : réponse d'un système du second ordre à un échelon unité. Types de sorties possibles pour différentes valeurs de ζ.*

$$s\ (t) = K\ [1 + \frac{1}{T_2 - T_1}\ (T_1 e^{-t/T_1} - T_2 e^{-t/T_2})]$$

$s\ (t)$ est donc la combinaison de deux termes exponentiels et d'un terme donnant le régime permanent. Le régime transitoire présente deux constantes de temps, T_1 et T_2. La *figure* 15 représente les variations de $s\ (t)$ dans le cas où K = 1.

* $\zeta = 1$. L'équation

$$\frac{p^2}{\omega_n^2} + 2\frac{\zeta}{\omega_n}p + 1 = 0$$

En posant $T = -\frac{1}{\omega_n}$, $s\ (t) = K\ [1 - \left(1 + \frac{t}{T}\right) e^{-t/T}]$

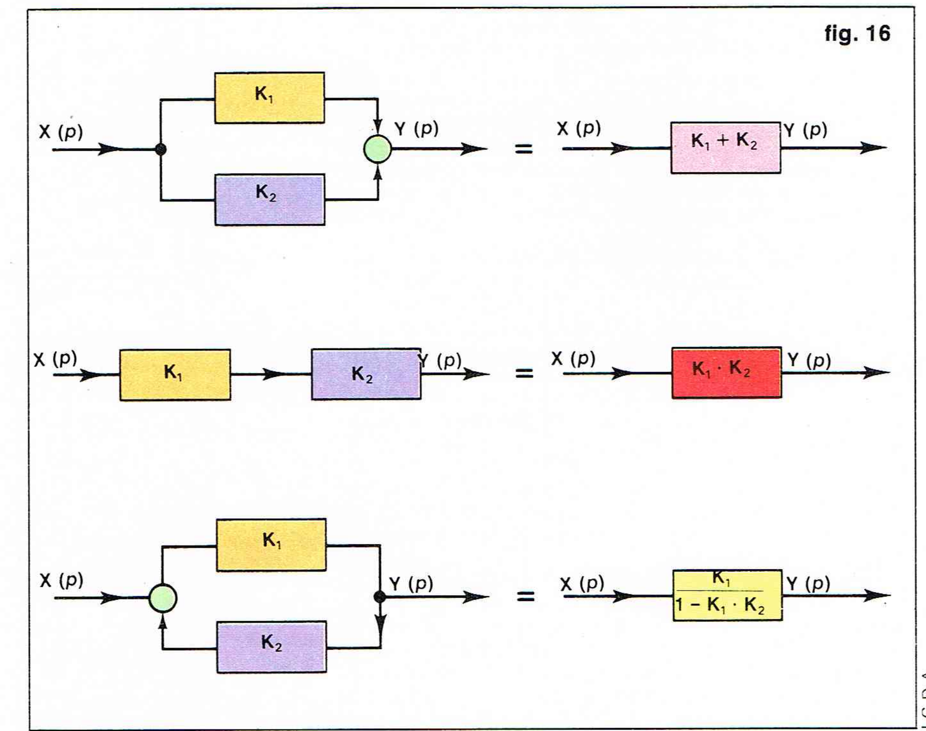
L'allure de la réponse est analogue à la précédente.

* $\zeta < 1$. Les racines de l'équation

$$\frac{p^2}{\omega_n^2} + \frac{2}{\omega_n}p + 1 = 0$$

sont imaginaires conjuguées.

▼ *A gauche, figure 16 : représentation de systèmes par schémas-blocs. A droite, figure 17 : schéma d'un système contre-réactionné par un réseau de fonction de transfert K_2 H (p).*



$$s\ (t) = K\ [1 - \frac{1}{\sqrt{1-\zeta^2}}\ e^{-\zeta\omega_n t} \sin\ (\omega_n \sqrt{1-\zeta^2}t + \varphi)]$$

$$\varphi = \text{Arc tg}\ \frac{\sqrt{1-\zeta^2}}{\zeta}$$

Le régime transitoire présente donc des oscillations [racines imaginaires dans le dénominateur de S (p)] de pulsation $\omega_p = \omega_n \sqrt{1-\zeta^2}$ appelée *pulsation propre du système* ; ces oscillations sont amorties par le terme

$$e^{-\zeta\omega_n t}$$

Le régime permanent vaut toujours K. On adopte en général une valeur de réglage de ζ égale à 0,7, ce qui correspond à un régime très faiblement oscillatoire. On appelle temps de réponse à 5/100 le temps au bout duquel les variations de la sortie sont inférieures à 5/100 de la valeur correspondant au régime définitif.

De très nombreux systèmes sont des systèmes du second ordre ou sont approchables par de tels systèmes : la connaissance de leurs propriétés est donc très importante.

Étude des systèmes asservis linéaires

Les deux exemples précédents, systèmes du premier ordre et du second ordre, ont mis en évidence l'importance de la notion de fonction de transfert pour l'étude des systèmes linéaires. Tout système linéaire peut être représenté par un schéma bloc du type de ceux de la *figure* 16. Cette représentation indique que la transformée de Laplace de la sortie Y (p) est égale à la transformée de Laplace de l'entrée X (p) multipliée par la valeur de la fonction de transfert indiquée sur le bloc lui-même. Les différents blocs sont reliés entre eux soit directement, soit par l'intermédiaire de détecteurs d'écart. Ce schéma est à différencier d'un schéma fonctionnel (*fig.* 4) qui indique le type d'organes du système (capteurs, amplificateurs, etc.) ; il permet de suivre la transmission depuis l'entrée jusqu'à la sortie du système des différents signaux fournis au système. On peut réduire un ensemble de schémas blocs à un seul bloc liant directement l'entrée à la sortie. Cette opération obéit à deux règles élémentaires, l'addition et le produit.

Ainsi, pour le *premier schéma* de la *figure* 16 (sommation) :

$$Y\ (p) = K_1\ (p)\ X\ (p) + K_2\ (p)\ X\ (p) = [K_1\ (p) + K_2\ (p)]\ X\ (p)$$

Les deux blocs sont donc ramenés à un seul représentant, la fonction de transfert : $K_1\ (p) + K_2\ (p)$.

Pour le *deuxième schéma* de la *figure* 16 (produit) :

$$Y\ (p) = K_2\ (p)\ [K_1\ (p)\ X\ (p)] = [K_1\ (p)\ K_2\ (p)]\ X(p)$$

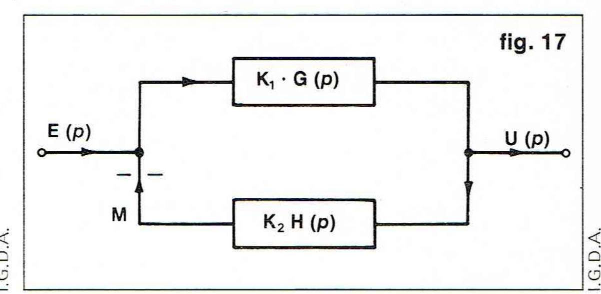
Les deux blocs en cascade sont ramenés à un seul, de fonction de transfert $K_1\ (p)\ K_2\ (p)$.

Pour le *troisième schéma* de la *figure* 16 :

$$Y\ (p) = K_1\ (p)\ [X\ (p) + K_2\ (p)\ Y\ (p)] = K_1\ (p)\ X\ (p) + K_1\ (p)\ K_2\ (p)\ Y\ (p)$$

D'où un seul bloc reliant l'entrée X (p) à la sortie Y (p) de fonction de transfert : $\frac{K_1\ (p)}{1 - K_1\ (p)\ K_2\ (p)}$

Nous allons maintenant utiliser cette technique pour réduire le schéma bloc d'un système bouclé (*fig.* 17). Soit $K_1G\ (p)$ la fonction de transfert du système seul et $K_2H\ (p)$ celle de l'organe de correction qui permet de l'asservir. La quantité $K_1K_2G\ (p)\ H\ (p)$ est appelée fonction de transfert en boucle ouverte du système. Nous avons la suite d'équations :





U.S.I.S.

▲ *La production en raffinerie des combustibles et produits pétrochimiques est réglée par trois techniciens assis aux tableaux de commandes (en bas, au premier plan).*

$$[E(p) - K_2H(p)\,U(p)]\,K_1G(p) = U(p)$$

où E (p) et U (p) sont les transformées de Laplace de l'entrée et de la sortie :

$$\frac{U(p)}{E(p)} = \frac{K_1G(p)}{1 + K_1K_2G(p)\,H(p)}$$

Cette quantité s'appelle la *fonction de transfert en boucle fermée :* c'est en effet celle du système équivalent d'entrée E (p) et de sortie U (p). Un système est dit *système à retour unitaire* si $K_2H(p) = 1$; sa fonction de transfert en boucle fermée vaut : $\frac{K_1G(p)}{1 + K_1G(p)}$

Il est toujours possible de se ramener à un système à retour unitaire. En effet, selon le schéma de la *figure* 17 :

$$\frac{U(p)}{E(p)} = \frac{K_1G(p)}{1 + K_1K_2G(p)\,H(p)} = \frac{1}{K_2H(p)}\left[\frac{K_1K_2G(p)\,H(p)}{1 + K_1K_2G(p)\,H(p)}\right]$$

Le système équivalent se compose donc d'un système à retour unitaire de fonction de transfert en boucle ouverte $K_1K_2G(p)\,H(p)$ suivi d'un système de fonction de transfert $\frac{1}{K_2H(p)}$. On comprend dès lors le nom de *fonction de transfert en boucle ouverte* donné à la quantité $K_1K_2G(p)\,H(p)$.

Nous n'étudierons donc que les systèmes à retour unitaire (on peut étudier la réponse en fréquence de tout système à l'aide de sa fonction de transfert). Nous ne reviendrons pas sur les deux types de diagrammes utilisés : celui de Bode et celui de Nyquist. Citons également l'abaque de Black qui permet de tracer la fonction de transfert en boucle fermée, connaissant la fonction de transfert en boucle ouverte.

Stabilité

Un système est dit *stable* lorsqu'il revient à sa position d'équilibre après l'application d'une perturbation. Si un système est stable, le fait de renvoyer la sortie sur l'entrée peut le rendre instable. Il est donc intéressant de déduire de la fonction de transfert en boucle ouverte les propriétés de stabilité du système bouclé. Soit H (p) la fonction de transfert du système bouclé et KG (p) sa fonction de transfert en boucle ouverte :

$$U(p) = H(p)\,E(p) \qquad H(p) = \frac{KG(p)}{1 + KG(p)}$$

La stabilité du système dépend des pôles de H (p), donc des solutions de l'équation $[1 + KG(p) = 0]$. En effet, soit $H(p) = \frac{N(p)}{D(p)}$ avec $D(p) = (p - p_1) \ldots (p - p_n)$

— Si les p_i sont réels négatifs, le système est stable (l'image sera une exponentielle négative).

— Si l'un quelconque des p_i est réel positif, le système est instable.

— Si les p_i sont imaginaires avec une partie réelle négative, la solution est sinusoïdale amortie, donc le système est stable.

— Si les p_i sont imaginaires avec une partie réelle nulle, la solution est sinusoïdale, donc instable.

— Si les p_i sont imaginaires avec une partie réelle positive, le système est instable.

Autrement dit, le système bouclé est stable si aucun pôle de H (p) n'est situé dans la partie droite du plan complexe.

Plusieurs méthodes d'études sont possibles : critère de Routh, lieu d'Evans ou lieu des racines, critères du Revers et de Nyquist. C'est cette dernière méthode que nous allons détailler ; elle revient à résoudre $KG(p) = -1$.

Dans le plan complexe, on positionne le point (— 1,0) appelé *point critique*. Si, en parcourant dans le sens des ω croissants le lieu de Nyquist en boucle ouverte ($KG(j\omega)$), on laisse le point (— 1,0) à gauche, le système est stable ; si on le laisse à droite, il est instable ; si le point critique appartient au lieu, le système est oscillant. En fait, ce critère est une simplification d'un critère plus général ; il s'applique aux systèmes à déphasage minimal [pas de zéros ou de pôles à partie réelle positive dans KG (p)]. Dans le plan de Bode, ce critère s'énoncerait : si pour $\omega = \omega_0$ $|KG(j\omega)| = 1$, le système est stable si Arg KG ($j\omega$) est supérieur à — 180°.

Dans la pratique, on s'impose certaines conditions de gain et de phase, appelées la *marge de gain* et la *marge de phase*. Il est visible en effet sur la *figure* 18 que si l'on augmente le gain statique de K_{st} à K_c on amène le système à la limite de l'instabilité (le lien passe en effet par le point critique). On appelle marge de gain ΔG la distance du lieu au point critique lorsque le déphasage de la fonction de transfert en boucle ouverte vaut ($-\pi$). La marge prise dans la pratique est de 10 à 15 dB. On impose d'autre part à la phase de KG (p) d'être supérieure à — 180° lorsque $|KG(p)|$ vaut 1 : c'est la marge de phase φ_m. La valeur pratique de φ_m est 45 à 50°. Ces quantités, marge de gain et marge de phase, peuvent se retrouver sur un diagramme de Bode. Ce sont toutefois des notions qu'il ne faut employer qu'avec précaution.

Précision

On distingue deux sortes de précisions : la *précision statique* et la *précision dynamique*. Cette dernière intervient dans le régime transitoire, tandis que la précision statique se rapporte au régime permanent. Des exemples de précision dynamique sont le temps de réponse que nous avons déjà défini plus haut, et l'amortissement.

▶ Figure 18 : diagramme de Nyquist d'un système de gain statique K_{st}. Effet de l'augmentation du gain statique sur la stabilité du système.

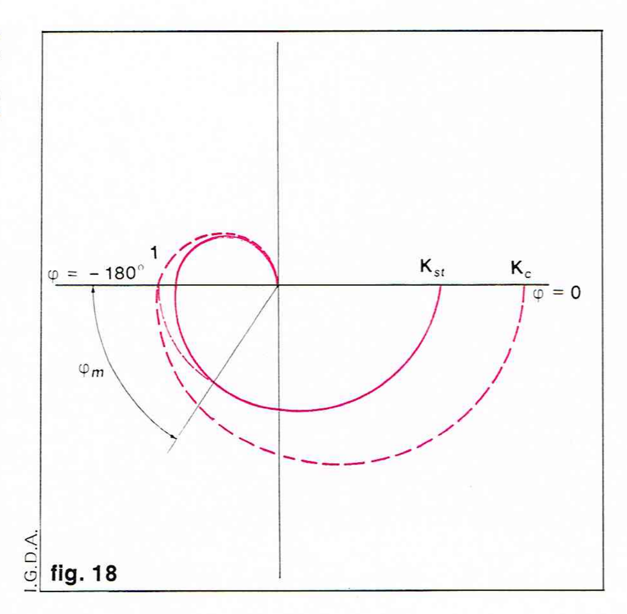


fig. 18

Ainsi, la précision dynamique d'un système du second ordre à retour unitaire est liée à la valeur de la pulsation de résonance et à celle de la pulsation de coupure à — 3 décibels. L'amortissement d'un tel système est caractérisé par le facteur de résonance $Q = \frac{|G_{max}|}{G\ (0)}$ (G_{max} est la valeur maximale de la fonction de transfert, G (0) la valeur pour $\omega = 0$).

Le système est d'autant moins amorti que ce rapport est plus grand. Pour des systèmes d'ordre supérieur, il est difficile de définir des relations entre les trois facteurs (pulsation de coupure, de résonance et facteur de résonance), mais la réponse d'un système du second ordre est relativement typique pour se limiter à son étude. Pour étudier la précision statique, nous allons prendre l'exemple d'un échelon unité. Soit $\varepsilon\ (p)$ la transformée de Laplace de l'erreur ($\varepsilon\ (t)$ = sortie du détecteur d'écart).

$$\varepsilon\ (p) = E\ (p) - K_2H\ (p)\ U\ (p)$$

avec $U\ (p) = K_1G\ (p)\ \varepsilon\ (p)$

$$\frac{\varepsilon\ (p)}{E\ (p)} = \frac{1}{1 + K_1K_2G\ (p)\ H\ (p)}$$

— *1er cas :* $K_1K_2G\ (p)\ H\ (p) = A$ constant

$$\varepsilon\ (p) = \frac{1}{p\ (1 + A)}$$

En appliquant la propriété (2) de la transformée de Laplace, $\varepsilon\ (\infty) = \frac{1}{1 + A}$. Il existe donc une erreur que l'on peut réduire en augmentant A.

— *2e cas :* $K_1K_2G\ (p)\ H\ (p) = \frac{A}{1 + Tp}$ (1er ordre).

L'erreur permanente vaut encore

$$\frac{1}{1 + A} \cdot \left(\lim_{p \to 0} p\varepsilon\ (p) = \lim_{p \to 0} \frac{1}{1 + \frac{A}{1 + Tp}} \right)$$

— *3e cas :* $K_1K_2G\ (p)\ H\ (p) = \frac{A}{p\ (1 + Tp)}$

$$\lim_{p \to 0} p\varepsilon\ (p) = \lim_{p \to 0} \frac{1}{1 + \frac{A}{p\ (1 + Tp)}} = 0$$

L'erreur permanente est nulle. La présence d'un élément $\frac{1}{p}$ (intégrateur) annule l'erreur permanente à un échelon unité. On pourra vérifier que l'erreur de traînage (erreur à une entrée rampe) est nulle s'il y a un terme $\frac{1}{p^2}$ dans la fonction de transfert en boucle ouverte. Ce résultat se généralise pour $(n + 1)$ intégrateurs dans la chaîne, pour

▼ Figure 19 : diagramme de Bode d'un correcteur d'action intégrale. Figure 20 : diagramme de Bode d'un correcteur d'action dérivée. Figure 21 : diagramme asymptote de Bode (phase et amplitude) et diagramme de Nyquist du réseau en fonction de transfert $(1 + j\omega T)$.

I.G.D.A.

fig. 19

fig. 20

fig. 21



G. Gerster - Rapho

▲ ***Salle de contrôle de Houston.***

annuler des erreurs d'ordre *n*. Cependant tout intégrateur introduit un déphasage de $\left(-\frac{\pi}{2}\right)$ qui peut entraîner un phénomène d'instabilité : il y a donc toujours un compromis à faire. De même, on doit faire un compromis entre précision statique et dynamique : en général, on se fixe un critère de performance pour donner des valeurs aux paramètres du système. Cette étude devrait être complétée par une étude de la sensibilité aux perturbations que l'on a négligée dans cet exposé.

Correction

Nous avons vu que l'augmentation du gain en boucle ouverte pouvait entraîner l'instabilité d'un système, par contre cette augmentation diminue l'erreur à un échelon unité et d'une manière générale améliore la précision. Donc, si on choisit K_1K_2 faible (*fig.* 17), le système est stable mais peu précis; si on choisit K_1K_2 grand, le système a de bonnes performances mais risque d'osciller. Dans la pratique, le compromis consiste à prendre un facteur de résonance compris entre 1,3 et 2,3 décibels. Dans ce qui suit, nous supposerons le système stable et nous chercherons la fonction de transfert C (p) d'un organe appelé *correcteur*, à adjoindre après le détecteur d'écart, de manière à augmenter les précisions statiques et dynamiques du système. Les correcteurs classiques ont une action dite proportionnelle, intégrale ou dérivée :

on dit qu'un correcteur agit de manière proportionnelle si $C(p) = k$ (le signal de commande du système est proportionnel au signal d'écart) ;

on dit qu'un correcteur a une *action intégrale* lorsque le signal de commande est proportionnel à l'intégrale du signal d'erreur $C(p) = \frac{1}{Tp}$ (diagramme de Bode, *fig.* 19) ;

on parle d'*action dérivée* lorsque le signal de commande est proportionnel à la dérivée du signal d'erreur $C(p) = Tp$ (diagramme de Bode, *fig.* 20).

Ces deux dernières actions ne s'emploient jamais sans une action proportionnelle.

- *Action proportionnelle et dérivée* $C(p) = 1 + Tp$

Ce correcteur permet d'avancer la phase du système corrigé par rapport à celle du système non corrigé pour des pulsations situées au voisinage de $\omega = \frac{1}{T}$ et les pulsations supérieures. Le but est de déformer le lieu de Nyquist du système seul dans la région de résonance, ce qui permet de garder un gain statique fort (augmentation de précision tout en gardant la stabilité).

On a tracé sur la *figure* 21 le diagramme asymptotique de Bode de $(1 + j\omega T)$:

$$\omega \to 0 \qquad |1 + j\omega T| \to 1 \qquad |1 + j\omega T|_{dB} \to 0 \qquad \varphi \to 0$$

$$\omega \to \infty \qquad |1 + j\omega T| \to \infty \qquad |1 + j\omega T|_{dB} \to \infty \qquad \varphi \to \frac{\pi}{2}$$

Sur la même figure est tracé le diagramme de Nyquist. Le terme « avance de phase » donné à un tel correcteur est justifié, puisque le déphasage entre la sortie et l'entrée est toujours positif.

Ce correcteur est irréalisable en réseau passif; on l'approche par un correcteur à avance de phase de fonction de transfert $\frac{1 + Tp}{1 + ap}$ ou $\frac{1 + Tp}{1 + ap + bp^2}$. La fonction de transfert $(1 + Tp)$ peut par contre être réalisée avec une bonne approximation par des réseaux actifs (amplificateur opérationnel monté en dérivateur).

- *Action proportionnelle et intégrale*

$$C(p) = 1 + \frac{1}{Tp} = \frac{1 + pT}{Tp}$$

L'avantage d'un tel correcteur est la présence d'un terme en $\frac{1}{p}$ ajouté à une action dérivée. Cette correction améliore la précision statique mais ne touche pas à la précision dynamique, puisqu'elle ne modifie le lieu de Nyquist qu'aux fréquences basses. L'approximation d'une telle fonction de transfert par un réseau résistance-capacité peut se faire par un réseau de fonction de transfert $\frac{1 + Tp}{1 + bTp}$ (correcteur à retard de phase).

L'inconvénient d'une telle approximation est que ce réseau n'ajoute pas un pôle à l'origine. On peut par contre aux dérives près avoir une bonne approximation de la fonction de transfert $\frac{1 + Tp}{Tp}$ à l'aide d'un réseau actif (amplificateur opérationnel contre-réactionné).

La compensation intégrale est inférieure à la compensation dérivée pour ce qui est du régime transitoire, mais elle a l'avantage de diminuer les bruits de fond. La réalisation d'une compensation proportionnelle et intégrale est limitée par des problèmes d'ordre pratique : elle conduit à des réalisations dont les constantes de temps sont très élevées (les correcteurs électroniques ont des constantes de temps limitées à quelques dizaines de minutes, mais on rencontre dans l'industrie des constantes de temps de l'ordre de l'heure, voire de la demi-journée).

- *Action proportionnelle, intégrale et dérivée*

$$C(p) = 1 + \frac{1}{T_1 p} + T_2 p$$

C'est une combinaison des deux actions précédentes : on combine l'avance de phase avec la présence d'un pôle à l'origine. Il faut veiller à ce que les deux correcteurs s'accordent, c'est un réglage de T_1 et de T_2. Un tel correcteur peut s'approcher par un réseau passif de fonction de transfert : $\frac{(1 + ap)}{(1 + cp)} \frac{(A + bp)}{(1 + dp)}$ (correcteur retard avance).

Une telle action améliore la précision statique comme la précision dynamique.

- *Place et réalisation des correcteurs*

Après avoir déterminé les coefficients de la fonction de transfert du correcteur, il faut choisir la technologie de réalisation (hydraulique, pneumatique, mécanique, électrique), l'endroit où sera placé ce correcteur (il peut être en cascade comme nous l'avons développé plus haut, autrement dit agissant directement sur la sortie du détecteur d'écart ou dans une branche de retour). Ce choix dépend du type de technologie utilisé. Actuellement les correcteurs en cascade sont réalisés en général par un ou plusieurs amplificateurs à fort gain contre-réactionnés par des réseaux. La réalisation de correcteurs en réaction dépend en général de l'application particulière faite.

Les systèmes asservis non linéaires

L'hypothèse de la linéarité faite dans la partie précédente, d'une part suppose parfois des approximations, d'autre part peut être impossible à faire parce que le système est intrinsèquement non linéaire (présence de relais). Prenons l'exemple d'un système linéaire gouverné par une équation différentielle : la réponse d'un tel système peut être une oscillation d'amplitude constante (deux racines imaginaires dans l'équation caractéristique) ; cette amplitude est contrôlée par les conditions initiales, et d'autre part limitée par la source d'énergie alimentant le système (limitation d'amplitude d'un oscillateur). Les relais sont des organes essentiels des asservissements et se rencontrent dans les installations industrielles. Une régulation par relais est un asservissement tout ou rien.

Donnons un exemple simple de régulation tout ou rien (*fig.* 22) : une régulation de température par un thermostat à bilame métallique. Supposons que, par suite d'une cause extérieure, la température T ait tendance à diminuer. Au-dessous d'une température T_1 (atteinte au temps t_1), le bilame bascule, et une résistance électrique se trouve alimentée : la température va donc augmenter avec un certain retard dû à l'inertie du système de chauffe.

Lorsque la température atteint la valeur T_2 (temps t_2), il y a basculement inverse du bilame, et la résistance n'est plus alimentée : toujours à cause de l'inertie, la température continue d'augmenter, puis décroît jusqu'à atteindre le niveau T_1 (temps t_3). On constate en étudiant ce système très simple un phénomène classique des systèmes non linéaires : la présence de retards entraîne une oscillation. La fréquence de cette auto-oscillation est liée à la rapidité du système et à la valeur de l'intervalle ($T_2 - T_1$). Ce système de régulation de température utilisé parfois pour les fours est dit du *type tout ou rien (on-off)* : il entraîne toujours une auto-oscillation de la grandeur régulée. Nous allons donner un aperçu des méthodes d'analyse des systèmes non linéaires.

- *Méthode du premier harmonique*. La méthode la plus simple est celle dite du premier harmonique : c'est une généralisation de la méthode utilisant la fonction de transfert. La fonction de transfert en excitation sinusoïdale a été définie pour un système linéaire comme un nombre imaginaire ayant pour module le rapport des amplitudes sortie-entrée et pour angle polaire la phase de la réponse. Ces deux quantités ne dépendaient que de la pulsation de l'excitation. Soumis à une excitation sinusoïdale de pulsation ω ($A \sin \omega t$), un système non linéaire ne produit pas une réponse sinusoïdale. Cette réponse $s(t)$ peut être décomposée en série de Fourier :

$$s(t) = s_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\omega t + b_n \sin n\omega t)$$

avec $s_0 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} s(t)\, d(\omega t)$

$$a_i = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} s(t) \cos(i\omega t)\, d(\omega t)$$

$$b_i = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} s(t) \sin(i\omega t)\, d(\omega t)$$

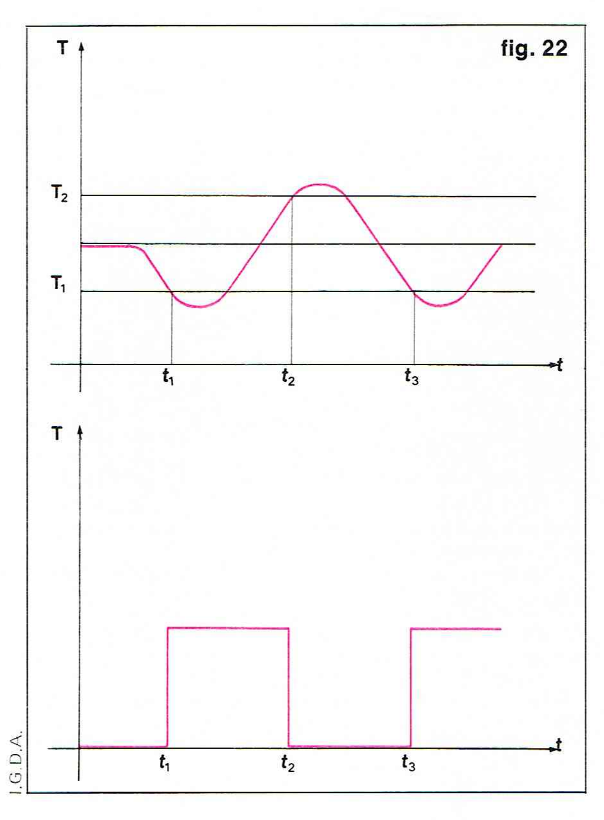
En limitant le développement au premier harmonique on peut écrire :

$$s(t) \sim a_1 \cos \omega t + b_1 \sin \omega t$$
$$\sim S \sin(\omega t + \psi)$$

avec $S = \sqrt{a_1^2 + b_1^2}$ et $\psi = \text{Arc tg}\, \frac{b_1}{a_1}$

On peut donc définir pour le système une fonction de transfert équivalente H', de module $\frac{S}{A}$ et d'angle polaire ψ. Mais maintenant $\frac{S}{A}$ et ψ sont des fonctions de ω et de A : on obtiendra donc autant de lieux de Nyquist que de valeurs possibles d'amplitude de l'entrée. Dans la pratique, cette méthode se justifie par le fait qu'un servomécanisme, tout au moins dans sa partie puissance, joue le rôle d'un filtre passe-bas (élimination des hautes fréquences).

Dans l'étude de problèmes de stabilité intervient la fonction $-\frac{1}{H'}$ de module $\frac{A}{S}$ et d'argument $\pi - \psi$. Les



▶ *Figure 22 ; régulation tout ou rien : effet d'oscillation obtenu.*

courbes $\left(-\frac{1}{H'}(A, \omega)\right)$ sont appelées *lieux critiques*. Si l'élément non linéaire est sans inertie, ces courbes ne dépendent que de A : on les gradue en valeurs de A.

Le plus fréquemment, on se trouve en présence d'un système dont une partie est un élément non linéaire, le reste étant approximativement linéaire. On peut alors se ramener à l'étude de deux éléments linéaires en approchant l'élément non linéaire par sa fonction de transfert du premier harmonique. Bien que non rigoureuse, cette méthode présente un grand intérêt, car elle permet d'étudier des non-linéarités de forme quelconque, et elle fournit de bons résultats pour les problèmes classiques d'asservissement.

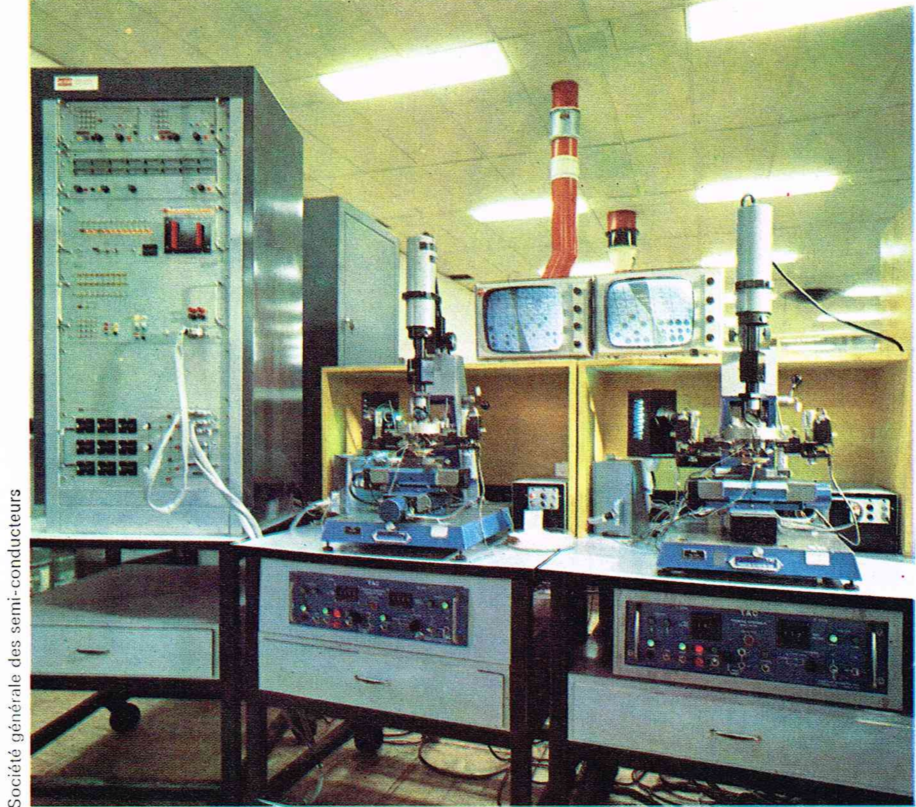
● *Méthode du plan de phase.* Une autre méthode peut être utilisée : c'est celle dite du plan de phase. Supposons un asservissement décrit par une équation du type :

$$\frac{d^2x}{dt^2} = f\left(x, \frac{dx}{dt}\right)$$

On peut se ramener au système suivant :

$$\frac{dx}{dt} = y \qquad \frac{dy}{dt} = f(x, y)$$

L'état du système est donc déterminé à chaque instant par la connaissance de x et de y dans un plan appelé *plan de phase*. La courbe d'évolution de x et y s'appelle la *trajectoire de phase :* on la gradue en t. Cette méthode est surtout utilisable pour les systèmes décrits par une équation d'ordre 2; sinon, en effet, pour une équation d'ordre n il faut tracer une trajectoire dans un hyperespace à n dimensions. Cette méthode permet aussi l'étude des auto-oscillations.



Société générale des semi-conducteurs

▲ ***Contrôle automatique par calculateurs et TV à circuit fermé des caractéristiques électriques de transistors contenus dans de petites lames de silicium.***

Les méthodes modernes de contrôle

Ces méthodes ne font plus la distinction entre systèmes linéaires et non linéaires et traitent aussi bien les systèmes mono-entrée-mono-sortie que les systèmes multi-entrées et multi-sorties.

Bien que l'introduction de ces techniques soit récente en contrôle, leurs bases mathématiques sont depuis longtemps utilisées en dynamique, mécanique quantique et traitement des équations différentielles. L'idée d' « état » est un concept de base pour la représentation des systèmes : il fut d'abord introduit en 1936 par Turing, puis employé par Shannon en théorie de l'information. L'application du concept d'espace d'état a été utilisée en premier lieu par des scientifiques russes, M. A. Aizrman, A. A. Fel'dbaum, A. M. Letov, A. I. Lur'e dans les années 1940. Du côté américain, R. Bellman a appliqué ce concept aux méthodes d'optimisation. Parmi les travaux plus récents, citons ceux de R. E. Kalman pour la formalisation apportée en théorie des systèmes.

Classons en trois catégories les variables entrant dans la composition d'un système :

— *variables d'entrée* e_i : ce sont les informations venues d'autres systèmes et qui modifient le comportement du système étudié;

— *variables de sortie* s_i : ces variables décrivent certains aspects du système, intéressants pour l'utilisateur;

— *variables d'état* x_i : ces variables caractérisent la dynamique du système; ce sont des variables internes; l'ensemble des variables d'état est le plus petit ensemble qui permet à l'instant t de résumer tout le passé du système et de prévoir son futur.

Trois vecteurs interviennent donc dans l'étude d'un système :

$$\underline{E} = \begin{bmatrix} e_1 \\ \vdots \\ e_l \end{bmatrix} \quad \underline{S} = \begin{bmatrix} s_1 \\ \vdots \\ s_m \end{bmatrix} \quad \underline{X} = \begin{bmatrix} x_1 \\ \vdots \\ x_n \end{bmatrix}$$

L'ensemble des valeurs possibles du vecteur X constitue l'*espace d'état*. A chaque instant t, l'état $\underline{X}(t)$ du système est une fonction de l'état initial $\underline{X}(t_0)$ et du vecteur entrée $\underline{X}(t) = F[\underline{X}(t_0); \underline{E}(t_0, t)]$

Le vecteur de sortie est aussi une fonction de $\underline{X}(t_0)$ et $\underline{E}(t_0, t)$: $\underline{S}(t) = G[\underline{X}(t_0); \underline{E}(t_0, t)]$

Ces équations sont les équations d'état du système. Dans le cas où le système peut être décrit par des équations différentielles, on montre que les équations précédentes prennent la forme :

$$\dot{\underline{X}}(t) = F[\underline{X}(t); \underline{E}(t)]$$
$$\underline{S}(t) = G[\underline{X}(t); \underline{E}(t)]$$

où $$\dot{\underline{X}}(t) = \begin{bmatrix} \frac{dx_1(t)}{dt} \\ \vdots \\ \frac{dx_n(t)}{dt} \end{bmatrix}$$

▼ ***Contrôle automatique par calculateur d'un satellite artificiel avant son lancement.***

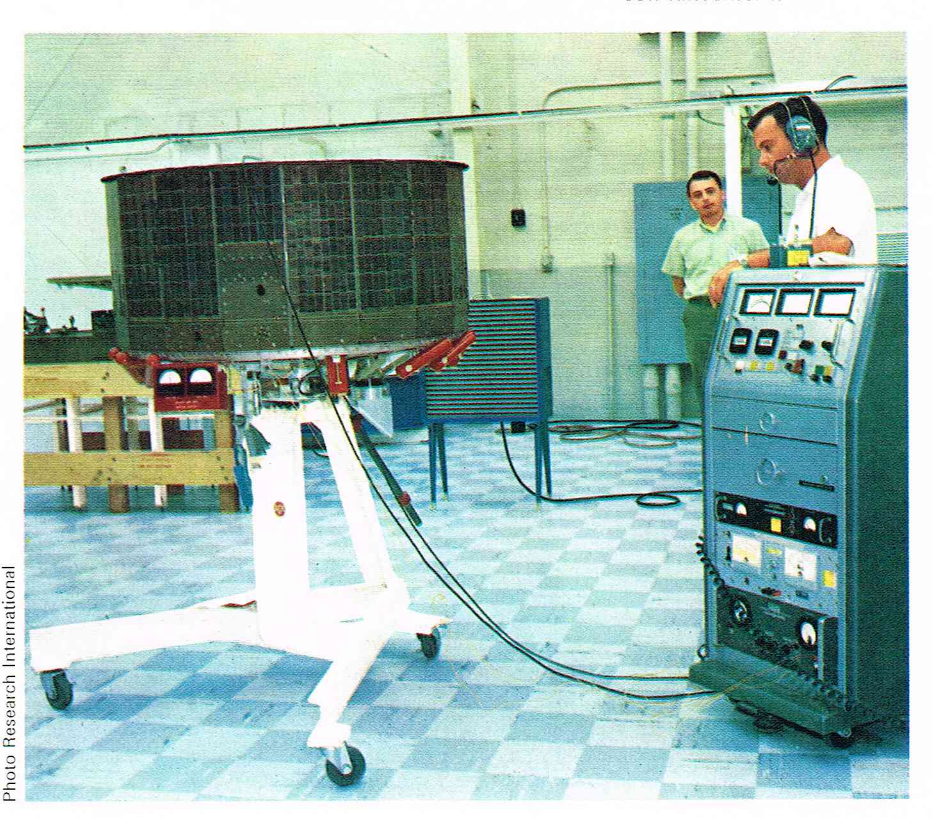


Photo Research International

▶ *Simulateur du LEM réalisé à l'aide de calculateurs électroniques.*

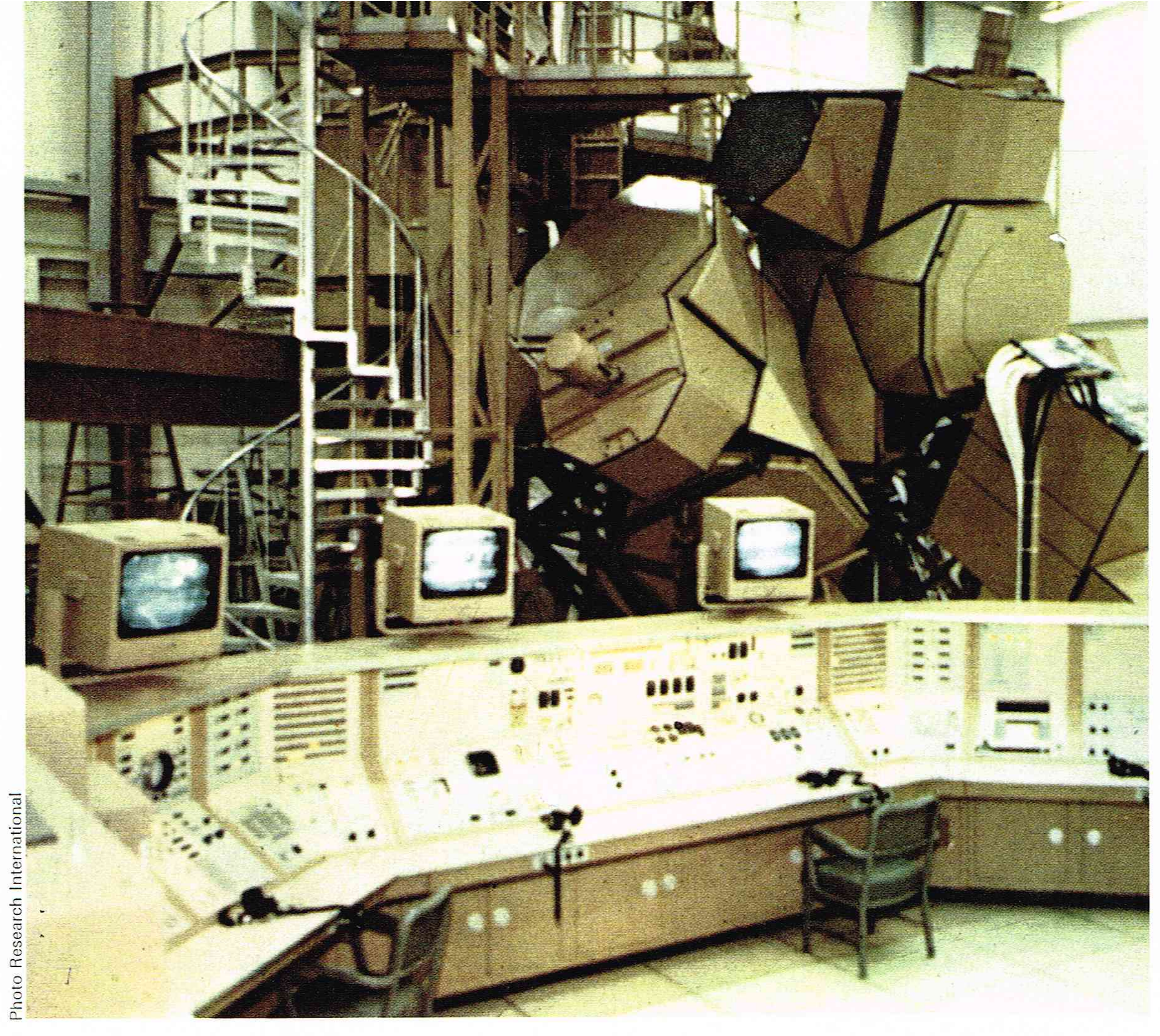


Photo Research International

Si le système peut être décrit par des équations différentielles linéaires, ces équations deviennent :

$$\dot{\underline{X}}(t) = A(t)\,\underline{X}(t) + B(t)\,\underline{E}(t)$$

$$\underline{S}(t) = G(t)\,\underline{X}(t) + D(t)\,\underline{E}(t)$$

A (t), B (t), G (t), D (t) étant des matrices de dimensions respectives $(n \times n)$, $(n \times l)$, $(m \times n)$, $(m \times l)$. Ces matrices deviennent des matrices à termes constants dans le cas d'équations différentielles à termes constants.

Reprenons l'exemple d'un accéléromètre décrit précédemment :

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \frac{fdx}{mdt} + \frac{k}{m}x = a$$

L'entrée est $a\,(t)$, la sortie $x\,(t)$.
Prenons comme variable d'état

$$x_1 = x\,(t) \quad \text{et} \quad x_2 = \frac{dx}{dt}(t)$$

On a $\frac{dx_1}{dt} = x_2$ et $\frac{dx_2}{dt} = -\frac{f}{m}x_2 - \frac{k}{m}x_1 + a$

D'où les équations d'état :

$$\begin{bmatrix} \frac{dx_1}{dt} \\ \frac{dx_2}{dt} \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -\frac{k}{m} & \frac{f}{m} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} a$$

$$x\,(t) = (1\ 0)\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$$

Cet exemple simple illustre la transformation matricielle de l'équation du modèle. Mais la caractérisation d'un système par un ensemble de variables d'état n'est pas unique. En effet, si le nombre de variables est bien fixé, le choix de celles-ci appartient à l'utilisateur. Il est cependant important d'essayer de choisir comme variable d'état des grandeurs mesurables, mais cette possibilité est rarement offerte.

Cette représentation, bien que ne semblant pas changer grand-chose dans l'exemple choisi, apporte en fait une approche unique pour l'analyse et la synthèse des systèmes de contrôle (linéaires, non linéaires, pulsés, multidimensionnels). Le lecteur pourra d'ailleurs, à titre d'exemple, retrouver les différentes possibilités de réponse d'un système linéaire du second ordre sur l'exemple traité.

La notion de fonction de transfert définie pour les systèmes monodimensionnels se généralise aux systèmes multidimensionnels. En effet, partant de :

$$\dot{\underline{X}}(t) = A\underline{X}(t) + B\underline{E}(t)$$

$$\underline{S}(t) = C\underline{X}(t)$$

on peut écrire en prenant la transformée de Laplace :

$$p\underline{X}(p) - \underline{X}(0) = A\underline{X}(p) + B\underline{E}(p)$$

$$\underline{X}(p) = L(\underline{X}(t))$$

$$\underline{X}(0) = \underline{X}(t = 0)$$

$$\underline{S}(p) = C\underline{X}(p)$$

De la première équation on tire :

$$\underline{X}(p) = (pI - A)^{-1}\underline{X}(0) + (pI - A)^{-1}B\underline{E}(p)$$

I étant la matrice identité. La fonction de transfert se définissait aux conditions initiales nulles ; pour un système multidimensionnel à coefficients constants, elle se généralise à une matrice de transfert dont l'expression vaut :

$$\underline{S}(p) = C(pI - A)^{-1}B\underline{E}(p)$$

La matrice de transfert est donc $C\,(pI - A)^{-1}\,B$

La technique des variables d'état permet aussi l'étude des problèmes de contrôle optimal. Ces problèmes concernent l'étude d'organes de contrôle visant à minimiser un critère que se fixe l'utilisateur : ainsi un ingénieur chimiste désire concevoir des réacteurs qui permettent d'obtenir un rendement maximal ; lors d'un rendez-vous spatial, on désire minimiser la consommation d'énergie.

La solution du problème fournit une fonction liant des variables de contrôle aux variables mesurées sur le système. Le problème de l'optimisation est très actuel : si son développement s'est tout d'abord appliqué à des systèmes sophistiqués du genre de ceux utilisés dans la conquête de l'espace, on les étudie de plus en plus pour les systèmes rencontrés dans le monde industriel.

L'identification

Avant d'entamer l'étude de tout problème de contrôle, il convient de disposer d'un modèle mathématique représentatif du système : c'est le rôle de l'*identification-modélisation*. Ce problème n'est pas simple, que le système soit de dimension modeste comme un moteur électrique ou imposante comme une installation industrielle. La première méthode qui vient à l'esprit est de prendre les équations classiques de la physique pour décrire le phénomène. Cette méthode nécessite dans un ensemble complexe l'isolabilité d'éléments simples représentatifs de tel ou tel phénomène, ce qui n'est pas toujours possible.

Prenons comme exemple un réacteur chimique : il est difficile de créer à l'intérieur des éléments auxquels on peut accrocher un type de réactions. D'autre part, les modèles physico-chimiques ainsi obtenus sont souvent complexes, avec beaucoup de paramètres difficiles à chiffrer (identification de paramètres). Si ces paramètres sont trop nombreux, il est souvent impossible de donner une valeur à tous, en raison par exemple de l'imprécision des mesures. On préfère alors calquer un modèle approché plus simple qui permettra de mener à bien le contrôle. Nous décrirons succinctement deux méthodes, l'une expérimentale, l'autre du type optimalisation.

- *Méthode expérimentale*. Dans le cas où il est possible d'appliquer au système à identifier des signaux tests, on peut procéder à une identification par l'expérience. Ainsi, on peut appliquer à un système monodimensionnel un échelon unité et observer la sortie obtenue. Streje a proposé une méthode qui permet d'identifier les valeurs des paramètres T, n, τ et K de la fonction de transfert du système, supposée du type :

$$\frac{Ke^{-\tau p}}{(1+Tp)^n}$$ (système linéaire avec un retard τ)

à partir de l'enregistrement de la courbe de réponse à un échelon : c'est une *méthode graphique*. Cette méthode est simple d'emploi, mais sa précision dépend énormément de la précision de l'enregistrement de sortie : elle suppose aussi que le système ne présente pas d'oscillation, puisque la fonction de transfert présumée ne présente pas de pôles imaginaires. Ce genre de méthode ne peut pas toujours s'appliquer : des conditions de sécurité ou de rendement peuvent empêcher l'application de signaux tests.

- *Méthode par simulation-optimalisation*. Une méthode plus sophistiquée consiste alors à opérer par simulation-optimalisation. Elle nécessite l'utilisation d'un calculateur. On part d'un type de modèle simulé par un programme, ce qui permet de calculer la sortie présumée du système pour l'entrée qui lui est réellement soumise. Un programme d'optimalisation fait évoluer les paramètres du modèle jusqu'à ce que les sorties du modèle simulé soient très proches de celles du modèle réel (satisfaction d'un critère du type moindres carrés). Cette méthode demande donc l'utilisation d'un calculateur et une bonne coordination entre les informaticiens et les automaticiens. Elle part en général de considérations physiques sur le système d'équations de modèles physico-chimiques qu'on simplifie. L'identification d'un processus est une opération nécessaire pour le contrôle mais coûteuse. Souvent c'est, hélas ! une phase sautée par l'utilisation d'un modèle approché à cause des difficultés soit économiques, soit techniques de la modélisation.

BIBLIOGRAPHIE

ARBIB H. A., *The Metaphorical Brain : an Introduction to Cybernetics as Artificial Intelligence and Brain Theory*, 1972. - ATLAN H., *l'Organisation biologique et la Théorie de la communication*, 1972. - BERTALANFFY L. von, *Théorie générale des systèmes* (traduction française de J.-B. CHABROL), 1973. - DE CARFORT F. et FOULARD C., *Asservissements linéaires continus*, 1971. - GILLE, DECAULNE et PELEGRIN, *Dynamique de la commande linéaire*, 1973. - RAISBECK G., *Information Theory*, 1963. - ROUBINE E., *Introduction à la théorie de la communication*, tome III, 1970. - TOU J. T., *Modern Control Theory*, 1964. - WIENER N., *Cybernetics* 1948-1961.

RELATIVITÉ RESTREINTE

Historique

Vers la fin du XIX[e] siècle, les grands domaines de la recherche en physique étaient la mécanique, la thermodynamique, l'électricité, le magnétisme et l'optique.

En 1687, Newton publiait son œuvre maîtresse, les *Philosophiae naturalis principia mathematica*, où il exposait la théorie de l'attraction universelle et posait ainsi les bases de la mécanique (céleste et terrestre). Depuis, les résultats de cette théorie avaient été vérifiés tant par des expériences terrestres que par des observations astronomiques.

Vers 1871, Boltzmann donnait avec la théorie cinétique des gaz une interprétation mécanique de la thermodynamique.

Dans un mémoire publié en 1864, Maxwell exposait sa fameuse théorie électromagnétique de la lumière et donnait les équations générales du champ électromagnétique. Selon cette théorie, la lumière est une onde électromagnétique formée d'un champ électrique et d'un champ magnétique variables.

En 1888, Hertz mettait en évidence expérimentalement les ondes électromagnétiques, ce qui confirmait définitivement la théorie de Maxwell. Ainsi l'électricité, le magnétisme et l'optique devenaient plusieurs aspects d'une même réalité. Finalement, la physique pouvait se réduire à l'étude et à l'interprétation de deux classes de phénomènes : les phénomènes mécaniques et les phénomènes électromagnétiques. L'une et l'autre classe étaient régies par des lois qui reposaient sur des hypothèses contradictoires. Dans les équations de Newton qui sont à la base des phénomènes mécaniques, on suppose que les actions entre les corps sont instantanées, quelle que soit la distance qui les sépare, alors que, dans les équations de Maxwell, l'information se propage à une vitesse finie qui est celle de la lumière (300 000 km/s).

Au début de notre siècle, l'un des objectifs de la physique théorique était de réduire les incompatibilités apparentes entre ces deux théories. Ainsi naquit et se développa la théorie de la Relativité d'Albert Einstein. Bien que certains travaux contemporains et indépendants comme ceux de Lorentz et de Poincaré continssent beaucoup d'idées qui apparaissent aujourd'hui comme des conséquences de la théorie de la Relativité, il fallut le génie d'Einstein pour analyser et modifier les concepts fondamentaux d'espace et de temps. Celui-ci s'intéressa d'abord aux systèmes animés de mouvements rectilignes et uniformes, et il étendit aux phénomènes électromagnétiques le vieux principe de Relativité galiléenne des phénomènes mécaniques [(1)].

Ensuite, Einstein élargit le domaine de ses recherches aux systèmes animés de mouvements quelconques grâce à une étude rigoureuse des forces de gravitation [(2)].

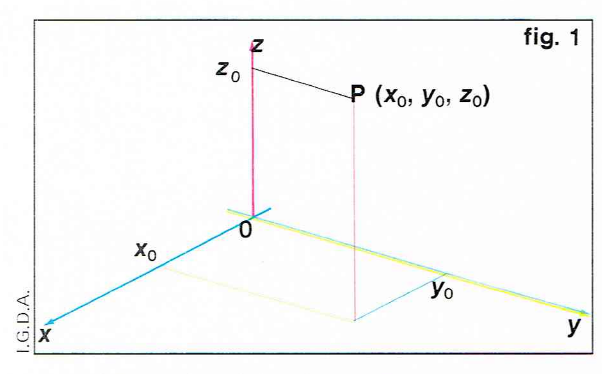
La contribution des résultats de la théorie de la Relativité [(3)] [(4)] [(5)] aux recherches théoriques et aux applications pratiques est considérable. Pour lancer une sonde dans l'espace ou approfondir les connaissances sur les forces nucléaires, ou construire de puissants accélérateurs de particules, il faut recourir aux lois relativistes.

Mécanique classique

Pour déterminer le mouvement d'un corps, il est nécessaire de connaître sa position à des instants successifs. La position du corps, assimilé conceptuellement à un point, est représentée par un ensemble de nombres appelés *coordonnées* (un seul pour un mouvement sur une courbe, deux pour un mouvement sur une surface et trois dans l'espace ordinaire à trois dimensions). Mais le lecteur pourra se demander : « La position par rapport à quoi ? » Il est évident que, par rapport à la Terre, une maison est immobile, alors que, par rapport au Soleil, elle est en mouvement. Ainsi le mouvement d'un corps est entièrement connu quand on spécifie aussi le système de référence. Mais, puisque le choix d'un tel système est arbitraire, il en résulte qu'il n'existe pas d'état de repos absolu d'un corps.

En se limitant au cas d'un espace à trois dimensions, on peut représenter un système de référence (ou référentiel) à l'aide de trois axes orthogonaux (perpendiculaires les uns par rapport aux autres) se coupant en

▶ *Figure 1 : représentation cartésienne de l'espace tridimensionnel.*



▼ *Dans un avion comme sur terre, les lois de la mécanique sont les mêmes lorsque le vol est sans accélération.*

un point appelé origine. La position d'un corps par rapport à l'origine est donnée par l'ensemble des trois coordonnées *x, y, z* (*fig.* 1). Une règle indéformable de longueur arbitraire peut servir comme unité de mesure pour déterminer la valeur de chacune des coordonnées. Il existe toujours une relation entre les coordonnées (*x, y, z*) d'un corps par rapport à un système S et celles (*x′, y′, z′*) par rapport à un nouveau système S′. Dans le cas où S′ se meut d'un mouvement rectiligne uniforme,



R. Poinot - TOP

c'est-à-dire à vitesse constante *v* par rapport à S (dirigée par exemple suivant l'axe des *x*), la relation prend une forme particulièrement simple :

(1) $x' = x - vt$ **(a)**, $y' = y$ **(b)**, $z' = z$ **(c)**, $t' = t$ **(d)**

Les équations **(1)** constituent ce qu'on appelle la *transformation de Galilée* et sont telles que l'équation de mouvement du corps garde la même signification lorsqu'on passe du référentiel S au référentiel S′, c'est ce qu'exprime *le postulat de Relativité : Les lois de la mécanique restent invariantes par rapport à tous les systèmes de référence animés d'un mouvement de translation uniforme les uns par rapport aux autres.*

Il en résulte qu'il est impossible, par une expérience de mécanique, de mettre en évidence le mouvement rectiligne et uniforme d'un corps par rapport à un autre corps. Naturellement, ce postulat est faux lorsqu'il ne s'agit plus de mouvement rectiligne uniforme et que les corps ont une certaine accélération.

Par exemple, on peut verser du café dans un avion comme sur la Terre (les lois de la mécanique sont les mêmes) lorsque le vol est calme (sans accélération), mais ce n'est plus vrai pour un vol agité (il existe alors une accélération).

On appellera système de référence inertiel un système de référence où les lois de la mécanique newtonienne sont valables. On peut alors déduire du postulat de Relativité que, dans tout système animé d'un mouvement rectiligne uniforme par rapport à un système inertiel, les lois de la mécanique sont valables.

Tous ces systèmes inertiels sont appelés *systèmes de référence galiléens*. Compte tenu de la précision de la plupart des expériences physiques, la Terre constitue un système inertiel. Toutefois, des observations astronomiques précises ont conduit à penser que les lois de la mécanique newtonienne sont mieux vérifiées pour un système de référence rapporté aux coordonnées d'étoiles fixes.

De la transformation de Galilée on peut déduire aussi la *loi de composition des vitesses*. Soit un train lancé à la vitesse *v* (par rapport au sol), considérons un voyageur se déplaçant par rapport au train avec une vitesse *u* parallèle à *v*. Quelle sera sa vitesse *V* pour un observateur immobile le long de la voie ferrée ? D'après la loi de composition des vitesses, on aura la relation :

(2) $$V = v \pm u$$

où le signe + se rapporte au cas où le voyageur se déplace dans le même sens que le train, et le signe — au cas contraire.

Notons enfin que, parmi les deux paramètres nécessaires pour caractériser le mouvement d'un corps : la position et le temps, seul ce dernier possède un caractère absolu, car il n'est sujet à aucune transformation. En mécanique classique, le temps reste invariant par rapport à tous les systèmes de référence.

Électrodynamique classique

Bien que le postulat de Relativité fût connu depuis longtemps en mécanique, il n'était pas évident, avant Einstein, qu'il s'appliquait à la physique en général. On pensait qu'une expérience d'optique permettrait de déterminer la vitesse de la Terre dans l'espace. L'échec de telles expériences est en accord complet avec la théorie de la Relativité restreinte. Nous allons d'abord rappeler les propriétés des ondes, nécessaires pour la compréhension de ces expériences, et montrer la façon dont elles ont conduit aux postulats de la Relativité.

Si l'on jette une pierre dans l'eau d'un lac, on observe des rides circulaires qui se développent à partir de la perturbation initiale, donc cette perturbation, l'*onde*, se déplace dans le milieu à une certaine vitesse. On remarque que le milieu ne se déplace pas avec l'onde (aucune des particules d'eau dérangées par la pierre n'arrive au rivage), c'est *la perturbation qui se propage*. Le son est un autre exemple d'onde dans laquelle les molécules d'air sont perturbées par une source (un haut-parleur par exemple) ; cette onde, en se propageant, atteint les molécules d'air proches du tympan qu'elle fait vibrer et on entend le son. Il est à noter qu'en l'absence de molécules, dans le vide, le son ne se propage pas. De plus si l'air est en mouvement, la vitesse du son se compose avec la vitesse de l'air d'après l'équation **(2)**. En effet,

Ollier - Fotogram

▲ *Le milieu ne se déplace pas avec l'onde, c'est la perturbation qui se propage.*

on observe couramment que la vitesse du son est augmentée ou diminuée suivant que celui-ci se propage dans la direction du vent ou en sens inverse.

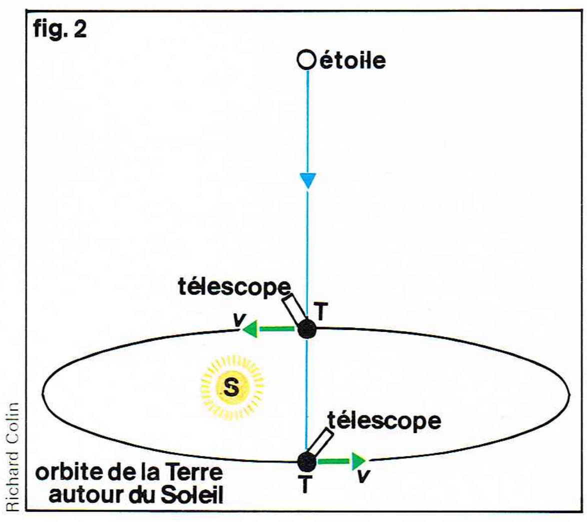
La théorie de Maxwell au début du XIXe siècle montra que la lumière était une *onde électromagnétique*, un champ électrique variable pouvant créer un champ magnétique variable et inversement, le tout se propageant à la vitesse *c* sous forme d'une onde. Des expériences purement électriques permirent de déterminer cette vitesse qui a pour valeur approximative 299 800 km/s. Il s'agissait alors de savoir par rapport à quel milieu devait être mesurée la vitesse de la lumière. Comme on ne connaissait que des ondes se propageant dans des milieux matériels, on a appelé « éther » le milieu de propagation des ondes électromagnétiques. Donc on pensait que, dans l'éther, la vitesse de la lumière était *c*, et que, dans un milieu en mouvement par rapport à l'éther, elle s'obtenait à partir de la loi de composition des vitesses **(2)**. L'éther n'était pas une substance mécanique ordinaire, puisqu'il remplissait tout l'Univers, ainsi que le prouve le passage de la lumière dans les vides les plus parfaits; il n'avait pas de poids et n'absorbait pas d'énergie.

On s'interrogea alors pour savoir si la Terre était fixe ou mobile par rapport à l'éther; c'est à ce problème que les expériences que nous allons citer apportèrent une réponse.

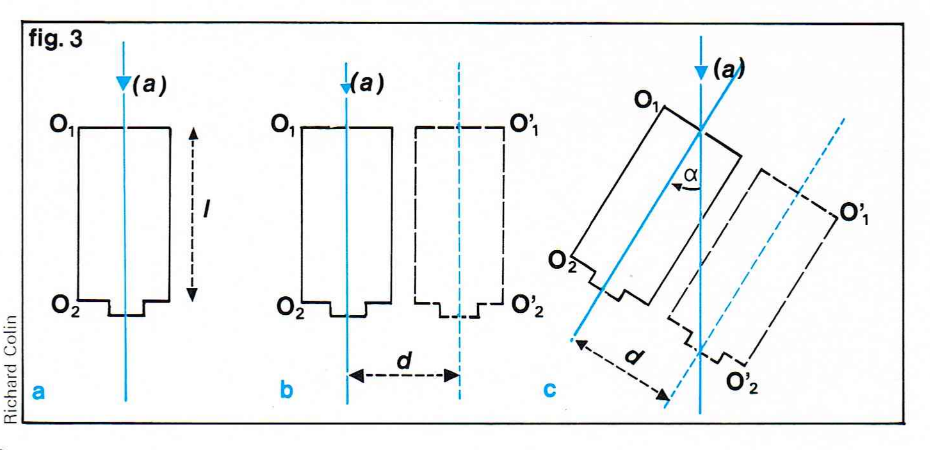
Aberration des étoiles

En 1725, James Bradley observa au télescope que les étoiles au zénith dans le ciel avaient des mouvements apparents circulaires de diamètre angulaire 40,5″ et de période une année. C'est ce phénomène qu'on appelle « aberration des étoiles »; il est dû au fait que la Terre se déplace par rapport à l'étoile (*fig.* 2).

En effet, plaçons-nous dans le système de l'étoile et supposons pour l'instant que la Terre soit immobile dans ce système. Le rayon *(a)* qui pénètre dans l'objectif d'un télescope O_1 se dirige vers l'oculaire O_2 puis vient frapper l'œil de l'observateur qui voit l'étoile (*fig.* 3a). En fait, la Terre a, par rapport à l'étoile, une vitesse v_e de l'ordre de 30 km/s que nous allons supposer horizontale. Pendant que la lumière parcourt le trajet O_1O_2, le télescope,

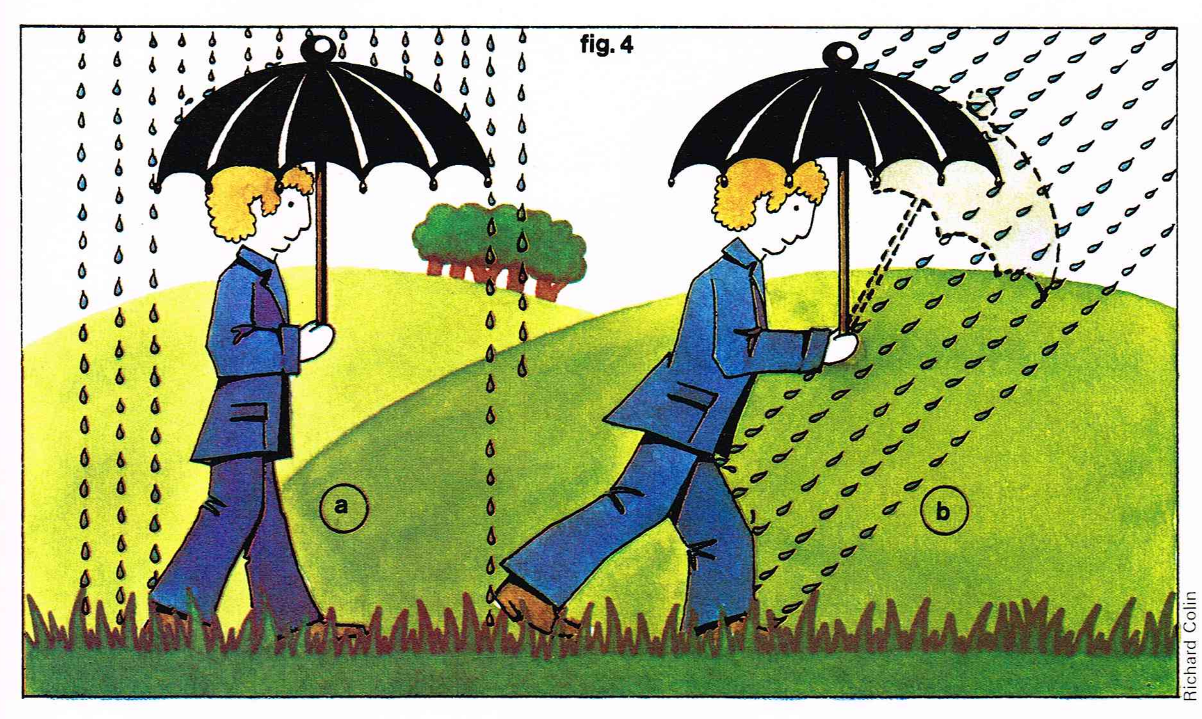


◄ *Figure 2; expérience de Bradley : mouvement apparent de l'étoile dans le ciel.*



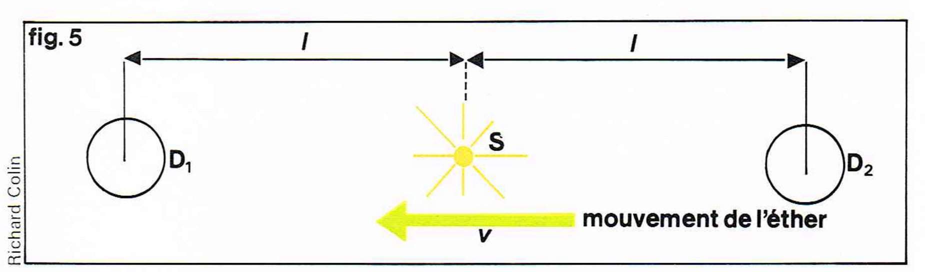
▼ *Figure 3; expérience de Bradley : pour que le rayon lumineux (a) pénètre en O_2 il faut incliner le télescope d'un angle α.*


Fig. F.



◀ *Figure 4 :*
a) un observateur immobile sous la pluie verticale est protégé s'il tient son parapluie vertical; b) s'il court en maintenant son parapluie dans la même position, il est mouillé devant.

▼ *Figure 5 :*
une « expérience par la pensée » schématisant l'expérience de Michelson-Morley.



entraîné par la Terre, se déplace vers la droite en $O_1'O_2'$ (*fig.* 3b); pour que la lumière pénètre encore dans l'oculaire O_2' il faut incliner le télescope d'un angle α (*fig.* 3c).

Il faut un temps $t = \dfrac{O_1O_2}{c}$ à la lumière pour parcourir la distance O_1O_2; pendant ce temps, le télescope a avancé de la distance $d = vt$. L'angle d'inclination α est donné par tg $\alpha \simeq \alpha \simeq \dfrac{d}{O_1O_2} = \dfrac{v}{c}$. On trouve ainsi

$$\alpha \simeq \frac{1}{10\ 000} \text{ rd} = 20{,}5''$$

ce qui correspond à un diamètre angulaire de 41″ à comparer avec la valeur expérimentale de 40,5″ de Bradley.

Au bout de six mois, la vitesse de la Terre a changé de sens, il faut donc incliner le télescope de l'autre côté, d'où le mouvement apparent (*fig.* 2). On peut donner une illustration de ce phénomène d'aberration; vous êtes surpris par la pluie et vous ouvrez votre parapluie pour vous protéger. En l'absence de vent, et si vous êtes immobile, il suffit que vous teniez votre parapluie droit pour être protégé (*fig.* 4a). Par contre, si vous courez, il faut incliner le parapluie pour être protégé. En effet, dans votre système de référence, les rayons de pluie sont inclinés (*fig.* 4b), de même que les rayons lumineux provenant de l'étoile sont inclinés pour l'observateur lié à la Terre. L'aberration des étoiles montre que la Terre se déplace par rapport à l'*éther;* en effet, si la Terre entraînait l'éther, il n'y aurait pas d'aberration (cela correspond au cas où l'observateur entraînerait l'air autour de son parapluie, qu'il n'aurait plus besoin alors d'incliner).

Expérience de Michelson-Morley

Cette expérience avait pour but de déceler le mouvement de la Terre par rapport à l'éther. Avant de la décrire, nous allons en illustrer le principe en décrivant une expérience « par la pensée », c'est-à-dire une expérience qui pourrait être faite en principe mais qu'en pratique on ne pourrait réaliser de cette façon.

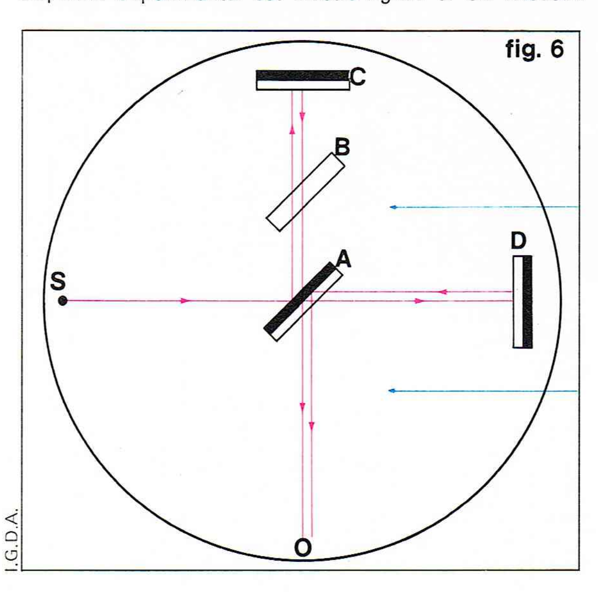
Considérons le dispositif schématisé par la *figure* 5 : une source S lance un éclair lumineux qui est reçu par deux détecteurs D_1 et D_2 situés tous deux à la distance l de S. Supposons que la source S liée à la Terre se déplace à la vitesse v vers la droite par rapport à l'éther. D'après **(2)**, la vitesse de la lumière vers la droite serait $c - v$, et vers la gauche $c + v$. Les temps mis par la lumière pour atteindre D_1 et D_2 seraient :

(3) $$t_1 = \frac{l}{c+v} \quad \text{et} \quad t_2 = \frac{l}{c-v}$$

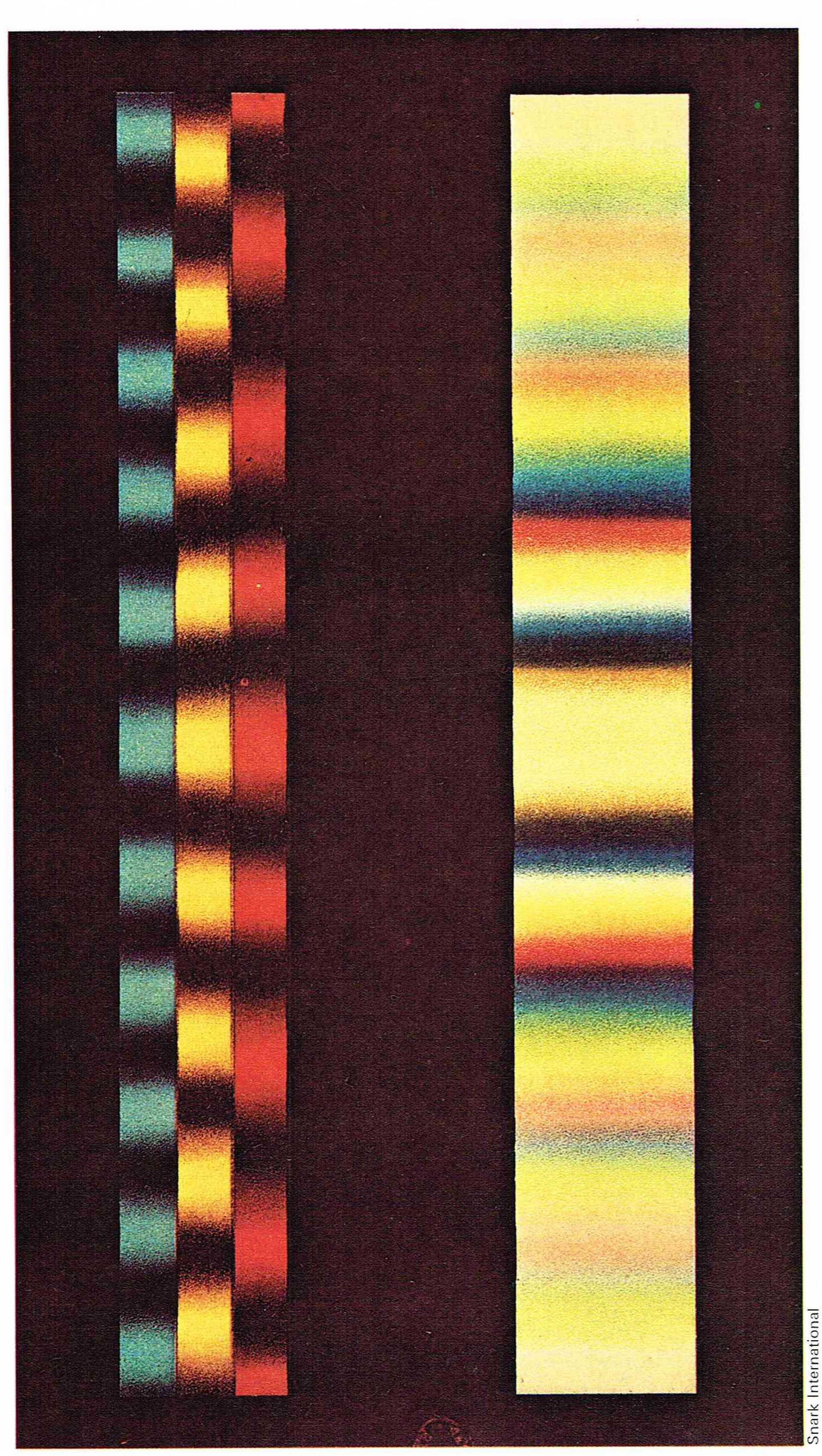
Les heures indiquées, par des horloges placées en D_1 et D_2 à l'arrivée des éclairs, seraient donc différentes et permettraient de déceler le mouvement de la Terre par rapport à l'éther. Cette expérience telle qu'elle est décrite n'est pas réalisable pratiquement, car on ne possède pas encore d'horloges capables de garder l'heure exacte avec une précision suffisante. Nous allons décrire à présent l'expérience de Michelson-Morley dont l'idée est la même que celle de cette expérience « par la pensée ».

L'expérience de Michelson-Morley (1887) fut l'une des plus remarquables expériences du XIXe siècle. Son principe en était simple mais elle conduisit à une révolution scientifique aux conséquences très importantes. Le dispositif expérimental est illustré *figure* 6. Un faisceau

◀ *Page ci-contre; astronome regardant le ciel: gravure tirée de* **Selenographia,** *ouvrage du XVIIe siècle.*



◀ *Figure 6 : expérience de Michelson-Morley. Les rayons incidents et réfléchis ne sont pas superposés pour la commodité du dessin.*


Snark International

▲ *Expérience de Michelson : interférences des ondes lumineuses. On peut mesurer leur longueur d'onde et montrer leur différence de chemin optique à travers les couleurs d'un spectre.*

lumineux émis par la lampe S tombe sur une glace sans tain A posée au centre d'une plate-forme de marbre flottant dans une cuve contenant du mercure. La moitié de la lumière est réfléchie vers le miroir C alors que l'autre moitié traverse A pour atteindre le miroir D situé à la même distance de A que C. Au retour, la moitié de la lumière venant de C traverse A pour aller vers l'observateur O, et la moitié de la lumière venant de D est réfléchie par A et converge également en O. L'observateur voit donc la superposition des deux rayons lumineux. Si les temps mis à parcourir ACAO et ADAO sont les mêmes, l'observateur verra une image brillante. Par contre, si la lumière venant de D met un temps plus long pour parvenir en O que celle venant de C, l'image est moins brillante ; par exemple, pour un temps plus long d'une demi-période, l'image est sombre. Dans la pratique, le miroir D est légèrement incliné pour que l'image ait l'aspect de bandes sombres et brillantes alternativement, dites franges d'interférence. Un retard dans une des branches (AC ou AD) se traduit par un glissement des franges.

Supposons que la Terre bouge par rapport à l'éther avec une vitesse *v* horizontale dirigée vers la gauche. En utilisant la composition des vitesses **(2)**, on peut montrer que le temps mis à parcourir le bras parallèle au mouvement (ADA) est plus long que celui mis à parcourir le bras perpendiculaire au mouvement (ACA). On aurait donc dû observer un glissement du système de franges alternativement en avant et en arrière selon qu'un bras ou l'autre devenait successivement parallèle au mouvement. Ce glissement aurait dû être de l'ordre de 8/100 de la distance entre les franges et donc susceptible d'être observé. Le résultat de cette expérience fut complètement négatif : aucun glissement des franges ne put être mis en évidence, c'est-à-dire également aucun mouvement de la Terre par rapport à l'éther.

La seule façon de concilier cette expérience avec l'expérience d'aberration des étoiles (et d'autres comme l'expérience de Fizeau) était de supposer que l'éther n'existait pas.

Les postulats de la Relativité restreinte

En énonçant, en 1905, les fondements de sa théorie, Einstein abandonna tout d'abord le concept d'éther (et donc de système de référence absolu), et il étendit le principe de Relativité galiléenne à tous les phénomènes, non seulement mécaniques mais aussi électromagnétiques et de toute autre nature. Il formula ainsi le **premier postulat de la Relativité restreinte :** *Les lois de tous les phénomènes physiques doivent avoir la même forme par rapport à tous les systèmes en translation uniforme les uns par rapport aux autres.* Ceci signifie qu'aucune expérience de physique ne permet d'affirmer que le système de référence dont nous sommes solidaires est au repos ou en mouvement de translation uniforme. Ceci explique également le résultat négatif de l'expérience de Michelson-Morley.

Le **second postulat** de la Relativité restreinte traduit l'abandon de la notion d'éther ; on l'appelle encore **« principe de la constance de la vitesse de la lumière ».** Il s'énonce ainsi : *La lumière se propage dans le vide dans toutes les directions avec la vitesse c (égale à 299 800 km/s) qui a toujours la même valeur, quel que soit le mouvement de l'observateur et de la source.* Nous pouvons immédiatement remarquer que ce postulat est en contradiction avec la loi de composition des vitesses **(2)**. Cela va nous amener à réexaminer soigneusement la notion de temps en physique. Mais auparavant, nous allons citer des preuves expérimentales de ce postulat. Il est intéressant de noter que, lorsque Einstein formula le second postulat, il n'en existait aucune preuve, et que c'est par pure nécessité logique qu'il l'énonça.

Depuis, plusieurs expériences de mesure de la vitesse de la lumière provenant d'une source en mouvement rapide ont fourni une preuve expérimentale directe de ce second postulat. Nous ne citerons que celle d'A. H. Yoy et R. F. Sanford (1926) : des particules élémentaires appelées pions neutres π^0 sont produites par des accélérateurs à haute énergie. Ils ne vivent que 10^{-16} seconde, puis ils se désintègrent en deux photons, c'est-à-dire essentiellement en deux éclairs de lumière. Dans cette expérience on observe des photons qui sont émis par des pions π^0 voyageant à une vitesse supérieure à 99,98 % de la vitesse de la lumière. On mesure pour eux une vitesse de $2{,}997\,7 \pm 0{,}000\,4\ 10^8$ m/s en excellent accord avec la vitesse de la lumière émise par une source immobile ($2{,}997\,9\ 10^8$ m/s). Cette expérience ne laisse pratiquement aucun doute sur la validité du deuxième postulat.

Notion de temps en physique

Supposons que la foudre frappe une voie ferrée en deux points A et B très éloignés l'un de l'autre et que ces deux éclairs soient « simultanés ». Posons-nous la

Karshof - Parimage - Camera Press

question : « Cette affirmation a-t-elle un sens ? » Elle ne peut avoir de sens pour un physicien que s'il trouve le moyen de vérifier de manière concrète sa réalité. Il est donc nécessaire de définir la simultanéité de telle sorte que, associée à une méthode expérimentale, il soit possible de décider si les deux éclairs sont simultanés ou non.

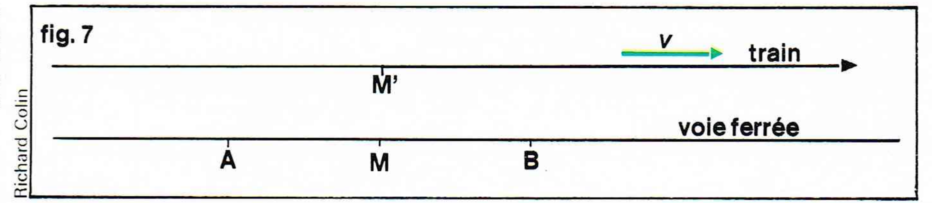
Nous pouvons faire la proposition suivante pour constater la simultanéité. On mesure le segment de droite AB le long de la voie ferrée et on place au point M, milieu de AB, un observateur muni d'un appareil (par exemple deux miroirs inclinés à 90°) qui lui permet d'observer simultanément les deux points A et B. S'il aperçoit les éclairs en même temps, ils sont simultanés.

Il est clair que cette définition peut être employée non seulement pour donner un sens exact à la simultanéité de deux événements mais d'un nombre quelconque d'événements quelle que soit la position relative des lieux où ils se produisent par rapport au système de référence (ici la voie ferrée). Par là on arrive à une définition du « temps » en physique. Il suffit en effet d'imaginer qu'on a placé aux points A, B, M de la voie ferrée des horloges de même construction et réglées de telle sorte que les positions respectives de leurs aiguilles soient simultanées (dans le sens indiqué plus haut). On entend alors par le « temps » d'un événement l'indication de l'horloge immédiatement voisine de l'événement. A chaque événement est ainsi associée une valeur du temps qui est en principe observable.

La Relativité de la simultanéité

Supposons qu'un train très long se déplace le long de la voie ferrée avec une vitesse constante *v* (*fig.* 7) ; les voyageurs de ce train se serviront tout naturellement du train comme système de référence auquel ils rapporteront tous les événements. Tout événement qui a lieu le long de la voie ferrée a aussi lieu en un point déterminé du train. La définition de la simultanéité peut aussi être formulée exactement de la même façon par rapport au train que par rapport à la voie. La question qui se pose alors est : « Deux événements (par exemple les deux éclairs A et B) qui sont simultanés *par rapport à la voie*, sont-ils aussi simultanés *par rapport au train ?* » Nous montrerons que la réponse doit être négative.

Quand nous disons que les éclairs A et B sont simultanés par rapport à la voie ferrée, c'est que les rayons issus des points A et B se rencontrent en M milieu de la distance AB sur la voie. Mais aux événements A et B correspondent des endroits A et B dans le train. Soit M' le milieu de la droite AB du train en marche, ce point M' coïncide bien avec le point M à l'instant où se produisent les éclairs, mais il se déplace (*fig.* 7) vers la droite avec la vitesse *v*. Si un observateur dans le train assis en M' n'était pas entraîné à cette vitesse, il resterait de façon permanente en M et les rayons lumineux issus de A et de B l'atteindraient simultanément, c'est-à-dire que les deux rayons se rencontreraient au point où il se trouve, mais en réalité il s'approche du rayon issu de B et s'éloigne de celui issu de A. Les observateurs se servant du train comme système de référence diront donc que l'éclair B s'est produit *avant* l'éclair A. Nous arrivons donc à la



▲ *En haut, le physicien* **Albert Einstein** *(Ulm, 1879-Princeton, 1955). Il est sans conteste le plus grand savant de l'époque contemporaine et est surtout connu pour sa création de la théorie de la Relativité du temps et de l'espace. Ci-dessus, figure 7 : un train se déplace à la vitesse v par rapport à la voie ferrée.*

conclusion importante : « *Des événements qui sont simultanés par rapport à la voie ferrée ne sont pas simultanés par rapport au train, et* vice versa (Relativité de la simultanéité). »

Chaque système de référence a son temps propre, une indication de temps n'a de sens que si l'on indique le système de référence auquel elle se rapporte.

Relativité de la notion de distance spatiale

Considérons deux points déterminés du train qui se déplace avec la vitesse v le long de la voie ferrée et demandons-nous quelle est la distance qui les sépare. Nous savons que, pour mesurer une distance, on a besoin d'un système de référence, par rapport auquel la distance est mesurée. Le plus simple est d'utiliser le train lui-même comme système de référence. Un observateur dans le train mesure la distance en portant sa règle de mesure en ligne droite le long du sol des wagons autant de fois qu'il est nécessaire pour que, parti de l'un des points marqués, il arrive à l'autre. Le nombre de fois qu'il a fallu porter la règle représente la distance cherchée.

Supposons à présent qu'on veuille mesurer cette distance à partir de la voie ferrée. On peut employer la méthode suivante : appelons A′ et B′ les deux points dont il s'agit de déterminer la distance. Ils se déplacent par rapport à la voie ferrée avec la vitesse v. Soit A et B les points de la voie ferrée devant lesquels les points A′ et B′ passent *au même moment t* (par rapport au sol). On mesure alors la distance de ces points A et B en portant un certain nombre de fois l'unité de mesure le long de la voie ferrée.

Il n'est pas du tout prouvé *a priori* que cette dernière mesure donnera le même résultat que la première. La longueur du train mesurée sur le talus peut être différente de celle mesurée dans le train même.

La transformation de Lorentz

L'incompatibilité apparente entre la loi de composition des vitesses **(2)** et le second postulat va être à présent examinée à l'aide des considérations précédentes. La loi de composition des vitesses **(2)** empruntait à la mécanique classique deux hypothèses non justifiées :

— l'intervalle de temps entre deux événements est indépendant du mouvement du système de référence ;

— la distance spatiale de deux points d'un corps rigide est indépendante du mouvement du système de référence.

Si l'on rejette ces deux hypothèses, le dilemme précédent disparaît car la loi de composition des vitesses **(2)** n'est plus valable.

Maintenant nous pouvons envisager de réconcilier la loi de propagation de la lumière dans le vide avec le principe de Relativité. Dans les raisonnements précédents nous avons été conduits à considérer les lieux et les temps par rapport à deux systèmes de référence, à savoir celui de la voie ferrée et celui du train. Comment déterminer le lieu et le temps d'un événement par rapport au train quand on connaît le lieu et le temps de cet événement par rapport au sol ? Est-il possible de donner une réponse à cette question, telle que la loi de propagation de la lumière dans le vide ne contredise pas le principe de Relativité ? Autrement dit, peut-on trouver une relation entre le lieu et le temps d'un événement tel qu'un rayon lumineux se propage par rapport au train et à la voie ferrée avec la même vitesse c. Cette question possède une réponse affirmative et conduit à une loi de transformation des grandeurs spatio-temporelles d'un événement quand on passe d'un système de référence à un autre.

Désignons par S le système de référence lié à la voie ferrée, par S′ le système de référence lié au train. Un événement quelconque est déterminé dans l'espace par rapport à S par les trois coordonnées x, y, z, et dans le temps par une valeur du temps t. Le même événement est déterminé dans l'espace et dans le temps par les valeurs correspondantes x', y', z', t' qui, bien sûr, ne coïncident pas avec x, y, z, t ; nous avons montré dans le paragraphe précédent comment ces grandeurs doivent être considérées comme des résultats de mesures physiques.

A présent, notre problème se précise : quelles sont les valeurs x', y', z', t' d'un événement par rapport à S′ si les valeurs x, y, z, t du même événement par rapport à S sont connues ? Les relations doivent être telles que la loi de propagation d'un rayon lumineux soit satisfaite par rapport à S et à S′.

Ce problème est résolu pour l'orientation relative des systèmes de référence donnée dans la *figure* 8 par les équations **(4)** :

(4a) $$x' = \frac{x - vt}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

(4b) $$y' = y$$

(4c) $$z' = z$$

$$t' = \frac{t - \dfrac{vx}{c^2}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

C'est ce système d'équations que l'on désigne sous le nom de « transformation de Lorentz ».

Montrons à présent que le second postulat est vérifié, c'est-à-dire que des rayons lumineux de direction quelconque (non parallèle à Ox) se propagent dans le vide à la même vitesse c dans S et dans S′.

Supposons que l'on envoie de l'origine de S un rayon lumineux au temps $t = 0$. Sa propagation a lieu conformément à l'équation :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2} = ct$$

soit en élevant cette équation au carré :

(5) $$x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2 = 0$$

La loi de propagation de la lumière et le postulat de Relativité exigent que la propagation du même signal, envisagée de S′, ait lieu suivant la relation :

$$r' = ct' \quad \text{ou}$$

(6) $$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = 0$$

Pour que l'équation **(6)** soit une conséquence de l'équation **(5)**, on doit avoir :

(7) $$x'^2 + y'^2 + z'^2 - c^2t'^2 = \alpha\,(x^2 + y^2 + z^2 - c^2t^2)$$

où α est une constante.

D'après les équations **(4a)**, **(4b)** et **(4c)**, on reconnaît facilement que la transformation de Lorentz satisfait à l'équation **(7)** pour $\alpha = 1$. Cette transformation représentée par les équations **(4)** peut encore être généralisée au cas où les axes de S et de S′ ne sont pas parallèles.

Pour terminer ce paragraphe, nous pouvons comparer la transformation de Lorentz à celle de Galilée **(1)**.

(1a) $x' = x - vt$

(1b) $y' = y$

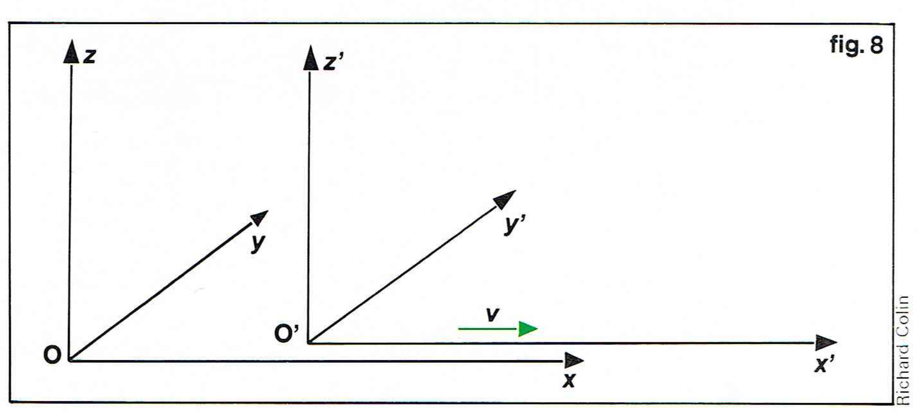
(1c) $z' = z$

(1d) $t' = t$

Cette dernière peut être dérivée de la transformation de Lorentz en prenant une valeur infinie pour c ou de façon plus réelle en considérant que le rapport $\frac{v}{c}$ est très petit par rapport à 1. On peut donc considérer que la transformation de Galilée, ainsi que toute la mécanique classique, est valable dans la limite où les vitesses des corps considérés sont faibles par rapport à la vitesse de la lumière.

Nous allons exposer à présent quelques-unes des conséquences les plus importantes de la Relativité restreinte.

▼ *Figure 8 : le système S′ se déplace vers la droite à la vitesse v parallèle à* **Ox′** *par rapport au système* **S.** *Les axes* **Ox** *et* **Ox′** *sont légèrement décalés (alors qu'ils devraient être confondus) pour la commodité du dessin.*





◀ *Par rapport à une horloge au repos, une horloge en mouvement « retarde ».*

Erich Lessing - Magnum

Comportement des horloges en mouvement : dilatation du temps

Considérons une horloge qui est au repos de façon permanente à l'origine $x' = 0$ de S'. Soit $t'_1 = 0$ et $t'_2 = 1$ s deux battements successifs de cette horloge. Les équations **(4a)** et **(4d)** de la transformation de Lorentz permettent de déterminer les instants de S où se produisent les deux battements :

$$t_1 = 0 \text{ et } t_2 = \frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Dans ces expressions, v représente la vitesse de l'horloge par rapport au référentiel S. Par rapport à ce système de référence, l'intervalle de temps qui sépare deux battements successifs n'est pas une seconde mais $\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ seconde, c'est-à-dire un temps un peu plus long. Par suite de son mouvement, l'horloge marche un peu plus lentement que lorsqu'elle est au repos. On dit parfois que les horloges en mouvement retardent.

Remarquons que, pour $v = c$, le radical $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ serait nul et l'intervalle de temps entre deux battements successifs infini. Pour des vitesses encore plus grandes, le radical serait imaginaire. Nous en concluons donc *que dans la théorie de la Relativité la vitesse c joue le rôle d'une vitesse limite qui ne peut être atteinte et encore moins dépassée par aucun corps réel.* D'ailleurs, ce rôle de la vitesse c résulte déjà des équations mêmes de la transformation de Lorentz qui n'ont pas de sens si nous donnons à v une valeur supérieure à c.

Nous pouvons généraliser le résultat précédemment obtenu : considérons deux battements d'horloge séparés par l'intervalle de temps $\Delta t'$ dans le référentiel où l'horloge est au repos ; ils seront séparés par un intervalle de temps Δt dans le référentiel où l'horloge est animée de la vitesse v tel que :

$$\Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad (8)$$

Pour nous convaincre de ce résultat quelque peu surprenant, nous allons considérer une expérience « par la pensée ».

Expérience par la pensée

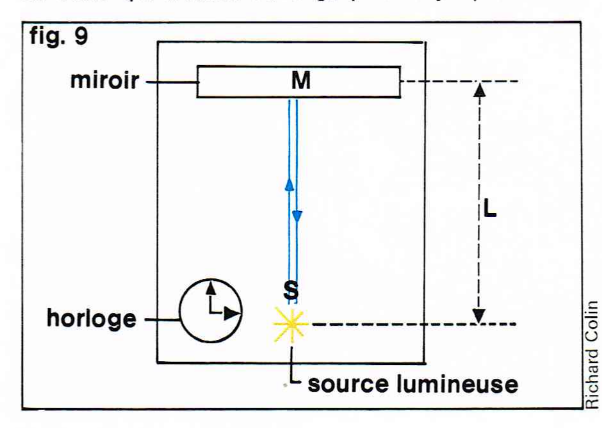
Considérons l'appareil constitué par une boîte sur laquelle est placée une source d'éclairs lumineux S, un miroir M et une horloge (*fig.* 9). Nous allons mesurer le temps mis par la lumière pour aller de la source à l'horloge après avoir subi une réflexion sur le miroir. Il est important de préciser que l'expérience qui va être décrite est une expérience « théorique ».

Si l'horloge était une horloge ordinaire permettant de mesurer des intervalles de temps de quelques secondes, la boîte devrait avoir une longueur de plusieurs centaines de milliers de kilomètres, ce qui est bien sûr impossible à faire. On pourrait alors penser à utiliser une horloge plus perfectionnée, un balayage sur un oscilloscope rapide par exemple, de façon à pouvoir mesurer des intervalles de temps de l'ordre de 10^{-9} seconde, et l'appareil pourrait n'avoir alors que quelques mètres de longueur. Mais nous avons vu que, pour que des intervalles de temps Δt et $\Delta t'$, mesurés par rapport à des référentiels en translation l'un par rapport à l'autre, soient sensiblement différents, il faudrait que l'horloge se déplace à une vitesse voisine de la vitesse de la lumière. A notre époque, ces vitesses ne peuvent être atteintes que par des corps de la taille de celle des atomes.

Aussi, bien que ces difficultés technologiques empêchent de réaliser une telle expérience, il est toujours possible de l'*imaginer*, car elle illustre de manière utile notre réflexion sur les conséquences logiques de certains postulats.

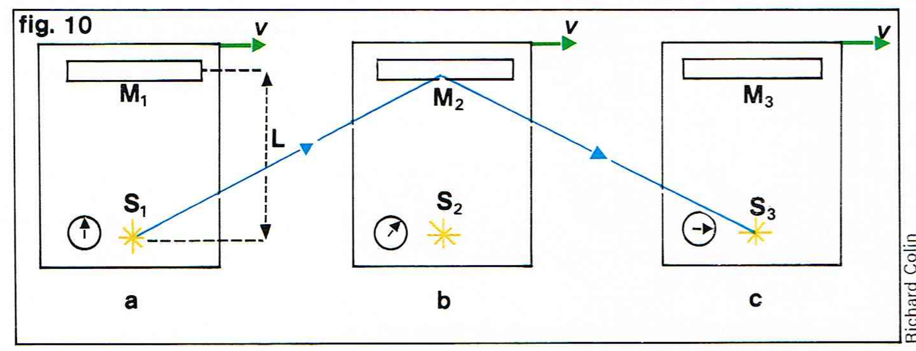
Soulignons quand même que des expériences effectivement réalisables existent et qu'elles confirment la validité de ces postulats ; malheureusement ces expériences sont souvent indirectes, et nous les décrirons ultérieurement.

Revenons à l'appareil de la *figure* 9. La source émet un éclair qui illumine l'horloge puis va jusqu'au miroir



Richard Colin

◀ *Figure 9 : l'éclair lumineux issu de la source S est réfléchi par le miroir et revient en S ; il illumine l'horloge à son départ et à son arrivée.*



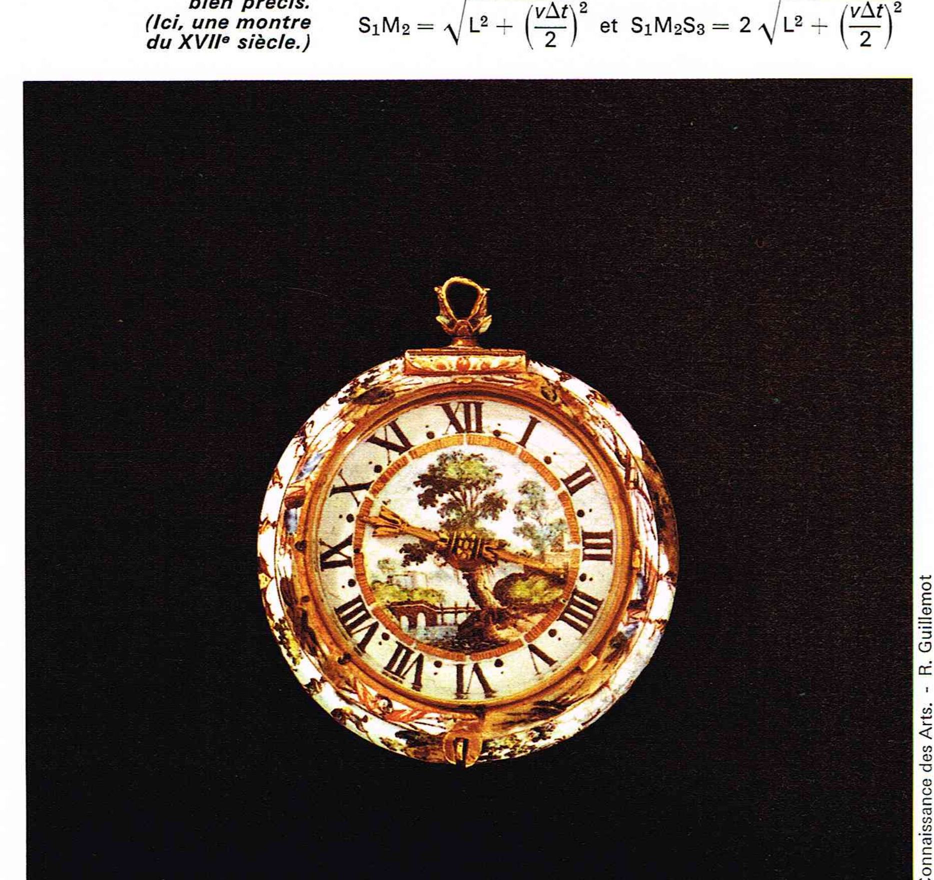
▲ *Figure 10 : la même expérience que sur la figure 9, mais vue par un observateur se déplaçant vers la gauche avec la vitesse v.*

et revient à la source où il illumine à nouveau l'horloge. Nous pouvons imaginer un appareil photographique, placé au-dessus de l'horloge, qui enregistre une image permanente du cadran. L'éclair parcourt une distance 2 L à la vitesse c (d'après le deuxième postulat). La photographie de l'horloge montrera que les aiguilles ont tourné de $\frac{2\,L}{c}$ entre les deux éclairs. Nous avons donc mesuré l'intervalle de temps entre les deux événements suivants : 1) départ du signal de la source ; 2) arrivée du signal réfléchi à la source. De façon plus précise, remarquons que nous avons mesuré cet intervalle de temps avec la même horloge, qui était présente au cours des deux événements (à côté de la source). Un intervalle de temps mesuré de cette manière est dit *intervalle de temps propre*.

Considérons la même expérience du point de vue d'un observateur se déplaçant vers la gauche avec la vitesse v. Dans le système de référence S lié à cet observateur, l'appareil se déplace vers la droite avec la vitesse v (*fig.* 10). Supposons que l'éclair lumineux quitte la source lorsque l'appareil est en position (a). La lumière va jusqu'au miroir puis revient à la source. Mais pendant ce temps, l'appareil s'est déplacé de S_1 à S_2 puis à S_3. Le rayon lumineux a suivi le trajet $S_1M_2S_3$. Supposons que ce trajet ait duré un temps Δt, la distance S_1S_3 est alors égale à $v\Delta t$. On a donc :

$$S_1M_2 = \sqrt{L^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2} \quad \text{et} \quad S_1M_2S_3 = 2\sqrt{L^2 + \left(\frac{v\Delta t}{2}\right)^2}$$

▼ *Les horloges ne mesurent pas une quantité mystérieuse appelée « Temps » mais un intervalle de temps entre deux événements bien précis. (Ici, une montre du XVII[e] siècle.)*



Dans le référentiel S, la lumière se propage avec la vitesse c. Ceci entraîne que :

$$S_1M_2S_3 = c\Delta t \quad \text{d'où} \quad \Delta t = \frac{\frac{2\,L}{c}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Nous avons ainsi mesuré l'intervalle de temps entre l'émission et la réception de l'éclair lumineux, c'est-à-dire entre les *deux mêmes événements* que précédemment, mais, cette fois-ci, dans un système de référence par rapport auquel l'appareil se déplace avec la vitesse v, c'est-à-dire un système de référence dans lequel les deux événements ont lieu à des endroits différents. Un tel intervalle de temps est dit intervalle de *temps impropre*.

Puisque $\frac{2\,L}{c} = \Delta t'$ est l'intervalle de temps propre, on a la relation :

(9) $$\Delta t \text{ (impropre)} = \frac{\Delta t' \text{ (propre)}}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Nous retrouvons ainsi l'effet de dilatation du temps vu précédemment **(8)**.

Nous serions tentés à présent de conclure que l'horloge mobile (celle liée à l'appareil) retarde. Cette conclusion n'est pas fausse, mais elle soulève en apparence un paradoxe et semble en contradiction avec le premier postulat. Si une horloge A se déplace par rapport à une horloge B, alors A retarde par rapport à B ; mais, vu du système de référence où l'horloge A est au repos, c'est B qui se déplace, alors c'est B qui retarde par rapport à A. Il y a là une contradiction logique. Pour la résoudre, il faut réfléchir à ce que mesurent les horloges, elles ne mesurent pas une quantité mystérieuse appelée « Temps », mais un intervalle de temps entre deux événements bien précis. Dans le cas traité plus haut, les deux événements étaient le départ et le retour de l'éclair lumineux. Il n'y avait qu'*un* système de référence où ces deux événements se produisaient au même point de l'espace : le système de référence de l'appareil ; dans ce référentiel, l'intervalle de temps entre ces événements est plus court que dans tout autre référentiel. Pour mesurer un intervalle de temps propre dans le système du laboratoire où l'appareil se déplace, il faut considérer un autre couple d'événements, et donc faire une autre expérience.

Expériences réelles sur la dilatation du temps

Les résultats précédents sont extrêmement surprenants, et nous ne saurions nous contenter d'une « expérience par la pensée ». La première observation d'un effet lié à la dilatation du temps fut réalisée par Yves et Stiwell [(7)] qui mesurèrent les changements de fréquence des radiations émises par des atomes en mouvement rapide. Leurs résultats se trouvèrent en parfait accord avec la théorie de la Relativité. L'effet qui était mesuré avec précision restait très faible, car les vitesses des atomes n'atteignaient que 0,5 % de la vitesse de la lumière. Des effets vraiment importants nécessitent des particules élémentaires dont la vitesse avoisine la vitesse de la lumière. C'est ainsi que Rossi et Hall [(8)] et plus récemment Frisch et Smith [(9)] observèrent les effets de dilatation du temps pour les muons du rayonnement cosmique.

Les muons sont des particules chargées dont la masse est environ 200 fois celle de l'électron. Ils se désintègrent spontanément en un électron, un neutrino et un antineutrino avec une période $t_1 = 1{,}53 \cdot 10^{-6}$ s, que nous définissons comme le temps au bout duquel il ne reste que la moitié du nombre de particules élémentaires initiales. Ceci veut dire que, si 1 000 muons sont présents à un instant initial, il n'en reste que 500 au bout de $1{,}53 \cdot 10^{-6}$ s, et 250 au bout de $3{,}06 \cdot 10^{-6}$ s. Les temps sont mesurés dans le système de référence où les muons sont au repos. Un groupe de muons peut ainsi servir d'horloge pour mesurer des intervalles de temps courts. Si 624 muons existent lorsque se produit un certain événement et s'il n'en reste que 156 lorsque se produit un deuxième événement, c'est que l'intervalle de temps entre les deux événements est de deux périodes, soit $3{,}06 \cdot 10^{-6}$ s.

Les muons sont les particules les plus nombreuses dans le rayonnement cosmique à des altitudes de quelques kilomètres. Ils voyagent pour la plupart verticalement vers la Terre à des vitesses voisines de celle de la lumière.

Dans l'expérience citée, on mesure le temps mis par les muons pour parcourir une distance de l'ordre de 2 000 m à l'aide d'horloges liées au sol et de l'horloge constituée par les muons eux-mêmes. Au cours de l'expérience citée, un compteur de muons était installé au sommet du mont Washington à une altitude de 1 910 m ; il comptait les muons dont la vitesse était comprise entre 0,995 0 et 0,995 4 fois la vitesse de la lumière (environ 99,52 % de la vitesse de la lumière). Ce compteur enregistra par heure 563 ± 10 muons animés de telles vitesses. On déplaça l'appareil à un endroit d'altitude 3 m, et il enregistra 408 ± 9 muons par heure. Dans cette expérience, ce n'était naturellement pas les mêmes muons qu'on chronométrait entre 1 910 m et 3 m, mais l'intensité des rayons cosmiques ne varie pas d'un endroit à l'autre et d'un instant à l'autre (ou du moins pour des distances de quelques milliers de mètres et des intervalles de temps de quelques jours). Les résultats étaient donc interprétables de la même manière que si on avait effectué les mesures sur un seul groupe de muons.

Nous allons comparer les temps de parcours des muons mesurés par des horloges fixes par rapport à la Terre d'une part et par l'horloge des muons d'autre part. Les muons étaient en fait ralentis par l'air, et leur vitesse moyenne n'était plus que 0,992 fois la vitesse de la lumière. Le temps de parcours mesuré par des horloges terrestres était donc :

$$\Delta t_i = \frac{(1\,910 - 3)}{0{,}992 \times 3 \cdot 10^8} = 6{,}4 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Cet intervalle de temps est un intervalle de temps impropre qui sépare les deux événements : 1) le muon arrive à l'altitude 1 910 m, et 2) le muon arrive à l'altitude 3 m. L'intervalle de temps propre est mesuré par les horloges des muons eux-mêmes qui sont présentes au cours des deux événements. Comme nettement plus de la moitié des muons arrive à l'altitude de 3 m, l'intervalle de temps mesuré par les muons-horloges est certainement inférieur à leur période, c'est-à-dire à $1{,}56 \cdot 10^{-6}$ s. On peut en donner une estimation plus précise : dans un processus de désintégration aléatoire partant d'un nombre N_0 de particules il en reste au bout du temps t un nombre N donné par :

$$N = N_0 e^{-t/t_0}$$

Le temps t_0 est lié à la période des particules. Quand $N = \frac{N_0}{2}$ t est égal à la période t_1, on en déduit que :

$$t_0 = \frac{t_1}{\text{Log } 2} \quad \text{soit } t_0 = 2{,}21 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

Le temps de parcours t depuis le mont Washington jusqu'à l'altitude 3 m est tel que :

$$408 = 565\, e^{-t/t_0} \quad \text{soit } t = 0{,}715 \cdot 10^{-6} \text{ s}$$

L'intervalle de temps propre Δt_p est égal au temps de parcours t, soit : $\Delta t_p = 0{,}715 \cdot 10^{-6}$ s

On constate sans aucun doute qu'il y a entre Δt_i et Δt_p une différence étonnante !

Comparons les valeurs théorique et expérimentale du rapport $\frac{\Delta t_p}{\Delta t_i}$:

— la valeur théorique de ce rapport est

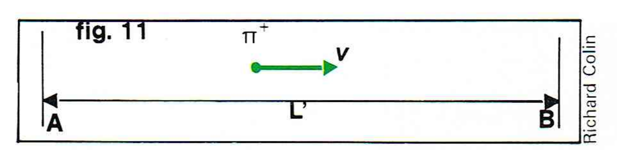
$$\frac{\Delta t_p}{\Delta t_i} = \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} = \sqrt{1 - (0{,}992)^2} = 0{,}13$$

— la valeur expérimentale est

$$\frac{\Delta t_p}{\Delta t_i} = \frac{0{,}715 \cdot 10^{-6}}{6{,}4 \cdot 10^{-6}} = 0{,}11$$

La concordance entre ces deux valeurs est bonne, compte tenu des erreurs expérimentales.

On peut remarquer que l'effet mesuré dans cette expérience est important : les muons se désintégraient 9 fois plus lentement que s'ils étaient au repos, leurs horloges retardaient donc dans un rapport 9. Les physiciens qui étudient des particules de hautes énergies produites par des accélérateurs de grande puissance observent des faisceaux d'autres particules élémentaires telles que des pions, des kaons, etc., qui se désintègrent spontanément plus de 100 fois plus vite que les muons. Si la dilatation du temps n'intervenait pas pour ralentir ce processus de désintégration, ces particules disparaîtraient sans avoir pu parcourir plus de quelques mètres, bien que leur vitesse soit très voisine de celle de la lumière. En fait, on peut les observer à plus de cent mètres du point où elles ont été produites dans l'accélérateur et les utiliser pour d'autres expériences.



◀ ***Figure 11 : un méson π^+ se déplace entre deux repères A et B fixes dans le référentiel du laboratoire.***

Comportement des règles en mouvement, contraction des longueurs

La *figure* 11 montre une autre particule élémentaire : le méson π^+ qui voyage à la vitesse v entre deux points A et B fixes dans le référentiel du laboratoire et séparés d'une distance L'.

Dans ce système de référence, il parcourt donc la distance L' en un temps $\frac{L'}{v}$ qui est un intervalle de temps impropre entre les deux événements : 1) le méson passe en A, et 2) le méson passe en B. C'est un intervalle de temps impropre parce que les deux événements se produisent en deux points différents du référentiel du laboratoire et doivent être chronométrés par deux horloges différentes. Par contre, l'horloge du méson π^+ mesurerait l'intervalle de temps propre entre ces deux événements, soit : $\frac{L'}{v}\sqrt{1 - v^2/c^2}$.

Dans le système de référence du méson, les points A et B s'approchent de lui à la vitesse v. Le premier passe, puis le second après un intervalle de temps

$$\frac{L'}{v}\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Dans le référentiel du méson, la distance entre les deux repères est L = vitesse des repères multipliée par cet intervalle de temps, soit :

(10) $$L = L'\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Dans le référentiel où les points A et B sont animés d'une vitesse v, la distance qui les sépare est diminuée d'un facteur $\sqrt{1 - v^2/c^2}$. C'est le phénomène de contraction des longueurs. Cette démonstration simple montre que la dilatation des temps conduit nécessairement à la contraction des longueurs.

Nous allons analyser ce résultat à l'aide de la transformation de Lorentz.

Plaçons une règle de longueur L' sur l'axe $O'x'$ de S' de telle sorte qu'une de ses extrémités coïncide avec le point $x' = 0$ et l'autre avec le point $x' = L'$. Quelle est la longueur de cette règle par rapport au système S ? Autrement dit, où se trouvent l'origine et la fin de la règle par rapport à S *au même instant t* du système S ?

D'après l'équation **(4a)** de la transformation de Lorentz, les valeurs de ces deux coordonnées au temps t sont :

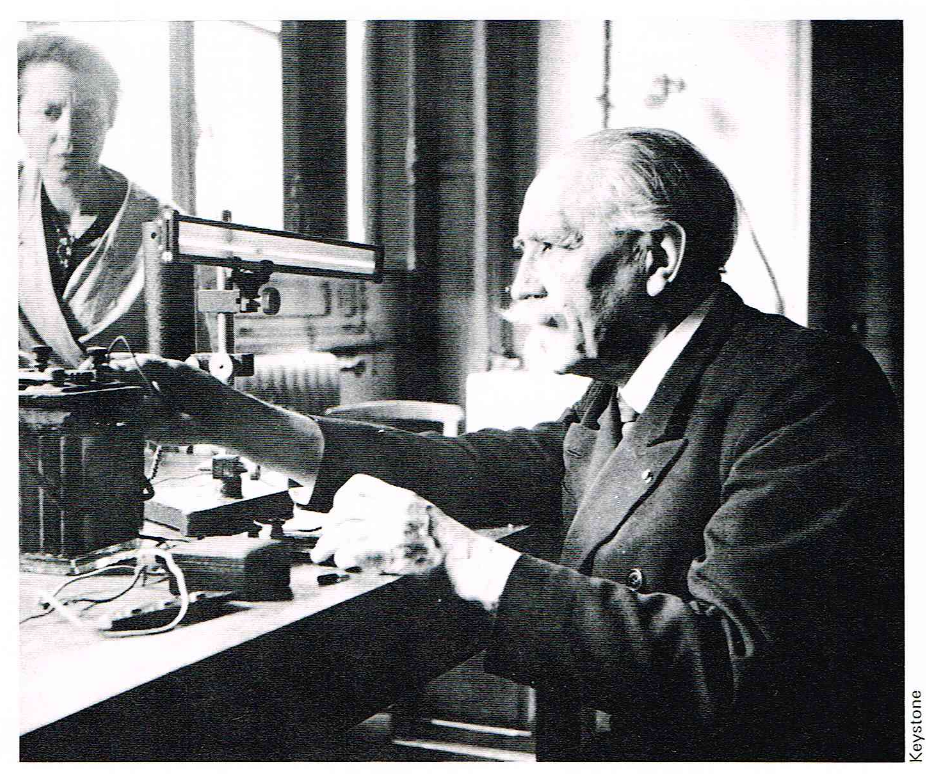
$$x \text{ (origine de la règle)} - vt = 0\,\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

$$x \text{ (fin de la règle)} - vt = L'\,\sqrt{1 - v^2/c^2}$$

Leur distance est égale à $L'\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Par rapport à S, la règle se déplace à la vitesse v ; il s'ensuit que la longueur d'une règle rigide qui se déplace avec une vitesse v dans le sens de sa longueur est égale à $\sqrt{1 - v^2/c^2}$ fois sa longueur dans le référentiel où elle est au repos.

On retrouve ainsi le résultat établi plus haut **(10)** : la règle sera plus courte dans le référentiel où elle a une vitesse v que dans le référentiel où elle est au repos ; elle sera d'autant plus courte qu'elle va plus vite. C'est le *phénomène de contraction des longueurs*.

Certains verrons apparaître ici un paradoxe : si nous avions considéré une règle sur l'axe des x de longueur L au repos par rapport à S, nous aurions trouvé conformément au premier postulat que sa longueur par rapport à S' est égale à $L\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Comment la règle de S peut-elle être à la fois contractée et dilatée par rapport à S' ? Ce paradoxe disparaît si l'on se rappelle que deux



▲ *Les conséquences de la Relativité du temps apparaissent dans l'expérience « du voyageur de Langevin ». Ici, le professeur* P. Langevin *(1872-1946), dans son laboratoire.*

événements simultanés dans un référentiel ne le sont plus dans un référentiel en translation par rapport à lui. Les événements que nous avons considérés pour mesurer dans le référentiel S la règle de S′ étaient simultanés dans S, mais ils ne le sont pas dans S′, ils ne peuvent servir pour mesurer dans S′ la règle de S. Il faut refaire une autre expérience avec un nouveau couple d'événements, et il n'y a rien de paradoxal à trouver que cette autre expérience donne un résultat différent.

Le paradoxe des jumeaux ou paradoxe du voyageur de Langevin

Deux jumeaux sont au repos sur la Terre. L'un d'eux fait un voyage en fusée à très grande vitesse jusqu'à une planète voisine et revient sur terre. Pendant le voyage de l'aller, le jumeau resté sur terre voit constamment les horloges de la fusée retarder. Parmi toutes les horloges possibles, il y a les processus biologiques, et le jumeau qui est sur terre pense que celui de la fusée vieillit moins vite que lui. La même conclusion est vraie au cours du trajet retour, puisque la dilatation du temps ne dépend que du carré de la vitesse. A la fin du voyage, les deux jumeaux reviennent côte à côte, mais celui de la fusée est plus jeune que celui qui est resté sur terre. En réalité, pour des vitesses suffisantes, il peut même rencontrer ses arrière-petits-enfants qui seront plus âgés que lui ! Cette conclusion est stupéfiante, mais la plupart des physiciens pensent actuellement que c'est la *conclusion correcte* déduite de la théorie de la Relativité.

Le *paradoxe* semble apparaître quand on se place du point de vue du jumeau de la fusée. *Lui* voit les horloges de la Terre retarder et, quand il retourne sur terre, il pense que le jumeau resté au sol est plus jeune. Nous allons montrer que cette conclusion vient d'une faute de raisonnement et qu'elle est incorrecte.

Les deux situations semblent *a priori* symétriques. Le jumeau de la fusée pourrait penser que c'est le jumeau restant sur terre qui est parti sur un vaisseau spatial (la Terre) et revenu. La différence *physique* est que le jumeau de la fusée a subi une *accélération* à la fin de l'aller pour faire demi-tour, et pas celui de la Terre (*fig.* 12).

Nous pouvons décrire le voyage à l'aide de trois événements différents : le départ de la Terre, le retour sur la Terre et l'accélération du jumeau de la fusée au moment du demi-tour. Le jumeau resté sur terre n'est présent qu'à deux événements, celui de la fusée est présent aux trois. Le voyage n'est pas symétrique pour les deux jumeaux. On ne peut donc pas, en se plaçant du point de vue du jumeau de la fusée, invoquer le principe de Relativité pour affirmer que c'est le jumeau de la Terre qui est resté le plus jeune.

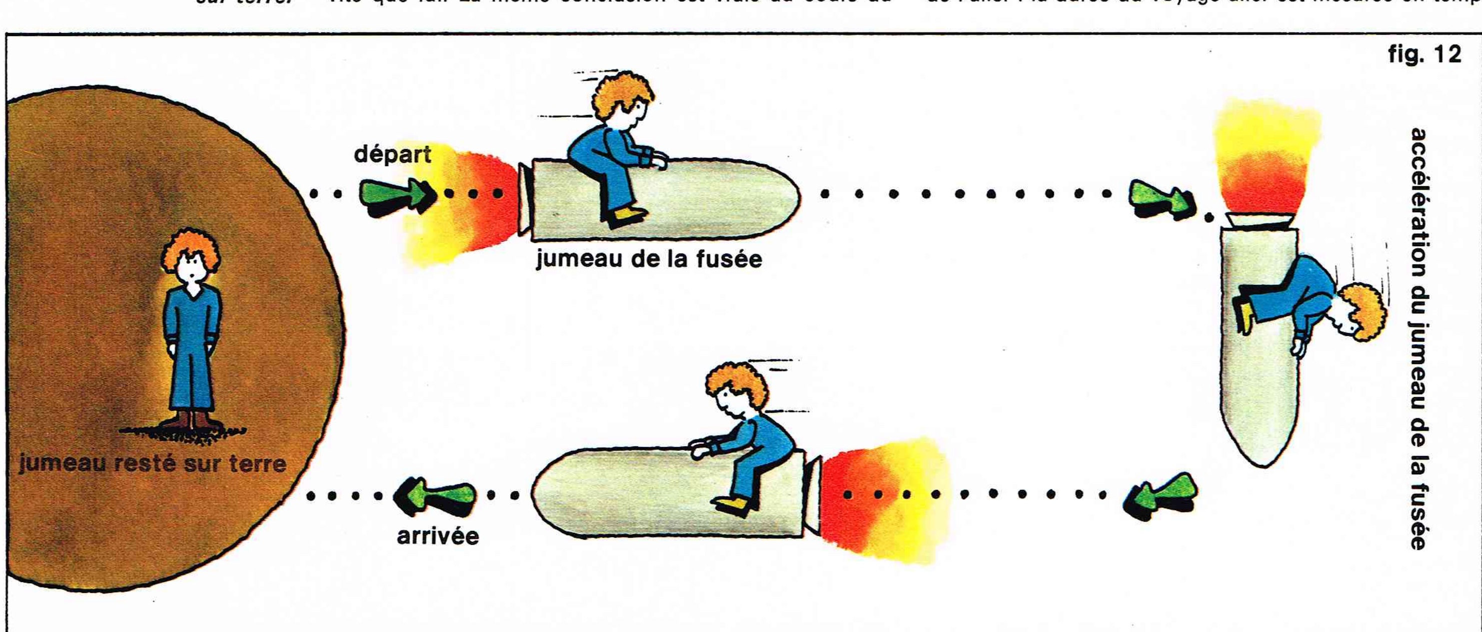
Nous venons de montrer que la résolution du paradoxe fait intervenir une discussion des accélérations subies par la fusée, en toute rigueur il faudrait faire appel à la théorie de la Relativité générale pour introduire les accélérations. Cependant on peut discuter ce problème de façon assez correcte dans le cadre de la Relativité restreinte, et c'est ce que nous allons faire à présent.

Solution du « paradoxe » des jumeaux

Pour simplifier, nous allons modifier le déroulement du voyage (*fig.* 13) : nous considérons maintenant deux fusées, l'une s'éloignant toujours de la Terre à la vitesse *v*, l'autre s'approchant de la Terre à la vitesse *v*. Le jumeau voyageur débute son voyage en sautant sur la première fusée, puis change de fusée à la fin de son voyage aller, puis saute de la deuxième fusée sur la Terre. Nous avons à présent trois observateurs liés à des systèmes de références inertiels : le jumeau resté sur terre, les pilotes des deux fusées.

Du point de vue du jumeau resté sur terre, le voyage a duré un temps total T, T/2 est le temps de l'aller et T/2 celui du retour. Considérons le point de vue du pilote de l'aller : la durée du voyage aller est mesurée en temps

▼ *Figure 12 ; le paradoxe des jumeaux : un des jumeaux reste sur terre, l'autre fait un voyage en fusée et revient sur terre.*



propre, puisqu'il est présent à la fois au départ et au changement de fusée. Par contre, le jumeau resté sur terre mesure un intervalle de temps impropre T/2 entre ces événements, donc, pour le pilote de la fusée, le voyage aller a duré d'après le résultat **(9)** un temps

$$\frac{T}{2}\sqrt{1-v^2/c^2}$$

Nous pourrions effectuer le même raisonnement pour le voyage de retour : d'après le deuxième pilote, ce voyage a duré un temps $\frac{T}{2}\sqrt{1-v^2/c^2}$. Supposons à présent que le jumeau de la fusée n'ait pas de montre mais qu'il calcule la durée de son voyage en interrogeant les pilotes des deux fusées. En quittant la première fusée, il demande au pilote combien de temps a duré son voyage aller; réponse : $\frac{T}{2}\sqrt{1-v^2/c^2}$; en quittant la deuxième fusée, il apprend par son pilote que son voyage a duré $\frac{T}{2}\sqrt{1-v^2/c^2}$. Il en conclut que le voyage total a duré $T\sqrt{1-v^2/c^2}$. Le jumeau resté sur terre croit que le voyage a duré un temps T, mais en même temps il voit constamment les horloges des fusées retarder d'un facteur $\sqrt{1-v^2/c^2}$. Les deux jumeaux tombent donc d'accord pour dire que le voyage a duré un temps $T\sqrt{1-v^2/c^2}$.

Nous allons à présent discuter ce résultat et citer des expériences le confirmant.

Discussion et expériences

Nous avons noté que la solution du problème du paradoxe des jumeaux faisait intervenir l'accélération du jumeau de la fusée, et nous avons contourné cette difficulté en utilisant deux référentiels d'inertie. On peut se demander cependant ce qui se serait passé lors de la fantastique accélération du demi-tour si le jumeau voyageur avait transporté des horloges. Ce n'est que dans le cadre de la théorie de la Relativité générale que l'on peut obtenir une réponse satisfaisante à cette question. Nous nous contenterons de dire qu'un tel traitement est en accord avec le nôtre pourvu que la masse de la fusée soit petite par rapport au système dans lequel elle accélère, c'est-à-dire l'Univers.

Le résultat que nous venons d'exposer est accepté par la majorité des physiciens. Cependant, quelques-uns l'ont refusé et le refusent toujours pour des raisons philosophiques. L'un d'entre eux, Herbert Dingle, poursuivit une controverse durant des décennies jusqu'à ce que, réalisant que cette prédiction concernant les jumeaux se déduisait réellement de la théorie de la Relativité, il décidât que la théorie de la Relativité tout entière devait être rejetée [10].

Plus récemment, Sachs [11], dans un article paru dans la revue américaine *Physics Today*, rejetait la résolution du paradoxe des jumeaux et « démontrait » par un argument mathématique malheureusement erroné que les deux jumeaux au retour sur terre devaient avoir le même âge.

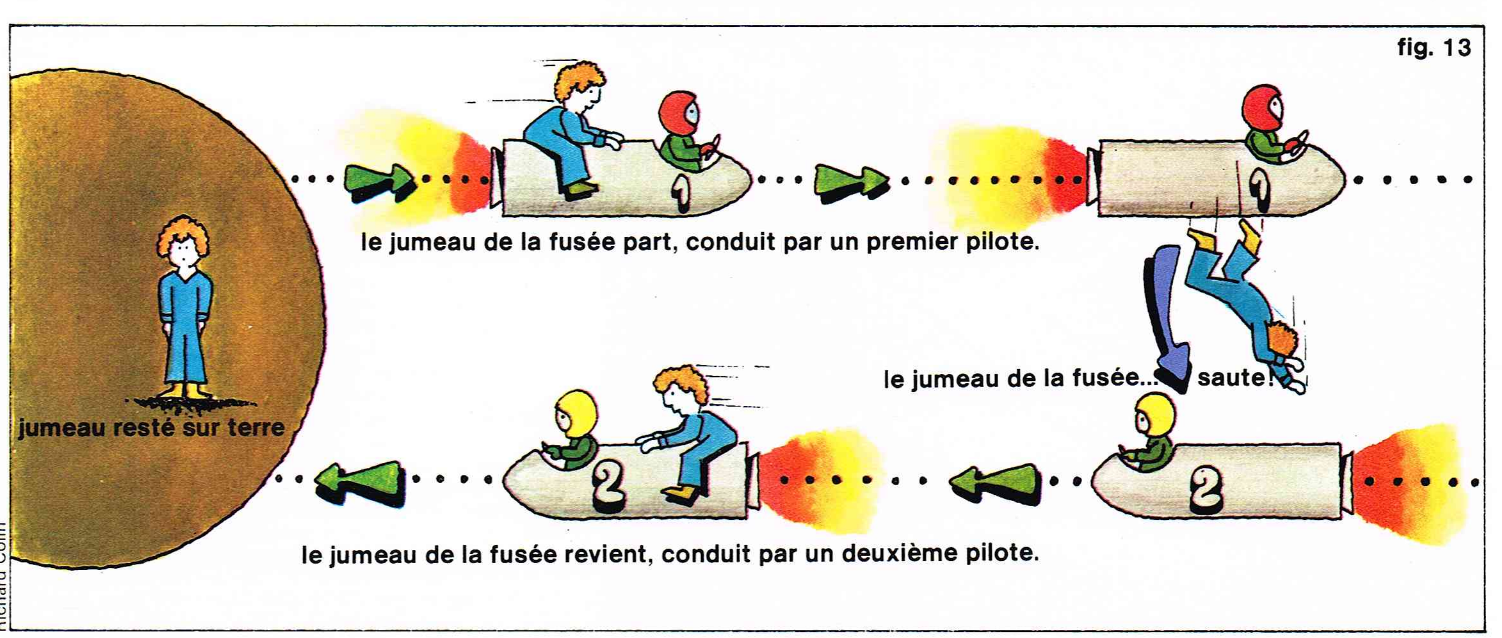
En fait, il y a au moins trois classes d'expériences qui vérifient la conclusion usuelle que le jumeau voyageur est plus jeune à la fin du voyage que son frère resté sur terre [3].

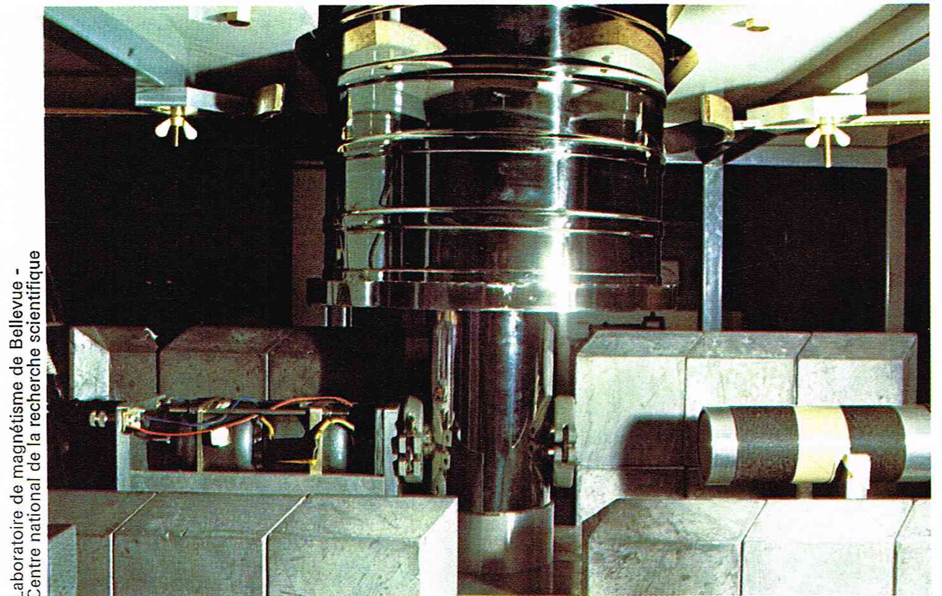
La plus ancienne vérification est fondée sur la comparaison des résultats d'un certain nombre d'expériences indépendantes. Par souci de clarté, nous la présenterons comme une « expérience par la pensée ». Considérons un faisceau de particules élémentaires (des pions positifs par exemple) de faible énergie que nous diviserons en deux faisceaux (les deux jumeaux). Supposons qu'un des faisceaux soit arrêté par une substance absorbante dans laquelle les pions se désintègrent en donnant naissance à d'autres particules élémentaires, les muons (c'est le premier jumeau qui vieillit). L'autre faisceau (le deuxième jumeau) voyage jusqu'à une cible où les pions, qui ne sont pas désintégrés durant le trajet, sont réfléchis (rétrodiffusion) et reviennent finalement s'arrêter dans une deuxième plaque absorbante à côté de la première (les jumeaux se rencontrent à nouveau). L'âge du deuxième faisceau (le deuxième jumeau) peut être déterminé par l'intensité des désintégrations en muons dans l'échantillon.

Nous avons de nombreuses preuves expérimentales que la dilatation du temps agit pour les pions qui voyagent et que les pions ne se transforment pas en muons de façon anormale durant la période de diffusion (qui est une période d'accélération) ou d'absorption (qui est une période de décélération). Il s'ensuit que les deux faisceaux doivent être de taille différente, donc, comme nous l'avons vu plus haut [8] (dans la vérification expérimentale de la dilatation du temps par la décomposition des mésons d'âges différents), le deuxième faisceau (deuxième jumeau) doit être plus grand, donc plus jeune, que le premier; c'est ce qui est vérifié expérimentalement.

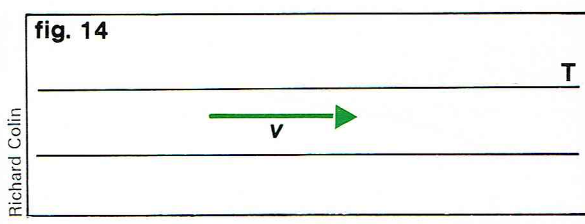
Une deuxième vérification est obtenue en comparant les résultats de mesures fines utilisant l'effet Mössbauer. Nous considérons ici deux jumeaux qui effectuent tous les deux des voyages aller-retour, mais à des vitesses différentes. Le jumeau le plus rapide est ici représenté par un groupe d'atomes excités à haute température, le jumeau lent est un groupe similaire d'atomes à basse température. Nous trouvons que le jumeau rapide vieillit plus lentement que le jumeau lent dans la mesure où la fréquence émise par les atomes les plus chauds (qui peut se comparer à la fréquence de pulsations du cœur du jumeau) est plus faible que celle émise par les atomes les plus froids. Cet effet fut d'abord mis en évidence et analysé par Brian Josephson, alors étudiant à Cambridge !

▼ ***Figure 13 ; le paradoxe des jumeaux : schématisation du voyage.***

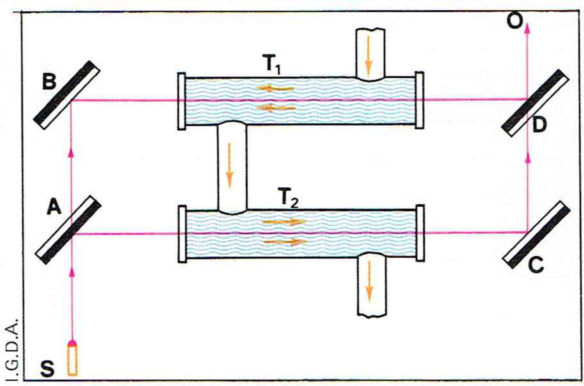




Laboratoire de magnétisme de Bellevue - Centre national de la recherche scientifique

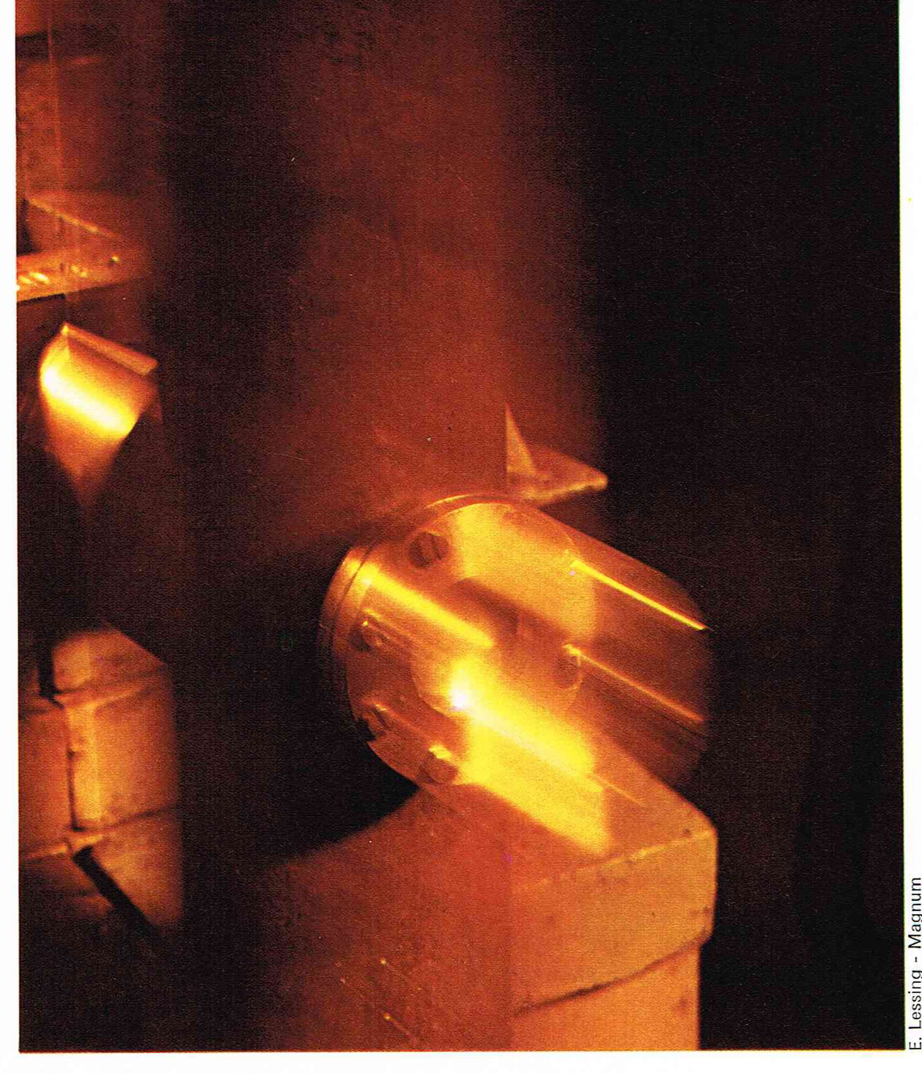


Richard Colin



I.G.D.A.

▲▶ *Ci-dessus, appareillage de spectrométrie Mössbauer, à basse température, avec cryostat.*
A droite, en haut, figure 14 : la lumière se propage le long du tuyau T *rempli de liquide animé de la vitesse* v.
En bas, figure 15 : expérience de Fizeau *relative à la variation de la vitesse de la lumière se propageant dans un milieu en mouvement.*
▼ *La « machine de Mössbauer », construite par Richard Mössbauer, pour vérifier la théorie d'Einstein ; l'effet produit par cette machine est appelé* « effet Mössbauer ».



E. Lessing - Magnum

La troisième vérification concerne une observation faite au CERN [13] (Conseil européen pour la recherche nucléaire) sur des muons voyageant à 0,996 5 fois la vitesse de la lumière. Ces muons effectuent des voyages circulaires et retournent à leur point de départ, ce qui permet une comparaison de leur âge (leur durée de vie par rapport à la désintégration en particules plus légères) avec leurs jumeaux immobiles. Ces derniers avaient une durée de vie de 2,2 microsecondes (millionièmes de seconde), alors que ceux qui voyageaient circulairement avaient une durée de vie 12 fois supérieure comme le terme en $\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ le laisse prévoir.

Composition des vitesses

Considérons un point M se déplaçant dans S avec la vitesse v_1 parallèle à Ox ; dans S′ sa vitesse sera v'_1 parallèle à Ox'. La transformation de Lorentz **(4)** nous permet de montrer que :

(11) $$v'_1 = \frac{v + v_1}{1 + \frac{vv_1}{c^2}}$$

Dans la limite des faibles vitesses, nous retrouvons la loi de composition des vitesses de la mécanique classique :

(12) $$v'_1 = v + v_1$$

Nous allons à présent citer des vérifications expérimentales de l'équation **(11)**, et d'abord l'expérience de Fizeau réalisée vers 1850 et qui fut une des premières vérifications de la théorie de la Relativité.

Expérience de Fizeau

La lumière se propage dans un milieu matériel avec une vitesse inférieure à sa vitesse de propagation c dans le vide. Soit v_1 sa vitesse de propagation dans un liquide immobile. Avec quelle vitesse v'_1 se propage-t-elle dans la direction Ox (*fig.* 14) le long du tuyau T si celui-ci est parcouru par ledit liquide animé cette fois de la vitesse v. La vitesse v'_1 nous est donnée par l'équation **(11)** ou **(12)** selon que c'est la transformation de Galilée ou celle de Lorentz qui correspond à la réalité.

Dans l'expérience de Fizeau (*fig.* 15), un faisceau de lumière monochromatique émis par une lampe à mercure S tombe sur une lame de verre A recouverte d'un film fin d'argent d'épaisseur telle que la moitié du faisceau lumineux incident soit réfléchie alors que l'autre moitié traverse A et se réfléchit sur le miroir B : on obtient ainsi deux faisceaux de lumière parallèles de même intensité dont les vibrations sont synchrones. Ces faisceaux traversent les tubes T_1 et T_2 et tombent respectivement sur le miroir C et la lame D, et rejoignent, après réflexion, l'œil de l'observateur O. Si l'eau dans les deux tubes est immobile, les deux faisceaux se retrouvent en phase en O

et leurs intensités s'ajoutent; si, par contre, l'eau dans les deux tubes se déplace en sens opposé et « entraîne » les rayons lumineux, les rayons qui traversent le tube T_2 arriveront en O avant ceux qui traversent le tube T_1. Si la différence ainsi produite des chemins optiques est égale à une demi-longueur d'onde, alors les intensités des deux faisceaux se soustraient, et on a un phénomène d'interférences lumineuses.

Le résultat de cette expérience indique que c'est la loi de composition des vitesses **(11)** qui doit être retenue. Nous allons à présent donner une autre confirmation expérimentale de la loi de composition des vitesses.

Vitesse limite

Imaginons qu'un vaisseau spatial passant près de la Terre avec la vitesse 0,99 fois c (0,99 c) envoie devant lui un projectile plus petit avec la vitesse 0,99 c par rapport au vaisseau. Quelle est la vitesse de ce projectile par rapport à la Terre ?

D'après l'équation **(11)**, on obtient en faisant

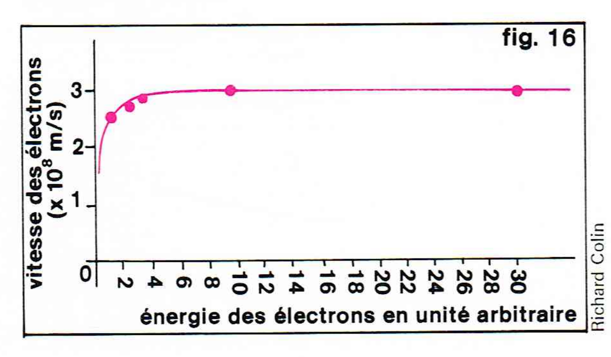
$$v_1 = 0{,}99\ c \quad \text{et} \quad v = 0{,}99\ c, \quad v_1' = 0{,}999\ 95\ c$$

On voit apparaître ici l'existence d'une vitesse limite impossible à dépasser qui est la vitesse de la lumière. L'existence de cette vitesse limite est l'une des prévisions caractéristiques de la Relativité.

Ce résultat a été confirmé par de nombreuses expériences, en particulier celle de W. Bertozzi [14] qui est une vérification directe et fondée sur un principe simple. Des paquets d'électrons sont formés dans un accélérateur linéaire. On accélère ces électrons à de grandes vitesses qu'on détermine directement en chronométrant le temps mis par les électrons pour parcourir une distance connue. Le nombre d'électrons est déterminé par la charge totale du faisceau, l'énergie totale du faisceau est mesurée très directement par ses effets calorifiques dans un calorimètre. On calcule ensuite l'énergie de chaque électron. La *figure* 16 représente la vitesse des électrons en fonction de leur énergie : quand l'énergie des électrons augmente, leur vitesse approche mais ne dépasse jamais celle de la lumière.

Équivalence masse-énergie

Nous pouvons brièvement résumer les idées exposées jusqu'à présent : l'expérience nous a conduit à penser que, d'une part, le principe de Relativité est vrai et que, d'autre part, la vitesse de propagation de la lumière dans le vide est constante et égale à c. En réunissant ces deux postulats, nous avons obtenu la loi de transformation pour les coordonnées x, y, z, t d'un événement lorsqu'on passe d'un référentiel galiléen à un autre. Cette transformation n'est pas la transformation de Galilée (contrairement à la mécanique classique), mais la transformation de Lorentz. Nous pouvons à présent réunir cette transformation avec le principe de Relativité de la façon suivante : toute loi générale de la nature doit être telle qu'elle se transforme en une loi de la même forme quand on introduit au lieu des variables d'espace-temps x, y, z, t du système de coordonnées initial S les nouvelles variables d'espace-temps x', y', z', t' du système de coordonnées S' telles que la relation entre x, y, z, t et x', y', z', t' est donnée par la transformation de Lorentz. En résumé : les lois générales de la nature sont invariantes par la transformation de Lorentz. Si l'on découvrait une loi générale ne satisfaisant pas à cette condition, alors un au moins des deux postulats fondamentaux de la théorie serait à rejeter.



Richard Colin

◀ *Figure 16 : mesure de la vitesse des électrons en fonction de leur énergie.*

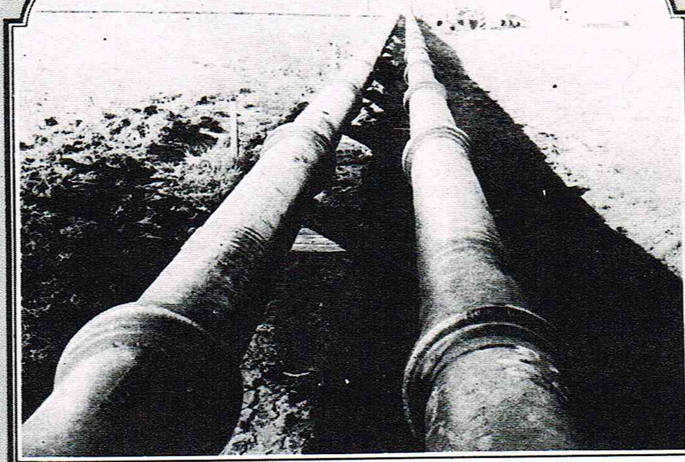
temps de parcours, lequel est lui-même d'environ un deux-cent millième de seconde. Le retard à mesurer est ainsi d'un *deux-millionième de milliardième de seconde* ! N'est-il pas admirable que les appareils de M. Michelson permettent de mesurer avec certitude une durée si extraordinairement petite?

LA PREUVE...

Le savant professeur vient d'annoncer que le résultat prévu a effectivement été observé. M. Michelson, qui avait tout d'abord accueilli avec scepticisme la théorie de la relativité, voit dans ce résultat positif une confirmation expérimentale de l'exposé d'Einstein. Il se place pour cela au point de vue suivant. Une expérience célèbre, et qui est précisément due à M. le professeur Michelson lui-même, a montré d'une façon péremptoire ce qu'il fallait penser de l'influence que peut exercer le mouvement de translation de notre globe terrestre sur les expériences d'optique que l'on fait à sa surface. Cette influence est nulle.

« Or, ce résultat *négatif* a été l'un des points de départ de la nouvelle théorie créée par Einstein ; et ce qui est assez curieux, c'est que le professeur Michelson avait d'abord songé à l'expliquer tout autrement. Il suffit, disait-il, d'admettre que c'est la terre qui, en raison de son énorme masse, entraîne avec elle dans l'espace, et cela d'une manière complète, l'éther dans lequel — suivant la théorie des « ondulations » — on admet que la lumière se propage.

(Voir la suite de l'article, page XL)



LE RECTANGLE EXPÉRIMENTAL INSTALLÉ DANS LA PLAINE DE CLEARING

A Clearing (Illinois), l'Université de Chicago vient de faire installer ce « rectangle » de poteries, long de 450 mètres environ et large de 400, grâce auquel des expériences doivent établir si, conformément à la théorie d'Einstein, l'éther interplanétaire est un élément négligeable dans la mesure de la vitesse de la lumière solaire.



LE LABORATOIRE D'OBSERVATION SITUÉ A L'ANGLE DES CANALISATIONS

A l'angle du rectangle de Clearing, un laboratoire d'observation a été aménagé. Les deux rayons lumineux y sont enregistrés à l'aide d'instruments particulièrement précis. On voit ici un savant, M. J. Purdy, procédant à la mise au point de l'expérience qui va avoir lieu. Au premier plan, la lampe qui produira l'éclair lumineux.

Snark International

▲ ***Une expérience sur la théorie d'Einstein : le rectangle expérimental installé dans la plaine de Clearing et le laboratoire d'observation situé à l'angle des canalisations. Illustrations tirées de Je sais tout, ouvrage publié vers 1920.***

Nous arrivons à présent à un résultat crucial démontré par Einstein et qui a considérablement accentué le caractère révolutionnaire de cette théorie. Ce résultat exprime l'équivalence entre la masse et l'énergie et est souvent résumé par la célèbre formule $E = mc^2$. D'après la théorie de la Relativité, l'énergie cinétique d'un point matériel de masse m n'est plus donnée par l'expression :

$$E = \frac{1}{2} mv^2 \quad \text{mais par}$$

(13)
$$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Cette expression tend vers l'infini quand la vitesse v tend vers la vitesse de la lumière c. Ceci rejoint le résultat obtenu précédemment, à savoir que la vitesse de la lumière est la vitesse maximale d'un corps en mouvement. En général, la vitesse v est très inférieure à c, donc le rapport $\frac{v}{c}$ est petit. On peut alors donner une expression approchée de l'énergie cinétique **(13)** :

$$\frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \simeq mc^2 + m\frac{v^2}{2} + \ldots$$

Le premier terme mc^2 ne contient pas la vitesse, il ne faut donc pas en tenir compte quand il s'agit de savoir comment l'énergie d'un point matériel dépend de sa vitesse. Le deuxième terme $\frac{1}{2}mv^2$ est précisément l'expression non relativiste de l'énergie cinétique.

La physique prérelativiste connaît deux principes de conservation d'importance fondamentale, le principe de conservation de la masse et celui de conservation de l'énergie qui apparaissent complètement indépendants l'un de l'autre. Grâce à la théorie de la Relativité restreinte, ils ont été unifiés en un seul principe. Nous allons montrer comment cette union est possible, puis nous en discuterons le sens.

Le principe de Relativité exige que le principe de conservation de l'énergie ne soit pas seulement valable par rapport à un système de référence S, mais par rapport à

tout système galiléen S′ (c'est-à-dire en translation uniforme par rapport à S).

De ces prémisses et des équations fondamentales de l'électrodynamique de Maxwell, on peut tirer la conclusion suivante : un corps animé de la vitesse v qui absorbe une quantité d'énergie E_0 sous forme de radiations électromagnétiques, éprouve un accroissement d'énergie égal à :

$$\frac{E_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

L'énergie du corps est alors donnée, en tenant compte de l'expression **(13)** de l'énergie cinétique, par :

$$\frac{\left(m + \frac{E_0}{c^2}\right) c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Le corps a donc la même énergie que s'il avait une masse $m + \frac{E_0}{c^2}$. On peut donc conclure que, si un corps absorbe l'énergie E_0, sa masse augmente de $\frac{E_0}{c^2}$. La masse d'un corps n'est pas constante mais varie avec la variation d'énergie de celui-ci. Elle peut donc être considérée directement comme la mesure de son énergie. Le principe de conservation de la masse s'identifie donc au principe de conservation de l'énergie et n'est valable que si le corps n'émet ni n'absorbe d'énergie.

On peut réécrire l'expression pour l'énergie sous la forme $\frac{mc^2 + E_0}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$, on voit alors que $\frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$ n'est autre que l'énergie que le corps possédait avant d'absorber l'énergie E_0.

En général, les variations d'énergie qu'on peut communiquer à un corps sont telles que la quantité $\frac{E_0}{c^2}$ est négligeable par rapport à la masse m du corps. C'est à cette circonstance qu'on doit attribuer le fait que le principe de conservation de la masse en mécanique classique ait pu être établi et vérifié.

Dans la pratique, on exprime les masses des particules en unités d'énergie. Presque toutes les tables de particules élémentaires donnent maintenant leurs masses en MeV (méga-électron-volt), le MeV étant l'énergie qu'acquiert un électron accéléré par une différence de potentiel d'un million de volts. Ainsi le proton a une masse

$$m = 1{,}673 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

qui correspond à une énergie $mc^2 = 1{,}504 \cdot 10^{-10}$ joule, soit 938 MeV.

Particules de masse nulle

Il est bien connu que les rayons lumineux provenant du Soleil chauffent la Terre. La lumière transporte de l'énergie. De plus, des expériences rigoureuses montrent que la lumière exerce une pression, dite pression de radiation, sur une surface qu'elle éclaire. Cette idée de pression de radiation est liée à la notion de quantité de mouvement (ou d'impulsion) transportée par le champ électromagnétique. D'après la théorie électromagnétique de Maxwell, un éclair lumineux transportant une énergie E a une impulsion E/c. La lumière a donc des propriétés mécaniques bien connues. On peut montrer que la mécanique relativiste s'applique à la lumière à condition de considérer que celle-ci est formée de particules de masse nulle, les « photons ». En effet, ceux-ci se déplacent nécessairement à la vitesse de la lumière; en faisant $v = c$ dans l'expression **(13)** de l'énergie, on trouve que cette dernière est infinie (ce qui est impossible), sauf si la masse m est nulle.

Il existe une autre particule de masse nulle, le « neutrino », qui apparaît dans la désintégration radio-active des noyaux et dans la désintégration de certaines particules élémentaires.

Expériences sur l'énergie relativiste

Nous allons citer une série d'expériences qui confirment l'expression **(13)** de l'énergie.

La première d'entre elles vérifie directement l'expression de l'énergie en fonction de la vitesse. Nous l'avons déjà mentionnée [14]. Des électrons dont on avait directement mesuré la vitesse en les chronométrant sur une distance connue étaient arrêtés dans un calorimètre où leur énergie se transformait en chaleur. D'après **(13)**, un électron de vitesse v doit avoir une énergie $E = mc^2/\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Une fois arrêté, son énergie est $E = mc^2$. Chaque électron perd donc une quantité d'énergie

$$\Delta E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} - mc^2$$

Dans l'expérience citée, l'énergie d'un nombre donné d'électrons était transformée en énergie thermique.

La *figure* 16 représente $\frac{v}{c}$ en fonction de ΔE (exprimé en prenant pour unité mc^2). On peut constater que les points expérimentaux suivent de très près la courbe construite avec l'expression théorique.

L'exemple précédent ne dit rien sur l'étonnante conclusion théorique selon laquelle la masse d'un composé n'est pas égale à la somme des masses de ses composantes. La différence de masse se retrouve sous forme d'énergie lors de la réaction de synthèse de ce composé. Nous allons d'abord donner des ordres de grandeur de ces variations de masse (ou de ces énergies) avant de citer deux expériences confirmant quantitativement la loi d'équivalence masse-énergie.

Envisageons d'abord le cas de réactions chimiques : par exemple la réaction d'une mole ($6{,}0225 \cdot 10^{23}$ atomes) de carbone sur une mole d'oxygène pour donner une mole de gaz carbonique :

$$C + O_2 \rightarrow CO_2$$

Cette réaction s'accompagne d'un dégagement de chaleur de 94 kilocalories qui correspond à la différence de masse entre la masse d'une mole de gaz carbonique (CO_2) et la somme de la masse d'une mole de carbone et de la masse d'une mole d'oxygène. Ce défaut de masse, de l'ordre de $4 \cdot 10^{-9}$ gramme, est très petit par rapport à la masse de la mole de gaz carbonique (égale à 44 grammes). Il ne pourra donc pas être mis en évidence expérimentalement.

Par contre, dans le cas de réactions nucléaires, le défaut de masse est beaucoup plus grand, et l'énergie fournie au cours de la réaction bien plus importante. C'est ce que l'on appelle l'*énergie nucléaire*. Lorsqu'elle est produite par désintégration d'atomes lourds, c'est le processus de *fission*. Citons en exemple la désintégration de ^{239}U en ^{149}Ce suivant la réaction :

$$^{239}U \rightarrow {}^{149}Ce + {}^{99}Ru$$

(U = uranium, Ce = césium, Ru = rubidium). Elle fournit une énergie considérable de l'ordre de 221 MeV par mole d'uranium. La fission d'atomes lourds tels que l'uranium est parfaitement contrôlée et est utilisée actuellement comme source d'énergie. Ce procédé présente comme gros inconvénient celui de produire des composés radio-actifs lourds dont le temps de vie est très long.

Un autre procédé possible est celui de la *fusion*, au cours de laquelle des particules légères fusionnent en une seule particule. Par exemple, la fusion du ^6Li à partir de trois protons et trois neutrons selon la réaction :

$$3\,p + 3\,n \rightarrow {}^6Li$$

fournit une énergie de 30 MeV par mole de lithium. Ce processus a l'avantage de ne produire que des éléments radio-actifs légers de faible durée de vie et de ne pas nécessiter d'uranium comme matière première. L'énergie produite par fusion est utilisée dans la bombe à hydrogène; malheureusement, on ne sait pas encore contrôler la fusion, ce qui permettrait d'utiliser l'énergie produite à des fins pacifiques. De très nombreuses recherches sont en cours dans ce domaine.

Nous allons citer à présent deux vérifications quantitatives de l'équivalence masse-énergie. Par exemple, on sait que le noyau ^7Li est formé de trois protons et quatre neutrons. Une mole de Li pèse 7,015 95 grammes. Une mole d'hydrogène qui se réduit à un proton unique pèse 1,007 82 gramme. Mais une mole d'hélium ^4He qui est composé de deux protons et deux neutrons pèse 4,002 60 grammes. Donc une mole de ^7Li plus une mole d'hydrogène pèsent 0,018 57 gramme de plus que deux moles d'hélium. Considérant alors l'équivalence entre masse et énergie, on peut considérer qu'un seul atome


Keystone


Keystone

◀ *Le savant atomiste britannique,* **sir John Cockroft** *(à gauche), et le professeur* **E. T. S. Walton** *(à droite), de l'université de Dublin obtinrent le prix Nobel de physique en 1951.*

de ^7Li plus un atome d'hydrogène ont une énergie $2{,}771 \cdot 10^{-12}$ joule de plus que deux atomes d'hélium au repos.

Si l'on arrivait à assembler un proton et un noyau de ^7Li, on s'attendrait à ce qu'ils se décomposent en deux noyaux d'hélium ou particules α. L'énergie cinétique totale de ces deux noyaux α serait de $2{,}771 \cdot 10^{-12}$ joule provenant du changement de masse. Au cours d'une des premières expériences de physique nucléaire, Cockroft et Walton, et plus tard Dee et Walton [15], avaient frappé des noyaux ^7Li au repos avec des protons et montré que, parfois, deux particules (des atomes d'hélium) à très haute énergie étaient produites. Dans une expérience plus récente [16], l'énergie cinétique de ces particules était supérieure de $2{,}779 \cdot 10^{-12}$ joule à celle du proton qui avait frappé la cible. Cette valeur est en accord avec celle calculée plus haut, aux erreurs d'expérience près (qui proviennent surtout de la détermination de la masse du lithium au spectrographe de masse).

Quelques années après que les premières transformations nucléaires eurent été étudiées, on découvrit de nouvelles particules, les positrons de même masse m_e que l'électron mais de charge opposée. On a trouvé que, quand un électron rencontre un positron, les deux particules peuvent s'annihiler mutuellement, donnant naissance à des radiations lumineuses (rayons gamma) d'énergie totale $2\, m_e c^2$. Ces rayons gamma subissent des collisions avec les électrons et les atomes de la matière, et transforment leur énergie lumineuse en chaleur. On voit ainsi que toute la masse d'un électron peut se transformer en énergie (ici, en énergie calorifique).

Champs et forces magnétiques et électriques

Ainsi que nous l'avons mentionné en introduction à cet article, la théorie de la Relativité a son origine dans l'électromagnétisme. C'est en étudiant l'électrodynamique des charges en mouvement que Lorentz était parvenu à une formulation très proche de celle d'Einstein. L'article fondamental d'Einstein de 1905 n'était pas intitulé *Théorie de la Relativité*, mais *Sur l'électrodynamique des corps en mouvement*.

A présent, il est évident pour nous que la théorie de la Relativité concerne toutes les lois physiques et pas seulement les lois de l'électromagnétisme, et nous attendons de toute théorie physique qu'elle soit invariante relativiste. Autrement dit, toute loi physique doit avoir la même signification dans tous les repères galiléens. Il est intéressant de noter que la physique possédait une théorie invariante relativiste (la théorie de Maxwell de l'électromagnétisme) bien avant que la nécessité d'invariance relativiste en fût reconnue.

Force magnétique

Considérons un faisceau de particules chargées, par exemple des électrons émis par un tube cathodique. Si nous approchons de ce faisceau un fil parcouru par un courant électrique, nous constatons que ce faisceau d'électrons est dévié. Cette interaction entre un courant et des charges en mouvement peut être décrite en introduisant un *champ magnétique* (rappelons au passage que le *champ électrique* avait été introduit pour rendre compte de l'action à distance entre des charges stationnaires exprimée par la loi de Coulomb). Nous disons qu'un courant électrique engendre un champ magnétique dans le milieu qui l'entoure. Toute charge en mouvement (ou tout courant) qui se trouve plongé dans ce champ subit une force proportionnelle à l'intensité du champ magnétique en ce point. Pour une particule chargée en mouvement, cette force est perpendiculaire à sa vitesse.

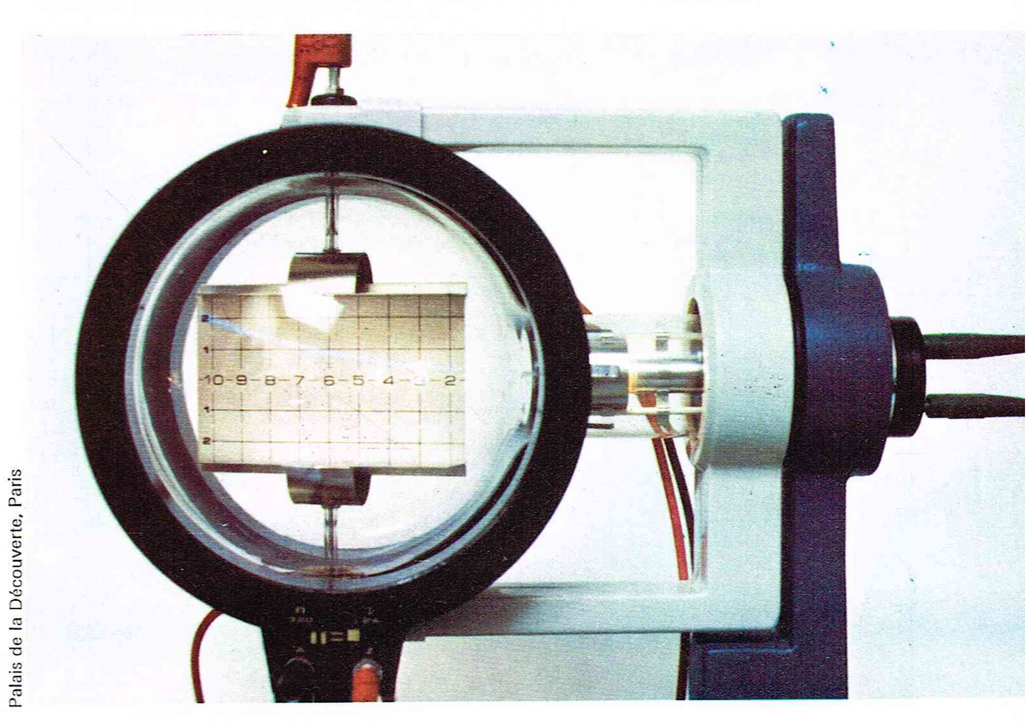
La force totale s'exerçant sur une particule de charge q située dans un champ électrique $\vec{E}$ et dans un champ magnétique $\vec{B}$ est :

(14) $$\vec{F} = q\vec{E} + q\vec{v} \wedge \vec{B}$$

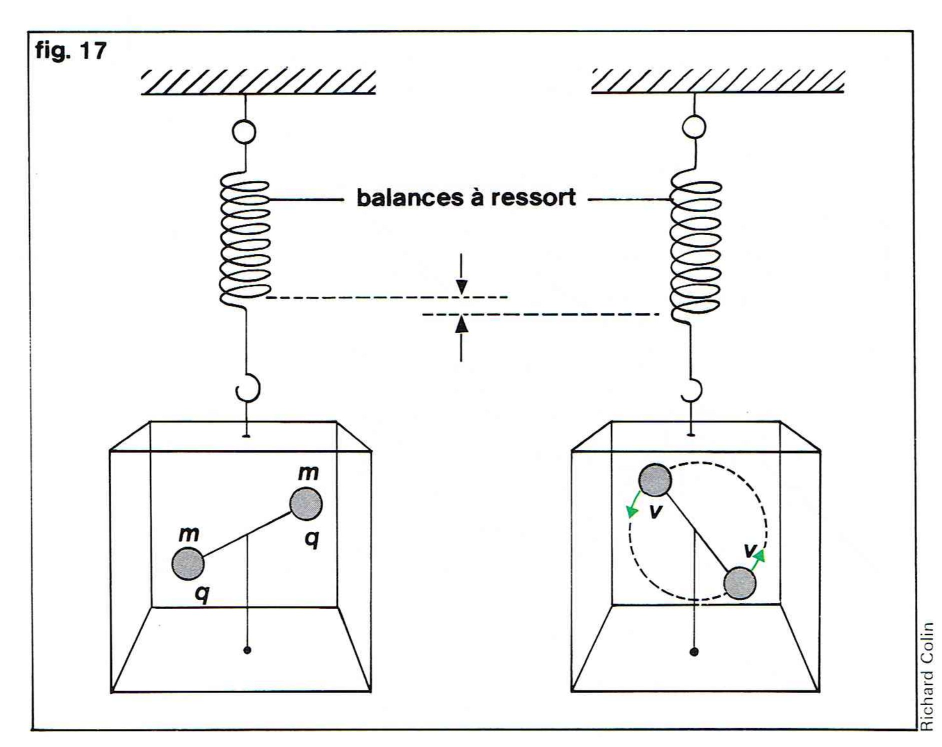
($\vec{v} \wedge \vec{B}$ est le produit vectoriel de $\vec{v}$ par $\vec{B}$; c'est un vecteur perpendiculaire à $\vec{v}$ et à $\vec{B}$ et dont l'intensité vaut $vB \sin \theta$ où θ est l'angle entre $\vec{v}$ et $\vec{B}$).

Nous choisirons l'équation **(14)** comme définition de $\vec{B}$. *Ainsi, le champ magnétique est un vecteur qui détermine la partie proportionnelle à la vitesse de la force s'exerçant sur une charge en mouvement.* Autrement dit,

▼ *Mesure du rapport de la charge e à la masse m de l'électron par la méthode de déflexion électrique et magnétique. On observe ici la déviation d'un faisceau d'électrons sous l'action d'une induction magnétique perpendiculaire à la vitesse initiale.*



Palais de la Découverte, Paris



▲ *Figure 17 : une expérience « par la pensée » montrant l'invariance de la charge.*

si l'on désire mesurer la direction et l'intensité du vecteur $\vec{B}$ en un endroit déterminé de l'espace, il faut d'abord choisir une particule de charge q, mesurer la force qui s'exerce sur cette particule au repos pour déterminer le champ électrique $\vec{E}$. Ensuite, il faut mesurer la force qui s'exerce sur la particule animée de la vitesse $\vec{v}$, puis d'une vitesse différente $\vec{w}$. Enfin, il faut déterminer $\vec{B}$ qui permettra à l'équation **(14)** de rendre compte de tous ces résultats.

En regardant l'équation **(14)**, on peut se demander quelle est l'origine de cette force proportionnelle à la vitesse de la particule. C'est à cette question que nous allons répondre à présent.

Invariance de la charge

Pour étudier l'électrodynamique d'une particule chargée, il faut d'abord se demander si la charge de la particule peut être affectée par son mouvement. La réponse à cette question est négative : « La charge totale d'un système n'est pas affectée par le mouvement des porteurs de charges. » Il existe de nombreuses vérifications expérimentales de ce résultat fondamental; nous allons citer comme preuve l'exacte neutralité électrique des atomes et des molécules. L'égalité entre la charge de l'électron et celle du proton a été vérifiée par plusieurs méthodes. Nous citerons l'expérience suivante [17].

Une grande quantité d'hydrogène est comprimée dans un réservoir qui est lui-même isolé électriquement de l'extérieur. Le gaz peut s'échapper du récipient, mais on empêche en même temps les ions de s'échapper. Si la charge du proton et celle de l'électron diffèrent par exemple d'un billionième de la charge e de l'électron ($10^{-9} \times e$), alors chaque molécule d'hydrogène composée de deux protons et de deux électrons porterait une charge de $2 \times 10^{-9}\,e$, et le départ de tout l'hydrogène altérerait de façon mesurable la charge du récipient. En fait, l'expérience aurait pu déceler une charge résiduelle de l'ordre de $10^{-20}\,e$ par atome, et il n'en fut rien. On peut en conclure qu'un électron et un proton ont la même charge avec une précision de 10^{-20}.

Une expérience similaire fut réalisée avec les atomes d'hélium, qui contiennent deux électrons et deux protons comme la molécule d'hydrogène. Le mouvement des particules chargées est très différent dans l'hélium et l'hydrogène. Si le *mouvement* affectait la charge, nous ne pourrions avoir de compensation exacte entre les charges électroniques et nucléaires *à la fois* dans la molécule d'hydrogène et dans l'atome d'hélium. En fait, on a montré expérimentalement que l'atome d'hélium était neutre avec à peu près la même précision expérimentale que dans le cas de l'hydrogène.

Nous désirons insister sur le fait que la charge d'une particule n'est pas affectée par sa vitesse, alors que sa masse en mouvement (égale à son énergie divisée par c^2) est changée d'un facteur $\frac{1}{\sqrt{1-v^2/c^2}}$. A cet effet, nous allons décrire une expérience par la pensée (*fig.* 17). Dans la boîte de droite, les deux particules chargées qui sont fixées aux extrémités d'une barre pivotante tournent à la vitesse v. La masse à droite est *supérieure* à celle de gauche, comme on peut le prouver en pesant la boîte à l'aide d'une balance à ressort. La charge électrique totale (déterminée par la force exercée sur une charge test immobile) est la même dans les deux cas. Une expérience réelle équivalente à celle-ci a été réalisée avec un spectrographe de masse qui peut mettre en évidence une différence de masse entre une molécule de deutérium ionisée (2 protons, 2 neutrons, 1 électron) et un atome d'hélium ionisé (également 2 protons, 2 neutrons et 1 électron). Ce sont deux structures très différentes dans lesquelles les particules se déplacent à des vitesses très différentes. La différence d'énergie se traduit par une différence de masse mesurable. Il n'y a pas de différence, à une très grande précision près, dans la charge électrique des deux ions.

Champs électrique et magnétique

La théorie de la Relativité établit que les champs électrique et magnétique sont des aspects différents d'un même phénomène. La formulation exacte de ce résultat fait intervenir des concepts mathématiques qui pourraient ne pas être familiers au lecteur (tenseurs). Nous allons simplement illustrer ce résultat et le préciser.

Considérons (*fig.* 18) un condensateur plan immobile d'armatures parallèles portant les charges $+Q$ et $-Q$. Le champ électrique entre les armatures de largeur a et de longueur b est parallèle à Oy et égal à :

(15) $$E_y = \frac{Q}{\varepsilon_0 ab}$$

où ε_0 est une constante.

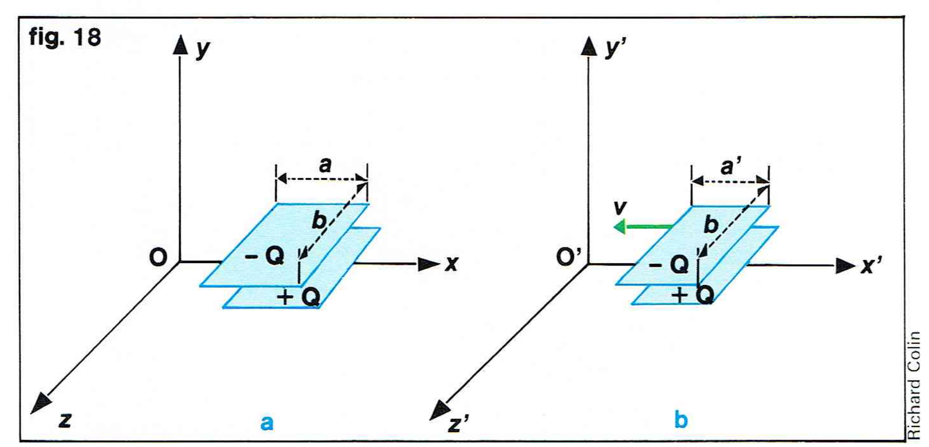
Dans un référentiel S′ se déplaçant vers les x positifs avec une vitesse v, les charges se déplacent vers la gauche avec la même vitesse v. Les charges mobiles constituent des courants qui produisent un champ magnétique entre les armatures. Mais le condensateur est le même dans les deux cas. On voit alors que le fait que le *champ soit purement électrique ou associé à un champ magnétique dépend du référentiel* où on le voit. On peut montrer que le champ magnétique est dirigé vers les z négatifs et a pour valeur :

(16) $$B'_z = -\frac{v}{c^2}E_y$$

On exprime ainsi le champ magnétique en fonction du champ électrique dans le référentiel où le condensateur est au repos.

Dans le référentiel S′ où le condensateur se déplace, il y a non seulement apparition d'un champ magnétique, mais encore augmentation du champ électrique, puisque la largeur a des armatures se contracte et laisse la même charge répartie sur une surface plus petite. Dans le réfé-

▼ *Figure 18; transformation du champ électrique lorsqu'on passe du référentiel S au référentiel S′ :*
a) *condensateur plan, vu dans S;*
b) *condensateur plan, vu dans S′.*



rentiel S', la largeur a' est donnée par $a' = a\sqrt{1 - v^2/c^2}$. En combinant cette relation avec **(15)**, on obtient :

(17) $$E'_y = \frac{E_y}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Le champ électrique dans la direction perpendiculaire au mouvement est augmenté d'un facteur $\frac{1}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$.

D'autre part, si l'on basculait le condensateur de 90°, de façon que ses armatures soient parallèles au plan yOz, le champ électrique créé par le condensateur serait parallèle à Ox. Seule la distance entre les armatures serait contractée dans le référentiel S'; or le champ électrique est indépendant de cette distance. Il est donc inchangé dans le référentiel S' et :

(18) $$E_x = E'_x$$

Le champ électrique dans la direction parallèle au mouvement est inchangé.

On peut généraliser ces relations au cas où, dans le référentiel S, on a à la fois un champ électrique E et un champ magnétique B. On obtient :

(19) $$\begin{cases} E'_x = E_x & cB'_x = cB_x \\ E'_y = \dfrac{E_y - vB_z}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} & cB'_y = \dfrac{cB_y + \frac{v}{c}E_z}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \\ E'_z = \dfrac{E_z + vB_y}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} & cB'_z = \dfrac{cB_z - \frac{v}{c}E_y}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \end{cases}$$

Ces équations montrent comment champs électriques et magnétiques se transforment les uns dans les autres dans des référentiels différents. Les diverses composantes du champ électrique et du champ magnétique sont les composantes d'une quantité unique appelée tenseur de champ électromagnétique.

Champ électrique créé par une charge ponctuelle mobile

Un autre exemple de la signification des équations **(19)** est donné par le champ d'une charge ponctuelle mobile. Soit une charge ponctuelle q immobile à l'origine. En un point (x, y, z), elle produit un champ électrique donné par la loi de Coulomb :

(20) $$\begin{cases} E_x = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{x}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \\ E_y = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{y}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \\ E_z = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0} \dfrac{z}{(x^2 + y^2 + z^2)^{3/2}} \end{cases}$$

Il est radial centré sur la charge.

Dans un référentiel S' se déplaçant vers la droite avec la vitesse v, la charge q se déplace vers la gauche avec la vitesse v. Nous cherchons le champ électrique en un point x', y', z', au temps $t' = 0$. En combinant **(19)** et **(20)**, on obtient :

$$E'_x = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot \frac{x'}{\left(\dfrac{x'^2}{1 - v^2/c^2} + y'^2 + z'^2\right)^{3/2}}$$

$$E'_y = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot \frac{y'}{\left(\dfrac{x'^2}{1 - v^2/c^2} + y'^2 + z'^2\right)^{3/2}}$$

$$E'_z = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{1 - v^2/c^2}} \cdot \frac{z'}{\left(\dfrac{x'^2}{1 - v^2/c^2} + y'^2 + z'^2\right)^{3/2}}$$

Le champ est encore radial, mais il n'a pas la même valeur dans toutes les directions. Par exemple, en un point de coordonnées $(x' = 1, y' = 0, z' = 0)$, c'est-à-dire un mètre en arrière de la charge, on a :

$$E'_x = \frac{q\,(1 - v^2/c^2)}{4\pi\varepsilon_0}$$

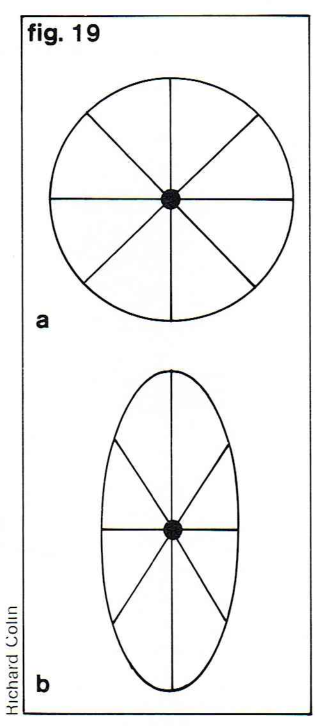
En un point de coordonnées $(x' = 0, y' = 1, z' = 0)$, c'est-à-dire à un mètre sur le côté, le champ a pour valeur :

$$E'_y = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

c'est-à-dire qu'il est $(1 - v^2/c^2)^{3/2}$ fois supérieur à ce qu'il est en avant ou en arrière de la charge. Si nous indiquons graphiquement l'intensité du champ par la longueur des lignes de champ dessinées, ces lignes de champ tendent à être plus longues dans des directions perpendiculaires au mouvement (*fig.* 19).

Pour conclure cet exposé, il est bon de s'interroger à nouveau sur le principe de Relativité. Nous avons en effet supposé qu'il existe un système de référence S inertiel, c'est-à-dire tel que, par rapport à lui, le principe de Galilée soit valable (un point matériel abandonné à lui-même et suffisamment éloigné de tous les autres points effectue un mouvement rectiligne et uniforme). Relativement à S, les lois de la nature doivent être aussi simples que possible. Mais, en outre de S, tous les systèmes de référence S' en translation uniforme par rapport à S doivent être privilégiés dans ce sens, et être tout à fait équivalents à S pour la formulation des lois de la nature. C'est seulement pour ces systèmes de référence (dits galiléens) qu'a été admise la validité du principe de Relativité, et non pour les autres (qui effectuent des mouvements différents). C'est en ce sens que nous parlons du principe de Relativité restreinte ou de la théorie de la Relativité restreinte.

Pour ôter cette limitation, Einstein, en 1915, formula le principe de Relativité générale qui étendait le principe de Relativité à des systèmes accélérés les uns par rapport aux autres. Il bâtit une théorie satisfaisant à ce principe : *la théorie de la Relativité générale.*



▲ ***Figure 19 :***
a) ***allure du champ électrique créé par une charge ponctuelle placée en O, mesuré dans un référentiel où la charge est au repos. On peut voir que l'intensité du champ est la même dans toutes les directions.***
b) ***allure du même champ électrique mais mesuré dans un référentiel où la charge se déplace avec une vitesse v. On peut voir que l'intensité du champ dans la direction perpendiculaire au mouvement est plus grande que celle du champ parallèle au mouvement.***

BIBLIOGRAPHIE

(1) EINSTEIN A., *Zur Elektrodynamik Bewegter Körper (Sur l'électrodynamique des corps en mouvement)*, Annalen der Physik 17, 1905 (paru en français : Gauthier-Villars, Paris, 1965).
(2) EINSTEIN A., *Die Grundlage der Allgemeinem Relativitäts-Theorie (les Fondements de la théorie générale de la Relativité)*, Annalen der Physik 49, 1916.
EINSTEIN A., *la Théorie de la Relativité restreinte et générale*, Exposé élémentaire, Gauthier-Villars, Paris, 1964.
(3) SMITH J., *Introduction à la Relativité*, Ediscience, Paris, 1969.
(4) *Berkeley Physics Course*, volume I et volume II, Mac Graw Hill.
(5) BOHM, *The Special Theory of Relativity*, Benjamin, New York, 1965.
(6) JOY A. H. et SANFORD R. F., *Astrophysics Journal* 64-250 (1926).
(7) YVES H. E. et STILWELL G. R., *An Experimental Study of the Rate of a Moving Atomic Clock*, Journal of Optical Society of America, XXVIII 215 (1938).
(8) ROSSI B. et HALL D. B., Physical Review 59-223 (1941).
(9) FRISCH D. H. et SMITH J. H., American Journal of Physics 31-342 (1963).
(10) DINGLE J., Nature 195-985 (1962).
(11) SACHS M., Physics Today, Sept. 1971.
(12) ADAIR R. K., Physics Today, Jan. 1972.
(13) BAILEY J., BARTL W., BOCHMANN G. von, BROWN R. C. A., FARLEY F. J. M., JOSTLEIN H., PICASSON E., WILLIAMS R. W., Physical Review Letters 28 B 287 (1968).
(14) BERTOZZI W., American Journal of Physics 32-551 (1964).
(15) DEE P. I. et WATSON E. T. S., Proceedings of the Royal Society 141, 733 (1933).
(16) FAMULARO K. F. et PHILIPPS G. C., Physical Review 91, 1195 (1953).
(17) ZORN J. C., CHAMBERLAIN G. E. et HUGHES V. W., Physical Review 129, 2566 (1963).

RELATIVITÉ GÉNÉRALE

Une approche simple de la théorie de la Relativité générale, tant de sa démarche que de ses objectifs, peut tenir en cette double question : dans quel cadre général l'ensemble des phénomènes physiques, connus ou inconnus, prend-il place ; dans quelle « arène » commune ces phénomènes se déroulent-ils ? Avant d'examiner comment la théorie d'Einstein y répond, il est naturel de s'interroger sur l'intérêt de la question et, ainsi, de la situer dans le processus de développement de la physique.

La connaissance d'un phénomène physique passe nécessairement par l'analyse dudit phénomène à l'état « pur », c'est-à-dire idéalement isolé, en négligeant autant qu'il est possible ses connexions avec d'autres phénomènes. On comprend ce que cette étape de l'étude peut contenir d'arbitraire ; la description faite (la loi mise en évidence, par exemple) ne fournit qu'un reflet approché de la réalité physique, le caractère plus ou moins approché tenant à l'importance plus ou moins grande de ce qui a été négligé, *a fortiori* ignoré. Une connaissance plus approfondie exige de prendre en compte les phénomènes ou effets primitivement négligés et conduit en fait à étendre progressivement le domaine de recherche en situant le phénomène étudié dans un contexte physique de plus en plus large. Ainsi, d'une phrase qui peut, plus ou moins bien, être comprise littéralement, mais qui ne prend son sens profond que replacée dans le texte ou le livre qui la contient. Il arrive d'ailleurs que certaines phrases restent, isolées de leur contexte, totalement hermétiques. Il en est de même de certains phénomènes physiques. L'un des plus célèbres à cet égard est sans doute l'anomalie du mouvement du périhélie de la planète Mercure ; l'avance de ce périhélie, telle qu'elle était mesurée, défiait les prédictions de la mécanique newtonienne. Or, comme on sait, ce « petit point noir » dans la théorie classique (selon le mot de lord Kelvin) ne trouvera son explication correcte qu'avec la Relativité générale, parce que celle-ci apporte une réponse originale à notre question initiale, parce qu'elle replace ce phénomène, et les autres, dans leur « contexte » le plus vaste, dans le cadre global de l'espace et du temps, ou, pour reprendre la terminologie propre à une description quadridimensionnelle (voir le texte *Relativité restreinte*), dans le continuum espace-temps, tel que, précisément, la théorie va le construire.



▼ *Le laboratoire de l'Institut polytechnique de Zurich, où Einstein entreprit ses premières recherches.*

E. Lessing - Magnum

Certes, que la Relativité générale ait affaire avec l'espace et le temps, n'apparaît pas, en soi, comme un trait original. La physique a toujours eu à se préoccuper des concepts d'espace et de temps dès qu'elle a voulu, par observation ou expérimentation, repérer les phénomènes ou événements et mesurer certaines grandeurs afférentes. Pour tout physicien, la notion clef a été et reste la notion de *mesure ;* et là, l'intermédiaire nécessaire — entre l'observateur qui mesure et le phénomène mesuré — est la *géométrie,* par laquelle l'espace à trois dimensions (théorie classique), ou l'espace-temps (théories relativistes), est pourvu de propriétés métriques. Les concepts classiques avaient conduit à retenir comme cadre de la physique la géométrie la plus « naturelle », la plus immédiatement sensible parce que suggérée par les objets macroscopiques qui nous entourent : la géométrie euclidienne. Cette géométrie repose sur des notions fondamentales, tels le point, la droite, l'angle, le plan, le volume, derrière lesquelles il est aisé de reconnaître des formes usuelles dans la nature. (On a assez dit que cette géométrie — ou, du moins, ses notions de base — serait née de la nécessité, pour les paysans des bords du Nil, de repérer et mesurer leurs champs après chaque crue...) Puis, sur la base d'un certain nombre d'axiomes, un ensemble de propositions logiques a été déduit qui conduisit finalement à l'édifice abstrait et définitif que chacun connaît. C'est dans ce cadre immuable que la physique classique, usant d'un temps unique et absolu, s'est développée. Insistons sur le caractère immuable : la distribution de matière dans un tel espace « euclidien » peut être quelconque, peut évoluer lentement ou violemment, n'importe quel phénomène peut survenir, n'importe quel processus physique à petite ou grande échelle, même à l'échelle de l'Univers tout entier, peut se dérouler, rien du cadre initial ne change : aucune des propositions énoncées, aucun des théorèmes établis n'est modifié, aucune des propriétés métriques de l'espace « euclidien » n'est affectée.

Or c'est cette géométrie euclidienne que la Relativité générale met en accusation. En accusation de rendre impossible l'interprétation correcte, dans toutes ses conséquences, de ce fait bien connu : tous les corps, quelles que soient leurs masses, subissent dans un champ de gravitation donnée (par exemple la pesanteur terrestre) la même accélération. [*C'est par abus de terme que l'on identifie « pesanteur » et « champ gravitationnel terrestre » ; en réalité, la pesanteur est la* résultante *de la force gravitationnelle vraie, due à la masse de la Terre et dirigée vers son centre, et de la force centrifuge due à la rotation de la Terre et perpendiculaire à l'axe de rotation.*] On verra que l'exposé de la théorie de la Relativité générale est essentiellement l'exposé de la manière dont la gravitation intervient pour façonner une nouvelle géométrie (non euclidienne), c'est-à-dire pour doter le cadre « espace-temps » de propriétés métriques nouvelles, capables de refléter la répartition de la matière dans l'espace et de refléter les fluctuations de cette répartition suivant les événements ou phénomènes existants, pour finalement faire que la géométrie soit partie intégrante de la physique. Dans cette perspective, le rôle dévolu à la gravitation ne doit pas surprendre, car, au sens du « contexte » évoqué plus haut, c'est précisément le phénomène naturel le plus universel, constamment et partout présent.

Le principe de l'équivalence

Le **principe de l'équivalence** entre la gravitation et l'inertie exprime comment un système physique (un corps) donné réagit à un champ gravitationnel extérieur.

— Le point de départ est une propriété du champ gravitationnel, propriété connue depuis fort longtemps mais jamais clairement interprétée avant Einstein : les corps mis en mouvement sous l'effet d'un champ gravitationnel donné subissent tous la même accélération, laquelle ne dépend ni de la quantité de matière constituante, ni de la

forme ni de l'état physique des corps. En chute libre dans un tube où l'on a fait le vide (donc, où seul l'effet de la pesanteur va se faire sentir, sans intervention de la résistance de l'air par exemple), une bille de plomb, une goutte d'eau, une feuille de papier tombent également vite. Leur mouvement accéléré relève de la loi de Newton :

(1) $$F = m_i \times \mathbf{a}$$

où m_i est la « masse inerte » de l'un quelconque des corps soumis à l'accélération **a** provoquée par l'action de la force F. Ici, c'est la gravitation qui est la cause de **a**, c'est-à-dire que :

(2) $$F = m_g \times g$$

où m_g est la « masse grave » (ou pesante) du corps considéré, et g l'intensité du champ de gravitation existant dans l'environnement de l'expérience (g a les dimensions d'une accélération : longueur × (temps)$^{-2}$).

En rapprochant **(1)** de **(2)**, on trouve que

(3) $$\mathbf{a} = \frac{m_g}{m_i} g$$

Pour des corps aussi différents que les trois corps cités ci-dessus (manifestement de masses inertes différentes et de masses graves différentes), l'accélération **a** devrait être différente, sauf dans l'éventualité où $m_i = m_g$ pour tous les corps. C'est précisément cette éventualité que l'expérience a mise en évidence. *(Expériences faites par Eötvös* [*en* 1890 *et* 1922] *et par Zeeman* [*en* 1917] *: l'égalité fut vérifiée avec une précision de l'ordre de* 10^{-9}. *Récemment* [1964], *Dicke, à Princeton, a atteint la précision de* 10^{-11}.*)* C'est dire en somme qu'une même caractéristique d'un corps se manifeste, tantôt comme « inertie » (résistance à l'action d'une force F), tantôt comme « poids » quand cette force F est d'origine gravitationnelle. On voit donc se dessiner l'idée que la distinction entre les forces d'inertie (qui mettent en évidence l'aspect « inertie ») et les forces gravitationnelles n'est peut-être pas entièrement fondée. L'étude critique de cette distinction sera la seconde étape vers l'énoncé du *principe de l'équivalence*.

— Considérons les trois situations suivantes.

(A) Un observateur au sol regarde tomber une bille du haut d'un immeuble. S'il est muni d'appareils de mesure convenables, il pourra déterminer les caractéristiques du mouvement de la bille en chute libre (mouvement uniformément accéléré) et, donc, mesurer l'intensité g du champ de gravitation présent en ce lieu.

(B) L'observateur et la bille sont dans l'ascenseur de l'immeuble. L'ascenseur descend plus lentement que ne le faisait la bille dans la situation (A), dans la mesure où il n'est pas en chute libre : on l'a freiné (ou décéléré), en lui imprimant, par quelque moyen mécanique, une force d'inertie telle qu'il se trouve finalement soumis, dans son mouvement de descente, à une accélération résultante **a** plus petite que g. Alors l'observateur, s'il tenait la bille dans sa main, et s'il la lâche, sans lui donner d'impulsion, voit cette bille tomber vers le plancher de l'ascenseur selon un mouvement uniformément accéléré comme en (A) mais, ici, avec une accélération g' plus petite que g.

(C) L'ascenseur (avec, à l'intérieur, observateur et bille) rompt ses câbles et tombe en chute libre, c'est-à-dire selon un mouvement uniformément accéléré d'accélération g comme la bille dans la situation (A). L'observateur lâche à nouveau la bille : il ne la voit ni tomber, ni monter vers le plafond de la cabine ; elle reste, par rapport à lui et par rapport au repère que constituent les parois, parfaitement immobile.

Quels enseignements tirer de ces trois situations ?

(A) montre simplement l'existence d'un champ de gravitation d'intensité g telle qu'elle est mesurée par l'observateur alors lié au sol.

(B) montre que, pour l'observateur lié maintenant à l'ascenseur — lequel est en mouvement accéléré par rapport au sol — le champ de gravitation, cause de la chute de la bille, n'a plus que l'intensité $g' < g$. L'intervention de la force d'inertie a, en quelque sorte, absorbé une partie du champ gravitationnel g, ou, disons mieux, a substitué au champ gravitationnel g réel (réel parce que produit par la distribution de matière environnante qui n'est en rien modifiée) un champ gravitationnel fictif g' (fictif en ce sens qu'il n'est pas créé par une source matérielle réelle).

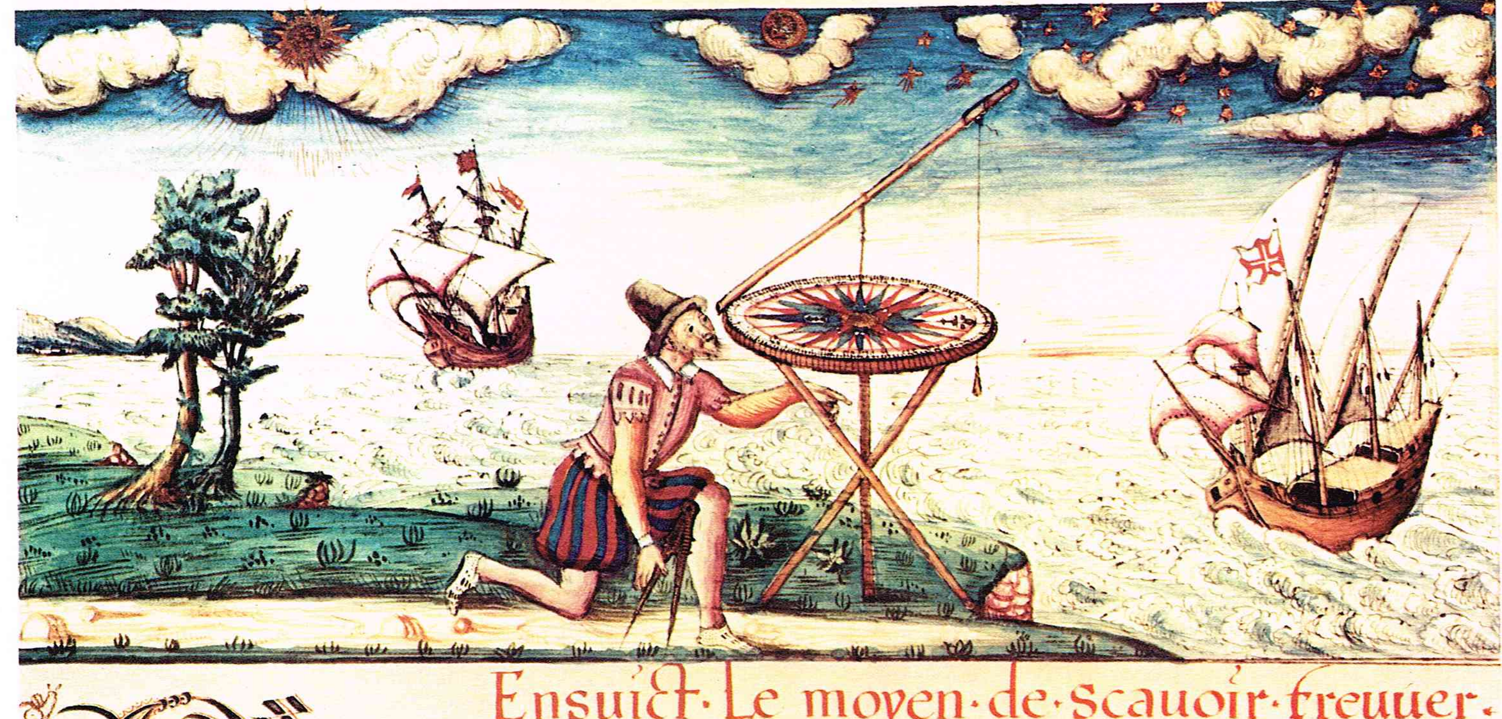

Archives Idées et Editions

▲ ***La gravitation est le phénomène naturel le plus universel, constamment et partout présent. Ici, une illustration du* Petit Journal *en 1912 : l'inventeur d'un parachute, voulant expérimenter son appareil, se jette de la première plate-forme de la Tour Eiffel et se tue.***

Enfin (C) nous montre l'ascenseur en chute libre (accélération g) ; la bille, lâchée, ne tombe plus ni ne monte : on peut considérer que c'est la situation (B) poussée à la limite où g' est devenue nulle. On ne peut donc, dans le repère « ascenseur », distinguer force d'inertie et force gravitationnelle, puisque l'une a absorbé totalement l'autre : ces forces sont équivalentes.

Si donc l'observateur prétendait, tant dans le cas (B) que dans le cas (C), suivre les évolutions de la bille, ou faire toute autre expérience concevable, pour connaître l'état de mouvement de l'ascenseur, ses efforts seraient vains, car il n'a aucune possibilité de savoir si l'ascenseur a subi une certaine décélération ou bien s'il y règne un champ gravitationnel particulier, puisque ces deux éventualités sont équivalentes, donc indiscernables.

Ce n'est pas au hasard qu'Einstein a souvent utilisé cet exemple de l'ascenseur qui, outre les commodités évidentes de présentation, donne d'emblée l'image d'un petit domaine de l'espace, très localisé. Ce point est d'une importance capitale. On aura sans doute remarqué que, dans la région où se passent nos expériences (A), (B) et (C), règne un champ de gravitation réel g, sans que l'on ait fait allusion à une variation de cette intensité g soit avec le temps, soit avec la hauteur. Implicitement, on a supposé g constante et uniforme. Donc, *a fortiori*, aucune variation de g n'est perceptible dans un petit volume d'espace égal au volume occupé par l'ascenseur. C'est pourquoi il a été possible, en faisant intervenir une accélération constante, de compenser ou d'absorber l'accélération de la pesanteur globalement dans tout le volume de l'ascenseur. Peut-on alors augmenter arbitrairement la hauteur de cet ascenseur ? Non, car, à partir d'une certaine extension, le champ gravitationnel extérieur n'aurait plus la même intensité au niveau du plafond et au niveau du plancher pour la même raison qui fait que la pesanteur n'a pas exactement la même intensité au sommet de l'Himalaya et au niveau de la mer. *(En fait, l'extension de l'ascenseur devrait être imposante, car, avec* $g = 981$ *cm/s*^{2} *au niveau de la mer, on trouve la valeur* $g = 979$ *cm/s*^{2} *à 10 000 m d'altitude.)* Partant, on n'aurait plus le moyen de compenser un tel champ gravitationnel non uniforme, simultanément en tout point du volume intérieur de l'ascenseur, c'est-à-dire pour toute position possible de la bille quelque part dans ce volume. Par conséquent, toute l'argumentation issue des situations (B) et (C) n'est



Guillumette - Rapho

▲ *Navigateur repérant sa « route » dans le ciel ; gravure extraite d'un ouvrage du XVIe siècle (1593)* [*Bibliothèque nationale*].

correcte que pour un domaine d'espace assez petit pour que le champ gravitationnel puisse y être partout considéré d'intensité $g =$ constante. Il s'ensuit que l'équivalence mise en évidence entre forces d'inertie et forces gravitationnelles n'a qu'une validité *locale,* restreinte à une petite région donnée.

— Toute tentative de description d'un événement physique suppose le repérage de l'événement, c'est-à-dire suppose que l'on a pu le situer par rapport à un repère indéformable, à l'aide d'un mode quelconque « d'étiquetage », en d'autres termes, à l'aide d'un système de coordonnées.

C'est ainsi que, dans le paragraphe précédent, nous avons parlé du repère « sol », ou du repère « ascenseur » (sans avoir eu, d'ailleurs, à préciser le choix de coordonnées). En fait, on sait bien qu'un repère est usuellement idéalisé sous forme d'un ensemble d'axes, orthogonaux ou non, en nombre égal au nombre de dimensions que l'on attribue à l'espace où se produit l'événement. *(Notons que la notion « usuelle » de dimension* [*hauteur, longueur, largeur*] *a, depuis longtemps, reçu une extension par laquelle on accorde le rang de « dimension » à d'autres variables que les variables spatiales. Ainsi, en théorie cinétique, il est nécessaire de connaître, non seulement la position (x, y, z) d'une particule, mais aussi les composantes* v_x, v_y, v_z *de sa vitesse : on travaille dans un espace* [*dit « espace des phases »*] *à 6 « dimensions » : x, y, z,* v_x, v_y, v_z. *Pas plus que les théories cinétiques, la Relativité générale n'a inventé de dimension nouvelle* [*telle que la soi-disant 4e dimension*]. *Elle a seulement, comme la Relativité restreinte, mais dans un cadre géométrique différent, traité la variable « temps » comme une quatrième coordonnée. Son espace est alors à 4 « dimensions » : x, y, z et t ; d'où l'appellation de « continuum espace-temps ».)*

La Relativité restreinte a mis en évidence une classe de repères particuliers, les repères d'inertie (ou galiléens). Soit un tel repère, que nous appellerons le repère S. Par rapport à lui, des corps libres (non soumis à une force, quelle qu'elle soit) sont en mouvement rectiligne et uniforme. On peut repérer leurs mouvements dans un autre repère d'inertie S′. La Relativité restreinte a établi que, si S′ est au repos ou en translation uniforme par rapport à S, la loi du mouvement pour les corps en question a la même forme dans S et dans S′. Une question immédiate surgit : que se passe-t-il, qu'est-ce qui est modifié si S′ est accéléré par rapport à S, c'est-à-dire s'il cesse d'être d'inertie ? Admettons, pour être plus précis, que S′ a, par rapport à S, un mouvement uniformément accéléré. Alors les corps que nous considérons sont eux-mêmes accélérés relativement à S′ ; ils ont, par rapport à ce repère, des accélérations de même direction et de même intensité. Nous pouvons traduire ce fait en termes d'équivalence entre forces d'inertie et forces gravitationnelles de la manière suivante (en raisonnant sur l'un quelconque des corps) : l'accélération **a** qu'un corps de masse m_i ressent par rapport à S′ représente l'application d'une force d'inertie (fictive) $\mathbf{a} \times m_i$, laquelle est équivalente à une force gravitationnelle $m_g \times g'$ pourvu que g' soit telle que $\mathbf{a} \times m_i = m_g \times g'$. La valeur correspondante de g' pour ce corps sera la même pour tous les autres corps, puisque, pour chacun d'eux, $m_i = m_g$.

Donc il est possible d'introduire un champ gravitationnel (fictif) unique pour décrire le mouvement de tous ces corps par rapport à S′, en lieu et place de l'accélé-

ration uniforme commune **a** qu'on avait d'abord considérée. On vient en somme d'écrire que, d'une façon générale, S′ uniformément accéléré = S′ au repos dans un champ gravitationnel uniforme.

Il est alors possible de décrire le mouvement des corps libres relativement à S (où $g' = 0$) et relativement à S′ (au repos avec $g' \neq 0$) par une loi de même forme. Cette loi s'écrit, vectoriellement :

$$m_i \frac{d^2\vec{x}}{dt^2} = 0 \text{ dans S, et } m_i \frac{d^2\vec{x}'}{dt'^2} = m_g\vec{g}' \text{ dans S'.}$$

En faisant les transformations de coordonnées $t' = t$ et $\vec{x}' = \vec{y} + \frac{1}{2}\vec{g}'t^2$, on arrive, compte tenu de $m_i = m_g$, à $m_i \frac{d^2\vec{y}}{dt^2} = 0$ dans S′.

C'est bien la même forme, avec un choix de coordonnées différentes, dans S, repère d'inertie, et dans S′, repère non inertiel puisque accéléré. Donc, deux observateurs, l'un lié à S, l'autre à S′, tomberont d'accord sur un énoncé unique de la loi en question, la loi fondamentale de la mécanique, en l'occurrence ; ils seront seulement en désaccord sur l'existence ou non d'un champ gravitationnel (ils régleront ce différend sur le terrain de la géométrie).

L'acquisition est considérable : alors que la Relativité restreinte postulait que seuls les repères d'inertie étaient équivalents pour formuler une même loi, on arrive maintenant à la conclusion que tous les repères sont équivalents, quel que soit leur état de mouvement. Ceci, d'après ce qui précède, n'est établi que pour les lois de la mécanique. L'apport décisif d'Einstein est d'avoir postulé la généralisation de ce résultat à l'ensemble des phénomènes physiques, à toutes les lois de la nature, et en particulier à l'électromagnétisme.

En résumé, l'égalité (expérimentalement vérifiée) entre la masse inerte et la masse grave rend inopérante toute tentative de distinguer, dans une petite région, entre forces d'inertie et forces gravitationnelles. Il s'ensuit que, localement, un champ de force d'inertie créé par une accélération est équivalent à un champ de gravitation, sans qu'il soit possible, par une quelconque expérience locale, de discriminer entre les deux champs.

Sur la base de l'introduction de forces gravitationnelles, on peut postuler la *généralisation* du principe de Relativité : tous les repères ou systèmes de référence sont, quel que soit leur état de mouvement, équivalents pour la formulation des lois de la nature.

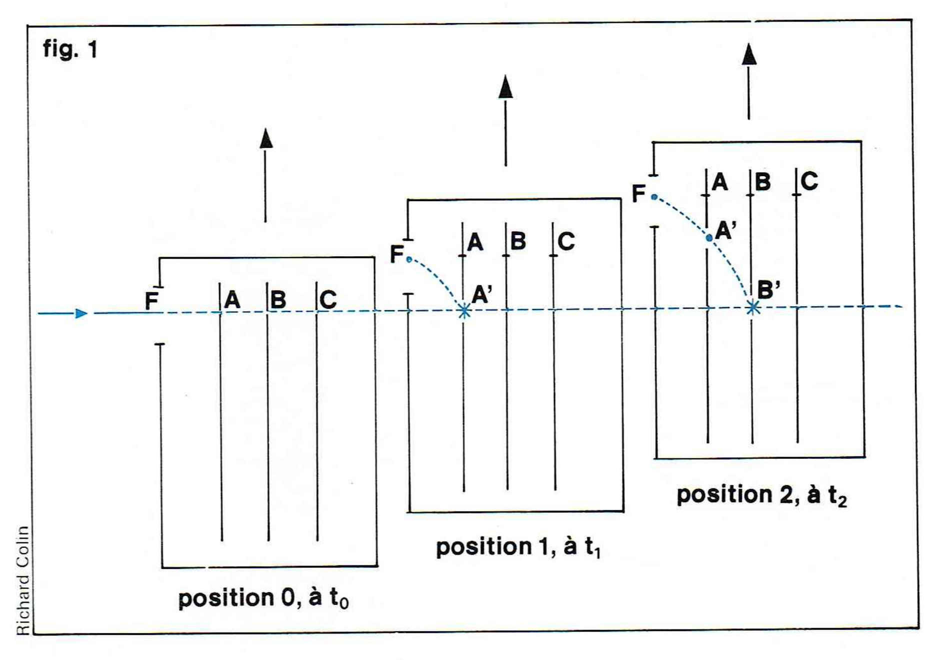
Le continuum espace-temps non euclidien

Nous avons laissé les deux observateurs liés à S et S′ en complet désaccord sur la question de savoir s'il existe ou non un champ gravitationnel g', qui, pourtant, a jeté un « pont » entre leurs deux repères et permis une formulation, commune quant à la forme, de la loi de Newton. Notre propos est maintenant de montrer comment ce désaccord peut se régler au prix d'une modification de la géométrie traditionnelle (euclidienne).

— Il sera tout à fait conforme à l'esprit de la théorie d'aborder son aspect géométrique par le biais d'un problème physique qui se pose dès que l'on prétend étendre les conclusions du paragraphe précédent aux phénomènes électromagnétiques. Que peut-on prédire concernant le comportement des rayons lumineux ? C'est au travers de ce problème que l'on peut rendre sensible, du moins de façon intuitive, un point de rencontre entre géométrie et physique : la notion de « plus court chemin d'un point à un autre ».

En géométrie euclidienne, c'est une droite ; en physique, le « plus court chemin » est tracé par le parcours d'un rayon lumineux qui joindrait par exemple un émetteur et un récepteur plongés dans le même milieu. Cette notion de « plus court chemin » est intimement liée à la notion de distance, laquelle relève des propriétés métriques de l'espace. Il n'y aurait pas de conflit fondamental entre géométrie euclidienne et électromagnétisme si les rayons lumineux se propageaient toujours rectilignement. Or ce n'est pas le cas. En effet, envisageons avec Einstein l'expérience idéale suivante, illustrée par la *figure* 1.

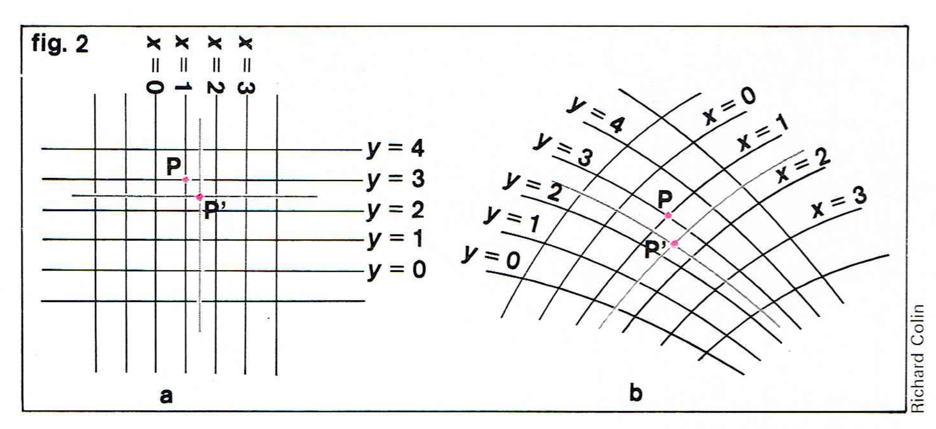
L'ascenseur est muni d'une ouverture F et comporte un certain nombre de plaques fluorescentes qui permettent de détecter le passage d'un rayon lumineux (apparition d'un spot sur la plaque touchée par le rayon). Supposons



▲ ***Figure 1 : représentation schématique de l'expérience idéale de l'ascenseur, envisagée par Einstein.***

que, dans son mouvement uniformément accéléré, l'ascenseur arrive dans la position 0, à l'instant t_0 où le rayon atteint le centre de F. Si, dans cette position 0, l'ascenseur s'immobilisait instantanément, le rayon lumineux, poursuivant son chemin, frapperait les plaques successivement en A, à l'instant $t_1 > t_0$, en B à l'instant $t_2 > t_1$, etc., c'est-à-dire selon une trajectoire qui serait rectiligne, aussi bien pour un observateur extérieur que pour un observateur intérieur, dans l'ascenseur immobilisé. Mais l'ascenseur monte. Durant l'intervalle de temps $t_1 - t_0$, il passe de la position 0 à la position 1 supérieure. Donc le rayon lumineux frappe la première plaque non pas en A, mais plus bas, en A′. Dans l'intervalle de temps $t_2 - t_0$, l'ascenseur sera passé en position 2 encore plus élevée ; le rayon frappera la seconde plaque en B′, et il est clair que BB′ > AA′. En suivant ainsi les spots successivement allumés sur chaque plaque durant l'ascension, l'observateur intérieur peut reconstituer le trajet F-A′-B′... du rayon lumineux. Il peut raffiner cette reconstitution en augmentant le nombre de plaques. Il peut aussi, en plaçant les plaques à égale distance les unes des autres, préciser la nature de la trajectoire lumineuse : il trouvera une courbe parabolique. Il sera ainsi convaincu que le champ de gravitation (équivalent au champ d'inertie créé par l'accélération) courbe la trajectoire du rayon lumineux, et pourra prédire que, de façon générale, la lumière est déviée, par rapport à une trajectoire virtuelle rectiligne, lorsqu'elle se propage dans un champ gravitationnel. Notons que les deux observateurs intérieur et extérieur sont évidemment en désaccord, comme les observateurs liés aux repères S et S′ précédemment.

— Le caractère universel de la gravitation nous conduit, sur la base de l'analyse précédente, à admettre qu'aucun rayon lumineux ne se propage réellement en ligne droite. En effet, il faudrait, pour que ce soit le cas, que tout le parcours du rayon lumineux soit infiniment éloigné de toute masse, c'est-à-dire de toute gravitation. C'est également vrai pour un corps « libre » : en fait, il sera toujours soumis à une force gravitationnelle due aux autres corps, sauf, encore une fois, dans le cas irréaliste où tous ces autres corps seraient à l'infini. Il s'ensuit que la notion de repère d'inertie est purement idéale ; un tel repère ne peut, rigoureusement parlant, exister. Et, dans le même temps, c'est la notion de ligne droite qui perd toute signification physique concrète. Il faut bien, alors, envisager une conclusion du genre « La gravitation courbe l'espace », en remarquant aussitôt que cette courbure variera au gré de l'intensité du champ gravitationnel. Pour s'en persuader, il suffit de refaire l'expérience précédente avec des accélérations différentes : les intensités équivalentes g' seront chaque fois différentes, donc les spots apparaissant sur les plaques seront différemment décalés, la trajectoire lumineuse, visualisée par ces spots, sera différemment courbée.



▲ *Figure 2; repérage d'un point sur une surface plane : surface quadrillée par des axes rectilignes orthogonaux* (a) *ou curvilignes* (b).

Dire que l'espace est courbé par la gravitation revient à dire que la géométrie doit se plier aux exigences de celle-ci, et qu'elle doit, en particulier, adapter ses propriétés métriques aux contraintes gravitationnelles. Le premier problème est de réaliser, dans cette géométrie, ce qu'on sait faire en géométrie euclidienne concernant le repérage d'un point et le traitement analytique qu'on en donne. Nous nous bornerons au cas d'une surface (2 dimensions) et admettrons la généralisation à l'espace quadridimensionnel.

Pour repérer un point sur une surface plane, on procède au quadrillage de cette surface par des axes rectilignes, orthogonaux ou non (*fig.* 2) [orthogonaux dans le cas de la *figure* 2a]. Remarquons que les petits carreaux ou losanges ainsi formés sont tous égaux. En numérotant les axes, ou en les étiquetant d'une façon quelconque, on pourra aisément repérer un point. Ainsi le point P de la *figure* 2a est à l'intersection des axes $x = 1$ et $y = 3$: il a les coordonnées (1, 3). Supposons que la surface plane se gondole; les axes se déforment et deviennent des « axes » curvilignes. Si la surface se déforme de façon irrégulière, le quadrillage réalisé en 2a prend l'allure donnée par la *figure* 2b. Les petits carreaux se sont eux-mêmes déformés irrégulièrement et ne sont plus égaux entre eux. On aura néanmoins la possibilité de repérer le point P qui a toujours ses coordonnées (1,3).

Qu'est-ce qui est alors modifié ? Pour le voir, apportons d'abord un complément important : entre deux axes ou lignes donnés, on peut tracer une infinité d'axes ou de lignes parallèles qui correspondent à des valeurs de x ou de y non entières. Ces valeurs sont infiniment proches, de sorte qu'aucun point du plan n'échappe au quadrillage ; tout point du plan a des coordonnées personnelles. Deux points P et P′ infiniment voisins pourront être distingués : l'un aura les coordonnées (x, y), l'autre les coordonnées $(x + dx, y + dy)$. L'introduction des coordonnées permet de donner une formulation analytique à l'expression de la distance **ds** entre ces deux points voisins. Dans le cas de la *figure* 2a, **ds** est donné par la relation $\mathbf{ds}^2 = dx^2 + dy^2$ (théorème de Pythagore !). Pour le cas de la *figure* 2b, le problème, plus difficile, a été résolu par Gauss : $\mathbf{ds}^2 = g_{xx}dx^2 + 2\,g_{xy}dxdy + g_{yy}dy^2$ où les coefficients g_{xx}, g_{xy}, g_{yy} sont des grandeurs qui dépendent des lignes x et y, et donc de la façon dont ces lignes ont été déformées. Comme la déformation n'est pas partout la même, ces coefficients varient selon la position de P. Non déformée, la *figure* 2a représente un cas particulier de la *figure* 2b : celui où $g_{xx} = g_{yy} = 1$ et $g_{xy} = 0$. Dans le cas 2a, x et y sont les coordonnées cartésiennes; dans le cas 2b, on les appellera « coordonnées de Gauss ». Le $\mathbf{ds}^2$ sera dit euclidien dans le cas 2a, non euclidien dans le cas 2b.

Ce traitement analytique peut s'étendre à un nombre quelconque de dimensions, c'est-à-dire à une hypersurface. Si on baptise les axes ou lignes $x_1, x_2, ..., x_n$, un point P aura les coordonnées $(x_1, x_2, ..., x_n)$; un point P′ voisin de P aura les coordonnées

$$x_1 + dx_1, x_2 + dx_2, ..., x_n + dx_n$$

Et on aura une expression de leur distance **ds** par une relation du type vu en 2a et 2b. Par exemple, pour une hypersurface à 4 dimensions, il sera toujours possible d'avoir **ds** sous la forme $\mathbf{ds}^2 = dx_1^2 + dx_2^2 + dx_3^2 + dx_4^2$, dans le cas correspondant à 2a.

L'analogue de 2b donne, en écrivant g_{11} pour g_{x1x1}, g_{12} pour g_{x1x2}, etc.,

$$\mathbf{ds}^2 = g_{11}\,dx_1^2 + 2\,g_{12}\,dx_1\,dx_2 + 2\,g_{13}\,dx_1dx_3 + 2\,g_{14}dx_1dx_4 + g_{22}dx_2^2 + 2\,g_{23}dx_2dx_3 + 2\,g_{24}dx_2dx_4 + g_{33}dx_3^2 + 2\,g_{34}dx_3dx_4 + g_{44}dx_4^2 = \sum_{i,j} g_{ij}dx_idx_j$$

Les coefficients g_{ij} (où i et j prennent les valeurs 1, 2, 3, 4) sont symétriques, c'est-à-dire que $g_{12} = g_{21}$, $g_{34} = g_{43}$, par exemple. Donc, on en a fait dix coefficients distincts, variables, répétons-le, avec P : ce sont, dans le cas le plus général, des fonctions de coordonnées x_1, x_2, x_3, x_4. Si l'on raisonnait à partir du point P′, on aurait $\mathbf{ds}'^2$ avec les valeurs des coefficients g'_{ij} au point P′. Il est évident que l'on veut une définition univoque de la distance PP′, donc on veut $\mathbf{ds}^2 = \mathbf{ds}'^2$; il s'ensuit que les g_{ij} doivent pouvoir être considérés comme constants (c'est-à-dire g_{ij} et g'_{ij} de valeurs infiniment proches) sur tout le voisinage du point P, voisinage de dimensions caractéristiques dx_i : la petite région (ou voisinage) autour de P est presque euclidienne (pas de déformations) comme dans le cas de la *figure* 2a, c'est-à-dire que, dans cette petite région, on a de façon *approchée* $\mathbf{ds}^2_{\text{non euclidien}} = \mathbf{ds}^2_{\text{euclidien}}$. (Cette relation peut surprendre si l'on compare les expressions respectives de ces $\mathbf{ds}^2$. Précisons que les coefficients, dans le $\mathbf{ds}^2_{\text{euclidien}}$, sont constants mais pas nécessairement égaux à 1 ou 0 ; on peut, cependant, toujours, se ramener à ces valeurs pour un changement de coordonnées adéquat.)

Donc, les coordonnées de Gauss généralisent les coordonnées cartésiennes, en ce sens qu'elles s'appliquent à des espaces non euclidiens. Mais si l'on veut une relation métrique univoque (« distance ») entre des points voisins, on a constaté qu'elles ne sont utilisables que pour de petits domaines de l'espace non euclidien, qui se comportent approximativement de façon euclidienne. Cette restriction permet de munir le continuum non euclidien de propriétés métriques cohérentes, localement. Alors, il resterait à étudier les propriétés affines d'un tel espace non euclidien, c'est-à-dire les propriétés qui permettent de raccorder une petite région de cet espace à une autre petite région voisine, et ainsi, de proche en proche, d'étendre le domaine relevant des mêmes propriétés métriques. Diverses considérations ont conduit Einstein, pour traiter ce problème de raccordement, à retenir la possibilité la plus simple, celle offerte par la géométrie de Riemann. On doit malheureusement abandonner là l'aspect géométrique de la théorie, car le formalisme utilisé nous obligerait à des développements trop techniques.

— Puisque l'on sait faire de la géométrie non euclidienne, puisque l'on sait, avec son aide, décrire les propriétés d'un espace courbe, le cadre est prêt pour accueillir la gravitation.

Le continuum espace-temps se traite avec un espace à 4 dimensions (3 variables d'espace, 1 variable temporelle). Un choix correct des coordonnées ($x_1 = x$, $x_2 = y$, $x_3 = z$, $x_4 =$ Cte) permet en Relativité restreinte de mettre le $\mathbf{ds}^2_{\text{euclidien}}$ sous la forme

$$\mathbf{ds}^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2$$

où c désigne la vitesse de la lumière dans le vide.

Le passage en Relativité générale se fait, avec le même choix de coordonnées, en partant du $\mathbf{ds}^2_{\text{non euclidien}}$. Si, dans l'expression condensée de ce $\mathbf{ds}^2_{\text{non euclidien}}$, nous mettons à part le terme en x_4, on pourra l'écrire :

$$\mathbf{ds}^2 = g_{44}c^2dt^2 - \sum_{i,j} g_{ij}dx_idx_j$$

(où i et j prennent les valeurs 1, 2, 3).

C'est la gravitation qui courbe l'espace, qui le déforme. Donc, les coefficients g_{44} et g_{ij}, définis comme exprimant la présence des déformations, traduisent ici tout naturellement les déformations dues à la gravitation, c'est-à-dire sont liés à l'intensité du champ gravitationnel. C'est par eux que géométrie et physique se rejoignent : à la fois, ils permettent de définir la métrique, et ils révèlent les déformations dues à la gravitation.

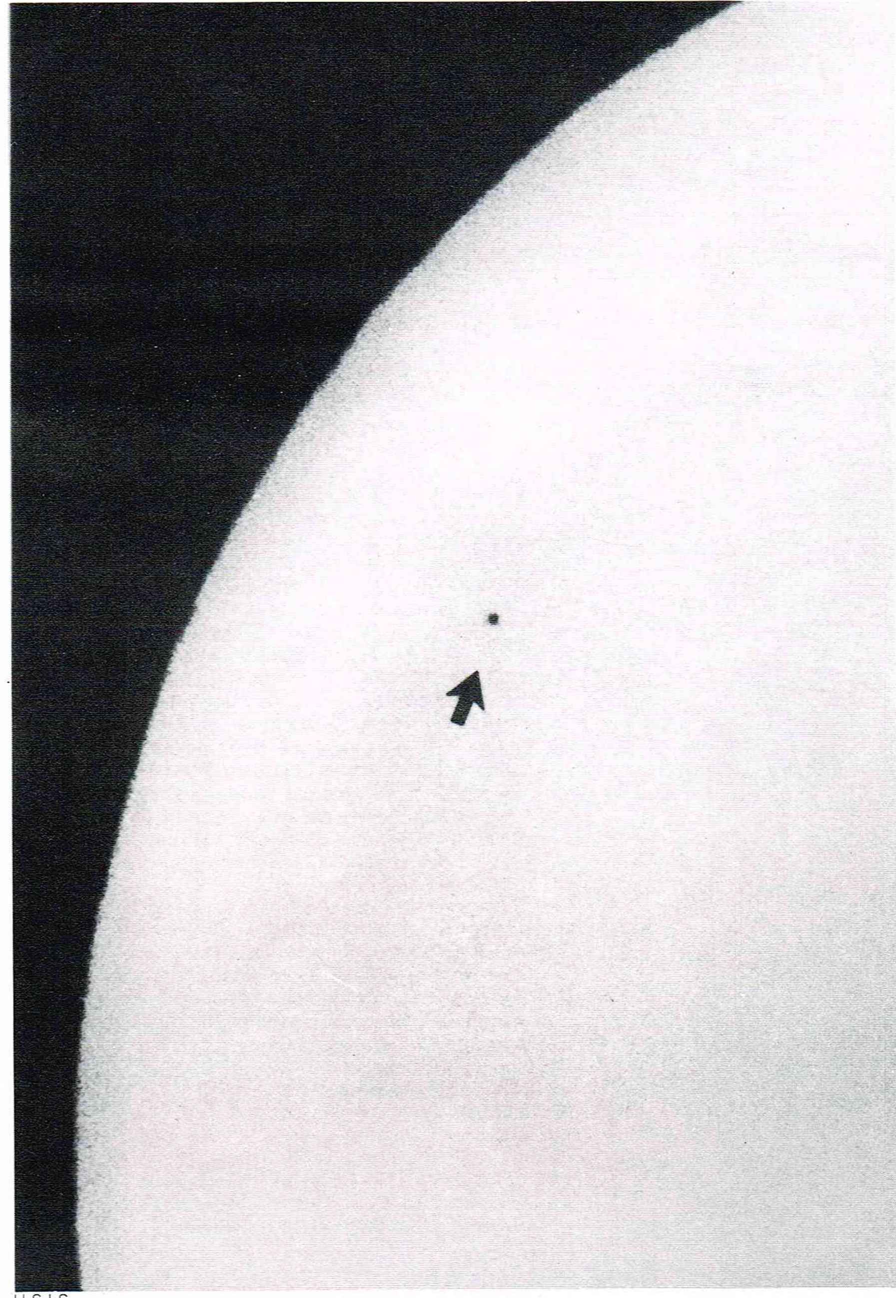
Alors, pour conclure, les observateurs que nous avions laissés en désaccord n'ont plus, pour régler leurs conflits, qu'à adopter le point de vue de la Relativité générale. Ils sont tous plongés dans un continuum non euclidien, ils utilisent le $\mathbf{ds}^2$ écrit ci-dessus, ils ne diffèrent plus que pour les valeurs des g_{ij}, ce qui est parfaitement normal : ils ne sont pas soumis au même champ de gravitation.

Vérifications expérimentales et prédictions

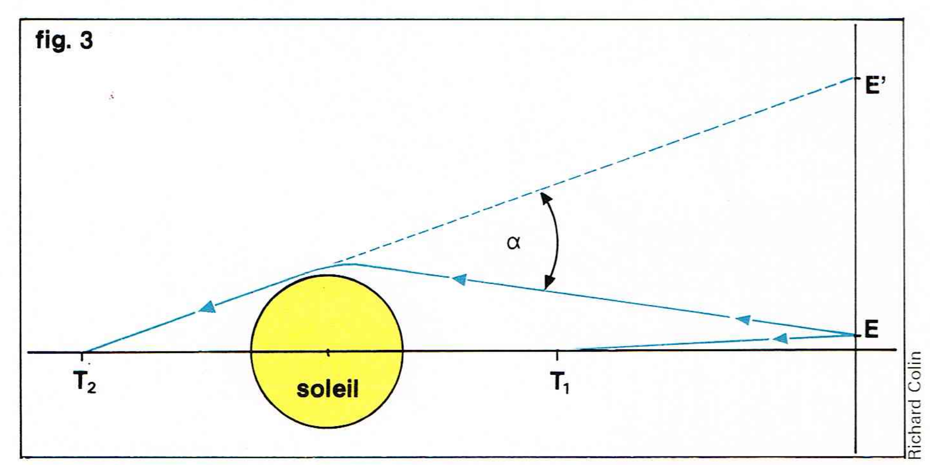
On a vu l'importance décisive des coefficients g_{ij} qui transportent toute l'information concernant la gravitation dans le domaine géométrique. En imposant des conditions sur ces coefficients, et sur certaines grandeurs qui en dérivent, Einstein a pu établir les équations du champ gravitationnel dans le continuum espace-temps riemannien, équations se substituant à l'expression classique fournie par la loi de Poisson $\Delta U = 4 \pi G \rho$ (U, potentiel gravitationnel ; G, constante universelle de la gravitation ; ρ, densité de matière). La connaissance des équations du champ de gravitation permet de déduire les lois du mouvement d'un corps, en particulier la loi du mouvement « libre ». Ainsi énoncé, le problème se complique du fait que le corps en mouvement est lui-même source de gravitation. C'est pourquoi, afin d'atteindre plus aisément l'aspect fondamental de cette loi, on introduit la notion de « corps d'épreuve » : c'est un corps si petit (une particule) que le champ gravitationnel qu'il crée est totalement négligeable par rapport au champ gravitationnel créé par l'ensemble des autres masses environnantes, et dans lequel il évolue. Alors, que signifie « La particule d'épreuve est libre »? En mécanique newtonienne, cela se traduisait par : la particule n'est soumise à aucune force (gravitationnelle ou non gravitationnelle), elle est en mouvement rectiligne uniforme, sa trajectoire est une droite. Or, l'absence de force gravitationnelle (on l'a vu à propos du rayon lumineux) représente une situation totalement irréaliste (toutes les autres masses à l'infini). On ne peut retrouver la notion de particule libre qu'en Relativité générale, car les forces gravitationnelles, toujours et partout présentes, n'y ont pas d'existence explicite : elles sont traduites en termes de courbure de l'espace. Si donc une particule n'est soumise à aucune force d'origine quelconque, autre que gravitationnelle, au regard de la Relativité générale, elle sera libre, son mouvement décrira une trajectoire tout à fait spécifique : une « géodésique », c'est-à-dire une trajectoire (plus ou moins courbée selon l'intensité du champ de gravitation ambiant) qui généralise le concept de « droite » de la géométrie euclidienne. Nous avons déjà rencontré le concept de « géodésique » pour la trajectoire du rayon lumineux, c'est-à-dire pour la trajectoire d'une particule d'épreuve qui serait un photon. Cette dernière « géodésique » apparaît comme un cas limite de la précédente : celui où la masse de la particule tend vers 0.

Après avoir ainsi esquissé la mise en œuvre des principes énoncés aux paragraphes précédents, il est opportun d'examiner les vérifications expérimentales de la théorie. On peut à ce propos s'interroger sur le caractère crucial de telle ou telle expérience en faveur d'une théorie proposée. Après un grand nombre d'expériences ou de vérifications positives, la physique classique a néanmoins dû céder la place aux théories quantiques d'une part et aux théories relativistes d'autre part. Non que les résultats acquis soient devenus caducs, mais elle ne pouvait aller plus loin, et butait par exemple sur l'effet photo-électrique, ou sur « le point noir » évoqué dans l'introduction. Dans cette voie, la Relativité générale est donc aussi bien fondée que la théorie classique : elle contient celle-ci comme cas particulier ou comme approximation et apporte de nouveaux enseignements. Le nombre d'effets nouveaux mesurables sur lesquels elle se justifie est certes assez réduit, mais leur variété et leur précision sont impressionnantes. Et surtout, il faut souligner qu'elle explique *simultanément* et de façon cohérente, sans hypothèses *ad hoc* surajoutées, des faits jusqu'alors sans interprétation, que l'on va brièvement examiner.

— La mécanique newtonienne a permis d'établir le caractère elliptique des orbites décrites par les planètes du système solaire, le Soleil occupant l'un des foyers de chaque ellipse. Elle a également permis de rendre compte des déformations de ces orbites, sous l'influence de forces perturbatrices diverses. Parmi ces dernières, les forces perturbatrices séculaires, essentiellement dues à la présence des planètes autres que celle considérée, ne dépendent que des positions relatives des différentes orbites, agissent toujours dans le même sens et sont quasi proportionnelles au temps. Elles ont donc un effet cumulatif qui peut être observé et mesuré avec précision sur un laps de temps suffisamment long, couramment un siècle. Elles affectent particulièrement le périhélie (point d'une orbite le plus proche du Soleil) dont elles font varier la longitude : à chaque révolution de la planète, le périhélie a tourné légèrement et se trouve en avance sur la position qu'il occupait à la révolution précédente. Appliquant la théorie des perturbations aux éléments de l'orbite elliptique, la mécanique newtonienne permet de prédire la valeur numérique de cette avance du périhélie des planètes. Par exemple, elle prédit une avance de 5 557,62 secondes d'arc par siècle, pour Mercure. Or les observations, dont les premières (suffisamment précises) remontent à 1765, montrent une avance réelle de 5 600,73 secondes d'arc par siècle. D'où un désaccord de 43,11 secondes d'arc : c'est très exactement la teneur du « petit point noir » évoqué dans l'introduction. La Relativité générale s'est attaquée à ce problème. Comme il n'était pas réaliste de reprendre le calcul newtonien de l'avance (les forces perturbatrices sont assez faibles pour que l'approximation newtonienne soit correcte), le traitement relativiste a porté directement sur la trajectoire de Mercure. Assez curieusement (mais le résultat sera concluant), on conserve les 5 557,62 secondes d'arc déjà trouvées, mais on considère qu'elles portent non sur une trajectoire elliptique mais sur une trajectoire modifiée par la Relativité générale. Celle-ci considère la planète comme une particule d'épreuve et écrit l'équation de sa trajectoire « géodésique ». L'équation ainsi obtenue comporte un terme supplémentaire, par rapport à l'équation primitive new-


U.S.I.S.

▲ *Le périhélie de la planète* **Mercure** *(photographiée ici devant le disque solaire) tourne de 5 600″ par siècle, dont 5 557 sont expliquées par la théorie de Newton. La différence, 43″ par siècle, a pu être expliquée par la théorie de la Relativité générale.*



Richard Colin

▲ *Figure 3 : phénomène de déviation de la lumière d'une étoile située derrière le Soleil, et mesure de l'angle de déviation α.*

tonienne, qui représente une contribution supplémentaire à l'avance du périhélie de 43,03″. Cette correction apportée par la Relativité générale est donc remarquablement proche du résidu de 43,11″ observé.

Mercure est le cas le plus favorable parce que sa trajectoire (quasi) elliptique a une forte excentricité. Naturellement, toutes les planètes relèvent du même type de correction. Par exemple, pour Vénus, le résidu observé est de 8,4″ et la correction de la Relativité générale est de 8,6″ ; pour la Terre, le résidu = 5,0″, la correction = 3,8″. Dans ces deux derniers cas (malgré les apparences en ce qui concerne Vénus), les résultats obtenus sont moins convaincants parce que la précision sur les résidus observés est, jusqu'alors, assez médiocre. Pour Mars, la correction prédite est 1,35″, mais le résidu réel n'est pas connu. Enfin la vérification de cet effet pourrait être également tentée sur les trajectoires de satellites terrestres, la difficulté pratique d'observation venant de ce que ces trajectoires sont fortement perturbées.

— Une seconde vérification se rapporte à notre expérience idéale du rayon lumineux frappant des plaques fluorescentes placées dans un ascenseur. Si la conclusion est énoncée correctement, ce phénomène de déviation (ou déflexion) de la trajectoire lumineuse doit être général, et donc être observable si le champ gravitationnel est assez fort. Le champ gravitationnel créé par le Soleil est, dans son voisinage, assez intense pour que l'on puisse espérer une mesure de la déviation de la lumière issue d'une étoile située (loin) derrière le Soleil (*fig.* 3). Le paramètre rendant compte de la déviation est l'angle α. La prédiction de la Relativité générale est une déviation $\alpha = 1{,}75$ seconde d'arc pour un rayon lumineux passant en incidence rasante sur le bord du Soleil. La vérification observationnelle repose sur la comparaison de deux plaques photographiques, prises à quelques mois d'intervalle, comportant la même étoile E.

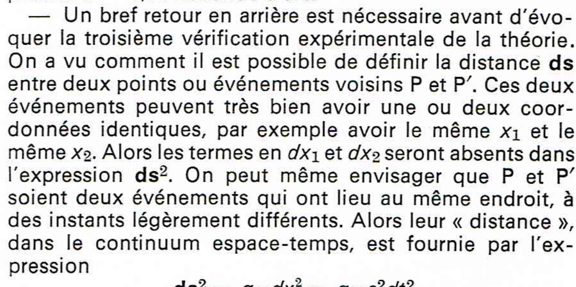
La première photographie est prise lorsque l'observateur terrestre est en T_1 : le champ de gravitation du Soleil n'a pas d'influence sur le trajet du rayon lumineux ET_1. On a donc la position vraie de l'étoile E. La seconde photographie est prise lorsque l'observateur est en T_2. En quelques mois, l'étoile visée n'a naturellement pas changé de position vraie. Or l'observateur la voit dans la position (apparente) E′, c'est-à-dire qu'il voit l'étoile qui est en fait derrière le Soleil. Il lui est aisé de déduire de la comparaison des deux positions la valeur de l'angle α. Diverses mesures de ce type ont été faites (la première en 1919), à l'occasion d'éclipses solaires, conditions évidentes pour que l'image de l'étoile soit visible sur la plaque prise en T_2, et on a été finalement conduit, vers 1952, à adopter la valeur :

$$\alpha \text{ observé} = 1{,}79 \pm 0{,}66 \text{ seconde d'arc}$$

Précisons que ces observations ont été faites sur des groupes d'étoiles (les Hyades par exemple), la comparaison des configurations, vraie et apparente, de ces groupes permettant d'atteindre une plus grande précision pour α, dans la mesure où il est plus sûr de mesurer les déformations de deux figures ou plutôt de comparer deux positions d'un même objet.

▶ *Page ci-contre, la grande nébuleuse d'Andromède, l'une de nos plus proches voisines : c'est une galaxie spirale très semblable à notre Galaxie.*

Plus récemment (1970-1971), des mesures de déflexion des ondes radio ont été faites à partir du quasar 3C279 qui, chaque mois d'octobre, se trouve occulté par le Soleil,



et dont les émissions sont accessibles aux radiotélescopes. Ces mesures semblent, là encore, confirmer la valeur prédite $\alpha = 1{,}75$ seconde d'arc.

— Un bref retour en arrière est nécessaire avant d'évoquer la troisième vérification expérimentale de la théorie. On a vu comment il est possible de définir la distance **ds** entre deux points ou événements voisins P et P′. Ces deux événements peuvent très bien avoir une ou deux coordonnées identiques, par exemple avoir le même x_1 et le même x_2. Alors les termes en dx_1 et dx_2 seront absents dans l'expression $\mathbf{ds}^2$. On peut même envisager que P et P′ soient deux événements qui ont lieu au même endroit, à des instants légèrement différents. Alors leur « distance », dans le continuum espace-temps, est fournie par l'expression

$$\mathbf{ds}^2 = g_{00}dx_0^2 = g_{00}c^2dt^2$$

dans le système de référence choisi. On peut choisir le système lié à P, où une horloge marque le temps t : les deux événements sont tout simplement deux indications de l'horloge, t et $t + dt$, séparés par la racine carrée de

$$\mathbf{ds}^2 = g_{00}\,(\mathrm{P})\; c^2dt^2$$

Si l'on choisit un système de référence lié à un observateur éloigné Q, celui-ci trouvera

$$\mathbf{ds}^2 = g_{00}\,(\mathrm{Q})\; c^2d\mathrm{T}^2$$

son horloge marquant le temps T, pour exprimer la « distance » qui sépare P et P′. Rappelons que les coefficients g_{ij} dépendent du champ gravitationnel ambiant. Donc, pour P et Q éloignés, on aura en général :

$$g_{00}\,(\mathrm{P}) \neq g_{00}\,(\mathrm{Q})$$

On aura donc, en comparant les deux expressions de $\mathbf{ds}^2$, la relation

$$\left(\frac{g_{00}\,(\mathrm{Q})}{g_{00}\,(\mathrm{P})}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{d\mathrm{T}}{dt}$$

Il s'ensuit que, si $g_{00}\,(\mathrm{Q}) > g_{00}\,(\mathrm{P})$, on aura $d\mathrm{T} > dt$: l'horloge de l'observateur Q, qui est dans un champ gravitationnel plus intense, marche moins vite que l'horloge liée à l'observateur P.

Une horloge est un mécanisme caractérisé par des oscillations périodiques. Un atome est un oscillateur tout indiqué : le nombre d'oscillations par unité de temps est sa fréquence caractéristique ν_0. L'atome vibrant à cette fréquence émet un rayonnement de longueur d'onde $\frac{c}{\nu_0}$. Plaçons cet atome-horloge en P. Si le rayonnement est reçu par l'observateur placé en Q, quelle fréquence ν celui-ci va-t-il percevoir ? Si deux oscillations successives (qui vont jouer le rôle des deux événements P et P′) sont séparées par l'intervalle de temps dt, elles seront perçues en Q comme étant séparées par l'intervalle de temps $d\mathrm{T}$. Ainsi dt est la période des oscillations émises par l'atome, et $d\mathrm{T}$ la période de ces oscillations telle que Q les perçoit. Or $dt = \frac{1}{\nu_0}$ et $d\mathrm{T} = \frac{1}{\nu}$. Il s'ensuit que

$$\left(\frac{g_{00}\,(\mathrm{Q})}{g_{00}\,(\mathrm{P})}\right)^{\frac{1}{2}} = \frac{\nu_0}{\nu}, \qquad \text{d'où } \nu_0 > \nu$$

pour Q, l'atome semblera vibrer selon une fréquence plus basse ; s'agissant d'un phénomène lumineux, on dira que sa fréquence est « décalée vers le rouge ».

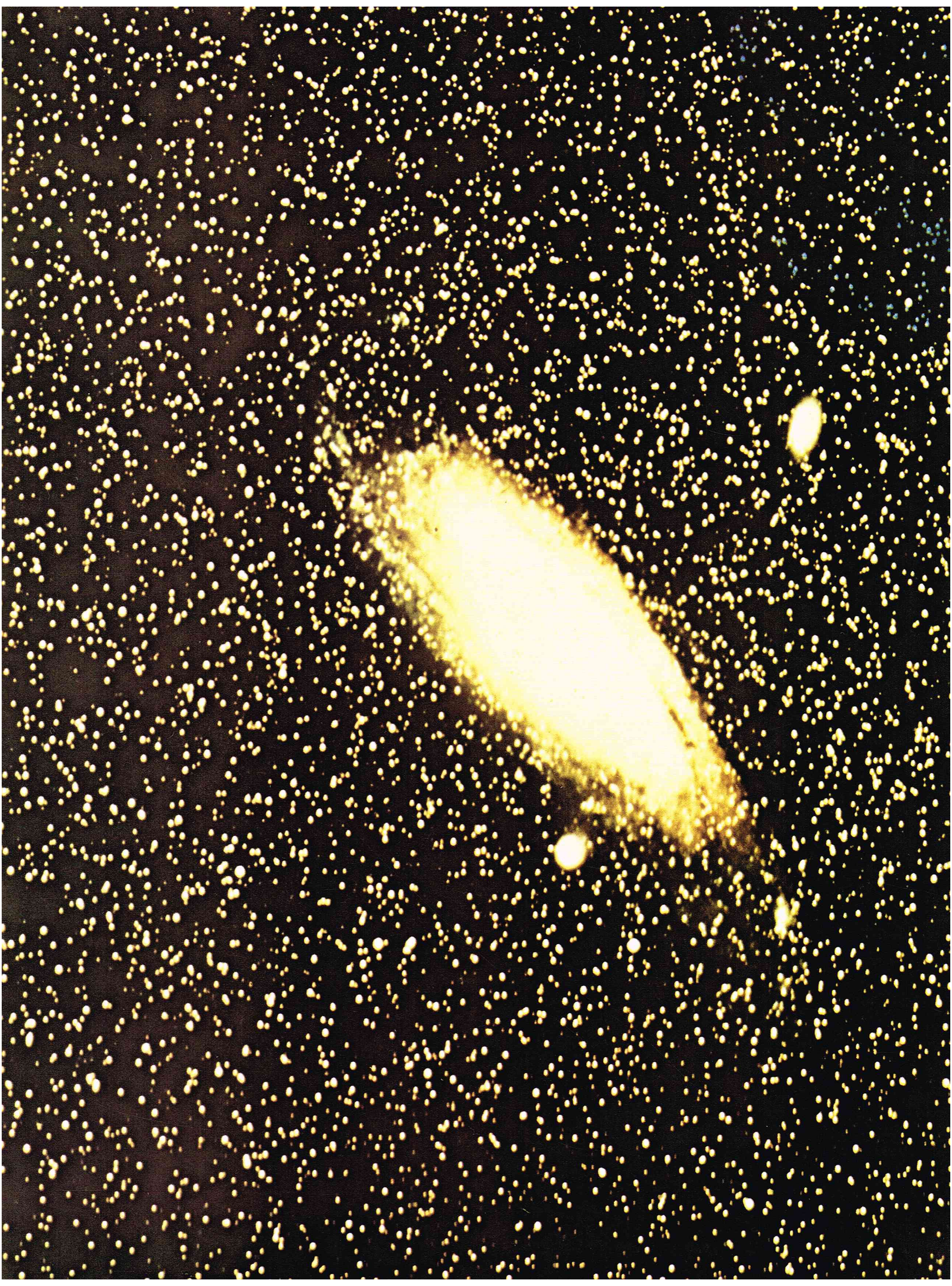
Si l'atome est placé à la surface du Soleil, et si Q est un observateur terrestre, les calculs prédisent

$$\frac{\nu - \nu_0}{\nu_0} = -\,2{,}10\ 10^{-6}$$

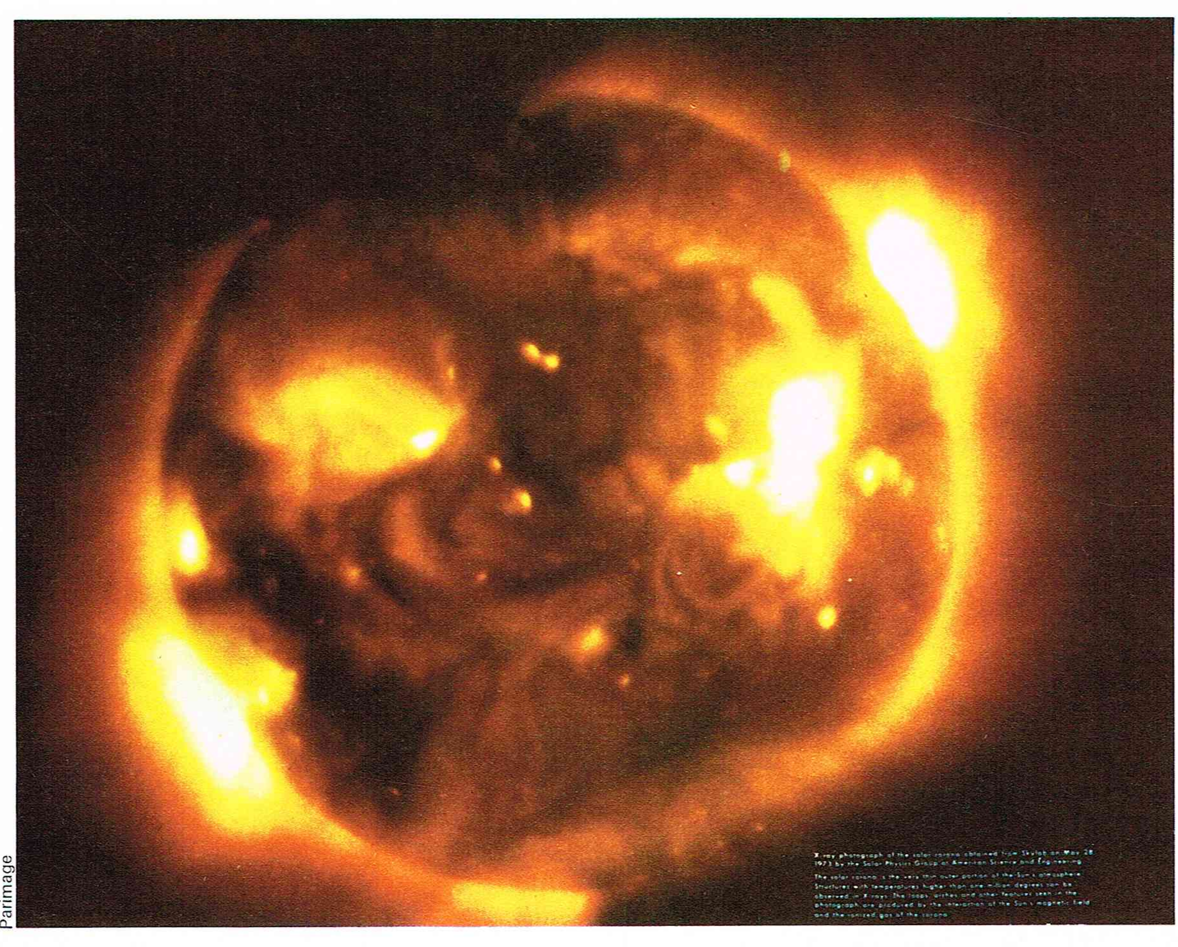
Malgré sa faiblesse, ce rapport est mesurable. Les observations sont en bon accord avec cette valeur calculée, mais seulement si l'on observe le bord du Soleil. Si l'on observe le centre du disque solaire, il y a un désaccord net, mais là des effets liés aux mouvements des gaz de l'atmosphère solaire doivent vraisemblablement intervenir.

La nature même des phénomènes physiques en jeu dans les vérifications expérimentales que l'on vient d'examiner montre que les effets de la Relativité générale ne sont mesurables que lorsque le champ gravitationnel est intense. Dans les trois cas, nous étions à l'échelle du système solaire. Il se peut que les diverses tentatives en direction d'une quantification du champ de gravitation, dans le

U.S.I.S.



▶ ***Photographie du Soleil prise aux rayons X au cours de la mission*** **Skylab.**



Parimage

cadre de la Relativité générale, apportent des éléments originaux. Mais, dans l'état actuel de nos connaissances, il semble bien que le meilleur terrain d'applications et de recherches de la théorie d'Einstein soit le terrain de l'astronomie, de l'astrophysique et de la cosmologie. Par exemple, les développements modernes de la cosmologie sont sans conteste fondés sur des modèles d'Univers relativistes (modèles de Friedmann, par exemple). C'est également dans le domaine de l'astrophysique (avec toutes les implications possibles pour la cosmologie) que la Relativité générale prédit deux phénomènes d'une importance considérable.

La première prédiction est celle de l'existence d'un rayonnement gravitationnel — qui serait l'homologue du rayonnement électromagnétique de la théorie de Maxwell. Totalement exclues par la théorie newtonienne, des solutions radiatives (correspondant à un transport d'énergie gravitationnelle) sont permises par les équations du champ de la Relativité générale. L'origine hypothétique de ces ondes gravitationnelles, qui se propageraient à la vitesse de la lumière, serait à rechercher dans la formation d'objets célestes très condensés résultant, par exemple, de l'effondrement gravitationnel d'un objet « normal ». Jusqu'à présent, malgré de nombreuses tentatives, dont celles aux États-Unis de Weber (le pionnier en la matière), aucune détection réelle de ces ondes ne paraît avoir été faite. On est là aux limites des possibilités expérimentales, et il faudra sans doute attendre plusieurs années pour que la sensibilité des détecteurs atteigne un seuil suffisant (il faudrait augmenter de 5 à 6 ordres de grandeur la sensibilité des détecteurs actuellement en service).

Nous venons de parler d'« effondrement gravitationnel ». A cette notion est liée une autre prédiction de la Relativité générale. Un objet (étoile, galaxie) existe si la matière qui le constitue, sous quelque forme que ce soit, est dans un certain état d'équilibre sous les effets contradictoires des forces gravitationnelles (attractives) et des forces de pression interne, qui résistent à l'écrasement. Si les secondes l'emportent, l'objet explose. Si c'est l'inverse, tous les constituants de l'objet sont attirés vers le centre : la victoire des forces gravitationnelles, c'est l'effondrement de l'objet qui se contracte brutalement et atteint des densités stupéfiantes. Un exemple d'objets très condensés est fourni par les étoiles à neutrons, dont l'existence supposée a été confirmée par la découverte des pulsars. Ces étoiles représenteraient, selon la Relativité générale, un stade de la contraction gravitationnelle d'un objet, mais non le dernier. Le stade ultime est le « trou noir » : l'objet est alors si condensé, son champ gravitationnel est si intense que les rayons lumineux eux-mêmes sont « piégés » ; un rayon émis à la surface d'un tel corps voit sa trajectoire tellement courbée qu'elle revient sur la surface émissive. De sorte qu'aucun rayon lumineux issu de cette surface ne peut atteindre un observateur extérieur : l'objet reste invisible : il est « noir ». Deux situations observées sont favorables à cette hypothèse des « trous noirs » :

— Certaines perturbations du mouvement des étoiles binaires s'expliqueraient bien par la présence d'une masse plus ou moins importante dans leur voisinage.

— L'origine des nombreuses sources de rayons X, détectées depuis peu à l'aide de satellites, pourrait être dans un phénomène d'accrétion de la matière présente dans l'environnement d'un objet assez massif pour que l'accélération des particules chargées, attirées par le champ gravitationnel de cet objet, soit compatible avec une émission X.

On voit ainsi à quel point la théorie de la Relativité générale est susceptible, après cinquante années d'existence, de susciter des recherches nouvelles, ce qui est un sort assez rare pour une théorie physique.

BIBLIOGRAPHIE

EINSTEIN A., *The Meaning of Relativity*, Princeton University Press, 1955 ; *la Relativité*, Petite Bibliothèque Payot, 1964. - BERGMAN, *Introduction to the Theroy of Relativity,* Prentice-Hall Inc., 1966. - LANDAU et LIFSHITZ, *Théorie des champs*, éditions Mir, Moscou, 1970. - MAVRIDES S., *l'Univers relativiste*, Masson, 1973. - PAPAPETROU A., *Lectures on General Relativity*, D. Reidel Publ. Company, 1975. - TONNELAT M. A., *les Principes de la théorie électromagnétique et de la Relativité*, Masson, 1959.

MÉCANIQUE QUANTIQUE

La théorie physique de la fin du XIX[e] siècle apparaît pour les chercheurs de cette époque comme un outil devant leur permettre d'interpréter tout résultat expérimental. Cette théorie est composée essentiellement de deux corps de doctrines : la mécanique et l'électromagnétisme. La mécanique, qui repose sur les travaux de Newton, complétés par ceux de Lagrange et de Hamilton, avait rencontré d'énormes succès dans l'étude du mouvement des corps solides (balistique) et des planètes. L'électromagnétisme, fondé sur les travaux de Maxwell, englobait l'optique comme cas particulier d'ondes électromagnétiques. La grande ambition des théoriciens de cette époque n'était que d'unir ces deux corps de doctrines.

Un ensemble de résultats expérimentaux, obtenus vers la fin du XIX[e] siècle et le début du XX[e], allait bouleverser ces conceptions. A la suite de ces résultats, les physiciens comprirent que la théorie physique de la fin du XIX[e] siècle que nous appelons aujourd'hui théorie classique, était incomplète et qu'elle n'était qu'une approximation d'une théorie plus vaste. Ainsi apparut-il que la mécanique de Newton n'est plus valable lorsque le système matériel qu'on étudie (une particule ou un ensemble de particules) a une très grande vitesse ou bien une très faible masse; elle doit être alors remplacée dans le premier cas par la mécanique relativiste et dans le second par la mécanique quantique. Il est clair que, si le système matériel a une très petite masse et une très grande vitesse, il faut l'étudier en utilisant la mécanique quantique relativiste.

La mécanique quantique peut être exposée de différentes manières; la mécanique ondulatoire en est une. Dans le formalisme ondulatoire, à chaque système matériel (une ou plusieurs particules matérielles) est associée une onde à partir de laquelle on obtient tous les renseignements mécaniques (positions, impulsions, etc.) concernant le système. C'est L. de Broglie qui, le premier, en 1923, a proposé de décrire le comportement mécanique d'une particule matérielle au moyen d'une onde. Mais c'est Schrödinger qui a postulé en 1926 l'équation qui régit l'évolution de cette onde au cours du temps.

Domaine de la validité de la mécanique quantique

La physique quantique repose sur des concepts nouveaux, et jusqu'à présent aucun fait expérimental n'en a contesté la validité. Il n'est, cependant, pas toujours indispensable d'utiliser le formalisme quantique, la physique classique constituant souvent une approximation suffisante.

Lorsque l'on étudie le mouvement d'une particule, on sait qu'il faut utiliser la mécanique relativiste si la vitesse v de la particule est voisine de c, vitesse de propagation dans le vide des ondes électromagnétiques

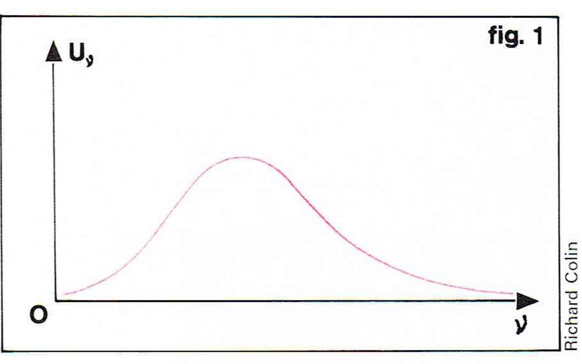
$$(c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s})$$

De manière plus explicite, dès que le rapport v/c peut être considéré comme négligeable, il est légitime d'utiliser la mécanique de Newton. Le rôle joué par la constante universelle c en mécanique relativiste est, en mécanique quantique, joué par une constante universelle nouvelle h, appelée la *constante de Planck*. Elle permet de décider s'il faut appliquer la mécanique quantique ou la mécanique de Newton. h a les dimensions d'une action, c'est-à-dire d'une énergie multipliée par un temps. On a donc :

dimension de h = énergie × temps
= masse × (longueur)^2 × (temps)$^{-1}$

h vaut $6{,}6 \cdot 10^{-34}$ J · s. Si la masse μ, la longueur l et le temps t, caractéristiques du système étudié (une ou plusieurs particules), sont tels que le produit $\mu l^2 t^{-1}$ est beaucoup plus grand que h, on peut se contenter d'utiliser la mécanique de Newton. Prenons deux exemples simples :

— *Exemple* 1 : une masse de 1 g suspendue à un ressort oscille avec une période de 1 s et une amplitude de 1 cm. Dans ce cas, le produit $\mu l^2 t^{-1}$ est égal à 10^{-7} J · s qui est beaucoup plus grand que h. Aussi suffit-il d'utiliser la mécanique de Newton.



◄ *Figure 1 : courbe représentant la variation de U_ν avec ν.*

— *Exemple* 2 : admettons que le modèle planétaire donne une bonne représentation de ce qui se passe dans les atomes. Dans le cas de l'atome d'hydrogène (1 proton et 1 électron), l'électron, dont la masse est égale à 10^{-30} kg, décrit, sous l'action du champ électrique créé par le noyau, une orbite circulaire dont le diamètre est de l'ordre de 1 Å (soit 10^{-10} m). Les lois de la mécanique classique permettent d'évaluer la période de révolution. On trouve une valeur voisine de 10^{-15} s. Dans ce cas, le produit $\mu l^2 t^{-1}$ est de l'ordre de 10^{-35} J · s c'est-à-dire de l'ordre de grandeur de h. On en conclut que l'atome d'hydrogène doit nécessairement être étudié au moyen de la mécanique quantique.

Découverte de la constante de Planck (1900)

Planck a introduit la constante h en cherchant à résoudre le problème posé par le rayonnement du corps noir. On sait qu'à l'intérieur d'un four dont les parois sont chauffées à la température T, il y a des ondes électromagnétiques dont les fréquences sont comprises entre 0 et l'infini. On sait par ailleurs que chacune de ces ondes transporte de l'énergie (c'est d'ailleurs cette énergie qui permet dans le cas des fours de cuisson de chauffer les aliments) ; si on appelle $U_\nu \Delta\nu$ la quantité d'énergie transportée par les ondes dont la fréquence est comprise entre ν et une valeur voisine $\nu + \Delta\nu$, l'expérience montre que la variation de U_ν avec ν a l'allure de la courbe représentée sur la *figure* 1. Pour expliquer ce résultat, Planck fait l'hypothèse, incompréhensible dans le cadre de la physique de cette époque, que les échanges d'énergie entre les parois de l'enceinte et le rayonnement électromagnétique ne peuvent s'effectuer que par des multiples de $h\nu$. Cette hypothèse est même en contradiction avec la théorie classique du rayonnement, telle qu'elle découle de la théorie de Maxwell. En effet, cette dernière conduit à des échanges d'énergie continus. Planck obtient ainsi la formule suivante qui interprète bien les résultats expérimentaux :

$$U_\nu = \frac{8\pi h\nu^3}{c^3} \frac{1}{e^{h\nu/kT} - 1}$$

Dans cette expression, π est le nombre 3,14 et k est la constante de Boltzmann qui vaut $1{,}3 \cdot 10^{-23}$ J/°K.

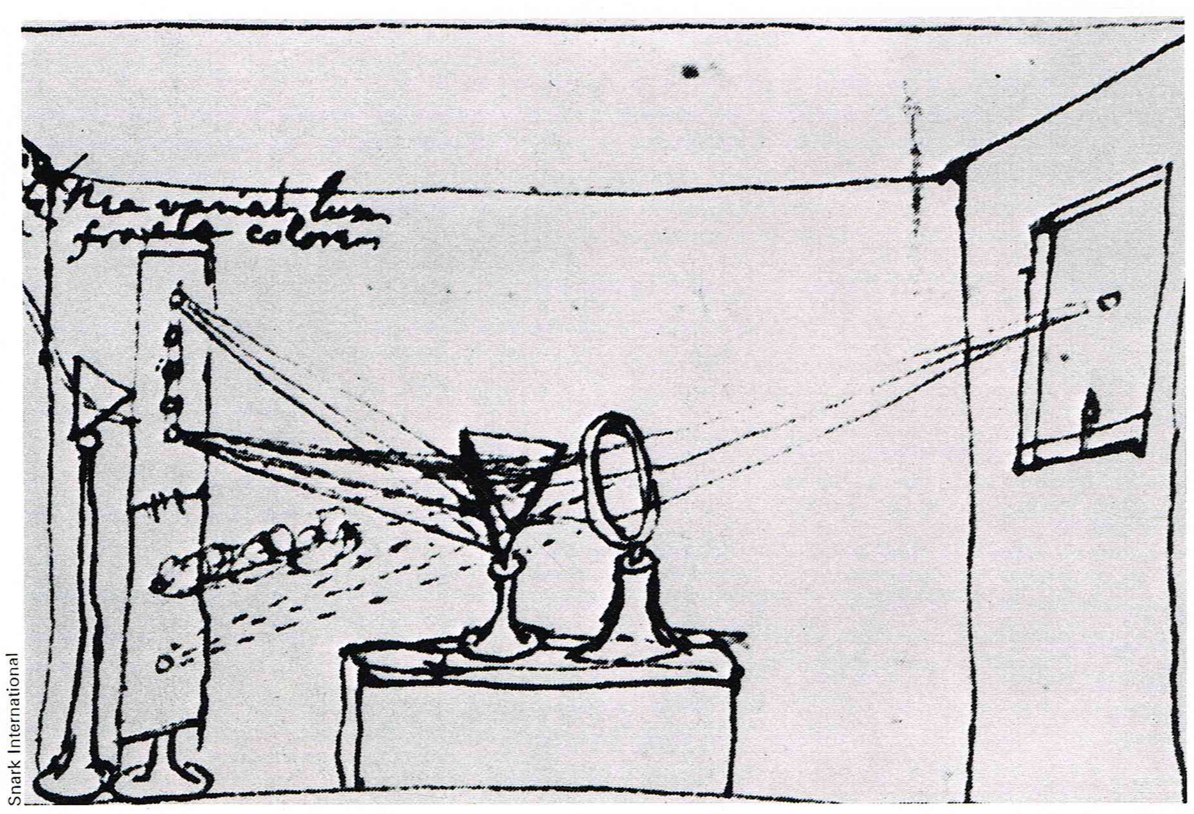
Le photon

Les lois concernant la lumière ont tour à tour reçu des interprétations ondulatoires et corpusculaires; mais jusqu'au XIX[e] siècle, c'est surtout la théorie ondulatoire qui s'impose. Ainsi, Huyghens (1629-1695) est le premier à proposer l'hypothèse ondulatoire. Mais Newton (1642-1727) objecte que, si la lumière était une onde, comme le son, elle contournerait les obstacles. Il avance alors une théorie corpusculaire : sa théorie implique en particulier que la vitesse de la lumière dans un milieu matériel transparent est supérieure à cette vitesse dans le vide. Ce résultat devait être infirmé par l'expérience de Foucault qui, en 1850, mesure la vitesse de la lumière dans l'eau. Entre-temps, les travaux de Young (1773-1829) et de Fresnel (1788-1827) sur les interférences et la diffraction de la lumière assoient la théorie ondulatoire sur des bases solides. Cette interprétation est confirmée par les travaux de Maxwell (1831-1879) qui présente en 1865 sa théorie de l'électromagnétisme. Dans cette théorie, la lumière est considérée comme constituée d'ondes électromagnétiques dont la longueur d'onde est

▼ *Le physicien français* **Augustin Fresnel** *(1788-1827).*



▶ *Croquis dessiné par Newton. Un premier prisme décompose en lumières colorées le faisceau incident de lumière blanche. Des trous percés dans un écran permettent de sélectionner un faisceau monochromatique, qui peut alors être dévié par un autre prisme.*



Snark International

▼ *Inexplicable dans la théorie de l'émission de Newton, la* diffraction *a été expliquée par Fresnel au moyen des interférences.*

J. Pavlovsky - Rapho

telle qu'elles sont détectables par un récepteur particulier, l'œil humain. Par ailleurs, cette théorie implique l'existence d'autres ondes de longueurs d'onde différentes et détectables par d'autres récepteurs. En 1887, Hertz (1857-1894) découvre des ondes dont les longueurs d'onde sont plus grandes que celles de la lumière (elles seront appelées *ondes hertziennes*) ; cette découverte confirme ainsi la théorie de Maxwell. Depuis, on a mis en évidence des ondes électromagnétiques de longueurs d'onde très petites : les rayons X ont une longueur d'onde comprise entre quelques angströms et quelques centièmes d'angström ; les rayons γ ont une longueur d'onde inférieure au centième d'angström.

De nouveaux résultats expérimentaux allaient cependant ébranler ce bel édifice et montrer que la lumière présente aussi un caractère corpusculaire. Il ne sera présenté ici que deux de ces effets particulièrement importants du point de vue historique.

Effet photo-électrique

Travaux de Hertz (1887)

Lorsqu'un faisceau lumineux éclaire une surface métallique, celle-ci peut, dans certaines conditions, émettre des électrons. Le dispositif expérimental utilisé est représenté schématiquement sur la *figure* 2. On mesure l'intensité I du courant collecté en fonction de :

— la différence de potentiel V entre collecteur et photocathode (le collecteur peut être au potentiel positif ou négatif) ;

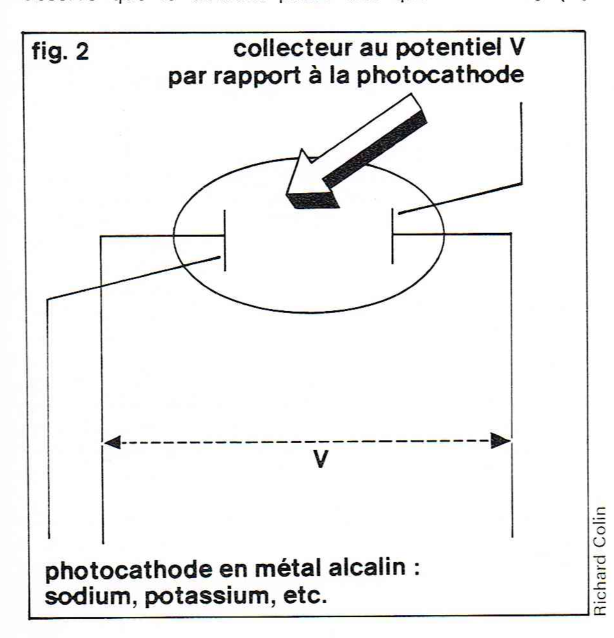
— l'intensité J du rayonnement : J mesure la quantité d'énergie lumineuse qui arrive par seconde sur 1 cm^2 de photocathode ;

— la fréquence ν du rayonnement.

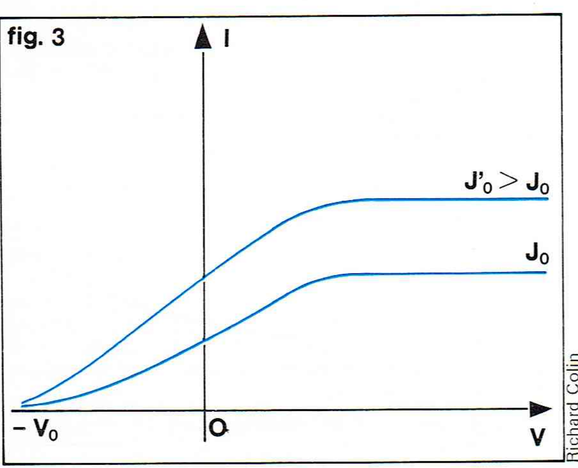
On obtient les résultats représentés sur la *figure* 3. On observe que le courant passe dès que $V > -V_0$ (V_0 positif) : la photocathode éclairée émet des électrons d'énergie cinétique $\frac{1}{2}mv^2$, m et v étant respectivement la masse et la vitesse des électrons. Si le potentiel V est négatif, il repousse les électrons. Ceux-ci sont freinés par une énergie potentielle $-eV$, e étant la valeur de la charge de l'électron. Lorsque eV est supérieure ou égale à $\frac{1}{2}mv^2$ les électrons ne peuvent atteindre le collecteur et l'intensité I du courant est nulle. Lorsque V devient positif et croît, le collecteur attire un nombre de plus en plus grand des électrons émis par la photocathode. Lorsque V est positif et très grand, le collecteur attire la plupart des électrons émis par la photocathode ; I, qui mesure la charge qui arrive par seconde sur le collecteur, atteint alors une valeur limite indépendante de V. Cette valeur limite augmente avec l'intensité J du rayonnement ; ce qui signifie que le nombre d'électrons émis par seconde croît avec la quantité d'énergie électromagnétique qui arrive par seconde sur la photocathode. Cependant V_0, et par conséquent l'énergie cinétique des électrons, est indépendant de J. Par contre, V_0 augmente linéairement avec la fréquence ν du rayonnement. Cette variation est représentée sur la *figure* 4. Sur cette figure apparaît une fréquence seuil ν_s. En effet, l'expérience montre que si $\nu < \nu_s$ aucun électron n'est émis par la photocathode. Ces faits expérimentaux sont incompréhensibles en physique classique.

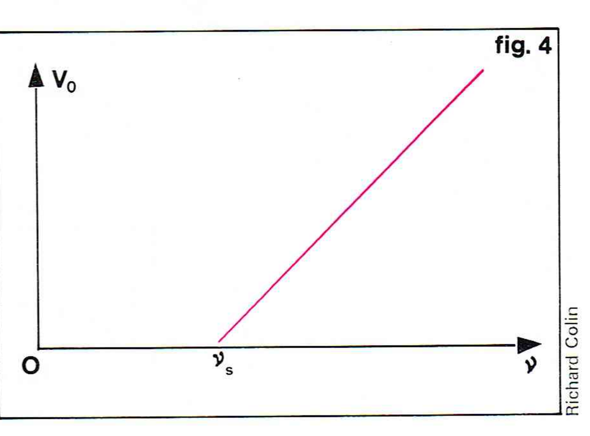


◀ ***Le physicien allemand* Heinrich Hertz *(1857-1894). En 1887, ses travaux apportent une éclatante confirmation de la théorie électromagnétique de la lumière de Maxwell ; la même année, il découvre l'effet photo-électrique.***



◀ ***Figure 2 : représentation schématique du dispositif expérimental mettant en évidence l'effet photo-électrique.***





◀ ***A gauche, figure 3 : représentation graphique des résultats. A droite, figure 4 : représentation graphique de la relation binaire entre V_0 et ν.***

Explication d'Einstein (1905)

Pour expliquer ces phénomènes, Einstein s'inspire de l'hypothèse avancée par Planck dans l'étude du corps noir. Il admet que, pour extraire des électrons du métal, le rayonnement ne peut céder de l'énergie que par quantum $h\nu$. Si l'on admet que les électrons sont retenus dans le métal par une énergie potentielle W, pour arracher un électron du métal il faut lui fournir une énergie supérieure à W; il faut donc que ν soit tel que $h\nu \geqslant W = h\nu_s$. On explique ainsi le seuil en fréquence de l'effet photo-électrique. Lorsque la fréquence ν de l'onde lumineuse est supérieure à ν_s, l'énergie excédentaire du photon est emportée par l'électron sous forme d'énergie cinétique $\frac{1}{2}mv^2$. On a donc :

$$\frac{1}{2}mv^2 = h\nu - W = h\nu - h\nu_s$$

Or $$\frac{1}{2}mv^2 = eV_0, \text{ d'où } eV_0 = h\,(\nu - \nu_s)$$

On retrouve ainsi la relation linéaire (*fig.* 4) entre V_0 et ν. Le seuil ν_s dépend du métal (par W). Ainsi, pour le sodium, le potassium et le cérium, la longueur d'onde seuil $\lambda_s = c/\nu_s$ vaut respectivement 4 000 Å, 5 400 Å et 6 900 Å. A partir de la formule $eV_0 = h\,(\nu - \nu_s)$ on peut déterminer h. Ceci a été fait par Millikan qui trouve une valeur en excellent accord avec celle donnée par Planck.

Lorsque Planck utilisa pour la première fois les quanta $h\nu$ dans l'étude du corps noir, cette hypothèse apparut aux chercheurs de l'époque essentiellement comme un procédé purement mathématique permettant d'adapter la théorie à l'expérience. Par contre, dans l'étude de l'effet photo-électrique, Einstein admet que chaque quantum est porté par un grain de lumière appelé *photon*, qui s'annihile en cédant toute son énergie à l'électron. Quelles sont l'énergie E et l'impulsion p d'un photon? Par hypothèse, $E = h\nu$. Par ailleurs, le photon se propage dans le vide à la vitesse de la lumière c. Pour trouver l'impulsion du photon, il faut donc avoir recours à la théorie de la Relativité (1905). Pour une particule relativiste de masse m et de vitesse v, on a les relations suivantes :

(1) $$p = \frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$ **(2)** $$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

d'où **(3)** $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$

De **(1)** et **(2)** on tire $p = \frac{E}{c^2}v$. Donc, si $v = c$, on a $p = \frac{E}{c}$.

En reportant ce résultat dans **(3)**, on en déduit $m = 0$. Le photon est donc une particule relativiste de masse nulle. Par ailleurs, la formule $p = E/c$ entraîne $p = h\nu/c$. L'impulsion p du photon est un vecteur dirigé suivant la direction de propagation de l'onde électromagnétique et de module $h\nu/c$. Prenons deux exemples :

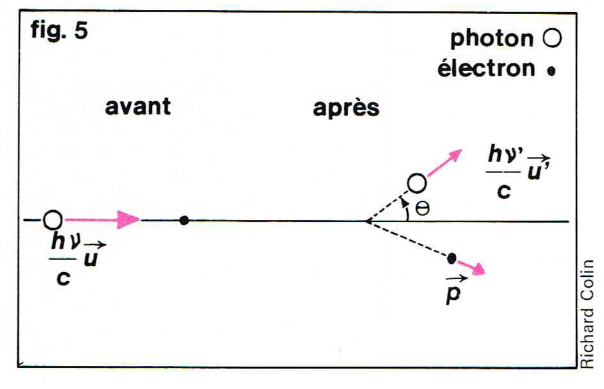
— *Exemple* 1 : quel est le nombre de photons émis par seconde par une lampe de puissance P égale à 75 watts? On admettra que la lumière émise a une longueur d'onde λ égale à 6 000 Å. On sait que $\lambda\nu = c$. Le nombre n de photons émis par seconde est donc :

$$n = \frac{P}{h\nu} = 2{,}2 \cdot 10^{20} \text{ photons/seconde}$$

— *Exemple* 2 : quel est le nombre maximal n' d'électrons émis par seconde par une photocathode, lorsqu'elle reçoit toute la puissance lumineuse précédente? On admettra que le rendement quantique de la photocathode est 0,1 (on appelle *rendement quantique* le rapport entre le nombre d'électrons émis et le nombre de photons qui arrivent sur la photocathode). On a donc :

$$n' = n \times 0{,}1 = 2{,}2 \cdot 10^{19} \text{ électrons/seconde}$$

Ce nombre d'électrons correspond à un courant d'intensité $I = n'e = 3{,}5$ A (la charge électrique de l'électron est $e = 1{,}6 \cdot 10^{-19}$ coulomb).



▶ *Figure 5 : représentation schématique de l'effet Compton.*

Effet Compton (1922)

On observe l'effet Compton lorsque des rayons X durs sont diffusés par la matière. Les rayons X durs sont des rayons X dont la longueur d'onde est petite, de l'ordre de 0,01 Å; on les distingue des rayons X mous dont la longueur d'onde est 10 ou 20 fois plus grande. Ces rayons X durs sont peu absorbés par la matière mais sont diffusés par elle.

Compton envoie sur un bloc de matière un pinceau monochromatique de rayons X durs de longueur d'onde λ et de direction bien définie. Il mesure alors la longueur d'onde λ' du rayonnement diffusé suivant une direction faisant un angle θ avec la direction incidente. Il obtient les résultats suivants :

— pour $\theta = 0$, $\lambda' = \lambda$;

— pour $\theta \neq 0$, $\lambda' > \lambda$.

Compton interprète ces résultats en admettant que l'arrivée du pinceau de rayons X sur la matière correspond à une arrivée de photons projectiles. Ces projectiles rencontrent les électrons de la matière qui jouent le rôle de cible. Au cours de la collision entre les photons et les électrons, les photons perdent une partie de leur énergie qui se transforme en énergie cinétique pour les électrons. Si ν et ν' sont respectivement les fréquences du rayonnement incident et du rayonnement diffusé (on rappelle que $\lambda = c/\nu$ et $\lambda' = c/\nu'$), les énergies E et E′ du photon respectivement avant et après le choc sont égales à $h\nu$ et $h\nu'$. Puisque $E > E'$ on en déduit $\nu' < \nu$ et $\lambda' > \lambda$.

Pour étudier de façon plus précise la relation entre λ et λ', et retrouver les résultats expérimentaux, on étudie la collision du photon et de l'électron comme on étudierait celle de deux particules matérielles. Les calculs doivent être faits dans le cadre de la théorie relativiste, puisque, d'une part, le photon se déplace avec la vitesse c et, d'autre part, l'électron peut, après le choc, prendre une vitesse assez grande et voisine de c. Par ailleurs, longtemps avant et longtemps après le choc, le photon et l'électron sont très loin l'un de l'autre, et l'action de ce système de deux particules est dans ces deux cas très grande devant h; il n'est donc pas nécessaire d'utiliser la mécanique quantique pour décrire ce système de deux particules. Enfin, les résultats expérimentaux s'interprètent bien si l'on admet que les électrons cibles sont des électrons libres (c'est-à-dire qu'ils ne sont pas liés aux atomes du métal) et qu'ils ont une vitesse initiale nulle (en fait, l'impulsion initiale des électrons est négligeable devant leur impulsion finale, et devant celle du photon). On a donc :

— longtemps avant le choc, un photon d'énergie $h\nu$ et d'impulsion $\frac{h\nu}{c}\vec{u}$ ($\vec{u}$ étant le vecteur unitaire indiquant la direction de propagation de l'onde incidente), et un électron d'impulsion nulle et d'énergie mc^2, m étant la masse de l'électron;

— longtemps après le choc, un photon d'énergie $h\nu'$ et d'impulsion $\frac{h\nu'}{c}\vec{u}'$ ($\vec{u}'$ étant le vecteur unitaire indiquant la direction d'observation de l'onde diffusée), et un électron d'impulsion $\vec{p}$ et d'énergie E. On appelle θ l'angle entre $\vec{u}$ et $\vec{u}'$. On peut représenter le phénomène par la *figure* 5.

Comme pour tout choc de particules, d'une part l'énergie totale du système et d'autre part son impulsion totale se conservent au cours du choc (ce résultat est encore vrai en mécanique quantique). On a donc les deux relations suivantes :

— *conservation de l'énergie :*

$$h\nu + mc^2 = h\nu' + E$$

— *conservation de l'impulsion :*

$$\frac{h\nu}{c}\vec{u} = \frac{h\nu'}{c}\vec{u}' + \vec{p}$$

La mécanique relativiste permet d'écrire la relation suivante entre E et $\vec{p}$: $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$ (invariant relativiste déjà rencontré).

A partir de ces trois relations, on trouve entre λ et λ' la relation suivante : $\lambda' = \lambda + \lambda_c\ (1 - \cos\theta)$; λ_c encore appelée longueur d'onde Compton, est égale à $\frac{h}{mc}$ et vaut pour les électrons 0,024 Å. Cette relation permet d'interpréter correctement les résultats expérimentaux.

Remarque : on voit que $\lambda' - \lambda$ est de l'ordre de λ_c. Pour pouvoir mesurer l'effet, il faut que $\lambda' - \lambda$, c'est-à-dire λ_c ne soit pas trop petit devant λ. Aussi, pour observer une diffusion Compton sur des électrons, faut-il que λ soit de l'ordre de 0,01 Å, donc des rayons X durs. Si l'on voulait observer une diffusion Compton sur des particules plus lourdes que l'électron, λ_c serait plus petite, et l'expérience devrait être faite avec des rayons γ.

Ainsi l'interprétation de l'effet Compton est-elle simple dans le cadre d'une théorie corpusculaire des ondes électromagnétiques. En cela, cet effet est une confirmation supplémentaire du bien-fondé de la notion de photon.

Théorie ondulatoire ou théorie corpusculaire?

Alors que, jusqu'à la fin du XIXe siècle, les chercheurs avaient surtout mis en évidence l'aspect ondulatoire de la lumière, à partir des travaux de Planck (1900) de nombreuses expériences permettent de mettre en évidence l'aspect corpusculaire de la lumière. Comment concilier et interpréter ces deux aspects de la lumière?

Expérience d'interférence photon par photon

On peut faire les expériences d'interférence avec des trous d'Young (voir *Optique*) en utilisant une intensité lumineuse très faible. Dans le cadre de l'interprétation corpusculaire, cela signifie qu'il y a très peu de photons qui arrivent par seconde dans le plan d'observation. On peut donc espérer détecter séparément l'arrivée de chaque photon sur le plan d'observation. Lorsque l'on fait une telle mesure avec un compteur de particules dont on déplace la fente d'entrée le long du plan d'observation, on constate que :

— les photons arrivent un par un dans le compteur; ils sont ainsi détectés comme on détecterait des particules matérielles;

— lorsqu'on déplace le compteur, le nombre de photons qui arrivent dans le compteur pendant un intervalle de temps fixé dépend de la position du compteur le long du plan d'observation. On observe des zones où arrivent beaucoup de photons, les « franges brillantes », pour reprendre les termes utilisés dans les expériences classiques d'interférence, et des zones où arrivent peu de photons, les « franges sombres ». La position le long du plan d'observation des « franges brillantes » et des « franges sombres » est la même que dans le cas des expériences classiques d'interférence.

On sait que, dans une expérience d'interférence, la position des franges brillantes et sombres est déterminée à partir du carré du module du champ électrique. Pour concilier l'aspect ondulatoire et corpusculaire de l'expérience d'interférence photon par photon, on peut donner une interprétation statistique au carré du module du champ électrique : la probabilité pour qu'un photon arrive en un point du plan d'observation est proportionnelle au carré du module du champ électrique; cette probabilité est grande là où se trouvent les franges brillantes, et elle est faible là où se trouvent les franges sombres. Tout se passe comme si les photons arrivaient sur le plan d'observation de manière aléatoire mais avec une loi de probabilité proportionnelle au carré du module du champ électrique. Bien évidemment, le champ électrique obéit aux équations de Maxwell. De manière générale, on admettra que la probabilité de détecter un photon en un point de l'espace est proportionnelle au carré du module du champ électrique en ce point.

Outils mathématiques

Ondes planes

Repérons chaque point M de l'espace par ses coordonnées (x, y, z) dans le trièdre $Oxyz$ (*fig.* 6). On appelle onde plane la fonction $f\ (\overrightarrow{OM}, t)$ dépendant de $\overrightarrow{OM}$ et du temps t qui a pour expression :

$$f\ (\overrightarrow{OM}, t) = Ae^{i(\omega t - \vec{k}\cdot\overrightarrow{OM})}$$

Dans cette relation, A est l'amplitude de l'onde, ω sa pulsation et $\vec{k}$ son vecteur d'onde. Si on appelle k_x, k_y et k_z les composantes de $\vec{k}$ dans le trièdre $Oxyz$, le produit scalaire $\vec{k}\cdot\overrightarrow{OM}$ s'écrit $k_xx + k_yy + k_zz$. Il est clair qu'à un instant donné, la fonction $f\ (\overrightarrow{OM}, t)$ a la même valeur pour tous les points d'un plan perpendiculaire à $\vec{k}$. En effet, pour tous les points d'un même plan, le produit scalaire $\vec{k}\cdot\overrightarrow{OM}$ est le même.

Repérons les points M de l'espace dans un nouveau trièdre $Ox'y'z'$ tel que $\overrightarrow{Ox'}$ soit parallèle à $\vec{k}$ et de même sens. Dans ces conditions, le produit scalaire $\vec{k}\cdot\overrightarrow{OM}$ s'écrit kx', k étant la norme de $\vec{k}$. L'expression de l'onde plane se simplifie et prend la forme :

$$f\ (\overrightarrow{OM}\cdot t) = Ae^{i(\omega t - kx')}$$

Sur cette expression simplifiée, il apparaît que la fonction $f\ (\overrightarrow{OM}, t)$ a, pour une valeur donnée de t, la même valeur, non seulement pour tous les points d'un même plan perpendiculaire à $\vec{k}$, mais aussi pour ceux de tous les plans perpendiculaires à $\vec{k}$ et séparés par la distance

$$\frac{2\pi}{k}$$

En effet, quand on passe d'un plan à l'autre, x' passe de x' à $x' + \frac{2\pi}{k}$ et le produit kx' passe de kx' à $kx' + 2\pi$. Or, on sait que $e^{i2\pi} = 1$.

On appelle *longueur d'onde* λ de l'onde plane la quantité $\frac{2\pi}{k}$. On voit que le module du vecteur d'onde est relié à la longueur d'onde par la relation $k = \frac{2\pi}{\lambda}$.

Ainsi, une onde plane est caractérisée par sa *pulsation* ω et son *vecteur d'onde* $\vec{k}$. Cependant, ces deux grandeurs ne sont pas indépendantes; il existe entre elles une relation appelée *relation de dispersion* qui dépend de la signification physique de l'onde plane et du milieu dans lequel elle se propage. Lorsqu'on utilise une onde plane, on introduit souvent d'autres grandeurs mathématiques, toutes définies à partir de $\vec{k}$ ou de la relation de dispersion. Les grandeurs sont :

— la *fréquence* ν et la *période* T de l'onde, définies par :

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

fig. 6

M k z y x O

Richard Colin

Figure 6 : pour tous les points d'un même plan, le produit scalaire $\vec{k}\cdot\overrightarrow{OM}$ est le même.

— la *vitesse de phase* v_φ définie par :

$$v_\varphi = \frac{\omega}{k}. \text{ On a donc } v_\varphi T = \lambda$$

— la *vitesse de groupe* v_g définie par :

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} \text{ où } \omega = \omega\ (k) \text{ est la relation de dispersion.}$$

Cas d'une onde plane électromagnétique dans le vide

Dans ce cas, l'expression du champ électrique $\vec{\mathcal{E}}$ est :

$$\vec{\mathcal{E}} = \vec{\mathcal{E}}_0\ e^{i(\omega t - kx)}$$

si on suppose $\overrightarrow{Ox}$ parallèle à $\vec{k}$ et de même sens. Les équations de Maxwell permettent de montrer que $\vec{\mathcal{E}}_0$ est perpendiculaire à $\vec{k}$: le champ électrique $\vec{\mathcal{E}}$ (et aussi le champ magnétique) est donc perpendiculaire au vecteur d'onde $\vec{k}$. Par ailleurs, la relation de dispersion est très simple et s'écrit $\omega = ck$; c étant la vitesse de propagation des ondes électromagnétiques dans le vide, c'est-à-dire ce qu'on appelle communément la vitesse de la lumière dans le vide. De cette relation de dispersion, on déduit :

$$v_\varphi = v_g = c$$

Superposition d'ondes planes

On appelle *superposition d'ondes planes* une somme d'ondes planes. Par exemple, la fonction $f\ (x, t)$ suivante :

$$f\ (x, t) = g_1 A e^{i\ (\omega_1 t - k_1 x)} + g_2 A e^{i\ (\omega_2 t - k_2 x)}$$

où g_1 et g_2 sont des nombres réels ou complexes. On dira que $f\ (x,\ t)$ est la superposition de deux ondes planes de même amplitude et de vecteurs d'onde k_1 et k_2. Si g_1 et g_2 sont réels et si g_1 est beaucoup plus grand que g_2, il est clair que $f\ (x, t)$ contient surtout l'onde plane de vecteur d'onde $\vec{k}_1$. Pour traduire de manière quantitative la composition d'une superposition d'ondes planes, nous allons étudier ce qui se passe dans le cas d'une onde électromagnétique. Considérons le champ électrique $\vec{\mathcal{E}}$ défini par :

$$\vec{\mathcal{E}} = g_1 \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i\ (\omega_1 t - k_1 x)} + g_2 \vec{\mathcal{E}}_0 e^{i\ (\omega_2 t - k_2 x)}$$

Lorsque l'on analyse au moyen d'un spectromètre cette onde électromagnétique, on détermine l'énergie transportée par chaque onde plane. On sait que cette énergie est $|g_1 \vec{\mathcal{E}}_0|^2$ et $|g_2 \vec{\mathcal{E}}_0|^2$ respectivement pour les ondes $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$. On peut donc caractériser la composition spectrale de l'onde totale par les rapports :

$$\frac{|g_1 \vec{\mathcal{E}}_0|^2}{|g_1 \vec{\mathcal{E}}_0|^2 + |g_2 \vec{\mathcal{E}}_0|^2} \quad \text{et} \quad \frac{|g_2 \vec{\mathcal{E}}_0|^2}{|g_1 \vec{\mathcal{E}}_0|^2 + |g_2 \vec{\mathcal{E}}_0|^2}$$

soit encore **(4)** $\dfrac{|g_1|^2}{|g_1|^2 + |g_2|^2}$ et $\dfrac{|g_2|^2}{|g_1|^2 + |g_2|^2}$

Ces relations supposent que l'amplitude des ondes $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ est la même. On peut toujours se placer dans cette condition en modifiant les définitions de g_1 et g_2. Notons par ailleurs que ces expressions sont valables, même si g_1 et g_2 ne sont pas réels.

On admettra que la composition en ondes planes de la fonction $f\ (x, t)$ est donnée par les relations **(4)**.

On peut également considérer une superposition d'ondes planes dont les vecteurs d'onde $\vec{k}$, parallèles entre eux et à $\overrightarrow{Ox}$, ont une projection sur Ox pouvant prendre n'importe quelle valeur entre $-\infty$ et $+\infty$. Dans ce cas, la superposition s'écrit :

$$f\ (x, t) = \int_{-\infty}^{+\infty} g\ (k)\ e^{i\ (\omega t - kx)}\ dk \quad \text{avec } \omega = \omega\ (k)$$

On dira que $f\ (x, t)$ est une superposition d'ondes planes de module 1, et que la probabilité de trouver l'onde plane dont le vecteur d'onde est compris entre k_0 et $k_0 + dk$ est : $\dfrac{|g\ (k_0)|^2\ dk}{\int_{-\infty}^{+\infty} |g\ (k)|^2\ dk}$

La quantité $\dfrac{|g\ (k_0)|^2}{\int_{-\infty}^{+\infty} |g\ (k)|^2\ dk}$ s'appelle la *densité de probabilité en* k_0. On précise que, puisque k varie continûment, on ne peut plus définir la probabilité que k soit égal à k_0, mais seulement celle que k soit compris dans un intervalle, par exemple k compris entre k_0 et $k_0 + dk$.

Les ondes de matière L. de Broglie (1923)

Les expériences précédemment décrites et leur interprétation montrent que la lumière, et plus généralement le rayonnement électromagnétique, a un double aspect ondulatoire et corpusculaire. L. de Broglie propose d'étendre cette propriété aux particules matérielles et leur associe une onde. L'énergie $h\nu$ et l'impulsion $\frac{h\nu}{c}$ du photon ne peuvent être définies qu'à partir d'une onde plane qui, précisément, a une fréquence bien définie. Lorsque l'onde électromagnétique est une superposition d'ondes planes de fréquences différentes, il faut admettre que l'énergie et l'impulsion des photons sont des variables aléatoires qui ont les valeurs respectivement $h\nu$ et $\frac{h\nu}{c}$ avec une probabilité égale à celle de trouver l'onde plane de fréquence ν dans l'onde électromagnétique (voir *Outils mathématiques* 1).

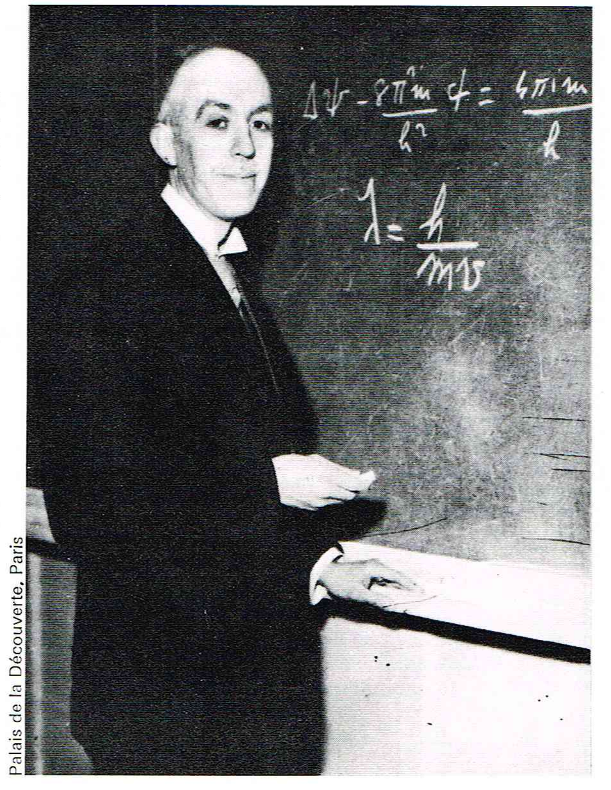
Une particule libre en mouvement est caractérisée par son impulsion $\vec{p}$ et son énergie E, qui sont constantes au cours du mouvement. L. de Broglie lui associe une onde plane de fréquence ν et de longueur d'onde λ telles que :

$$\nu = \frac{E}{h} \quad \text{et} \quad \lambda = \frac{h}{||\vec{p}||}$$

ou encore de pulsation ω est de vecteur d'onde $\vec{k}$ tels que :

$$\omega = \frac{E}{\hbar} \quad \text{et} \quad \vec{k} = \frac{\vec{p}}{\hbar}$$

avec $\hbar = \dfrac{h}{2\pi}$; on rappelle que $||\vec{k}|| = \dfrac{2\pi}{\lambda}$. Le vecteur d'onde a la direction et le sens de l'impulsion de la particule. En fait, comme l'impulsion de la particule, bien que constante, est connue avec une certaine imprécision, ce n'est pas une onde plane mais une superposition d'ondes planes de fréquences voisines qui doit être associée à la particule libre. Et comme dans le cas du photon, il faut admettre que la probabilité de trouver la particule en un point donné de l'espace est proportionnelle au carré du module de l'onde associée à la particule.



Palais de la Découverte, Paris

▶ ***Le physicien français Louis de Broglie. Cherchant à concilier le double aspect ondulatoire et corpusculaire de la lumière, il crée en 1924 la mécanique ondulatoire.***

On voit que cette théorie est calquée sur celle du photon, mais, tandis que pour le photon la relation de dispersion est $\omega = kc$, pour une particule matérielle libre cette relation est différente. En effet, on a :

$$E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$$

m étant la masse de la particule d'énergie E et d'impulsion p. En remplaçant E et p respectivement par $\hbar\omega$ et $\hbar k$, on obtient : $\omega^2 - k^2c^2 = \frac{m^2c^4}{\hbar^2}$

c'est-à-dire : $\omega = \sqrt{\frac{m^2c^4}{\hbar^2} + k^2c^2}$

Si, dans cette relation, on fait tendre la masse m vers zéro, on retrouve la relation de dispersion des photons. La relation de dispersion des photons est donc caractéristique des particules de masse nulle. Notons ici que de telles particules se déplacent nécessairement à la vitesse de la lumière.

Si la vitesse v de la particule est faible devant c, alors l'impulsion de la particule est mv. La longueur d'onde λ de l'onde plane associée vaut h/mv. Calculons un ordre de grandeur de λ pour différents types de particules :

— Pour des particules de masse 10^{-5} g et de vitesse 1 cm/s, λ est de l'ordre de 10^{-23} cm. Cette longueur d'onde est trop petite pour qu'on puisse mettre en évidence par des expériences ondulatoires (interférence ou diffraction) l'onde plane associée à chaque particule. En effet, une onde ne peut être diffractée que lorsqu'elle rencontre des perturbations du milieu dans lequel elle se propage, dont les dimensions sont de l'ordre de grandeur de sa longueur d'onde. Or, on ne connaît pas de milieu ayant de perturbations de taille aussi faible.

— Par contre, l'onde plane associée à un électron accéléré sous une différence de potentiel de 50 volts a une longueur d'onde de 2 Å. Une telle onde peut être mise en évidence par des expériences d'interférence et de diffraction. C'est ainsi qu'en 1927 Davisson et Germer ont observé la diffraction d'un faisceau d'électrons par un cristal. Leur expérience est en tout point comparable à la diffraction des rayons X par le même cristal. Ce résultat s'explique parce qu'un cristal est constitué d'atomes ou d'ions séparés par des distances de l'ordre de 1 Å. Depuis les travaux de Davisson et Germer, des expériences analogues à celle de l'optique ondulatoire ont pu être pratiquées en utilisant un faisceau d'électrons : ce sont les expériences de Boersch (1940), Marton (1953), Faget et Fert (1956) ; par ailleurs, on utilise couramment aujourd'hui des neutrons pour étudier les réseaux cristallins. Ces neutrons, produits dans des piles nucléaires, doivent être ralentis suffisamment pour que la longueur d'onde de l'onde associée soit de l'ordre de grandeur des distances interatomiques du cristal. Ces *neutrons* sont dits *thermiques*.

L'ensemble de ces considérations permet de présenter de manière nouvelle le critère qui indique dans quel cas il faut faire appel à la mécanique quantique pour étudier le mouvement d'une particule. En effet, si la longueur d'onde de l'onde associée à cette particule est trop petite pour être détectée par des expériences d'interférence ou de diffraction, il n'est pas nécessaire d'étudier son mouvement au moyen de la mécanique quantique ; celle-ci ne devra être utilisée que si cette longueur d'onde est suffisamment grande. De façon plus précise, cette longueur d'onde doit être de l'ordre de grandeur des distances caractéristiques du problème. Appelons d une telle distance.

On doit utiliser la mécanique de Newton si $\lambda \ll d$, soit encore : $\lambda \ll d \Rightarrow \frac{h}{mv} \ll d \Rightarrow dmv \gg h$.

Or, dmv a les dimensions d'une action, puisque c'est le produit : (masse) $\times$ (longueur)^2 $\times$ (temps)$^{-1}$. On voit donc qu'il est équivalent, pour choisir entre la mécanique quantique et celle de Newton, de comparer l'action avec h ou λ avec les distances caractéristiques du problème.

Prenons l'exemple d'un gaz monoatomique à la température de 300 °K et sous une pression de 1 atmosphère. S'il s'agit de l'hélium, sa masse atomique est voisine de 10^{-23} g et sa vitesse quadratique moyenne voisine de 1 300 m/s. La longueur d'onde de l'onde associée est de l'ordre de quelques centièmes d'angström. Or, la distance moyenne entre deux atomes est de l'ordre de 10 Å, elle est beaucoup plus grande que la longueur d'onde. Il n'est donc pas nécessaire de faire appel à la mécanique quantique.

L'équation de Schrödinger (1926)

D'après L. de Broglie, une onde plane doit être associée à une particule libre en mouvement. Mais que se passe-t-il lorsque la particule se meut dans un potentiel ou lorsque le système physique étudié contient plusieurs particules en interaction ? Ce problème a été résolu par Schrödinger.

En 1926, Schrödinger a postulé l'équation qui, aujourd'hui, porte son nom, et que doit satisfaire la fonction associée à tout système de particules matérielles. Cette fonction, appelée *fonction d'onde*, contient tous les renseignements concernant le système.

L'équation de Schrödinger décrit la propagation des ondes de matière dans l'espace. Elle n'est cependant pas l'équation fondamentale de la physique quantique, et la théorie fondée sur cette équation n'est qu'une théorie approximative qui a permis d'énormes progrès, en physique atomique notamment. L'équation repose sur les hypothèses suivantes, qui en limitent le domaine de validité.

— Le nombre de particules du système étudié est constant. Il n'y a ni création, ni annihilation de particules.

— Les vitesses des particules sont suffisamment faibles pour pouvoir ignorer la théorie de la Relativité.

Depuis les travaux de Schrödinger, la théorie quantique s'est considérablement développée, et aujourd'hui, bien que n'étant pas tout à fait satisfaisante, la théorie quantique des champs permet de résoudre de nombreux problèmes dans lesquels les hypothèses précédentes ne sont pas vérifiées.

En physique atomique, les hypothèses rappelées ci-dessus sont acceptables. En effet, les énergies de liaison des électrons aux noyaux sont comprises entre quelques eV et quelques keV ; elles sont donc inférieures à l'énergie nécessaire pour créer une paire électron-positron qui est de l'ordre du MeV.

L'équation de Schrödinger

L'équation de Schrödinger a été postulée par Schrödinger en 1926. Dans le cadre de la physique contemporaine, cette équation ne peut pas être démontrée, sauf si l'on admet des postulats plus vastes. Et en toute rigueur, sa validité n'est confirmée que par les conséquences qu'on en tire, et leur accord avec l'expérience. Il est intéressant de rappeler que la même situation se retrouve en mécanique classique. En effet, l'équation de Newton, $\vec{F} = m\vec{\gamma}$ (où $\vec{F}$ est la force que subit la particule, m et $\vec{\gamma}$ respectivement sa masse et son accélération), doit être considérée soit comme postulée, soit comme démontrée à partir d'un postulat plus vaste, le principe de moindre action, fondement de la mécanique lagrangienne et hamiltonienne. Et on sait que le bien-fondé de l'équation de Newton ou du principe de moindre action n'est confirmé que par les conséquences qu'on en tire et leur accord avec l'expérience.

On peut présenter des arguments heuristiques qui justifient le choix de Schrödinger. Ainsi, l'onde plane associée à une particule libre en mouvement doit être solution de cette équation. On peut alors chercher l'équation aux dérivées partielles la plus simple que vérifie l'onde plane.

Supposons que la particule se déplace le long de l'axe $\overrightarrow{Ox}$ vers les x croissants. L'onde plane associée a pour expression : $\psi(x, t) = Ae^{-i(\omega t - kx)}$

x étant l'abscisse de la particule ; on rappelle que A est une constante et que ω et k sont reliés à l'énergie E et à l'impulsion p de la particule par les relations

$$E = \hbar\omega \quad \text{et} \quad \vec{p} = \hbar\vec{k}$$

Cette fonction $\psi(x, t)$ vérifie les équations suivantes :

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = E\psi \quad (5)$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{\partial^2\psi}{\partial x^2} = \frac{p^2}{2m}\psi \quad (6)$$

▶ *Le physicien autrichien* Erwin Schrödinger *(1887-1961). En établissant l'équation qui porte son nom et qui décrit la propagation des ondes de matière dans l'espace, il fonda les méthodes actuelles de la* mécanique quantique.


Palais de la Découverte, Paris

Or, dans le cadre de la mécanique de Newton non relativiste, on a la relation :

$$(7) \qquad E = \frac{p^2}{2m}$$

On en déduit donc que $\psi(x, t)$ vérifie l'équation aux dérivées partielles suivantes :

$$(8) \qquad i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m} \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2}$$

Lorsque la particule se meut dans l'espace, il faut repérer sa position par ses coordonnées x, y et z sur un trièdre d'axes $\overrightarrow{Ox}$, $\overrightarrow{Oy}$ et $\overrightarrow{Oz}$. Si on appelle $\vec{r}$ le *vecteur position* de la particule, $\vec{r}$ a pour composantes x, y et z dans le trièdre.

La fonction d'onde associée à la particule s'écrit alors :

$$\psi(x, y, z, t) = Ae^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

On peut vérifier qu'avec cette fonction d'onde, l'équation **(6)** doit être remplacée par l'équation **(6')** suivante :

$$(6') \qquad -\frac{\hbar^2}{2m}\left(\frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2}\right) = \frac{1}{2m}(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2)\psi = \frac{p^2}{2m}\psi$$

En désignant par $\Delta\psi$ la parenthèse du membre de gauche, **(6')** s'écrit :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi = \frac{p^2}{2m}\psi$$

$\Delta\psi$ est appelée « laplacien de la fonction ψ ». A partir de **(8)** on obtient **(8')**

$$(8') \qquad i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi$$

Lorsque la particule se meut dans un potentiel $V(x, y, z)$, la fonction d'onde $\psi(x, y, z, t)$ n'est plus une onde plane. L'énergie de la particule est alors égale à $\frac{p^2}{2m} + V(x, y, z)$. Schrödinger postule que la fonction d'onde vérifie l'équation **(9)** :

$$(9) \qquad i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\psi + V(x, y, z)\psi$$

On peut vérifier que, si $V(x, y, z)$ est nul, on retombe sur l'équation **(8')**.

Si le système contient plusieurs particules et si l'interaction entre ces particules dépend du temps, les propriétés du système sont encore décrites par l'équation de Schrödinger qui s'écrit :

$$i\hbar \frac{\partial \psi}{\partial t} = -\sum_i \frac{\hbar^2}{2m_i}\Delta_i\psi + V(x_1, y_1, z_1, x_2, y_2, z_2, \ldots, t)\psi$$

ψ est une fonction du temps et des coordonnées de toutes les particules et

$$\Delta_i\psi = \frac{\partial^2 \psi}{\partial x_i^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial y_i^2} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z_i^2}$$

m_i est la masse de la i-ième particule.

Dès qu'on a plusieurs particules, la résolution de l'équation de Schrödinger devient vite très compliquée. Son étude ne sera pas abordée ici.

Remarque : dans le cas d'une particule libre relativiste, on a déjà vu que : $E^2 - p^2c^2 = m^2c^4$

Par ailleurs, l'onde plane $\psi(x, y, z, t) = Ae^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$ vérifie les relations suivantes :

$$-\hbar^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = E^2\psi \quad \text{et} \quad -\hbar^2\Delta\psi = p^2\psi$$

En raisonnant comme précédemment, on en déduit l'équation que doit vérifier l'onde plane associée à une particule libre relativiste. Cette équation, appelée encore *équation de Klein-Gordon*, s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} - c^2\Delta\psi = -\frac{m^2c^4}{\hbar^2}\psi$$

On vérifie que, si on fait $m = 0$ dans cette équation, on retombe sur l'équation de propagation des ondes électromagnétiques.

Propriétés mathématiques de la fonction d'onde

On a admis dans le cas d'une particule libre que sa probabilité de présence en un point de l'espace est proportionnelle au carré du module de l'onde plane associée. Soit donc $|A|^2$ pour l'onde plane $Ae^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$. On admettra de même que la probabilité de présence d'une particule en un point de l'espace de coordonnées (x_0, y_0, z_0) est proportionnelle à $|\psi(x_0, y_0, z_0, t)|^2$, si $\psi(x, y, z, t)$ est la fonction d'onde de la particule qui se meut dans un potentiel quelconque $V(x, y, z)$. Le coefficient de proportionnalité k est choisi en exprimant que la probabilité de trouver la particule n'importe où dans l'espace est égale à 1. On a donc :

$$k \iiint_{espace} |\psi(x, y, z, t)|^2 \, dx\, dy\, dz = 1$$

k étant ainsi déterminé, on modifie l'expression de $\psi(x, y, z, t)$ de manière à avoir :

$$\iiint_{espace} |\psi(x, y, z, t)|^2 \, dx\, dy\, dz = 1$$

On dit alors que la fonction $\psi(x, y, z, t)$ est *normée*. Pour que le calcul de k soit possible, il faut que l'intégrale de $|\psi|^2$ converge. On exprime ceci en disant que la fonction d'onde doit être une fonction de carré sommable. Le temps auquel on norme la fonction d'onde n'a pas d'importance, car on démontre que l'intégrale de $|\psi|^2$ est indépendante du temps.

Pour qu'elle puisse indiquer la probabilité de présence de la particule dans l'espace, la fonction d'onde doit être non seulement de carré sommable, mais également uniforme, c'est-à-dire n'avoir qu'une valeur en chaque point de l'espace. Sans quoi, on pourrait avoir en un même point de l'espace deux probabilités de présence différentes ! A ces deux propriétés s'ajoutent d'autres propriétés qui ne seront pas développées ici parce qu'elles ont une signification physique moins évidente.

Il est important de remarquer que l'onde de L. de Broglie, qui est la fonction d'onde d'une particule libre, n'est pas de carré sommable. En effet, cette onde

$$Ae^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}$$

est telle que :

$$\iiint_{espace} |Ae^{-i(\omega t - \vec{k} \cdot \vec{r})}|^2 \, dx\, dy\, dz = \iiint_{espace} |A|^2 \, dx\, dy\, dz$$

La théorie de la mécanique quantique admet comme fonction d'onde des fonctions qui ne sont pas de carré sommable, pourvu que leur module soit borné dans tout l'espace.

Comment se présente un problème de mécanique quantique

● *Étude en mécanique newtonienne*

En mécanique newtonienne, pour résoudre le problème du mouvement d'un point matériel de masse m soumis à la force $\vec{F}$ ou au potentiel V (x, y, z), x, y et z étant les coordonnées du point dans un trièdre $Oxyz$, il faut :

— Connaître les conditions initiales, c'est-à-dire la position (x_0, y_0, z_0) et la vitesse $(\dot{x}_0, \dot{y}_0, \dot{z}_0)$ de la particule à l'instant initial t_0; on rappelle que, si la position est définie par les coordonnées de la particule (x, y, z), la vitesse de la particule a pour composantes les dérivées $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ respectivement de x, y, z.

— Trouver la solution générale de l'équation de Newton, $\vec{F} = m\vec{\gamma}$, où $\vec{\gamma}$ est l'accélération de la particule. Cette équation vectorielle correspond à trois équations différentielles du second ordre en x, y et z. La solution générale de ce système d'équations différentielles est composée des fonctions $x = x(t)$, $y = y(t)$, $z = z(t)$ où $x(t)$, $y(t)$, et $z(t)$ dépendent chacune de deux paramètres.

— Déterminer la valeur des paramètres de la solution générale au moyen de conditions initiales. Pour cela, on écrit les relations suivantes :

$$x(t_0) = x_0 \quad y(t_0) = y_0 \quad z(t_0) = z_0$$
$$\dot{x}(t_0) = \dot{x}_0 \quad \dot{y}(t_0) = \dot{y}_0 \quad \dot{z}(t_0) = \dot{z}_0$$

Une fois ce travail accompli, on dispose de tous les renseignements mécaniques concernant la particule : trajectoire, position et vitesse à chaque instant, etc.

● *Étude en mécanique quantique*

En mécanique quantique, le problème se traite d'une manière semblable. Ainsi, il faut :

— Connaître les conditions initiales, c'est-à-dire la fonction d'onde $f_0\ (x, y, z)$ à l'instant initial t_0. Cette fonction doit être uniforme et de carré sommable.

— Trouver la solution générale de l'équation de Schrödinger. Cette équation est une équation aux dérivées partielles du second ordre. Sa solution générale $\psi\ (x, y, z, t)$ contient un nombre infini de paramètres.

— Déterminer la valeur des paramètres de la solution générale au moyen des conditions initiales. Pour cela, on écrit la relation : $\psi\ (x, y, z, t_0) = f_0\ (x, y, z)$

Une fois ce travail accompli, on dispose de tous les renseignements mécaniques concernant la particule. La manière d'utiliser la fonction d'onde sera vue ultérieurement.

Les états stationnaires

On peut chercher des solutions particulières de l'équation de Schrödinger qui se présentent sous la forme du produit d'une fonction de x, y et z, $\varphi\ (x, y, z)$ et d'une fonction de t, $g\ (t)$. Ce travail n'est pas inutile, car, d'une part, ces solutions particulières ont une signification physique, d'autre part, un résultat mathématique assure que la solution générale de l'équation de Schrödinger s'écrit sous la forme d'une somme de toutes ces solutions particulières. En reportant le produit $\varphi\ (x, y, z)\ g\ (t)$ dans l'équation de Schrödinger et en divisant par $\varphi\ (x, y, z)\ g\ (t)$, il vient :

$$\frac{-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\varphi + V(x, y, z)\,\varphi}{\varphi} = \frac{i\hbar \frac{dg}{dt}}{g}$$

Dans cette relation, le membre de gauche est une fonction de x, y, z et celui de droite une fonction de t. Pour que ces deux fonctions puissent être égales quels que soient x, y, z et t, il faut qu'elles soient toutes les deux égales à une même constante. On appelle E cette constante. Les fonctions $\varphi\ (x, y, z)$ et $g\ (t)$ vérifient donc les équations :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\varphi + V(x, y, z)\,\varphi = E\varphi$$

$$i\hbar \frac{dg}{dt} = Eg$$

La deuxième équation a pour solution $ce^{-\frac{iEt}{\hbar}}$. Les solutions particulières s'écrivent donc : $\varphi_E\ (x, y, z)\ e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$, l'indice E rappelant que φ dépend de la valeur de la constante E. Cette constante représente l'énergie de la particule lorsque sa fonction d'onde est :

$$\varphi_E\ (x, y, z)\ e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

On peut vérifier ce résultat dans le cas d'une particule libre. Sa fonction d'onde $Ae^{-i(\omega t - \vec{k}\cdot\vec{r})}$ est un état stationnaire, et on a :

$$i\hbar \frac{\partial e^{-i\omega t}}{\partial t} = \hbar\omega e^{-i\omega t}$$

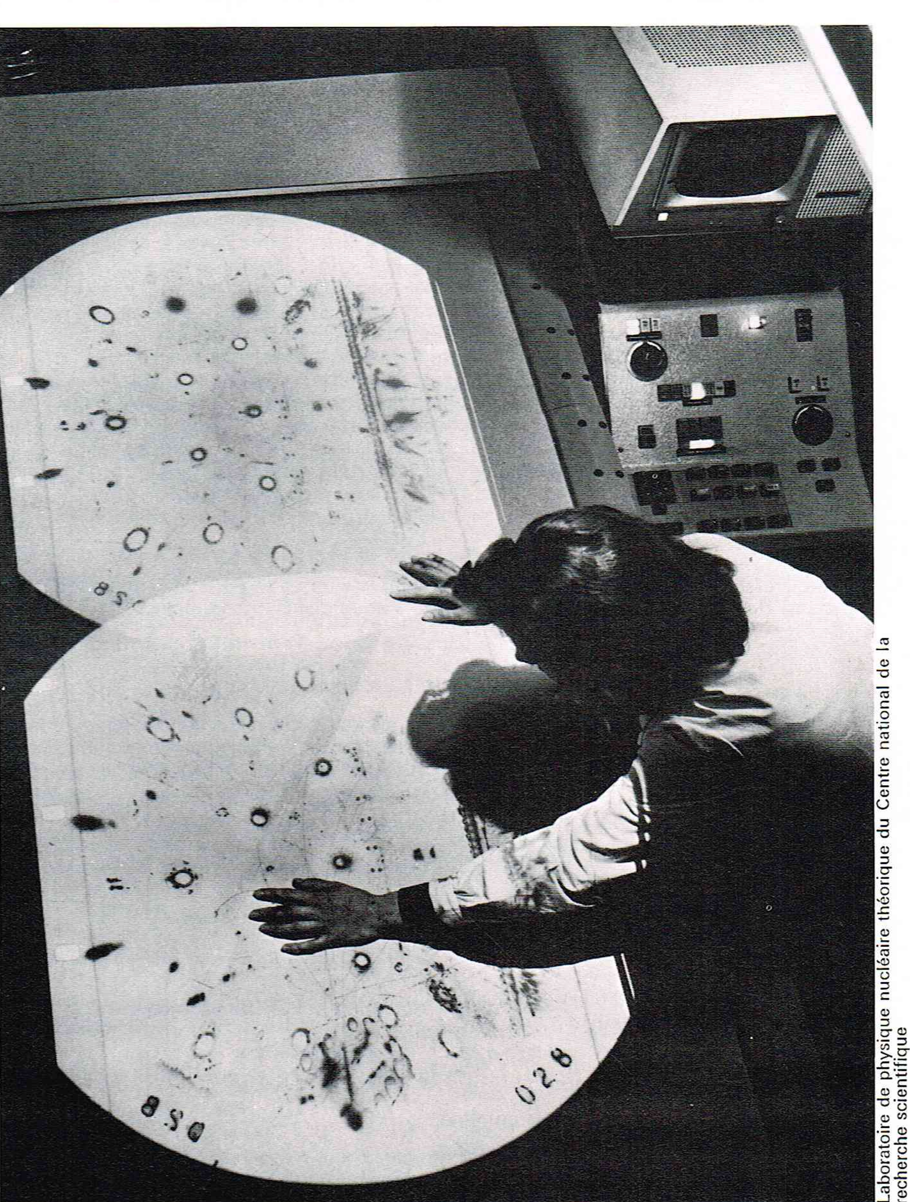
$$-\frac{\hbar^2}{2m}\Delta\,(Ae^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}) = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} Ae^{i\vec{k}\cdot\vec{r}}$$

On retrouve bien que l'énergie de la particule :

$$\hbar\omega = \frac{\hbar^2 k^2}{2m} \text{ se confond avec la constante E.}$$

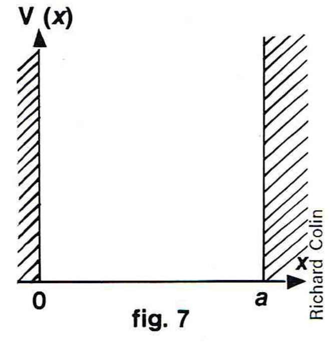
Lorsqu'une particule qui se meut dans un potentiel V (x, y, z) a pour fonction d'onde à l'instant initial t_0 l'état stationnaire $\varphi_E\ (x, y, z)\ e^{-\frac{iEt_0}{\hbar}}$, sa fonction d'onde s'écrit : $\varphi_E\ (x, y, z)\ e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$

En effet, cette dernière fonction est solution de l'équation de Schrödinger et satisfait à la condition initiale. On en conclut que, lorsqu'une particule a pour fonction d'onde un état stationnaire, à un instant donné, sa fonction d'onde reste le même état stationnaire. En particulier, son énergie E reste constante au cours du temps.



▼ ***Projection de clichés de chambres à bulles.***

Laboratoire de physique nucléaire théorique du Centre national de la recherche scientifique



▲ *Figure 7 : représentation du potentiel V auquel est soumise la particule astreinte à se mouvoir sur un segment de longueur a.*

Dans le cas des états stationnaires, pour que la fonction d'onde soit de carré sommable, il faut que :

$$\iiint_{espace} |\varphi_E(x, y, z)\, e^{-\frac{iEt}{\hbar}}|^2\, dx\, dy\, dz = 1$$

c'est-à-dire :

$$\iiint_{espace} |\varphi_E(x, y, z)|^2\, dx\, dy\, dz = 1$$

car le module de la fonction $e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$ est égal à 1. La fonction $\varphi_E(x, y, z)$ doit donc être de carré sommable, ou à la rigueur son module doit être borné.

Résolution de quelques problèmes simples

Puits carré infini

Une particule de masse m est astreinte à se mouvoir sur un segment de longueur a. Ceci équivaut à dire que la particule est soumise à un potentiel (*fig.* 7) tel que :

si $x \leqslant 0$, $V(x) = \infty$
si $0 < x < a$, $V(x) = 0$
si $x \geqslant a$, $V(x) = \infty$

La particule n'est donc soumise à aucune force tant qu'elle reste à l'intérieur de l'intervalle $[0, a]$. Dès qu'elle atteint les points d'abscisse 0 ou a, elle est soumise à une force qui la repousse vers l'intérieur. En aucun cas, la particule ne peut franchir la frontière de l'intervalle.

Pour bien mettre en évidence les différences entre la mécanique newtonienne et la mécanique quantique, on traitera ce problème dans les deux cas.

● *Étude en mécanique newtonienne*

En mécanique newtonienne, lorsque la particule est entre 0 et a, elle n'est soumise à aucune force et, par conséquent, sa vitesse est constante. Lorsque la particule atteint la frontière, elle rebondit en conservant son énergie, sa vitesse change de signe mais sa valeur absolue reste la même. Le mouvement de la particule est donc un mouvement périodique à vitesse constante, la valeur de celle-ci étant fixée à l'instant initial. Cette valeur peut être quelconque, et par conséquent l'énergie $E = 1/2\, mv^2$ de la particule peut prendre n'importe quelle valeur positive. Pendant toute la durée du mouvement, l'énergie de la particule reste rigoureusement constante.

● *Étude en mécanique quantique*

Pour traiter le problème en mécanique quantique, déterminons d'abord les états stationnaires. La particule ayant une probabilité nulle d'être à l'extérieur de l'intervalle $[0, a]$, il faut imposer à toutes les fonctions d'onde, et en particulier aux états stationnaires, d'être nuls pour : $x \leqslant 0$ et $x \geqslant a$. On doit donc résoudre l'équation :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\varphi}{dx^2} = E\varphi \quad \text{pour } 0 < x < a$$

La solution générale de cette équation différentielle du deuxième ordre à coefficients constants est :

$$\varphi_E(x) = Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$$

où $E = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$ et k est un nombre réel.

Physiquement, il est raisonnable de supposer que la probabilité de présence de la particule varie continûment. On en déduit que la fonction $\varphi(x)$ doit être continue, en particulier en $x = 0$ et $x = a$. On a donc :

$$\varphi_E(0) = \varphi_E(a) = 0$$

c'est-à-dire : $A + B = 0$ (continuité en $x = 0$)

d'où : $\varphi(x) = 2iA \sin kx$
$\sin ka = 0$ (continuité en $x = a$)

d'où : $k = n\frac{\pi}{a}$ (n entier)

Afin de déterminer la valeur du paramètre, nous allons exiger que : $\int_0^a |\varphi(x)|^2\, dx = 1$

cela entraîne : $\varphi(x) = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a}$

En toute rigueur, $\varphi(x)$ n'est déterminé qu'à un facteur $e^{i\alpha}$ près. Quel que soit α réel, ce terme ne modifiant pas la valeur des probabilités, on choisit $\alpha = 0$.

Les conditions de continuité de $\varphi_E(x)$ ont une conséquence très importante : la quantification de l'énergie. En effet, on a trouvé : $E = n^2 \frac{\hbar^2\pi^2}{2ma^2}$ où $n = 1, 2, \ldots$

Si la fonction de la particule est un état stationnaire, l'énergie de la particule est rigoureusement constante, mais sa valeur ne peut pas être quelconque.

Étudions maintenant le cas d'une particule dont la fonction d'onde n'est pas un état stationnaire, et supposons pour simplifier qu'elle se réduise à une combinaison linéaire de deux états stationnaires d'énergies E_1 et E_2. On a donc :

$$\psi(x, t) = \alpha_1 \varphi_{E_1} e^{-\frac{iE_1 t}{\hbar}} + \alpha_2 \varphi_{E_2} e^{-\frac{iE_2 t}{\hbar}}$$

La condition de normalisation : $\int_0^a |\psi(x, t)|^2\, dx = 1$

impose $|\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 = 1$

Dans le cas présent, la particule n'a ni l'énergie E_1, ni l'énergie E_2. Mais plus $|\alpha_1|^2$ sera grand devant $|\alpha_2|^2$, plus l'énergie de la particule sera proche de E_1 et inversement. $|\alpha_1|^2$ et $|\alpha_2|^2$ peuvent donc être interprétés comme les probabilités respectives d'avoir une énergie égale, soit à E_1, soit à E_2. On peut donc définir une *énergie moyenne* de la particule égale à : $|\alpha_1|^2 E_1 + |\alpha_2|^2 E_2$

L'énergie de la particule n'est plus rigoureusement définie comme dans le cas classique ; seule sa valeur moyenne a un sens.

Étudions maintenant la *position* de la particule.

Si la fonction est un état stationnaire, par exemple celui qui correspond à $n = 1$, la densité de probabilité de présence $|\varphi_1(x)|^2 = \frac{2}{a}\sin^2\frac{\pi x}{a}$ a l'allure de la courbe représentée sur la *figure* 8. La valeur moyenne de la position est donnée par :

$$\int_0^a x\, |\varphi_1|^2\, dx = \frac{a}{2}$$

Ce résultat est vrai quel que soit l'état stationnaire, car $|\varphi_n|^2$ admet $x = \frac{a}{2}$ comme axe de symétrie.

Si la fonction d'onde est une combinaison linéaire de deux états stationnaires d'énergies respectives E_1 et E_2, la valeur moyenne de la position est donnée par :

$$\int_0^a x\, |\alpha_1 \varphi_{E_1} e^{-\frac{iE_1 t}{\hbar}} + \alpha_2 \varphi_{E_2} e^{-\frac{iE_2 t}{\hbar}}|^2\, dx$$

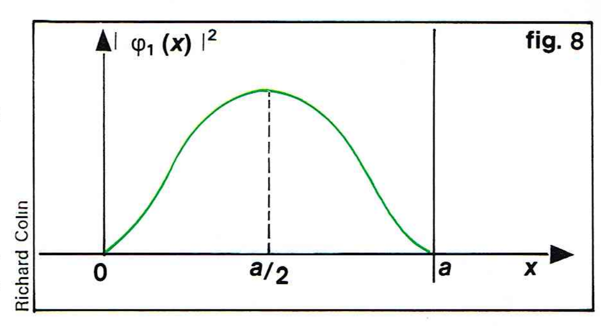
En effectuant les intégrales, on trouve une expression de la forme : $\frac{a}{2} + C \cos\left(\frac{E_1 - E_2}{\hbar} t + \theta\right)$

où C est une constante réelle inférieure à $\frac{a}{2}$ qui dépend de E_1, E_2 et des modules de α_1 et α_2 et θ est une phase qui est égale à la différence des phases de α_1 et α_2. Ici, la position moyenne dépend du temps, elle oscille autour du point d'abscisse $\frac{a}{2}$.

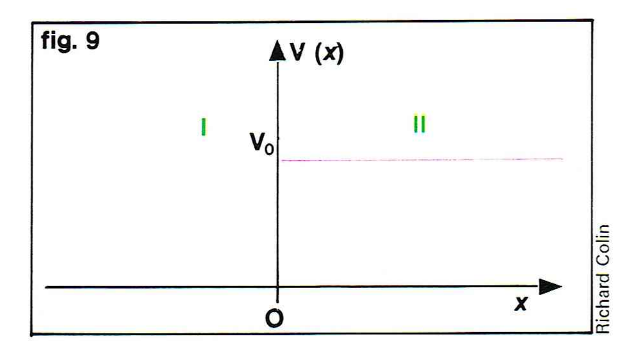
Les coefficients α_1 et α_2 sont déterminés à partir des conditions initiales. Supposons que la fonction d'onde à l'instant initial $t_0 = 0$ soit :

$$f_0 = \frac{1}{\sqrt{a}}\left(\sin\frac{\pi x}{a} + \sin\frac{2\pi x}{a}\right) \quad \text{pour } 0 \leqslant x \leqslant a$$

On doit d'abord s'assurer que cette fonction est normée. C'est le cas ici. On égale ensuite pour $t = 0$ la solution générale de l'équation de Schrödinger et f_0. Or cette *solution générale* s'écrit :



▶ *Figure 8 : courbe de la densité de probabilité de présence de $|\varphi_1(x)|^2 = \frac{2}{a}\sin^2\frac{\pi x}{a}$; $\frac{a}{2}$ valeur moyenne de la position.*



◀ *Figure 9 ; représentation schématique de la barrière de potentiel :* I, *région du demi-axe négatif ;* II, *région du demi-axe positif.*

$$\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \varphi_n e^{-\frac{i E_n t}{\hbar}}$$

avec : $\varphi_n = \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{n\pi x}{a}$, $E_n = n^2 \frac{\hbar^2 \pi^2}{2\, ma^2}$ et $n = 1, 2, ...$

Pour $t = 0$, elle devient : $\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \varphi_n$

on a donc : $\sum_{n=1}^{\infty} \alpha_n \varphi_n = \frac{1}{\sqrt{a}} \left(\sin \frac{\pi x}{a} + \sin \frac{2\,\pi x}{a} \right)$

On peut remarquer que le second membre s'écrit également :

$$f_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{\pi x}{a} + \sqrt{\frac{2}{a}} \sin \frac{2\,\pi x}{a} \right)$$

On a donc les résultats suivants :

$$\alpha_1 = \alpha_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \text{ avec } |\alpha_1|^2 + |\alpha_2|^2 = 1$$

et $\alpha_n = 0$ quel que soit n différent de 1 ou 2.

Dans cet exemple, la détermination de la valeur des paramètres qui interviennent dans la solution générale de l'équation de Schrödinger est facile parce que f_0 se présente sous la forme de la somme des fonctions φ_1 et φ_2. On dit encore que f_0 est *décomposée* sur les fonctions φ_n. La théorie montre que la fonction d'onde initiale f_0 peut toujours être décomposée sur les fonctions $\varphi_E\ (x, y, z)$ des états stationnaires de l'équation de Schrödinger.

La barrière de potentiel

Une particule de masse m qui se meut suivant l'axe Ox est soumise à un potentiel représenté sur la *figure* 9 et tel que :

$$\text{si } x < 0 \quad V(x) = 0$$
$$\text{si } x \geqslant 0 \quad V(x) = V_0 > 0$$

A gauche de l'origine 0 des abscisses, la particule n'est soumise à aucune force. Dès qu'elle atteint le point d'abscisse zéro, elle est soumise à une force qui la repousse vers la gauche, c'est-à-dire vers les points d'abscisse négative. A droite du point d'abscisse zéro, la particule n'est à nouveau soumise à aucune force. Comme précédemment, nous allons étudier ce problème en mécanique newtonienne et en mécanique classique.

● *Étude en mécanique newtonienne*

En mécanique newtonienne, la particule a une vitesse constante dans chacun des deux demi-axes, le demi-axe négatif que nous appelons région I et le demi-axe positif que nous appelons région II. Si nous appelons $\vec{v}_{\mathrm{I}}$ et $\vec{v}_{\mathrm{II}}$ sa vitesse dans ces deux régions, on a la relation :

$$\frac{1}{2} m\vec{v}_{\mathrm{I}}^{\,2} = V_0 + \frac{1}{2} m\vec{v}_{\mathrm{II}}^{\,2}$$

on voit, sur cette relation, que $\vec{v}_{\mathrm{II}}$ n'est différent de zéro que si : $\frac{1}{2} m\vec{v}_{\mathrm{I}}^{\,2} > V_0$

Il faut donc distinguer deux cas :

— Si $\frac{1}{2} m\vec{v}_{\mathrm{I}}^{\,2} \leqslant V_0$, la particule ne peut se mouvoir que dans la région I. Lancée dans cette région à l'instant initial vers le point d'abscisse zéro, la particule se dirige vers ce point avec une vitesse constante égale à la vitesse initiale. Quand elle atteint le point d'abscisse nulle, elle rebrousse chemin et se dirige vers les points d'abscisse de plus en plus négative avec une vitesse constante et égale en module à la vitesse initiale.

— Si $\frac{1}{2} m\vec{v}_{\mathrm{I}}^{\,2} > V_0$, la particule peut se mouvoir dans les deux régions. Elle passe d'une région à l'autre en changeant de vitesse, la vitesse dans la région I étant plus grande que celle dans la région II. Lancée dans la région I à l'instant initial vers le point d'abscisse nulle, la particule se dirige vers ce point avec une vitesse constante égale à la vitesse initiale. Quand elle atteint ce point, elle passe dans la région II en étant ralentie.

De cette étude en mécanique newtonienne, il faut essentiellement retenir que, si $\frac{1}{2} m\vec{v}_{\mathrm{I}}^{\,2} < V_0$, la particule lancée dans la région I à l'instant initial ne peut pas passer dans la région II : elle en est empêchée par une barrière de potentiel. On va voir que ce n'est pas le cas en mécanique quantique.

● *Étude en mécanique quantique*

Pour traiter le problème en mécanique quantique, on va d'abord déterminer les états stationnaires,

$$\varphi_E\ (x)\ e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

Dans la région I, on a : $-\frac{\hbar^2}{2\,m} \frac{d^2\varphi_E}{dx^2} = E\varphi_E$

Cette équation a pour solution : $Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$ où A et B sont des constantes arbitraires, et où :

$$k = \sqrt{\frac{2\,mE}{\hbar^2}}$$

Dans la région II, on a : $-\frac{\hbar^2}{2\,m} \frac{d^2\varphi_E}{dx^2} = (E - V_0)\ \varphi_E$

Cette équation a pour solution : $A'e^{k'x} + B'e^{-k'x}$ où A′ et B′ sont des constantes arbitraires et où :

$$k' = \sqrt{\frac{2\,m\,(V_0 - E)}{\hbar^2}} \quad \text{si} \quad V_0 - E > 0$$

et : $$k' = i\sqrt{\frac{2\,m\,(E - V_0)}{\hbar^2}} \quad \text{si} \quad E - V_0 > 0$$

La fonction $\varphi_E\ (x)$ s'écrit donc :

$$\varphi_E\ (x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & \text{pour } x < 0 \\ A'e^{k'x} + B'e^{-k'x} & \text{pour } x > 0 \end{cases}$$

On va voir que, pour des raisons physiques, les constantes A, B, A′ et B′ ne sont pas quelconques. En réalité, le potentiel V (x) ne peut pas varier de façon discontinue, mais nécessairement de façon continue, bien que rapide. Aussi doit-on imposer à la fonction $\varphi_E\ (x)$ et à sa dérivée $\frac{d\varphi_E}{dx}$ d'être continues partout et en particulier en $x = 0$. Par ailleurs, il a été vu précédemment que $\varphi_E\ (x)$ doit rester bornée dans tout l'espace.

Pour achever la détermination de $\varphi_E\ (x)$, on doit distinguer deux cas correspondant aux deux cas rencontrés dans le traitement du problème par la mécanique newtonienne.

— Si $E < V_0$, $\varphi_E\ (x)$ s'écrit :

$$\varphi_E\ (x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & \text{pour } x < 0 \\ A'e^{k'x} + B'e^{-k'x} & \text{pour } x > 0 \end{cases} \quad k \text{ et } k' \text{ réels}$$

Lorsque x tend vers $+\infty$, la fonction $A'e^{k'x}$ tend vers $+\infty$. Pour maintenir bornée $\varphi_E\ (x)$, il faut imposer $A' = 0$. Par ailleurs, la continuité de $\varphi_E\ (x)$ et de sa dérivée en $x = 0$ entraîne les relations suivantes entre A, B et B′ :

$$A + B = B' \quad (\text{continuité de } \varphi_E\ (x))$$

$$ik\ (A - B) = -k'B' \left(\text{continuité de } \frac{d\varphi_E}{dx}\right)$$

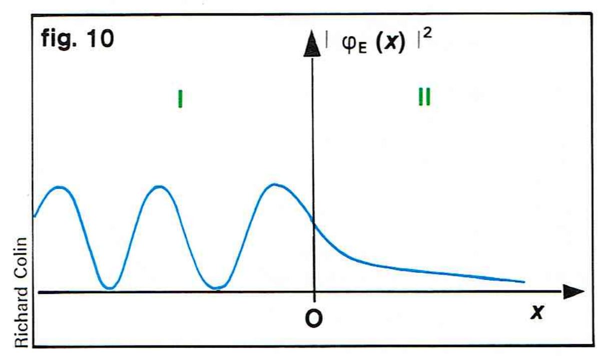
A partir de ces deux équations, on peut calculer A et B en fonction de B′. On obtient :

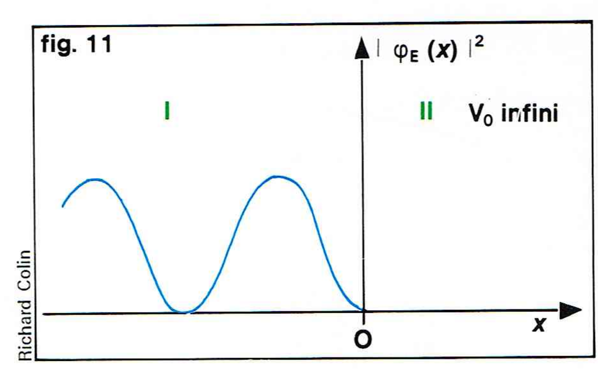
$$A = \frac{B'}{2}\left(1 + i\frac{k'}{k}\right) \quad \text{et} \quad B = \frac{B'}{2}\left(1 - i\frac{k'}{k}\right)$$

D'où l'expression de $\varphi_E\ (x)$:

$$\varphi_E\ (x) = \begin{cases} B'\left(\cos kx - \frac{k'}{k} \sin kx\right) & \text{si } x < 0 \\ B'e^{-k'x} & \text{si } x > 0 \end{cases}$$

▶ *A gauche, figure 10 : représentation graphique de la variation de $|\varphi_E(x)|^2$ en fonction de x. A droite, figure 11 : représentation de $|\varphi_E(x)|^2$ dans le cas où V_0 est infini.*





On voit que $\varphi_E(x)$ est déterminée à un coefficient près, B′. Ce résultat est assez général. Ce coefficient est déterminé en imposant à $\varphi_E(x)$ d'être normée ; ce qui n'est possible que lorsque $\varphi_E(x)$ est de carré sommable.

Lorsque la fonction d'onde de la particule est un état stationnaire $\varphi_E(x)\, e^{\frac{-iEt}{\hbar}}$ la probabilité de trouver la particule dans la région II est proportionnelle à $|B'|^2 e^{-2k'x}$. On voit que cette probabilité n'est pas nulle. Ce résultat est contraire au résultat obtenu en mécanique classique. Lorsque la fonction d'onde est une superposition d'états stationnaires d'énergies voisines, on a ce résultat pour chaque état stationnaire et donc pour leur superposition. On a représenté sur la *figure* 10 la variation de $|\varphi_E(x)|^2$ en fonction de x : la probabilité de trouver la particule dans l'espace II décroît exponentiellement. Cette décroissance est d'autant plus rapide que k' est plus grand. Pour estimer la profondeur de pénétration de la particule dans l'espace II, on peut convenir de considérer $e^{-2k'x}$ comme négligeable lorsque x devient plus grand que l tel que $2\,k'l = 1$. On a alors :

$$l = \frac{1}{2\,k'} = \frac{1}{2}\sqrt{\frac{\hbar^2}{2\,m\,(V_0 - E)}}$$

On voit d'après cette formule que la profondeur de pénétration de la particule dans la région II est d'autant plus petite que $(V_0 - E)$ est grand. Cette propriété de la particule quantique de pénétrer dans la région II même si son énergie cinétique est inférieure à la hauteur V_0 de la barrière de potentiel est à l'origine d'un effet intéressant, l'*effet tunnel*, qui sera présenté ultérieurement. Notons enfin que cet effet est analogue au phénomène des ondes évanescentes de l'électromagnétisme.

Lorsque l'énergie E de la particule reste finie, et que V_0 tend vers l'infini, on voit que l tend vers zéro. On peut alors vérifier que la dérivée $\frac{d\varphi_E}{dx}$ n'est plus continue en $x = 0$, mais φ_E reste continue. C'est ce qui explique pourquoi dans le puits infini on avait imposé seulement à $\varphi_E(x)$ d'être continue aux bornes de l'intervalle. On a représenté sur la *figure* 11 $|\varphi_E(x)|^2$ dans le cas où V_0 est infini.

— Si $E > V_0$, $\varphi_E(x)$ s'écrit :

$$\varphi_E(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx} & \text{pour } x < 0 \\ A'e^{ik'x} + B'e^{-ik'x} & \text{pour } x > 0 \end{cases} \quad k \text{ et } k' \text{ réels}$$

Cette fonction est bornée dans tout l'espace quels que soient les coefficients A, B, A′ et B′. Les seules conditions à lui imposer sont d'être continue ainsi que sa dérivée au point d'abscisse $x = 0$. On obtient ainsi les relations :

$$A + B = A' + B' \quad \text{et} \quad k\,(A - B) = k'\,(A' - B')$$

A partir de ces deux équations, on peut calculer A′ et B′ en fonction de A et B. On obtient :

$$A' = \frac{1}{2\,k'}\,[A\,(k' + k) + B\,(k' - k)]$$

$$B' = \frac{1}{2\,k'}\,[A\,(k' - k) + B\,(k' + k)]$$

On voit que $\varphi_E(x)$ dépend de deux paramètres A et B. On peut exprimer ceci de la manière suivante : $\varphi_E(x)$ s'écrit comme une combinaison linéaire des deux fonctions $\varphi_E^{(1)}(x)$ et $\varphi_E^{(2)}(x)$ obtenues en donnant au couple (A, B) deux couples de valeurs arbitrairement choisies. Les valeurs les plus simples qu'on puisse choisir sont (A = 1, B = 0) et (A = 0 et B = 1). On obtient ainsi l'expression suivante pour $\varphi_E^{(1)}(x)$ et $\varphi_E^{(2)}(x)$:

$$\varphi_E^1(x) = \begin{cases} e^{ikx} & \text{pour } x \leqslant 0 \\ \dfrac{k' + k}{2\,k'}\,e^{ik'x} + \dfrac{k' - k}{2\,k'}\,e^{-ik'x} & \text{pour } x \geqslant 0 \end{cases}$$

et :

$$\varphi_E^2(x) = \begin{cases} e^{-ikx} & \text{pour } x \leqslant 0 \\ \dfrac{k' - k}{2\,k'}\,e^{ik'x} + \dfrac{k' + k}{2\,k'}\,e^{-ik'x} & \text{pour } x \geqslant 0 \end{cases}$$

Si les fonctions $\varphi_E^{(1)}(x)$ et $\varphi_E^{(2)}(x)$ étaient de carré sommable, on multiplierait chacune des deux fonctions par la constante qui permettrait de la normer. On peut vérifier que le rapport des deux fonctions n'est pas constant ; on dit encore que ces deux fonctions sont linéairement indépendantes.

En mécanique quantique, plutôt que de dire que la partie spatiale $\varphi_E(x)$ des états stationnaires $\varphi_E(x)\,e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$ dépend de deux paramètres arbitraires, on préfère définir les fonctions $\varphi_E^{(1)}(x)$ et $\varphi_E^{(2)}(x)$, et dire que pour une valeur donnée E de l'énergie, telle que $E > V_0$, on a deux états stationnaires qui sont :

$$\varphi_E^{(1)}(x)\,e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \quad \text{et} \quad \varphi_E^{(2)}(x)\,e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

Lorsque l'on écrira la solution générale de l'équation de Schrödinger, on considérera ces deux états stationnaires comme indépendants. On dit encore que chaque valeur E de l'énergie telle que $E > V_0$ a une *dégénérescence de degré* 2.

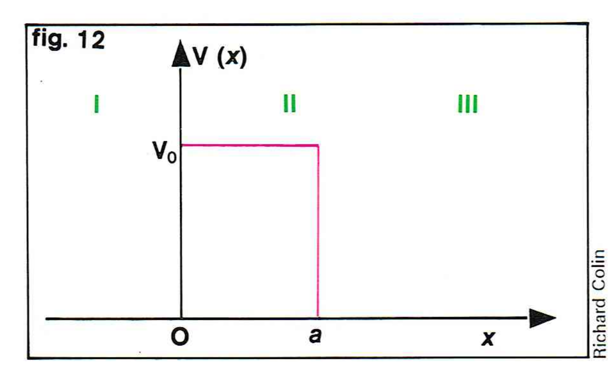
La signification physique des états stationnaires formés à partir de $\varphi_E^{(1)}$ et $\varphi_E^{(2)}$ n'est pas facile à trouver. Aussi va-t-on changer ces fonctions, ce qu'on a le droit de faire mathématiquement. En effet, le problème de la détermination de ces fonctions se pose de la manière suivante : la fonction $\varphi_E(x)$ dépend de quatre paramètres A, B, A′, B′ qui sont reliés entre eux par deux relations. La fonction $\varphi_E(x)$ dépend donc de deux paramètres arbitraires ; elle peut toujours s'exprimer comme une combinaison linéaire de deux fonctions obtenues chacune en fixant la valeur de deux des quatre paramètres. Ainsi, en prenant A = 1 et B′ = 0, on obtient une fonction $\varphi_E^{(1')}$ qui est définie par :

$$\varphi_E^{(1')}(x) = \begin{cases} e^{ikx} + \dfrac{k - k'}{k' + k}\,e^{-ikx} & \text{pour } x \leqslant 0 \\ \dfrac{2\,k}{k + k'}\,e^{ik'x} & \text{pour } x \geqslant 0 \end{cases}$$

En choisissant B′ = 1 et A = 0, on obtient une fonction $\varphi_E^{(2')}$ qui est définie par :

$$\varphi_E^{(2')}(x) = \begin{cases} \dfrac{2\,k'}{k + k'}\,e^{-ikx} & \text{pour } x \leqslant 0 \\ \dfrac{k' - k}{k + k'}\,e^{ik'x} + e^{-ik'x} & \text{pour } x \geqslant 0 \end{cases}$$

On peut vérifier que les fonctions $\varphi_E^{(1')}$ et $\varphi_E^{(2')}$ sont linéairement indépendantes et que, par ailleurs, les fonctions $\varphi_E^{(1)}$ et $\varphi_E^{(2)}$ sont chacune des combinaisons linéaires de $\varphi_E^{(1')}$ et $\varphi_E^{(2')}$.



◀ *Figure 12 : effet tunnel; la particule se meut le long de l'axe Ox et est soumise au potentiel V(x).*

La signification physique des états stationnaires

$$\varphi_E^{(1')}\, e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \text{ et } \varphi_E^{(2')}\, e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

est aisée. Le premier contient dans la région I une onde plane qui se dirige vers la région II et une onde réfléchie qui se dirige vers les x décroissants, et dans la région II une onde transmise se dirigeant vers les x croissants. Le second état stationnaire contient dans la région II une onde incidente qui se dirige vers l'origine et une onde réfléchie qui se dirige vers les x croissants, et dans la région I une onde transmise qui se dirige vers les x décroissants.

Ces résultats entraînent que si, à l'instant initial, la particule est dans la région I et se dirige vers le point d'abscisse nulle avec une énergie E supérieure à V_0, la probabilité pour qu'elle rebondisse n'est pas nulle. Ce résultat n'est pas acceptable en mécanique newtonienne. On peut d'ailleurs calculer la probabilité pour que la particule rebondisse et celle pour qu'elle passe dans la région II. On constate que la probabilité pour qu'elle rebondisse diminue lorsque l'énergie de la particule E augmente par rapport à V_0; on tend ainsi vers le résultat obtenu en mécanique classique. Tous ces résultats ont de grandes analogies avec ceux obtenus dans les problèmes de propagation des ondes lumineuses.

Effet tunnel

On considère une particule de masse m qui se meut le long de l'axe Ox, en étant soumise au potentiel V (x) (*fig.* 12). Ce potentiel est tel que :

$$V(x) = 0 \text{ si } x < 0 \text{ et } x > a$$
$$V(x) = V_0 > 0 \text{ si } 0 \leqslant x \leqslant a$$

Comme précédemment, il est intéressant de comparer l'étude en mécanique newtonienne et et celle en mécanique quantique. On considérera trois régions :

— la région I correspondant à $x < 0$;
— la région II correspondant à $0 \leqslant x \leqslant a$;
— la région III correspondant à $x > a$.

● *Étude en mécanique newtonienne*

Dans chaque région, la particule a une vitesse constante en module. Si on appelle v_I, v_{II}, v_{III} le module de la vitesse dans chacune des régions, on a la relation :

$$E = \frac{1}{2} m v_I^2 = \frac{1}{2} m v_{III}^2 = V_0 + \frac{1}{2} m v_{II}^2$$

où E est l'énergie de la particule. Il est évident sur cette relation que v_I^2 et v_{III}^2 sont égaux. Pour pousser l'étude, il faut distinguer deux cas : $E \leqslant V_0$ et $E > V_0$

— Si $E > V_0$ et si la particule est lancée dans la région I avec une vitesse initiale dirigée vers le point d'abscisse nulle, elle se dirige vers ce point avec une vitesse de module constant v_I. Arrivée en ce point, elle est freinée par la variation du potentiel, mais passe quand même dans la région II qu'elle traverse avec une vitesse de module v_{II} constant défini par :

$$\frac{1}{2} m v_{II}^2 = \frac{1}{2} m v_I^2 - V_0$$

On voit sur cette relation que v_{II} est inférieur à v_I. Arrivée au point d'abscisse a, la particule est accélérée par la variation du potentiel. Elle passe dans la région III qu'elle parcourt avec une vitesse de module v_{III} constant égal à v_I. Si l'on avait lancé la particule dans la région III en direction du point d'abscisse nulle, on aurait eu des résultats analogues.

— Si $E \leqslant V_0$, la particule ne peut pas se mouvoir dans la région II. On a en effet :

$$E = V_0 + \frac{1}{2} m v_{II}^2 \Rightarrow v_{II} = 0$$

Lorsque la particule est lancée dans la région I, elle y reste : en effet, si, à l'instant initial, sa vitesse est dirigée vers le point d'abscisse nulle, arrivée en ce point, elle rebrousse chemin, sa vitesse gardant la même valeur en module. Il en est de même si la particule est lancée dans la région III.

Dans l'étude quantique, on va trouver que même les états stationnaires d'énergie $E < V_0$ indiquent pour la particule une probabilité non nulle de passer de la région I à la région III, et inversement. Ce phénomène est connu sous le nom d'*effet tunnel*.

● *Étude en mécanique quantique*

La fonction spatiale $\varphi_E\ (x)$ des états stationnaires vérifie l'équation suivante :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\varphi_E}{dx^2} = E\varphi_E \text{ si } x < 0 \text{ et si } x > a$$

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\varphi_E}{dx^2} = (E - V_0)\,\varphi_E \text{ si } 0 \leqslant x \leqslant a$$

On rappelle les conditions mathématiques — lesquelles, on l'a déjà vu, ont pour origine une raison physique — que doit satisfaire $\varphi_E\ (x)$:

* être bornée partout sur l'axe $\overrightarrow{Ox}$;
* être définie et continue ainsi que sa dérivée en $x = 0$ et $x = a$.

Comme dans l'étude faite en mécanique classique, on va distinguer deux cas :

— Si $E > V_0$, les équations différentielles écrites précédemment ont pour solutions :

$$\varphi_E(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \text{ avec } k = \sqrt{\dfrac{2mE}{\hbar^2}} & \text{si } x < 0 \\ A'e^{ik'x} + B'e^{-ik'x} & \\ \quad \text{avec } k' = \sqrt{\dfrac{2m(E - V_0)}{\hbar^2}} & \text{si } 0 \leqslant x \leqslant a \\ A''e^{ikx} + B''e^{-ikx} \text{ si } x > a & \end{cases}$$

On a par ailleurs les conditions :

$A + B = A' + B'$ (continuité de φ_E en $x = 0$)

$ik\,(A - B) = ik'\,(A' - B')$

$\left(\text{continuité de } \dfrac{d\varphi_E}{dx} \text{ en } x = 0\right)$

$A'e^{ik'a} + B'e^{-ik'a} = A''e^{ika} + B''e^{-ika}$

(continuité de φ_E en $x = a$)

$ik'\,(A'e^{ik'a} - B'e^{-ik'a}) = ik\,(A''e^{ika} - B''e^{-ika})$

$\left(\text{continuité de } \dfrac{d\varphi_E}{dx} \text{ en } x = a\right)$

$\varphi_E\ (x)$ dépend donc de six paramètres reliés entre eux par quatre relations. $\varphi_E\ (x)$ dépend donc de deux paramètres arbitraires ou encore indépendants entre eux. On en déduit, comme précédemment, qu'à chaque valeur de l'énergie, on peut associer deux états stationnaires :

$$\varphi_E^{(1)}\, e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \text{ et } \varphi_E^{(2)}\, e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

déterminés en fixant la valeur de deux des six paramètres.

Pour que ces états stationnaires soient susceptibles d'une interprétation aisée, on choisit $A = 1$ et $B'' = 0$ pour déterminer $\varphi_E^{(1)}$, et $B'' = 1$ et $A = 0$ pour déterminer $\varphi_E^{(2)}$. L'interprétation de ces états stationnaires est la même que celle des états stationnaires trouvés dans l'étude de la barrière de potentiel pour le cas $E > V_0$.

L'état stationnaire $\varphi_E^{(1)}\, e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$ contient dans les régions I et II une onde incidente et une onde réfléchie, et dans la région III une onde transmise. De même, l'état stationnaire $\varphi_E^{(2)}\, e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$ contient dans les régions II et III une onde incidente et une onde réfléchie, et dans la région I une onde transmise. Les états stationnaires du type $\varphi_E^{(1)}\, e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$ serviront à décrire une particule lancée dans la région I

▶ *Figure 13 : représentation schématique du potentiel V(r) auquel est soumise la particule alpha.*

dans la direction des x croissants. Cette particule aura une probabilité non nulle de passer dans la région III. On peut définir un *coefficient de transmission* T qui dépend de (E — V_0) et qui croît avec (E — V_0). Les états stationnaires du type $\varphi_E^{(2)} e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$ serviront à décrire une particule lancée dans la région III dans la direction des x décroissants. Comme dans le cas précédent, on aura une probabilité non nulle pour que la particule rebondisse, et une probabilité non nulle pour qu'elle soit transmise. Le rebondissement de la particule lorsque $E > V_0$ est évidemment un phénomène qui n'existe pas en mécanique newtonienne.

— Si $E < V_0$, les équations différentielles qui vérifient $\varphi_E(x)$ ont pour solution :

$$\varphi_E(x) = \begin{cases} Ae^{ikx} + Be^{-ikx} \text{ avec } k = \sqrt{\dfrac{2mE}{\hbar^2}} & \text{si } x < 0 \\ A'e^{k'x} + B'e^{-k'x} \text{ avec } k' = \sqrt{\dfrac{2m(V_0 - E)}{\hbar^2}} & \text{si } 0 < x < a \\ A''e^{ikx} + B''e^{-ikx} & \text{si } x > a \end{cases}$$

Comme précédemment, les conditions de continuité de $\varphi_E(x)$ et de $\frac{d\varphi_E}{dx}$ en $x = 0$ et $x = a$ permettent d'écrire quatre équations entre les six paramètres A, B, A′, B′, A″, et B″. La fonction φ_E dépend donc de deux paramètres. La dégénérescence de chaque valeur E de l'énergie est donc égale à 2. A chaque valeur de l'énergie correspondent les deux états stationnaires

$$\varphi_E^{(1)} e^{-\frac{iEt}{\hbar}} \quad \text{et} \quad \varphi_E^{(2)} e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

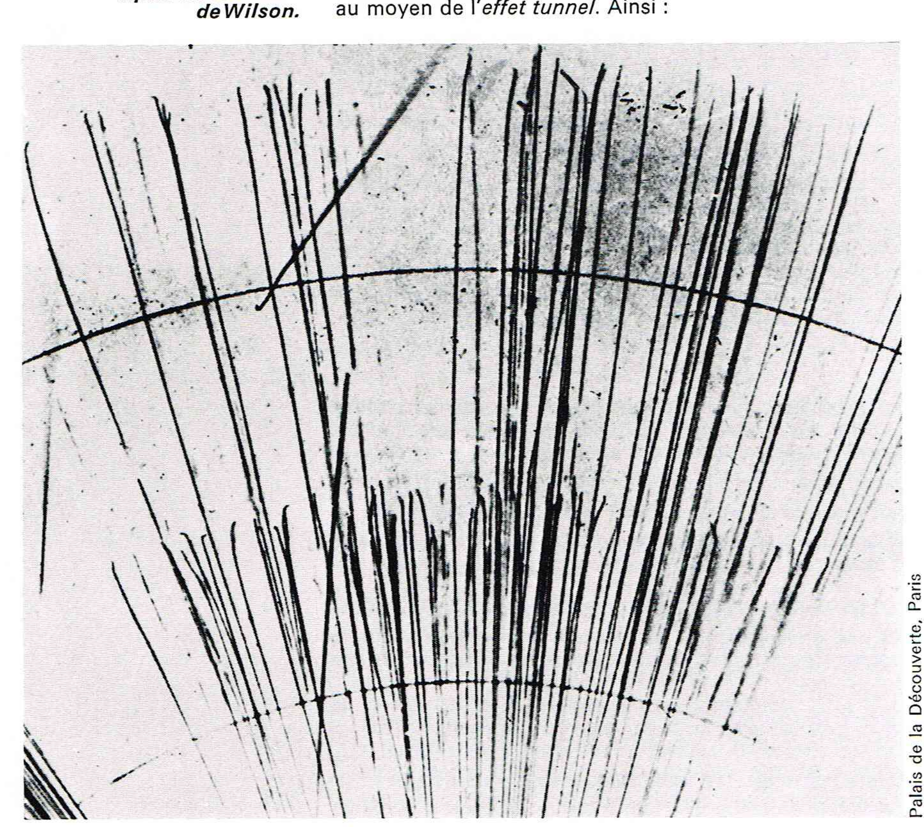
$\varphi_E^{(1)}$ étant définie en fixant $A = 1$ et $B'' = 0$, et $\varphi_E^{(2)}$ étant définie en fixant $A = 0$ et $B'' = 1$. Les résultats que contiennent ces ondes stationnaires sont les suivants :

— Si la particule est lancée dans la région I dans la direction des x croissants, elle a une probabilité non nulle de rebondir et de rester dans la région I, mais elle a également une probabilité non nulle de passer dans la région III. Ce phénomène est connu sous le nom d'*effet tunnel* et n'existe pas en mécanique classique.

— Si la particule est lancée dans la région III dans la direction des x décroissants, on a des résultats analogues : rebondissement et transmission.

On connaît de nombreux phénomènes qui s'interprètent au moyen de l'*effet tunnel*. Ainsi :

▼ *Traces de particules alpha en chambre de Wilson.*



Palais de la Découverte, Paris

Richard Colin

— Lorsque l'on applique une différence de potentiel entre deux plaques métalliques séparées par une mince couche d'isolant, on obtient un « courant tunnel ». A l'intérieur de chaque plaque, les électrons sont libres. Quand ils tentent de passer dans l'isolant, ils sont repoussés par un potentiel V (x) qui a l'allure de celui représenté sur la *figure* 12, l'énergie E des électrons étant inférieure à V_0. Aussi les électrons ne peuvent-ils passer d'un métal à l'autre que par effet tunnel. La différence de potentiel n'a pour but que de canaliser les électrons vers l'isolant.

— L'émission par certains noyaux d'une particule alpha (ions He^{++}) a été interprétée dès 1928 par Gamow comme un effet tunnel.

On peut schématiquement représenter le potentiel V(r) auquel est soumise la particule alpha (*fig.* 13) : à l'intérieur du noyau de rayon r_0, le potentiel est constant; nous l'avons pris nul. A l'extérieur du noyau, le potentiel a pour origine la répulsion coulombienne exercée par le noyau chargé positivement sur la particule alpha. On voit que, si l'énergie E de la particule est inférieure à la variation du potentiel en r_0, la particule alpha peut cependant sortir du noyau par effet tunnel. En utilisant la théorie précédente, les prévisions qui sont faites sont en accord avec les résultats expérimentaux.

— La molécule d'ammoniac NH_3 a la forme d'une pyramide dont les quatre sommets sont occupés par l'atome d'azote et les trois atomes d'hydrogène. L'atome d'azote a deux positions d'équilibre, une de chaque côté du plan des hydrogènes, et il peut osciller autour de chacune de ces positions. L'atome d'azote est donc dans un double puits symétrique représenté schématiquement sur la *figure* 14.

Si l'énergie E_0 de l'atome est inférieure à V_0, l'atome aura un mouvement oscillatoire dans la région I ou dans la région II. En outre, par effet tunnel, il peut passer de I à II. La fréquence de ce dernier mouvement sert de référence dans les horloges atomiques.

— Dans la liaison hydrogène, on a un phénomène analogue. L'atome d'hydrogène situé entre deux atomes d'oxygène est dans un double puits symétrique. Par effet tunnel, il peut passer d'une position à l'autre (*fig.* 15).

Du point de vue théorique, l'étude de ces cas simples a permis d'illustrer la recherche de la fonction d'onde d'une particule, connaissant la fonction d'onde à l'instant initial. On a vu l'importance des états stationnaires pour résoudre ce problème. Cette étude a également montré qu'à une certaine valeur de l'énergie peuvent correspondre deux fonctions $\varphi_E(x)$. On dit que la valeur de l'énergie est dégénérée.

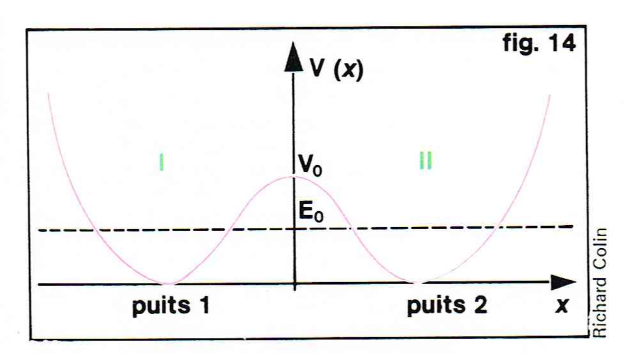
Outils mathématiques 2

Pour pouvoir développer le formalisme de la mécanique quantique, quelques notions mathématiques sont nécessaires.

Opérateurs

Considérons la fonction $f(x) = 3x^2 + 5x - 2$. Sa dérivée $\frac{df}{dx}$ est égale à $6x + 5$. L'opération de dérivation fait donc passer d'une fonction à une autre fonction, et nous noterons cette correspondance de la manière suivante :

$$3x^2 + 5x - 2 \xrightarrow{\frac{d}{dx}} 6x + 5$$



◄ *Figure 14 : représentation schématique du double puits symétrique.*

Nous dirons que $\frac{d}{dx}$ est l'opérateur qui, agissant sur $f(x)$, lui fait correspondre une nouvelle fonction. Il est clair que l'opérateur $\frac{d}{dx}$ ne peut agir sur n'importe quelle fonction ; il est nécessaire que celle-ci soit *dérivable*. On dit que $\frac{d}{dx}$ est défini sur l'ensemble des fonctions dérivables.

L'opérateur $\frac{d}{dx}$ jouit de propriétés importantes. En effet, f_1 et f_2 étant deux fonctions dérivables, on a :

$$\frac{d}{dx}(f_1 + f_2) = \frac{df_1}{dx} + \frac{df_2}{dx}$$

Par ailleurs, f étant une fonction dérivable et λ une constante, on a :

$$\frac{d}{dx}(\lambda f) = \lambda \frac{df}{dx}$$

On traduit ces deux propriétés en disant que $\frac{d}{dx}$ est *opérateur linéaire*. Il existe bien d'autres opérateurs linéaires définis sur des ensembles de fonctions. Citons deux exemples qui seront utiles ultérieurement :

$$f \xrightarrow{\frac{d^2}{dx^2}} \frac{d^2f}{dx^2}$$

$$f \xrightarrow{x} xf$$

Il est facile de vérifier que ces deux opérateurs sont linéaires. Pour le premier, c'est évident. Pour le second, on a bien :

$$x(f_1 + f_2) = xf_1 + xf_2$$
$$x(\lambda f) = \lambda (xf)$$

De façon générale, une fonction V (x) est un opérateur linéaire défini sur l'ensemble des fonctions.

Fonctions propres et valeurs propres d'un opérateur linéaire

Considérons la fonction e^{3x}. On a : $\frac{d}{dx}(e^{3x}) = 3\,e^{3x}$

L'opérateur $\frac{d}{dx}$ agissant sur la fonction e^{3x} donne donc une fonction proportionnelle à e^{3x}, la constante de proportionnalité étant égale à 3. On dit que e^{3x} est une *fonction propre* de l'opérateur linéaire $\frac{d}{dx}$, et que 3 est la *valeur propre* associée.

Souvent, il n'est pas nécessaire de rechercher toutes les fonctions propres d'un opérateur. Par exemple, on peut se limiter à la recherche des fonctions propres bornées. Dans le cas de l'opérateur $\frac{d}{dx}$, cette exigence nous conduit à ne retenir que les fonctions e^{ikx} où k est un nombre réel. De façon générale, en mécanique quantique où la recherche des fonctions propres d'opérateurs linéaires joue un rôle fondamental, on se limite, par suite de leur signification physique, à des fonctions de carré sommable, ou bornées.

Produit scalaire et norme

En géométrie élémentaire, on définit le produit scalaire de deux vecteurs comme une application bilinéaire qui à deux vecteurs $\vec{V}_1$ et $\vec{V}_2$ fait correspondre un nombre qu'on peut noter $<\vec{V}_1 \mid \vec{V}_2>$. Certains ensembles de fonctions pouvant être munis d'une structure d'espace vectoriel, on peut parfois définir le produit scalaire de deux fonctions. Par exemple, l'ensemble des fonctions réelles d'une variable réelle x, continues dans l'intervalle $[a, b]$, peut être muni d'une structure d'espace vectoriel, et on peut définir le produit scalaire de deux fonctions f_1 et f_2, noté $<f_1 \mid f_2>$, par :

$$<f_1 \mid f_2> = \int_a^b f_1(x)\, f_2(x)\, dx$$

On peut vérifier que $<f_1 \mid f_2>$ possède toutes les propriétés d'un produit scalaire.

On appellera *norme* de la fonction f qu'on notera $\|f\|$ la racine carrée du produit scalaire de f par elle-même :

$$\|f\| = \sqrt{<f \mid f>}$$

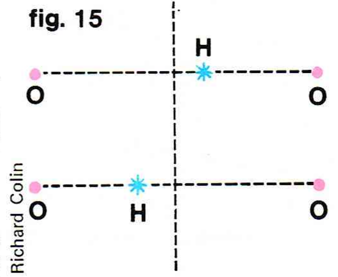
Si $\|f\| = 1$ on dit que f est normée.

Lorsque l'on considère des fonctions de la variable réelle x qui peuvent prendre des valeurs complexes, on modifie légèrement la définition du produit scalaire afin que la norme reste réelle. On pose :

$$<f_1 \mid f_2> = \int_a^b f_1^*(x)\, f_2(x)\, dx$$

où f_1^* est la fonction complexe conjuguée de f_1.

Le produit scalaire permet de définir l'orthogonalité de deux fonctions. On dit que f_1 et f_2 sont *orthogonales* si leur produit scalaire est nul.



▲ *Figure 15 : l'atome d'hydrogène situé entre deux atomes d'oxygène est dans un double puits symétrique.*

Bases orthonormées

Considérons un espace vectoriel à deux dimensions (*fig.* 16). Si l'on fait choix de deux vecteurs indépendants $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ (c'est-à-dire non colinéaires), on peut représenter tout vecteur $\vec{V}$ de l'espace par une combinaison linéaire de $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ (*fig.* 16a). On a : $\vec{V} = x_1\vec{u}_1 + x_2\vec{u}_2$; x_1 et x_2 sont appelées les *composantes* de $\vec{V}$ sur la base $\{\vec{u}_1, \vec{u}_2\}$. Les deux vecteurs $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ constituent une *base*. Il est important de remarquer que cette base n'est pas unique.

Si l'espace vectoriel est muni d'un produit scalaire, il est commode de choisir les vecteurs de base orthogonaux et normés. Soit $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ deux tels vecteurs (*fig.* 16b). On a :

$$\vec{V} = c_1\vec{v}_1 + c_2\vec{v}_2$$

Dans ce cas, on établit facilement les résultats suivants :

$$c_1 = <\vec{v}_1 \mid \vec{V}>$$
$$c_2 = <\vec{v}_2 \mid \vec{V}>$$

En outre, l'expression du produit scalaire de deux vecteurs $\vec{V}$ et $\vec{V}'$ de composantes respectivement c_1, c_2 et c_1', c_2' prend la forme particulièrement simple suivante :

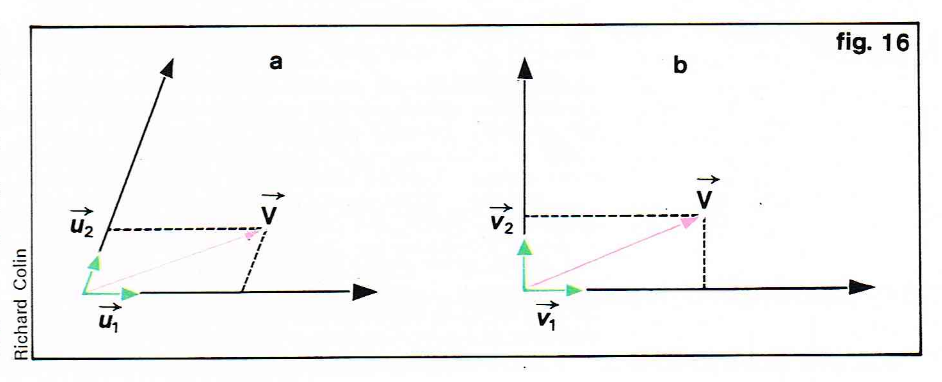
$$<\vec{V} \mid \vec{V}'> = c_1c_1' + c_2c_2'$$

On en déduit : $\|\vec{V}\| = \sqrt{c_1^2 + c_2^2}$

Si l'espace vectoriel est de dimension infinie (comme c'est souvent le cas pour les espaces de fonctions rencontrées en mécanique quantique), on généralise ces résultats en prenant cependant quelques précautions.

Soit $\{f_n, n = 1, 2, ...\}$ un ensemble de fonctions orthonormées constituant une « base » d'un espace vectoriel de fonctions. Toute fonction f de cet espace peut s'écrire :

▼ *Figure 16 ; bases orthonormées : représentation d'un espace vectoriel à deux dimensions. $\vec{u}_1$ et $\vec{u}_2$ constituent une base (a) ; $\vec{v}_1$ et $\vec{v}_2$ sont les vecteurs de base orthogonaux et normés (b).*



$$f = \sum_{n=1}^{\infty} c_n f_n$$

avec $c_n = \int_a^b f_n(x) f(x)\, dx$

et $\int_a^b f^2(x)\, dx = \sum_{n=1}^{\infty} c_n^2$

Il est clair que ce dernier résultat n'a de sens que si la série du deuxième membre converge.

Dans le cas de fonctions d'une variable réelle à valeurs complexes, comme précédemment on a :

$$c_n = \int_a^b f_n^*(x) f(x)\, dx$$

et $\int_a^b f^*(x) f(x)\, dx = \sum_{n=1}^{\infty} c_n^* c_n = \sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2$

Opérateurs hermitiens

Le produit scalaire de deux fonctions est utile pour définir une classe particulièrement importante d'opérateurs : les *opérateurs hermitiens*. f et g étant deux fonctions et A un opérateur, si le produit scalaire de la fonction f par la fonction A (g) est égal au produit scalaire de la fonction A (f) par la fonction g, on dit que A est *hermitien*. On a donc :

$$< f \mid A(g) > \; = \; < A(f) \mid g >$$

L'intérêt des opérateurs hermitiens en mécanique quantique tient à leurs propriétés particulières. On ne retiendra que les deux propriétés suivantes :

— si A est un opérateur hermitien, le produit scalaire $< f \mid A(f) >$ est réel ;

— si A est un opérateur hermitien, ses valeurs propres sont réelles et les fonctions propres correspondantes sont orthogonales.

On vérifie aisément que l'opérateur x est hermitien, mais il n'en est pas de même de l'opérateur $\frac{d}{dx}$. En effet :

$$\int_a^b f^*(x) \frac{dg}{dx}\, dx = - \int_a^b \frac{df^*}{dx} g(x)\, dx$$

si les fonctions f et g sont nulles aux bornes de l'intervalle $[a, b]$, ce qui est le cas dans les applications de la mécanique quantique. En revanche, l'opérateur $i \frac{d}{dx}$ est un opérateur hermitien.

Commutateurs

Étudions l'action successive ou produit des deux opérateurs x et $\frac{d}{dx}$ sur une fonction $f(x)$. Suivant l'ordre dans lequel agissent ces opérateurs, on obtient des résultats différents. En faisant d'abord agir x, puis $\frac{d}{dx}$, on a :

$$\frac{d}{dx}(x(f)) = f + x \frac{df}{dx}$$

En revanche, en faisant d'abord agir $\frac{d}{dx}$, puis x, on trouve simplement : $x \frac{df}{dx}$

Le produit des deux opérateurs x et $\frac{d}{dx}$ dépend donc de l'ordre dans lequel il est fait. On dit que les deux opérateurs x et $\frac{d}{dx}$ ne commutent pas, et on appelle commutateur la différence des produits. De façon générale, étant donné deux opérateurs A et B, leur commutateur est lui-même un opérateur noté [A, B], et on a :

$$[A, B] = AB - BA$$

Dans le cas des deux opérateurs x et $\frac{d}{dx}$, le calcul précédent montre que le commutateur $\left[\frac{d}{dx}, x\right]$ est l'opérateur qui laisse inchangée la fonction f. Ce résultat est vrai quel que soit f. On écrit : $\left[\frac{d}{dx}, x\right] = 1$

Les postulats de la mécanique quantique

L'espace des états

Tous les renseignements mécaniques concernant un système matériel peuvent être obtenus à partir de sa fonction d'onde. Cette fonction représente donc l'état du système. Par ailleurs, pour des raisons d'ordre probabiliste déjà vues, la fonction d'onde est nécessairement de carré sommable, ou à la rigueur bornée. L'ensemble des états possibles d'un système matériel est donc représenté par un ensemble de fonctions de carré sommable. Si, comme c'est le cas en électromagnétisme, on souhaite que la somme des deux états soit aussi un état, on est conduit à postuler que l'ensemble des états a une structure d'espace vectoriel. Cet ensemble est appelé l'*espace des états*. Il est intéressant d'y définir une base. On verra, par la suite, suivant quel critère on effectuera ce choix.

Les observables

Pour des raisons physiques liées au célèbre principe d'incertitude dont on verra un peu plus loin le sens exact, on est amené à postuler qu'à chaque grandeur physique on doit associer une *observable*, c'est-à-dire un opérateur hermitien dont l'ensemble des fonctions propres constitue une base de l'espace des états. En outre, toute mesure de la grandeur représentée par cet opérateur ne peut avoir comme résultat qu'une des valeurs propres de cet opérateur. Après la mesure, le système matériel est nécessairement dans l'état représenté par la fonction propre correspondant à la valeur propre trouvée. Mesurer une grandeur permet donc de préciser la fonction d'onde du système juste après la mesure. Par la suite, cette fonction va évoluer au cours du temps suivant l'équation de Schrödinger. On voit donc que le processus de mesure permet de fixer la fonction d'onde initiale du système ; on dit encore que le processus de mesure permet de « préparer » le système.

Il est clair que, si on mesure deux fois de suite la même grandeur physique A, on doit retrouver le même résultat, c'est-à-dire la même valeur propre de A. Si, au contraire, après avoir mesuré A, on mesure B et que B n'ait pas les mêmes fonctions propres que A, après cette dernière mesure le système sera passé d'un état propre de A à un état propre de B. Ce résultat est un aspect du principe d'incertitude. L'état final du système dépend de l'ordre dans lequel les mesures de A et de B ont été faites.

Lorsque le système matériel est de façon générale dans un état ψ, nous savons que la mesure de A ne peut avoir pour résultat qu'une valeur propre de A. Mais comment prévoir laquelle ? Pour répondre à cette question, un nouveau postulat est indispensable. L'expérience révèle que le résultat peut être n'importe quelle valeur propre. Et si l'on fait plusieurs mesures sur des systèmes identiques dans le même état ψ, la valeur moyenne de ces mesures est donnée par le produit scalaire $< \psi \mid A\psi >$.

Soit a_n et f_n les valeurs propres et les fonctions propres correspondantes de A ; on a :

$$\psi = \sum_{n=1}^{\infty} c_n f_n$$

d'où : $< \psi \mid A\psi > \; = \sum_{n=1}^{\infty} |c_n|^2 a_n$

Ainsi $|c_n|^2$ apparaît comme la probabilité de trouver la valeur propre a_n si l'on est dans l'état ψ.

Exemples d'observables

L'opérateur associé à la position d'une particule en mouvement sur une droite est représenté par x. Son action sur une fonction ψ se réduit à la multiplication par x. La recherche des valeurs propres et des fonctions propres de cet opérateur soulève quelques difficultés mathématiques. On se contentera d'indiquer que l'ensemble des valeurs propres de x est l'ensemble des nombres réels.

L'opérateur associé à l'impulsion p de la particule est $-i\hbar \frac{d}{dx}$. Cette forme est facile à comprendre. En effet, une particule d'impulsion déterminée est décrite par une onde plane $e^{-i(\omega t - kx)}$. Cette fonction est fonction propre de l'opérateur impulsion, et la valeur propre correspondante est égale à $\hbar k$. C'est un résultat que nous avons déjà rencontré.

Pour trouver l'expression d'opérateurs dépendants de x et de p, on prend l'expression classique, et on remplace x et p par les opérateurs correspondants. Ainsi, l'énergie cinétique $\frac{p^2}{2m}$ d'une particule en mouvement sur une droite est représentée par $-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}$. Cet opérateur a les mêmes fonctions propres que l'impulsion, et les valeurs propres sont égales à $\frac{\hbar^2 k^2}{2m}$.

Si la particule est en mouvement dans un potentiel V (x), son énergie a pour expression $\frac{p^2}{2m} + V(x)$, et l'opérateur correspondant qu'on désigne traditionnellement par H est donc :

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2} + V(x)$$

Cet opérateur, appelé *hamiltonien* de la particule, joue un rôle important. Ses valeurs propres E sont les différentes valeurs possibles de l'énergie de la particule, et les fonctions propres correspondantes $\varphi_E(x)$ sont les parties spatiales des états stationnaires déjà rencontrées. La solution de l'équation de Schrödinger est donc ramenée, grâce au formalisme présent, à la recherche des fonctions propres et des valeurs propres de l'hamiltonien H. On a : $H\varphi = E\varphi$

On pourrait définir bien d'autres opérateurs, par exemple le *moment cinétique*. Cette grandeur joue un rôle fondamental dans l'étude des atomes. Dans l'espace à trois dimensions, le vecteur moment cinétique est représenté par trois opérateurs L_x, L_y, L_z. Pour obtenir leur expression, ici encore, on part de l'expression classique.

La méthode qui consiste à partir de l'expression classique d'une grandeur physique pour obtenir l'observable correspondante est appelée le *principe de correspondance*. Si la grandeur n'a pas d'analogue classique, c'est son étude expérimentale qui permet d'induire l'expression de l'observable. C'est ainsi qu'on a procédé pour découvrir et étudier le spin de l'électron dont l'analogue classique n'existe pas.

Le principe d'incertitude

Par suite de leur faible masse, les systèmes microscopiques sont perturbés au cours du processus de mesure. Si, par exemple, pour mesurer la position d'un électron, on l' « éclaire » en lui envoyant des photons, ces photons communiquent à l'électron une impulsion qui peut ne pas être négligeable devant l'impulsion initiale de l'électron ; par ailleurs, cette modification de l'impulsion est aléatoire (voir effet Compton). Par contre, on peut admettre qu'en prenant suffisamment de précautions, on peut rendre négligeable la perturbation produite par le processus de mesure sur un système macroscopique : ainsi, éclairer une balle de tennis en mouvement pour la photographier ne perturbe pas sa trajectoire, bien qu'elle soit heurtée par les photons. La conséquence importante de la perturbation par la mesure d'un système microscopique a déjà été signalée : les résultats de la mesure successive de deux grandeurs A et B dépendent de l'ordre dans lequel ces mesures sont faites.

Cette propriété fondamentale des systèmes microscopiques a été érigée en principe par Heisenberg, et se traduit mathématiquement par la non-commutation des observables A et B. De façon plus précise, Heisenberg a montré que les incertitudes ΔA et ΔB avec lesquelles A et B sont mesurés, sont reliées entre elles par une relation. Pour bien en comprendre le sens, il faut préciser ce qu'on entend par *incertitude* d'une mesure.

Prenons un exemple très simple. Supposons qu'on mesure par deux techniques différentes une même longueur et qu'on trouve les résultats suivants :

par la première technique	par la seconde technique
2,52 m	2,50 m
2,55 m	2,52 m
2,53 m	2,58 m
2,56 m	2,60 m

Des premiers résultats on déduit que la valeur moyenne des résultats est :

$$1/4\ (2{,}52 + 2{,}55 + 2{,}53 + 2{,}56) = 2{,}54 \text{ m}$$

et que la précision des mesures est de l'ordre de 1 à 2 cm. Des seconds résultats on déduit une valeur moyenne de 2,55 m, et une précision de l'ordre de 5 cm. L'incertitude sur le deuxième résultat est donc plus grande que sur le premier.

Pour définir mathématiquement l'incertitude de chacun des deux processus de mesure, on convient de faire la moyenne des carrés des écarts par rapport à la moyenne et d'en prendre la racine carrée. Ainsi l'incertitude du premier processus de mesure est :

$$\Delta_1 = \left[\frac{1}{4}(2{,}52 - 2{,}54)^2 + \frac{1}{4}(2{,}55 - 2{,}54)^2 + \frac{1}{4}(2{,}53 - 2{,}54)^2 + \frac{1}{4}(2{,}56 - 2{,}54)^2\right]^{1/2}$$

ou encore :

$$\Delta_1 = \sqrt{\frac{1}{4}\left[(2{,}52)^2 + (2{,}55)^2 + (2{,}53)^2 + (2{,}56)^2\right] - (2{,}54)^2}$$

On trouve ainsi $\Delta_1 = 1{,}5$ cm. En procédant de la même façon, on trouve que l'incertitude Δ_2 du deuxième processus de mesure est 4,1 cm.

En mécanique quantique, la valeur moyenne dans l'état ψ de l'observable A étant définie par $<\psi \mid A\psi>$, l'incertitude est définie par :

$$\Delta A = \sqrt{<\psi \mid A^2\psi> - <\psi \mid A\psi>^2}$$

La première relation d'incertitude trouvée par Heisenberg est celle qui relie les incertitudes sur la position x et l'impulsion p. Il a trouvé : $\Delta x \cdot \Delta p \geqslant \frac{1}{2}\hbar$

Cette relation signifie que, plus on précise la position en diminuant son incertitude, moins l'impulsion est connue avec précision.

La démonstration des relations d'incertitude repose sur le caractère hermitien des observables et sur la valeur de leur commutateur. De façon générale, si A et B sont deux observables, on trouve :

$$\Delta A \cdot \Delta B \geqslant \frac{1}{2i} < \psi \mid [A, B]\ \psi>$$

ce qui conduit bien à la relation entre x et p si l'on note que : $[x, p] = i\hbar$

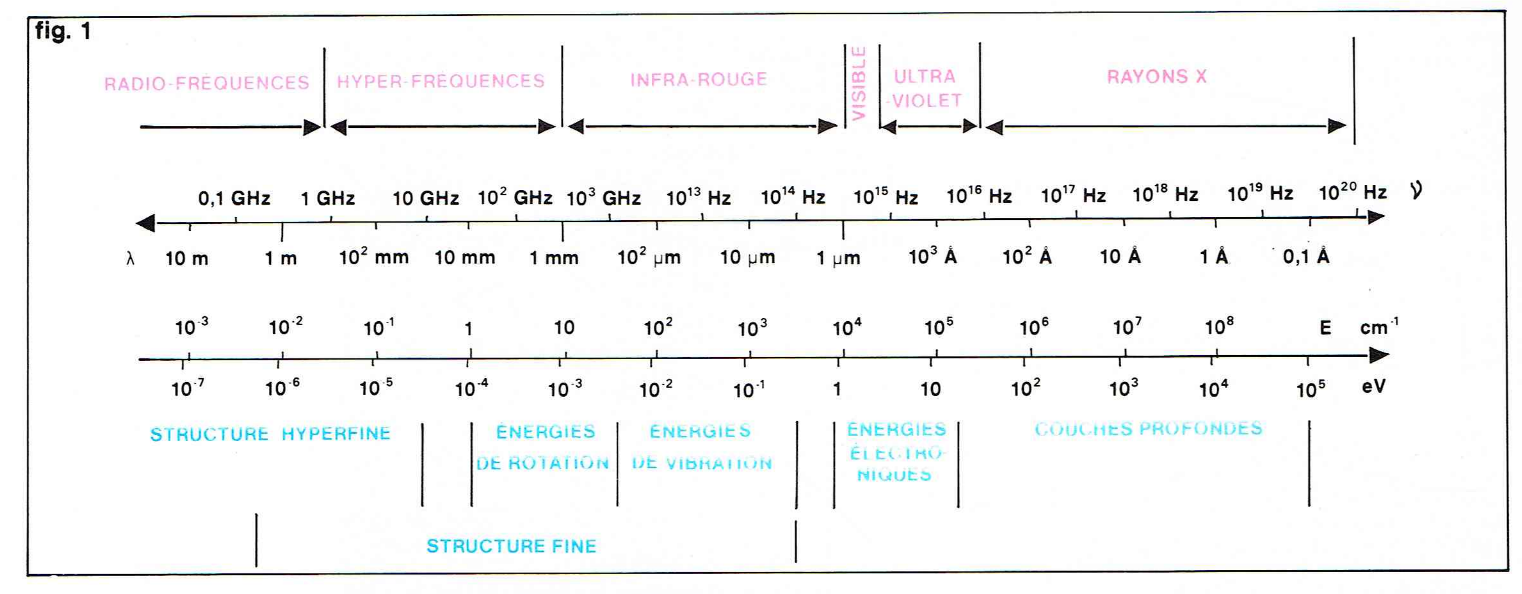
Remarquons que, si A et B commutent, on ne trouve aucune limite inférieure au produit $\Delta A \cdot \Delta B$. Chaque grandeur peut être déterminée avec une précision aussi grande qu'on le désire. Mathématiquement, si les opérateurs commutent, on peut choisir un même ensemble de fonctions propres communes, et il est bien clair qu'après une mesure de A, le système étant dans un état propre de cette observable, la mesure de B donnera un résultat parfaitement déterminé qui est la valeur propre dans laquelle la mesure de A l'a préparé.

Le principe d'incertitude a un très grand nombre de conséquences. Citons par exemple le fait qu'en mécanique quantique, une particule ne peut jamais être au repos ; en effet, dans ce cas, sa position serait déterminée, et on aurait $x = 0$, mais, son impulsion étant nulle, on aurait aussi $p = 0$, ce qui contredirait la relation

$$\Delta x \cdot \Delta p \geqslant \frac{1}{2}\hbar$$

BIBLIOGRAPHIE

COHEN-TANNOUDJI C., DIU B., LALOE F., *Mécanique quantique*, t. I et II, Herman, 1973. - FERMI E., *Notes on Quantum Mechanics*, Phœnix Books, The University of Chicago Press, Chicago and London, 1961. - HEISENBERG W., *les Principes physiques de la théorie des quanta*, Paris, Gauthier-Villars, 1972. - LANDAU L., LIFCHITZ F., *Mécanique quantique*, éditions Mir, Moscou, 1967. - MATTHEWS P. T., *Introduction à la mécanique quantique*, Dunod, Paris, 1970. - MESSIAH A., *Mécanique quantique*, t. I et II, Dunod, Paris, 1964. - PAULING J., *Introduction to Quantum Mechanics with Application to Chemistry*, New York, London, Mc Graw-Hill Book Co., 1935.



▲ *Figure 1 : échelle d'énergie de la physique atomique et moléculaire.*

PHYSIQUE ATOMIQUE

Les grandes idées de la physique microscopique

Physique atomique et physique tout court

La physique atomique est l'étude de la structure de l'atome, des interactions entre les particules qui constituent l'atome, et des interactions entre un atome et d'autres systèmes (photons, particules, atomes). Nous verrons qu'elle se distingue radicalement de l'étude des constituants de l'atome, le noyau et les électrons, qui relèvent respectivement de la physique nucléaire et de la physique des particules élémentaires.

En revanche, la physique atomique est partie prenante dans d'autres branches de la physique : physique du solide et même physique des fluides, physique des plasmas, astrophysique et géophysique. Elle joue également un rôle considérable en chimie.

Quelles sortes d'interactions déterminent la structure de l'atome ? Une seule espèce, les interactions électromagnétiques. Ce sont elles qui, en physique atomique et moléculaire, sont à la base de toutes les forces, de tous les couplages (éventuellement par l'intermédiaire d'effets purement quantiques), qui fixent les énergies (*fig.* 1) et les dimensions. Rappelons quelles sont les autres interactions.

— *Les interactions fortes*. Leur portée est de 10^{-15} m, et malgré leur intensité, elles n'interviennent que très peu à des distances de l'ordre de 1 Å $= 10^{-10}$ m. Mais surtout un *électron (qui est un lepton) n'est pas sensible aux interactions fortes*. Ces dernières, en revanche, jouent un rôle fondamental en physique nucléaire.

— *Les interactions faibles*. Elles sont à très courte portée (probablement de l'ordre de 10^{-17} m), mais les électrons y sont sensibles, à l'inverse des interactions fortes. Elles jouent un rôle le plus souvent négligeable en physique atomique, et n'ont jamais été mises en évidence dans ce domaine jusqu'en 1976. Mais il n'est pas exclu que des expériences déjà commencées n'aboutissent, dans les années 1977-1980, à mesurer l'écart qu'elles entraînent par rapport aux prévisions de la physique atomique fondées sur les interactions électromagnétiques seules.

— *Les interactions gravitationnelles*. Elles sont négligeables dans l'atome ; le rapport de l'attraction gravitationnelle sur l'attraction électrostatique entre un proton et un électron est de l'ordre de $5 \cdot 10^{-40}$! Par contre, l'influence de la gravitation terrestre a été mesurée, dans le domaine de la physique microscopique, lors d'expériences d'interférences de neutrons.

Physique atomique et physique de l'atome

La plus grande partie de cet exposé sera consacrée à la physique des atomes (ou des ions atomiques). Pourtant, ils ne constituent pas l'espèce la plus répandue sur notre Terre, sur laquelle il existe une bien plus grande variété de molécules, simples ou complexes, et de cristaux. C'est que beaucoup d'atomes ne gardent pas leur individualité, mais tendent à former des molécules. Ils ne survivent en tant qu'atomes que dans un milieu très dilué, comme il en existe dans notre Univers (encore que les molécules y soient nombreuses) ou comme nous savons en produire en laboratoire. La fin de cet exposé est d'ailleurs intitulée *Collisions-Molécules*.

L'intérêt de l'étude de l'atome isolé provient, bien sûr, de la relative simplicité du problème. Ce sont les expériences sur l'atome d'hydrogène qui ont permis de dégager certains des concepts de la physique microscopique exposés dans les pages qui vont suivre. Un autre intérêt réside dans le fait que les propriétés de la molécule ou du solide peuvent être « extrapolées » à partir des propriétés de l'atome. Nous en verrons quelques exemples.

Inégalités de Heisenberg

Énoncé

L'exposé de mécanique quantique a donné une formulation rigoureuse du principe d'incertitude, qui sera pour nous le principe fondamental de la physique microscopique, mais qui est susceptible d'être démontré à partir d'autres postulats. Soit ΔP et ΔQ les écarts quadratiques moyens des valeurs de deux observables P et Q dont le commutateur [P, Q] vaut $i\hbar$. On a l'inégalité de Heisenberg :

$$\Delta P \cdot \Delta Q \geqslant \hbar/2$$

Soit x, y, z, p_x, p_y, p_z les coordonnées et les composantes de l'impulsion d'une particule. Nous utiliserons la notion vague d' « écart par rapport à la moyenne » Δx ou Δp_x par exemple, et nous réduirons les inégalités de Heisenberg à un ordre de grandeur :

$$\Delta x \Delta p_x \gtrsim \hbar \quad \Delta y \Delta p_y \gtrsim \hbar \quad \Delta z \Delta p_z \gtrsim \hbar$$

Ces inégalités signifient que, quel que soit l'état de la particule, x et p_x (par exemple) ne peuvent jamais être parfaitement définis simultanément, et que le produit $\Delta x\, \Delta p_x$ des « extensions » des deux grandeurs a une limite inférieure. La dénomination de principe d'incertitude risque de laisser croire que les paramètres de la particule sont exactement définis, et qu'une fatalité inhérente à la physique nous empêche de les mesurer simultanément avec une précision infinie. En réalité, *c'est la particule elle-même qui occupe, jusqu'au moment de la mesure, les intervalles Δx et Δp_x des variables x et p_x.*

Une première conséquence : $a_0 = 0{,}53$ Å

Considérons un proton localisé à l'origine des coordonnées dans un très petit volume de dimension ρ. Sa vitesse V est très mal définie, puisque, au mieux, on a $\Delta V_x \simeq \hbar/M\rho$, où M est la masse du proton.

Ajoutons un électron pour constituer un atome d'hydrogène. L'électron peut-il être localisé dans le même volume que le proton, avec la même extension en vitesse ?





◀ *A gauche, le physicien allemand* **Werner Heisenberg :** *ses travaux lui ont valu le prix Nobel de physique en 1932.*
A droite, le physicien allemand **Max Planck,** *prix Nobel de physique en 1918.*

Non, puisqu'on aurait alors $\Delta x \Delta p_x \simeq m\hbar/M \ll \hbar$ (la masse m de l'électron est près de 2 000 fois inférieure à celle du proton). Il nous faut supposer qu'en général l'électron aura une vitesse de l'ordre de $v \gg \Delta V$ (correspondant à un mouvement déterminé, ou complètement aléatoire en direction), ce qui nous permet de considérer le proton comme immobile en première approximation.

Supposons l'électron confiné dans une sphère de rayon $r \gg \rho$. On a $\Delta x \simeq r$, $\Delta p_x \simeq mv$ et $rmv \simeq \hbar$: nous obtenons un premier résultat, *le moment cinétique est de l'ordre de grandeur de h au moins.* L'énergie totale de l'électron est la somme de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle :

$$E = \frac{1}{2} mv^2 - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r} \simeq \frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r^2} - \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{e^2}{r}$$

Il est facile de calculer la valeur de r pour laquelle cette énergie est minimale et on trouve $r \simeq \hbar^2 \varepsilon_0 / m\pi e^2$. C'est le rayon Bohr (ou unité atomique de longueur) qui vaut $a_0 = 0{,}53$ Å. L'énergie potentielle correspondante est l'unité atomique d'énergie (ou Hartree). L'énergie totale est négative (on obtient un état lié stable), et l'on a :

$$-E = \frac{me^4}{8\varepsilon^2\hbar^2} = \frac{1}{2} \text{ u. a. d'énergie} = 13{,}6 \text{ eV}$$

(u. a. = unité atomique)

En conclusion, le principe d'incertitude combiné à la loi de Coulomb nous montre que l'atome d'hydrogène existe et que ses grandeurs caractéristiques sont

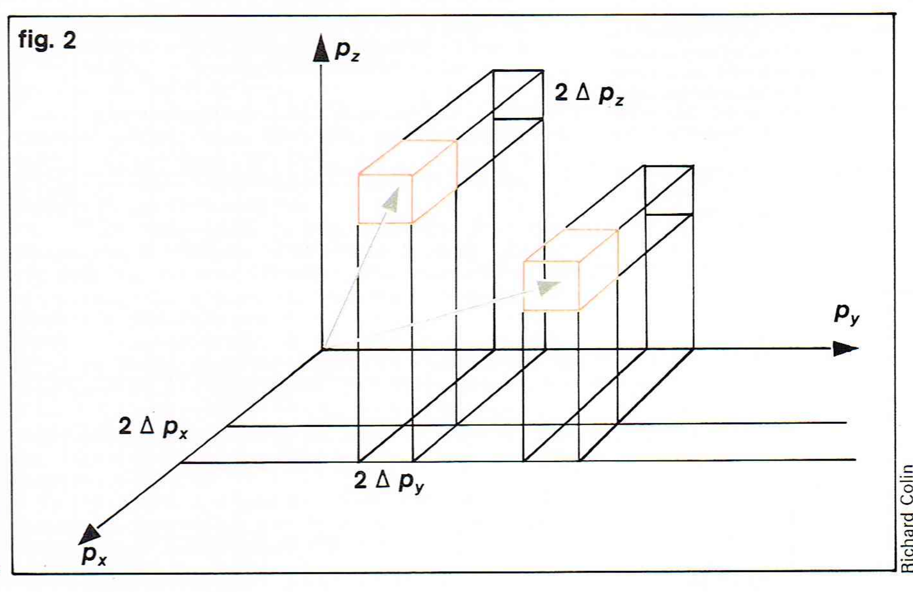
$$a_0 = 0{,}53 \text{ Å} \quad \text{et} \quad E = -13{,}6 \text{ eV}$$

Une deuxième conséquence

Considérons l'espace des phases d'une particule libre défini par les variables x, y, z, p_x, p_y, p_z. En principe, un état de la particule est défini par un point de cet espace; mais à cause des inégalités de Heisenberg, ce point est indéterminé à l'intérieur d'un parallélépipède de côtés $2\,\Delta x$, $2\,\Delta y$, $2\,\Delta z$, $2\,\Delta p_x$, $2\,\Delta p_y$, et $2\,\Delta p_z$. Toujours sans soucis de rigueur, écrivons $4\,\Delta x\,\Delta p_x \simeq h$. Le volume du parallélépipède caractéristique d'un état de la particule est de l'ordre de h^3 : c'est ce volume élémentaire des phases que l'on utilise parfois en mécanique statistique (*fig.* 2).



◀▼ *A gauche, le physicien danois* **Niels Bohr,** *à qui l'on doit notamment la théorie justement célèbre de l'atome de Bohr, représentation dont découlent un grand nombre de découvertes.*
Ci-dessous, figure 2 : l'espace des phases est le produit de l'espace géométrique et de l'espace des impulsions. On a symbolisé ici l'espace des impulsions correspondant aux trois variables p_x, p_y, p_z. On a représenté deux états possibles d'une particule, du point de vue de l'impulsion; ces deux états diffèrent par les valeurs de p_y et de p_z.



Deux états distincts de la particule correspondent non pas à deux points de l'espace des phases, mais à deux parallélépipèdes élémentaires différents. Si la particule occupe un volume fini de l'espace des phases, les états possibles forment un spectre discret et sont en nombre fini.

Pour un système macroscopique, du fait de la valeur très faible de la constante de Planck h, tout se passe comme si l'on avait un continuum d'états en nombre infini comme le prévoit la théorie classique. Prenons par exemple un gaz à température ambiante dans un volume de 1 cm³ ; prenons $\bar{v} \simeq 5 \cdot 10^2$ m/s, $m \simeq 10^{-25}$ kg (masse d'une molécule du gaz), $\bar{p} \simeq 5 \cdot 10^{-23}$ kgm/s. Le volume de l'espace des phases est le produit du volume géométrique 10^{-6} m³ par le volume de l'espace des impulsions (de l'ordre de 8 $\bar{p}^3$), soit 10^{-72} kg³m⁶s⁻³. Le nombre d'états possibles, sachant que h vaut $6{,}6 \cdot 10^{-34}$ kgm²s⁻¹, est de l'ordre de $5 \cdot 10^{27}$: il n'est plus possible de distinguer des états individuels.

Une remarque s'impose : si tous les états sont occupés par une molécule, on aboutit à une densité de 500 kg/cm³, très supérieure à la densité d'un corps solide sur notre Terre. On voit qu'il est possible de beaucoup diminuer la température (donc $\bar{v}$) tout en conservant une probabilité d'occupation $\leqslant 1$, c'est-à-dire en conservant la discernabilité des molécules : il n'y a pratiquement jamais deux molécules dans le même état (même si les molécules sont des bosons). Une exception importante : l'hélium, pour des raisons, entre autres, liées à sa masse très faible.

Dans certains corps célestes (« naines blanches », étoiles à neutron), les densités atteignent ou dépassent les 500 kg/cm³. Dans ce cas, l'espace des phases se dilate par élévation de la température interne.

Nous verrons plus loin que, pour un système microscopique, le nombre fini d'états possibles a des conséquences importantes.

Dualité onde-corpuscule

Une image physique des inégalités de Heisenberg

La mécanique ondulatoire et les inégalités de Heisenberg sont nées de la constatation, théorique ou expérimentale, du caractère parfois corpusculaire des ondes électromagnétiques et du caractère parfois ondulatoire des particules matérielles.

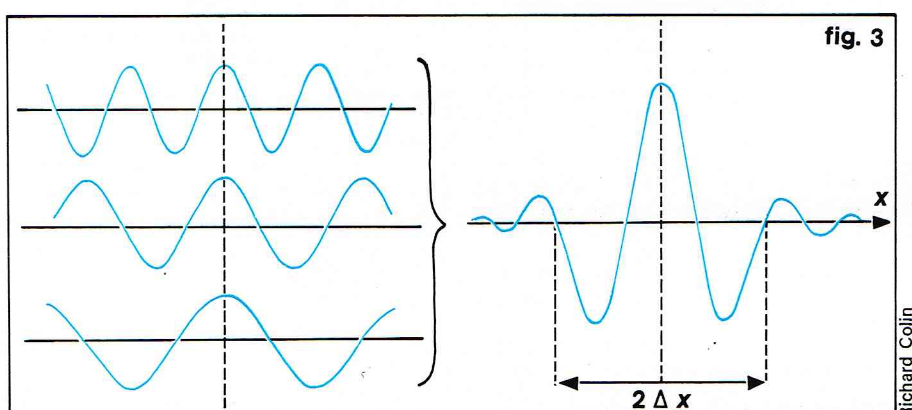
Nous allons nous limiter à la particule libre non relativiste. A cette particule est associé un « paquet d'ondes ». Ce paquet d'ondes, qui est explicité dans divers cas en *Mécanique quantique*, est une superposition linéaire d'ondes progressives groupées autour d'une fréquence ν et d'une longueur d'onde λ (*fig.* 3). L'extension dans l'espace géométrique de ce paquet d'ondes représente la délocalisation de la particule.

L'équation de Schrödinger nous enseigne que l'énergie est reliée à la fréquence par $E = h\nu$. Mais cette relation est d'un intérêt limité, car en général, en mécanique non relativiste, E n'est défini qu'à une constante près. Plus intéressantes sont les relations :

$$\vec{p} = \hbar\vec{K} \quad \text{avec} \quad K = \frac{2\pi}{\lambda} \quad \text{et} \quad \lambda = \frac{h}{p}$$

$$\frac{d\omega}{dK} = \frac{d\nu}{d(1/\lambda)} = \frac{dE}{dp} = \frac{d}{dp}(p^2/2m) = p/m = v$$

▼ *Figure 3 : paquet d'ondes se propageant suivant l'axe Ox et d'extension $\pm \Delta x$ autour de son maximum. On peut se représenter sa construction par la somme de trois morceaux de sinusoïde, à gauche. L'étalement des fréquences est considérable : il en résulte un paquet d'ondes très localisé, puisque ici, $2\Delta x$ n'est pas très supérieur à λ.*



Si les valeurs de la longueur d'onde sont groupées autour d'une valeur λ, on voit qu'on peut parler d'une vitesse v de la particule, qui est égale à la vitesse de groupe $d\omega/dK$ du paquet d'ondes (c'est la vitesse du maximum).

Soit $2\,\Delta x$ l'extension suivant l'axe x du paquet d'ondes. Pour mesurer la valeur moyenne de K_x, on compte le nombre N d'oscillations de la fonction d'onde le long du segment $2\,\Delta x$; rappelons que l'onde associée est la superposition d'ondes de la forme

$$\exp i\,(\omega t - K_x x - K_y y - K_z z).$$

On trouve : $\quad 2\,K_x \Delta x = N\,2\pi \quad$ ou $\quad K_x = N\pi/\Delta x$
avec une précision $\Delta N \simeq 1$

$$\Delta K_x \simeq \frac{\pi}{\Delta x} \quad \text{ou} \quad \Delta p_x \cdot \Delta x \simeq \frac{h}{2}$$

Nous retrouvons la limite inférieure des inégalités de Heisenberg. *C'est l'extension spatiale finie de l'onde qui entraîne une indétermination sur $\vec{K}$ et λ, donc une indétermination sur $\vec{p}$.* Ce fait est lié aux propriétés de la transformée de Fourier (voir *Mécanique quantique*).

Une quatrième relation d'incertitude

La seule particule pour laquelle l'impulsion $\vec{p}$ (et donc l'énergie) est parfaitement définie est celle qui a une extension spatiale infinie et qui est décrite par $\exp i\,(\omega t - \vec{K}\vec{r})$. On voit que la définition en énergie d'une particule est liée à son extension dans l'espace, ou en d'autres termes au temps d'observation pendant lequel un observateur fixe peut effectuer la mesure.

Si la particule a une extension spatiale finie $2\,\Delta x$, le temps de mesure pour un observateur fixe est au plus $t \simeq 2\,\Delta x/v$. De son côté, l'énergie n'est définie qu'à $\Delta E \simeq mv\Delta v$ près. On voit que l'on a :

$$\Delta E \cdot \Delta t \simeq mv \cdot 2\,\Delta x = \Delta p \cdot 2\,\Delta x \quad \text{ou} \quad \Delta e \cdot \Delta t \simeq h$$

Cette relation, qui s'écrit aussi en unités de fréquence $\Delta\nu \cdot \Delta t \simeq 1$, est très générale. Insistons encore sur le fait qu'il ne s'agit pas d'une incertitude sur la mesure d'une grandeur très bien définie. C'est l'énergie elle-même qui possède toutes les valeurs réparties sur la plage ΔE. Une telle « délocalisation » de l'énergie et de l'impulsion entraîne d'ailleurs une évolution dans le temps du paquet d'ondes de la particule, comme on l'a vu précédemment en *Mécanique quantique*.

Considérons maintenant un état lié. Si c'est un état stable, on peut considérer que Δt est infiniment grand. Donc $\Delta E = 0$, l'énergie d'un état lié stable est parfaitement définie. Si c'est un état instable, on peut définir une durée de vie τ, temps moyen au bout duquel le système a évolué vers un autre état plus stable. L'énergie d'un état lié instable n'est définie qu'à $\Delta E \simeq h/\tau$ près.

Par exemple, la grande majorité des états d'énergie d'un atome est stable. Les durées de vie sont comprises généralement entre 10^{-7} et 10^{-9} s. La « délocalisation » en énergie va de quelques MHz à quelque 100 MHz. Il existe des méthodes qui permettent la mesure de cette « largeur », mesure qui est d'un grand intérêt pour les physiciens.

Diffraction - Interférences

La conséquence la plus importante de la dualité onde-corpuscule réside dans le fait que de nombreux phénomènes physiques peuvent s'interpréter en termes de diffraction ou d'interférences. La longueur d'onde associée à la particule est la longueur d'onde de De Broglie :

$$\lambda = h/p = h/mv$$

On obtiendra des phénomènes de diffraction ou d'interférences lorsque l'expérience fera intervenir une différence de marche caractéristique de l'ordre de λ.

Une telle différence de marche peut être déterminée par l'expérimentateur ou être imposée par la nature. Dans ce dernier cas, elle sera en général de l'ordre de 1 Å en physique atomique ou moléculaire et en physique du solide, et de l'ordre de 1 fermi (10^{-5} Å) en physique nucléaire. Nous allons rappeler quelques ordres de grandeur.

— Électron d'énergie 150 eV : $\lambda = 1$ Å. La diffraction d'électrons est un puissant moyen d'étude des solides

et en particulier des surfaces. On a aussi réalisé des interférences d'électron.

— Électron d'énergie 1 GeV : $\lambda = 1$ fermi. Les électrons, qui ne sont sensibles qu'aux interactions électromagnétiques, sont diffractés par les noyaux et donnent de précieux renseignements sur la répartition des charges dans les nucléons.

— Neutron d'énergie 0,1 eV : $\lambda = 1$ Å. La diffraction des neutrons thermiques (neutrons ralentis dont l'énergie est voisine de l'énergie thermique à température ambiante, soit 0,025 eV) est le moyen le plus utilisé pour étudier la matière. Les neutrons sont en effet très pénétrants, et de plus ils sont sensibles aux propriétés magnétiques de la matière du fait de leur moment magnétique.

Bien entendu, la dualité onde-corpuscule ne concerne pas que les particules élémentaires. On a pu observer la diffraction d'atomes par le réseau constitué d'un plan de clivage cristallin.

Discussion d'une expérience d'interférence

Prenons un exemple récent (1975). La *figure* 4 décrit un interféromètre à neutrons, utilisant plusieurs réflexions de Bragg sur un monocristal de silicium dépourvu de dislocation. Ces réflexions correspondent à des interférences constructives, pour lesquelles la différence de marche est imposée par le cristal (c'est la quantité $2\,d \sin \theta$). L'expérimentateur introduit en plus une différence de marche « macroscopique » entre les deux faisceaux. Dans le cas considéré, c'est la pesanteur qui déphase le faisceau le plus haut par rapport au faisceau le plus bas.

Soit λ_0 la longueur d'onde de De Broglie associée à une particule d'énergie E, soumise à un potentiel V_0, et λ la longueur d'onde de la même particule d'énergie E, mais soumise à V. La mécanique quantique permet de démontrer sans difficulté :

$$K_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0} = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2\,m\,(E - V_0)}$$

$$\text{et } K = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{1}{\hbar}\sqrt{2\,m\,(E - V)}$$

Puisque les parties AC et BD sont équivalentes et que l'on connaît l'effet de la pesanteur sur la vitesse (donc sur λ) en AB et CD, on retrouve facilement le déphasage entre les deux faisceaux :

$$\delta = (K - K_0)\frac{a}{\cos\theta} = \frac{a}{\cos\theta}\frac{1}{\hbar}\left[\sqrt{2\,m\,(E - mgz)} - \sqrt{2\,m\,(E - mgz_0)}\right]$$

L'énergie potentielle $mg\,(z - z_0)$ étant petite devant l'énergie cinétique, on va poser $E - mgz_0 = mv_0^2/2$:

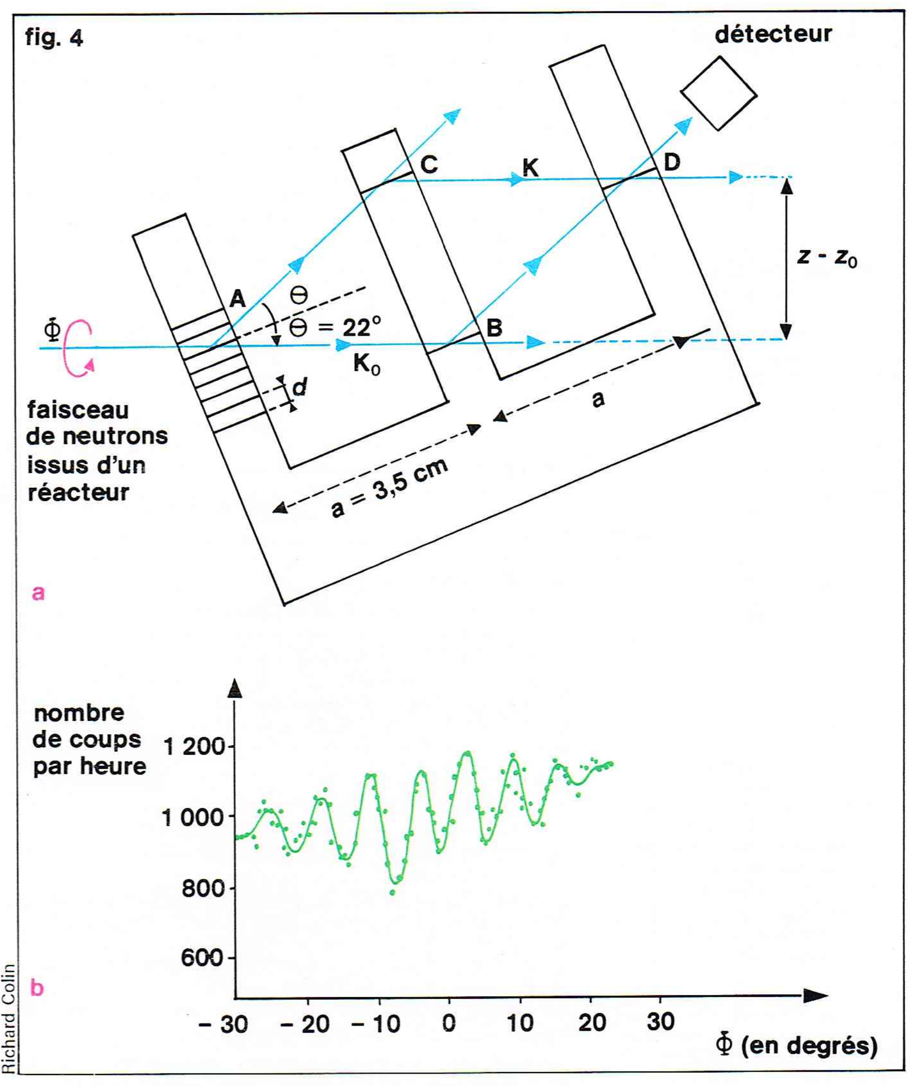
$$\left.\begin{aligned}\sqrt{2\,m\,(E - mgz_0)} &= \sqrt{m^2 v_0^2} = mv_0\\ \sqrt{2\,m\,(E - mgz)} &\simeq mv_0\left[1 - \frac{g\,(z - z_0)}{v_0^2}\right]\end{aligned}\right\}\ \text{donc : } \delta = -\frac{a}{\cos\theta}K_0\frac{g\,(z - z_0)}{v_0^2}$$

En faisant tourner le plan des deux faisceaux autour du faisceau incident fixe, d'un angle de $\pm 30°$ par rapport au plan horizontal, δ varie de $\pm 8\pi$ du fait de la variation de $z - z_0$ et on observe 4 franges d'interférence de chaque côté du zéro.

Remarquons le taux de comptage : un neutron toutes les 4 secondes en moyenne ! Sachant que $v_0 \simeq 3$ km/s, on voit que les neutrons sont distants les uns des autres en moyenne de 10 km, et qu'à chaque instant il y a au plus un neutron à l'intérieur de l'interféromètre. La particule manifeste alors de manière éclatante son caractère ondulatoire, *puisqu'elle passe à la fois par le faisceau AB et le faisceau AC*, pour donner lieu à un phénomène d'interférence au point D. Toute tentative pour localiser la particule sur l'un des faisceaux ferait d'ailleurs disparaître les interférences. En résumé, avant la détection, c'est l'aspect ondulatoire qui se manifeste ; au moment de la détection, c'est l'aspect corpusculaire.

Peut-on voir la diffraction d'une bille de verre ?

Il existe une onde associée à tout objet, même macroscopique. On peut se demander s'il est possible de la mettre en évidence. Pour essayer de répondre, nous allons considérer un objet macroscopique, mais le plus léger possible.



▲ ***Figure 4 :*** *a) schéma d'un interféromètre à neutrons utilisant un monocristal de silicium. Les faisceaux qui interfèrent sur le détecteur sont ABD et ACD. Tout l'ensemble peut tourner autour du faisceau incident.* *b) Mise en évidence des interférences par la variation du taux de comptage avec Φ. Le déphasage entre les deux faisceaux est lié à la différence de hauteur $z - z_0$. Chaque point représente à peu près une heure de comptage.*

Soit une bille de verre de diamètre $d = 1\,\mu$ (on sait fabriquer de telles billes, et on peut les observer au microscope). Avec une densité de 2 g/cm³, sa masse est de 10^{-12} g. Imaginons qu'elle soit très bien protégée des perturbations extérieures, en état d'apesanteur, et que sa vitesse ne soit que de 0,01 μ/s (ce qui correspond à une énergie de $0{,}3 \cdot 10^{-12}$ eV, soit 10^{-11} fois l'énergie d'agitation thermique à température ambiante). La longueur d'onde de De Broglie vaut alors $\lambda = 0{,}7$ Å.

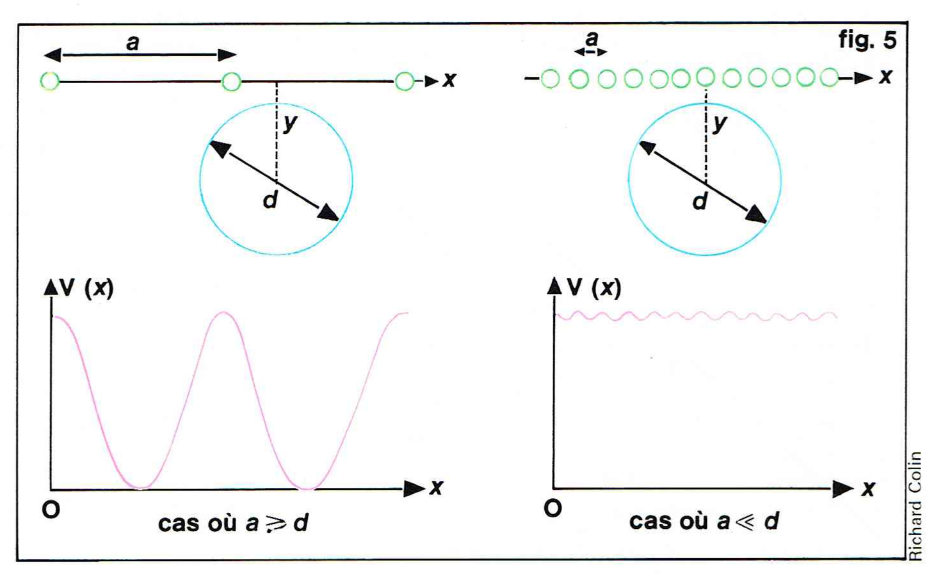
Nous allons essayer d'observer la diffraction de cette bille par un réseau d'atomes situés à une distance a les uns des autres (*fig.* 5). Lorsque la bille est à une distance y du réseau, le potentiel d'interaction bille-réseau est une fonction V (x) de x.

— Il y aura phénomène de diffraction si V (x) est une fonction présentant un taux de modulation non négligeable. Il faut donc que l'on ait $a \gtrsim d$. Dans le cas $a \ll d$, le réseau d'atomes se comporte comme une barrière de potentiel continue.

— Si les dimensions du paquet d'ondes sont supérieures à a, la bille sera diffractée par le réseau. Dans le cas contraire, elle sera diffractée par un seul atome, mais la distance caractéristique du potentiel d'interaction est d (et non la taille de l'atome).

On voit que, dans tous les cas, il y a diffraction d'une onde de courte longueur d'onde par un obstacle de grandes dimensions, le rapport λ/a ou λ/d étant inférieur à 10^{-4}. La trajectoire de la bille est celle prévue par la mécanique classique (ou, pour parler un autre langage, par l'optique géométrique), avec des écarts angulaires inférieurs à 10^{-4} rd.

En conclusion, il y a peu d'espoir de mettre en évidence le caractère ondulatoire d'un objet macroscopique, même dans un cas extrêmement favorable, et somme toute plutôt irréaliste.



▲ *Figure 5 : potentiel d'interaction* V(*x*) *bille-réseau pour* $a \gg d$ *et* $a \ll d$.

▶ *Page ci-contre, en bas, figure 10 : à gauche, coupe de l'aimant de Stern et Gerlach, avec les lignes de champ magnétique. C'est div* $\vec{B} = 0$ *qui entraîne la décroissance de* B *vers le haut ; le gradient atteint jusqu'à* 3 000 G/mm. *A droite, intensité enregistrée par le détecteur en fonction de z. On a figuré en pointillé la courbe correspondant à une répartition continue et équiprobable de toutes les valeurs* M_z.

▼ *A gauche, figure 7 : délocalisation du « vecteur » moment cinétique. A droite, figure 6 : quantification de la longueur d'onde (orbite de Bohr : n = 3).*

Quantification

Retour sur l'atome d'hydrogène

Nous avons vu que, dans le cas extrême autorisé par les inégalités de Heisenberg, l'atome d'hydrogène a des dimensions de l'ordre de $a_0 = 0{,}53$ Å, l'énergie cinétique de l'électron étant de l'ordre de $-$ E = 13,6 eV. Posons maintenant $\Delta x \cdot \Delta p_x \simeq n\hbar$ avec n entier (le cas limite précédent correspondant à $n = 1$). On trouve :

$$r \simeq n^2 a_0, \quad -\mathrm{E} \simeq \frac{1}{n^2}\mathrm{R_H} \quad \text{avec} \quad \mathrm{R_H} = \frac{me^4}{8\,\varepsilon_0^2 h^2} = 13{,}6 \text{ eV}$$

L'énergie totale E est toujours négative, on obtient encore un état lié.

Calculons le volume de l'espace des phases pour un électron lié à un proton et confiné entre les sphères de rayon $n^2 a_0$ et $(n+1)^2\, a_0$. Le volume géométrique est de l'ordre de $4\,\pi n^4 a_0^2 x\, 2\, n a_0 = 8\,\pi n^5 a_0^3$, et le volume de l'espace des impulsions est de l'ordre de $8\,\overline{p}^3 = (8\, m\mathrm{R_H})^{3/2}/n^3$. Le volume de l'espace des phases est le produit des deux :

$$8\,\pi n^5 \left(\frac{h^2\varepsilon_0}{m\pi e^2}\right)^3 \left(\frac{m^2 e^4}{\varepsilon_0^2 h^2}\right)^{3/2} \frac{1}{n^3} = \frac{8}{\pi^2} n^2 h^3 \simeq n^2 h^3$$

Pour un électron simplement confiné à l'intérieur d'une sphère de rayon $n^2 a_0$, le volume de l'espace des phases est $\Sigma_1^n\, p^2 h^3 = n\,(n+1)\,(2n+1)\,h^3/6 \simeq n^3 h^3/3$ pour n assez grand.

Conclusion : le nombre d'états possibles pour un électron formant un état lié avec un proton (ce qui impose une limite supérieure à la vitesse) et confiné dans une sphère de rayon $n^2 a_0$ est de l'ordre de $n^3/3$.

Conditions de quantification

Il est naturel de définir un état de l'électron par son énergie (et par d'autres paramètres éventuellement). Un électron confiné dans une région de l'espace a une énergie qui ne peut prendre qu'un certain nombre de valeurs (une seule quand on réalise le confinement maximal autorisé par le principe d'incertitude). *C'est une caractéristique générale des états liés : leur énergie est quantifiée.*

Prenons au contraire un état non lié, par exemple un proton et un électron d'énergie totale positive. L'électron peut s'éloigner à l'infini, et les états d'énergie du système forment un continuum entre 0 et $+\infty$.

Comment calculer les énergies possibles de l'atome d'hydrogène ? La meilleure solution est, bien entendu, de nous servir de la mécanique quantique et de résoudre l'équation de Schrödinger qui, dans ce cas, est exactement soluble. Mais nous pouvons aussi simplement faire appel à la dualité onde-corpuscule (et à la providence du physicien). Nous allons imaginer que, dans un certain état particulier, l'électron tourne sur un cercle de rayon r (c'est le « modèle de Bohr ») et est représenté par une onde $\psi\,(r, \varphi)$ de longueur d'onde λ, comme sur la *figure* 6. Cette onde est périodique, de période $2\,\pi r/n$ (n entier quelconque), puisque l'électron est revenu au même point lorsque φ a augmenté de $2\,\pi$. Il en résulte :

$$2\,\pi\frac{r}{n} = \lambda = \frac{h}{mv} \text{ donc } mrv = n\hbar$$

Donc le moment cinétique de l'électron est quantifié. Écrivons de plus l'accélération normale de l'électron :

$$\frac{v^2}{r} = \frac{1}{m}\frac{1}{4\,\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r^2} \qquad \frac{1}{m}\frac{e^2}{4\,\pi\varepsilon_0}r = v^2 r^2 = n^2\frac{\hbar^2}{m^2}$$

Nous trouvons une valeur pour r, et de là une valeur pour l'énergie potentielle, l'énergie cinétique et l'énergie totale E :

$$r = n^2\frac{\varepsilon_0 h^2}{\pi m e^2} \qquad \mathrm{E} = -\frac{1}{n^2}\frac{me^4}{8\,\varepsilon_0^2 h^2}$$

Pour $n = 1$, nous retrouvons les valeurs relatives au niveau fondamental déjà déduites des inégalités de Heisenberg elles-mêmes. Ces valeurs sont exactement celles que donne la théorie quantique non relativiste de l'atome d'hydrogène (avec un électron sans spin et un noyau de masse infinie).

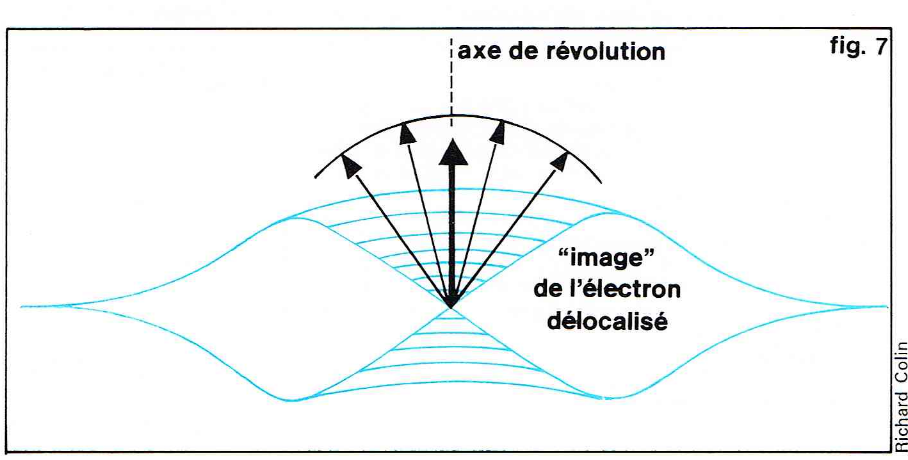
Quantification du moment cinétique

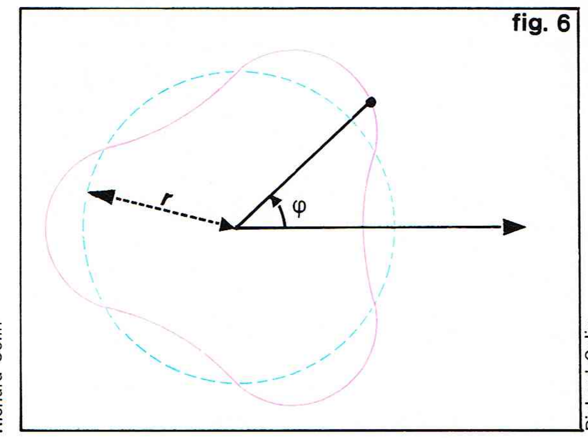
Nous venons d'envisager certains états de l'atome d'hydrogène, à structure circulaire définie par un seul nombre quantique, n. Puisque les rayons croissent comme n^2, il y a n états de ce genre à l'intérieur d'une sphère de rayon $n^2 a_0$: nous sommes loin de remplir les $n^3/3$ cellules de l'espace des phases (pour $n \gg 1$).

Nous savons aussi que le principe d'incertitude impose une délocalisation à l'électron, par rapport au cercle de la trajectoire classique. Il en résulte (*fig.* 7) que le vecteur moment cinétique est délocalisé par rapport à la normale au plan de l'orbite classique, et que sa valeur effective est inférieure à la valeur moyenne du moment cinétique calculé classiquement.

En fonction des deux remarques précédentes, nous ferons deux hypothèses :

a) Nous conserverons $\mathrm{E} = -\frac{1}{n^2}\frac{me^4}{8\,\varepsilon_0^2 h^2}$. La valeur $r = n^2\frac{\varepsilon_0 \cdot h^2}{\pi m e^2}$ n'est plus qu'un rayon moyen caractéristique





de l'état n. La valeur maximale du moment cinétique n'est plus que $(n-1)\hbar$.

b) Il y a n états de même énergie définie par n. Ils se distinguent par la valeur du moment cinétique, qui va de 0 à $(n-1)\hbar$ par valeurs entières. L'état de moment cinétique nul a la symétrie sphérique : l'électron a toujours une vitesse, mais les composantes de cette vitesse sont des grandeurs aléatoires. L'état de moment cinétique $(n-1)\hbar$ est celui pour lequel le mouvement de l'électron est le plus proche d'un mouvement circulaire.

On dit que le niveau d'énergie p, qui recouvre p états différents de moment cinétique $l\hbar$ (l varie de 0 à $n-1$), *est p fois dégénéré*. Le nombre total d'états dans une sphère de rayon n^2a_0 est $p = n(n-1)/2 \simeq n^2/2$ pour $n \gg 1$. Nous sommes encore loin du compte.

Le spectre de l'hydrogène

La meilleure vérification expérimentale des intuitions ci-dessus réside dans l'observation du spectre d'émission de l'atome d'hydrogène (*fig.* 8). A moyenne résolution, on observe des raies groupées « en séries », caractérisées par le niveau inférieur de la transition. Par exemple, la série Balmer, située dans le visible, contient les raies qui retombent sur $n = 2$, la fréquence la plus faible se situant dans le rouge (H_α, $\lambda = 6\,563$ Å), et la fréquence limite dans l'ultraviolet proche. Les longueurs d'onde de toutes les raies sont bien représentées par la formule de Balmer :

$$\frac{1}{\lambda} = R'_H\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{q^2}\right)$$

avec $R'_H = 109\,678$ cm^{-1} et n, q entiers.

Cette formule est en accord avec la « théorie » précédente puisque $E(q) - E(n) = h\nu = hc/\lambda$. Il suffit de prendre $R_H = hc\,R'_H$, et l'accord avec la valeur théorique de R_H est de l'ordre de 10^{-5}, à condition de prendre pour m la masse réduite du couple électron-proton, soit :

$$m = \frac{m_e M_p}{m_e + M_p} \simeq m_e\left(1 - \frac{m_e}{M_p}\right)$$

A plus haute résolution, chaque niveau d'énergie $E(n)$ révèle une structure qui correspond aux n valeurs possibles du moment cinétique. On dit que la dégénérescence est levée (*fig.* 8). Ceci est dû à un effet relativiste : les différents états qui ont l'énergie $E(n)$ correspondent à des répartitions différentes pour les électrons, plus ou moins « étalées » dans l'espace géométrique et dans l'espace des impulsions, et donc à des effets relativistes différents (corrections en v^2/c^2). Ces effets se répercutent sur la masse m, donc sur l'énergie E.

On trouve bien que chaque niveau $E(n)$ se divise en n états différents, observables grâce aux raies optiques correspondantes. Précisons néanmoins que ceci n'est qu'une seconde approximation, qui n'est justifiée que grâce à une coïncidence propre à l'atome d'hydrogène.

L'expérience de Stern et Gerlach

Nous nous sommes fait une idée de l'espace associé à un atome d'hydrogène d'énergie $E(n)$, et nous avons le sentiment qu'il nous manque des nombres quantiques pour décrire tous les états possibles. L'expérience de Stern et Gerlach va nous fournir le dernier élément.

Nous allons admettre les deux points suivants (le premier est d'ailleurs assez intuitif, puisque le mouvement d'une charge équivaut à un courant).

— A un moment cinétique $\vec{j}$ est associé en général un moment magnétique $\vec{M}$, colinéaire avec $\vec{j}$.

— Dans un champ magnétique $\vec{B}$, le moment magnétique $\vec{M}$ ne s'aligne pas sur $\vec{B}$ (à cause de l'existence de $\vec{j}$) mais précesse autour. La composante de $\vec{M}$ sur $\vec{B}$ est une constante du mouvement.

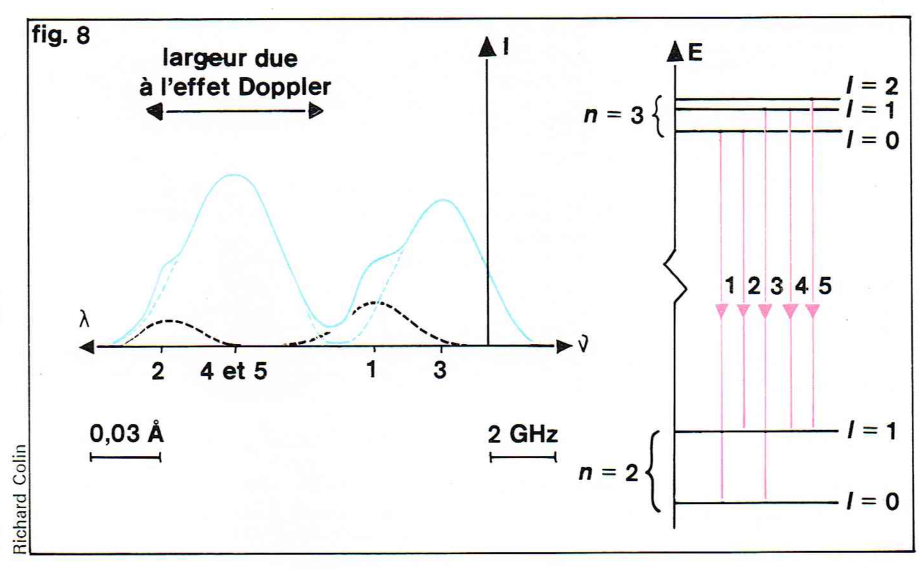
La *figure* 9 décrit l'expérience destinée à mesurer M_z. Un jet d'atomes de chrome, possédant un moment cinétique $\vec{j}$ dans l'état fondamental, traverse un champ magnétique $\vec{B}$. Ce dernier a pour direction moyenne Oz et possède un fort gradient (ici B_z est croissant vers le bas). Les atomes qui se déplacent suivant Oy sont détectés et on mesure l'intensité $I(z)$ du flux reçu par le détecteur en fonction de z.

Dans le champ, les atomes ont une énergie potentielle $-\vec{M}\cdot\vec{B} = -M_zB_z$. Ils sont soumis à une force :

$$F_z = \frac{\partial}{\partial z}M_zB_z = M_z\frac{\partial B_z}{\partial z}$$

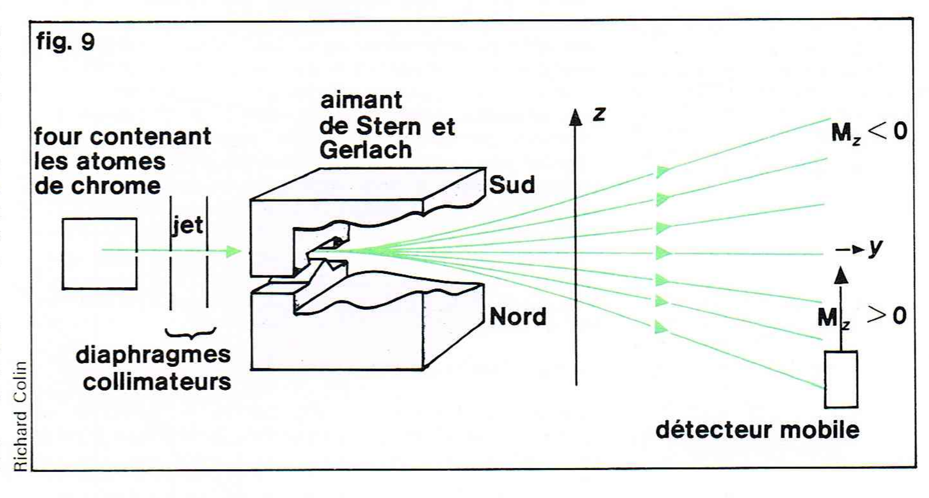
donc ils sont déviés par rapport à Oy, et la mesure de la déviation permet de calculer M_z, connaissant $\partial B_z/\partial z$. Dans notre cas, si on a $M_z > 0$, alors $-M_zB_z$ est négatif, et les atomes sont déviés vers le bas (B_z croissant) pour minimiser l'énergie. Si on a $M_z < 0$, les atomes sont déviés vers le haut.

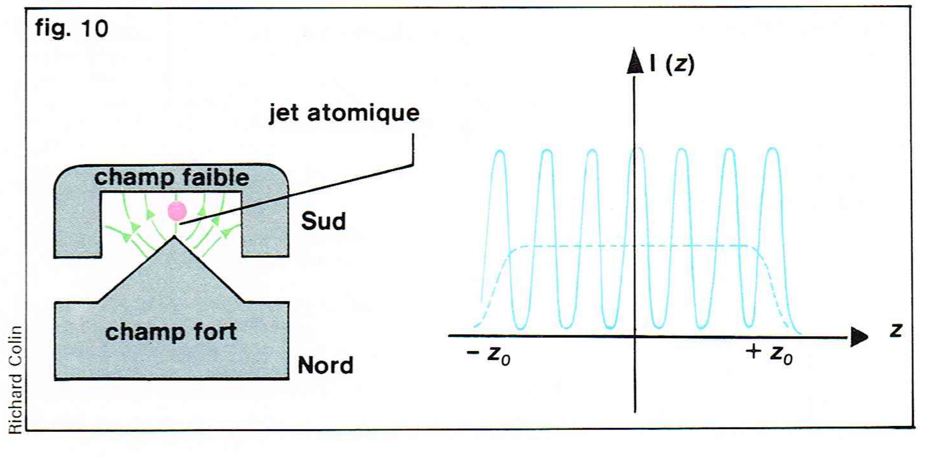
La *figure* 10 représente $I(z)$. En pointillé, la courbe théorique correspondant à la théorie classique d'un moment magnétique $\vec{M}$ associé à un moment cinétique $\vec{j}$ (gyroscope aimanté) : toutes les valeurs de M_z entre $-M$ et $+M$ sont possibles, donc on observe toutes les déviations entre $-z_0$ et $+z_0$. En continu, la courbe expérimentale : on observe sept déviations comprises



▲ *Figure 8 : raie* H_α *(6 563 Å) de l'hydrogène.*

▼ *Ci-dessous, figure 9 : schéma de l'expérience de Stern et Gerlach sur le chrome (Cr). Le jet atomique est défini en direction par des diaphragmes ; il traverse l'aimant de Stern et Gerlach, représenté brisé pour plus de commodité, puis à une distance assez grande, il est analysé par un détecteur mobile.*





entre $-z_0$ et $+z_0$, y compris la déviation nulle. Les intensités mesurées correspondent à la division du jet atomique en sept faisceaux, trois déviés vers le haut, trois vers le bas, et un non dévié.

Ce résultat est absolument inexplicable par la théorie classique.

La quantification spatiale

L'expérience de Stern et Gerlach s'interprète de la manière suivante.

— Chaque déviation observée correspond à une valeur de M_z.

— Les valeurs possibles de M_z, donc de j_z, sont quantifiées.

— Si le moment cinétique, en module, vaut $j\hbar$ (j entier), les valeurs possibles de j_z sont au nombre de $2j+1$:

$$j_z : -j\hbar,\ -(j-1)\hbar,\ ...,\ 0,\ ...,\ (j-1)\hbar,\ j\hbar$$

— Pour le chrome, on a $j = 3$.

Généralisons tout de suite. Soit j_z la projection d'un moment cinétique quelconque $\vec{j}$ sur un axe Oz arbitraire.

— Les valeurs possibles de j_z sont quantifiées. Leur nombre sera désigné par $2j+1$.

— Ces valeurs sont $-j\hbar$, $-(j-1)\hbar$, ... jusqu'à $j\hbar$.

Ce résultat est connu sous le nom de quantification spatiale.

Nous devons faire trois remarques. En premier lieu, l'exemple du chrome a été choisi parce qu'il correspond à une expérience effectivement réalisée en 1953. Mais le moment cinétique $\vec{j}$ n'a pas pour origine le mouvement des électrons autour du noyau ; il est lié au spin, qui est une propriété intrinsèque de l'électron.

Ensuite, si $2j+1$ est impair, j est entier, comme nous l'avons mentionné. Mais le cas $2j+1$ pair laisse place à des valeurs de j demi-entières : de telles valeurs existent, mais pas dans le cas d'un moment cinétique orbital.

Enfin, insistons sur le fait que l'axe Oz est arbitraire. *Aucun vecteur, au sens géométrique du terme, ne peut satisfaire les postulats de la quantification spatiale.* En mécanique quantique, un moment cinétique sera représenté par un opérateur. Notre représentation par des vecteurs est proche de la réalité pour j très grand, puisque les valeurs autorisées de j_z sont alors en très grand nombre ; elle s'en écarte beaucoup pour j de l'ordre de 1.

Revenons à l'atome d'hydrogène, et posons $l_z = m\hbar$. Un état d'énergie E (n) et de moment cinétique $l\hbar$ recouvre en fait $2l+1$ états, caractérisés par m. Ce dernier est le nombre quantique qui nous manquait. En effet, le nombre d'états d'énergie E (n) est :

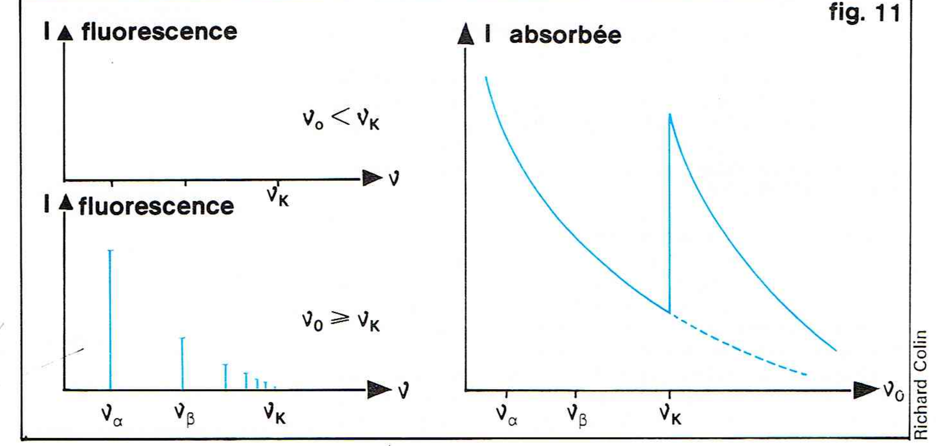
$$\sum_0^{n-1} (2l+1) = n + n(n-1) = n^2$$

Le nombre des états d'énergie comprise entre E (1) et E (n), c'est-à-dire des états confinés dans l'espace à l'intérieur d'une sphère de rayon $n^2 a_0$, est :

$$\sum_1^n p^2 = \frac{1}{6} n (n+1)(2n+1) \simeq \frac{1}{3} n^3 \quad \text{pour} \quad n \gg 1$$

Nous venons de retrouver le nombre de cellules de l'espace des phases, tel que nous l'imposait le principe d'incertitude.

▼ ***Figure 11 : spectre d'absorption et de fluorescence X.***



Quantification et physique macroscopique

Les règles de quantification jouent-elles un rôle dans la physique macroscopique ? Par exemple, l'énergie des électrons « libres » d'un métal est-elle quantifiée du fait du confinement de l'électron à l'intérieur du morceau de métal ? Sur le plan des principes, la réponse est oui. Si le morceau de métal est un cube de côté a, on doit avoir :

$$a = n\lambda \text{ avec } n \text{ entier}$$

La longueur d'onde de De Broglie des électrons « libres » est de l'ordre de 10 Å (nous verrons que l'énergie est de l'ordre de quelques eV à toute température). Pour $a = 1$ cm, n vaut 10^7 ! Dans ces conditions, on peut considérer que λ varie de manière continue (puisque deux valeurs consécutives ne diffèrent que de 10^{-7}), et avec elle l'énergie et l'impulsion.

Prenons un autre exemple, celui d'un bêtatron de rayon $r = 1$ m dans lequel tournent des électrons confinés par un champ magnétique B = 0,1 T. Les électrons sont relativistes :

$$E \simeq pc = r\,e\,B\,c = 30 \text{ MeV} \quad (m_0c^2 \simeq 0{,}5 \text{ MeV})$$

$$\lambda = h/p \simeq 4 \cdot 10^{-4} \text{ Å}$$

On peut définir un « nombre quantique principal » n, par $n = 2\pi r/\lambda$. On a $n = 1{,}5 \cdot 10^{14}$. Quand n varie d'une unité, la variation relative des grandeurs physiques associées est si faible, de l'ordre de 10^{-14}, que l'on peut considérer qu'il s'agit d'une variation continue.

Allons plus loin ! Classiquement, l'électron, soumis à une accélération centripète, émet un rayonnement électromagnétique de fréquence ν (et ses harmoniques), ν étant la fréquence de rotation $\nu = c/2\pi r$. C'est le « rayonnement synchrotron », ou rayonnement de freinage. Il en résulte une diminution progressive de l'énergie des électrons. Dans notre cas, la fréquence fondamentale est $\nu \simeq 50$ MHz.

Quantiquement, l'électron peut effectuer des transitions spontanées de l'orbite n à l'orbite $n-1$, $n-2$, etc. Les fréquences émises sont :

$$\frac{1}{h}[E(n) - E(n-1)],\ \frac{1}{h}[E(n) - E(n-2)], ...$$

Puisque $\Delta n/n$ est très faible, on obtient :

$$\frac{1}{h}\frac{dE}{dn} \cdot 1,\ \frac{1}{h}\frac{dE}{dn} \cdot 2, ...$$

Ce sont les harmoniques de la fréquence fondamentale :

$$\frac{1}{h}\frac{dE}{dn} = \frac{1}{h}\frac{d}{dn}\left(\frac{hc}{\lambda}\right) = \frac{1}{h}\frac{d}{dn}\left(hc\frac{n}{2\pi r}\right) = \frac{c}{2\pi r} = \nu$$

Rappelons que l'énergie $E \simeq pc = hc/\lambda$ est l'énergie totale : un électron dans un champ magnétique n'a pas d'énergie potentielle.

On voit que la fréquence quantique coïncide avec la fréquence classique.

Un principe général de la mécanique quantique, dit « principe de correspondance », postule qu'aux grands nombres quantiques la mécanique quantique doit être équivalente à la mécanique classique.

Le principe de Pauli

Un peu de physique à plusieurs électrons

Jusqu'ici, nous avons beaucoup parlé de l'atome d'hydrogène, le plus simple de tous les atomes. Que se passe-t-il dans un système à plusieurs électrons ?

Si le système constitue un état lié, atome, molécule, électrons de conduction d'un solide, etc., il existe des niveaux d'énergie quantifiés souvent en très grand nombre. On pourrait penser que l'état le plus stable est l'état pour lequel tous les électrons sont dans le niveau d'énergie le plus bas. Pour un atome de numéro atomique Z, tous les électrons seraient dans l'état $n = 1$ qui est le plus proche du noyau (il n'a pas la même énergie que dans le cas de l'hydrogène, mais il existe). Pour un conducteur, tous les électrons seraient pratiquement immobiles en l'absence de champ électrique (à KT près).

Il n'en est rien. Pour un atome de numéro atomique grand, les électrons occupent jusqu'au niveau $n = 7$ (dans l'état d'énergie le plus bas de l'atome). Pour un métal, les électrons de conduction ont une énergie qui va de 0 à plusieurs eV, même au zéro absolu. Dans tous les domaines de la physique, de nombreuses expériences confirment ces résultats paradoxaux.

Nombre quantique principal	Valeurs possibles de *l*	Nombre de cellules de l'espace des phases	Nombre maximum d'électrons
1	0	1	2
2	0 1	1 + 3 = 4	8
3	0 1 2	1 + 3 + 5 = 9	18
n	0 1 - - - *n*-1	$\Sigma_0^{n-1}(2l+1) = n^2$	$2n^2$

◀ *Figure 12 : tableau du nombre maximal d'électrons par état.*

Spectre de rayons X

Nous ne décrirons qu'une seule expérience dans le domaine de la physique de l'atome, relative à la fluorescence des rayons X.

Une feuille métallique est irradiée par des rayons X de fréquence ν_0. Sur la *figure* 11 sont dessinés les spectres d'absorption et de fluorescence, c'est-à-dire l'intensité absorbée fonction de ν_0, et l'intensité réémise à la fréquence ν, fonction de ν (et pour ν_0 fixée). Trois faits sont à souligner :

— L'absorption subit une nette discontinuité pour une certaine fréquence ν_K. Elle devient beaucoup plus grande pour $\nu_0 \geqslant \nu_K$.

— Pour $\nu_0 < \nu_K$, aucune raie de fluorescence n'est émise dans le domaine de fréquence exploré. Pour $\nu_0 \geqslant \nu_K$, on observe l'émission de plusieurs raies de fluorescence, dont les fréquences sont ν_α, ν_β, ... $\leqslant \nu_K$.

— Aucune singularité du spectre d'absorption ne correspond à $\nu_0 = \nu_\alpha$, ν_β, ...

L'interprétation de ces faits est donnée sur la même figure.

— Au-dessus du niveau $n = 1$ (baptisé K par les spectroscopistes des rayons X), l'atome considéré a ses niveaux $n = 2, 3$, ... (baptisés L, M, ...) peuplés par des électrons. Ceci est vrai même dans l'état fondamental de l'atome, et les électrons L, M, ... ne retombent pas dans le niveau K. Les différences d'énergie entre les niveaux L, M, ... d'une part et le niveau K d'autre part sont de l'ordre de $h\nu_\alpha$, $h\nu_\beta$, ...

— De même, normalement, un électron du niveau K ne peut pas passer dans le niveau M, L, ... même avec l'apport d'énergie d'un photon $h\nu_\alpha$, $h\nu_\beta$, ... On dit que les niveaux K, L, M, ... sont remplis complètement.

— Pour l'essentiel, tout ce que peut faire un photon qui interagit avec un électron K se ramène à une ionisation : l'électron K est arraché à l'atome. L'énergie minimale nécessaire est $h\nu_K$, qui est l'énergie d'extraction à partir de la couche K. Ce phénomène est un processus d'absorption des photons très important (le photon disparaissant pour assurer la conservation de l'énergie) qui commence pour $\nu_0 \geqslant \nu_K$.

— Il existe alors une « place libre » sur la couche K. Elle peut être comblée par un électron venant des couches L, M, ... avec émission d'énergie sous forme de rayons X de fréquence ν_α, ν_β, ... En toute rigueur, les niveaux d'énergie K, L, M, ... de l'ion ne sont pas les mêmes que ceux de l'atome neutre.

— A la fin de ce processus, il reste, bien sûr, toujours un ion qui devra se neutraliser par la suite.

Le principe de Pauli

L'interprétation précédente est codifiée dans le principe de Pauli qui régit toute la physique à plusieurs électrons. Le lecteur verra qu'il lui correspond, en mécanique quantique, le postulat d'antisymétrisation.

Premier énoncé : deux électrons ne peuvent avoir tous leurs nombres quantiques identiques.

Les nombres quantiques orbitaux de l'électron (position et vitesse) peuvent se représenter par une cellule de l'espace des phases (produit de l'espace géométrique par l'espace des impulsions). Mais l'électron possède en plus un degré de liberté interne associé à son spin $s = 1/2$: c'est un nombre m_s qui ne prend que les valeurs $+ 1/2$ ou $— 1/2$.

Le spin est associé à un moment cinétique $\hbar/2$ et m_s est interprété comme la projection sur un axe Oz, en unités de $\hbar$.

Deuxième énoncé : une cellule de l'espace des phases contient au plus deux électrons correspondant à des valeurs de m_s opposées (on dit que les spins sont « antiparallèles »).

Nous avons vu qu'un niveau d'énergie n correspond à un petit nombre de cellules de l'espace des phases, ou en d'autres termes, à un ensemble limité de valeurs des nombres quantiques de l'électron. Par exemple, $n = 1$ correspond à une seule cellule de l'espace des phases : le niveau correspondant ne peut contenir que deux électrons. La *figure* 12 résume les résultats que nous connaissons pour n quelconque.

Dans le texte de *Mécanique statistique*, le lecteur verra que toutes les particules de spin demi-entier ($s = 1/2$, $3/2$, ...) sont appelées fermions et obéissent au principe de Pauli. Ce n'est pas le cas des particules de spin entier ($s = 0, 1$, ...), qui sont appelées bosons.

Atome et photon

L'atome à Z électrons

Position du problème

Dans le paragraphe consacré au principe d'exclusion, ou principe de Pauli, nous avons considéré un atome de numéro atomique Z, dont les électrons étaient caractérisés par n et l comme dans l'atome d'hydrogène. Il nous faut revenir sur ce point.

Le problème est *a priori* très compliqué : définir un état atomique, c'est définir l'état d'un système de Z électrons et d'un noyau lourd, toutes ces particules interagissant deux à deux. La solution exige des approximations.

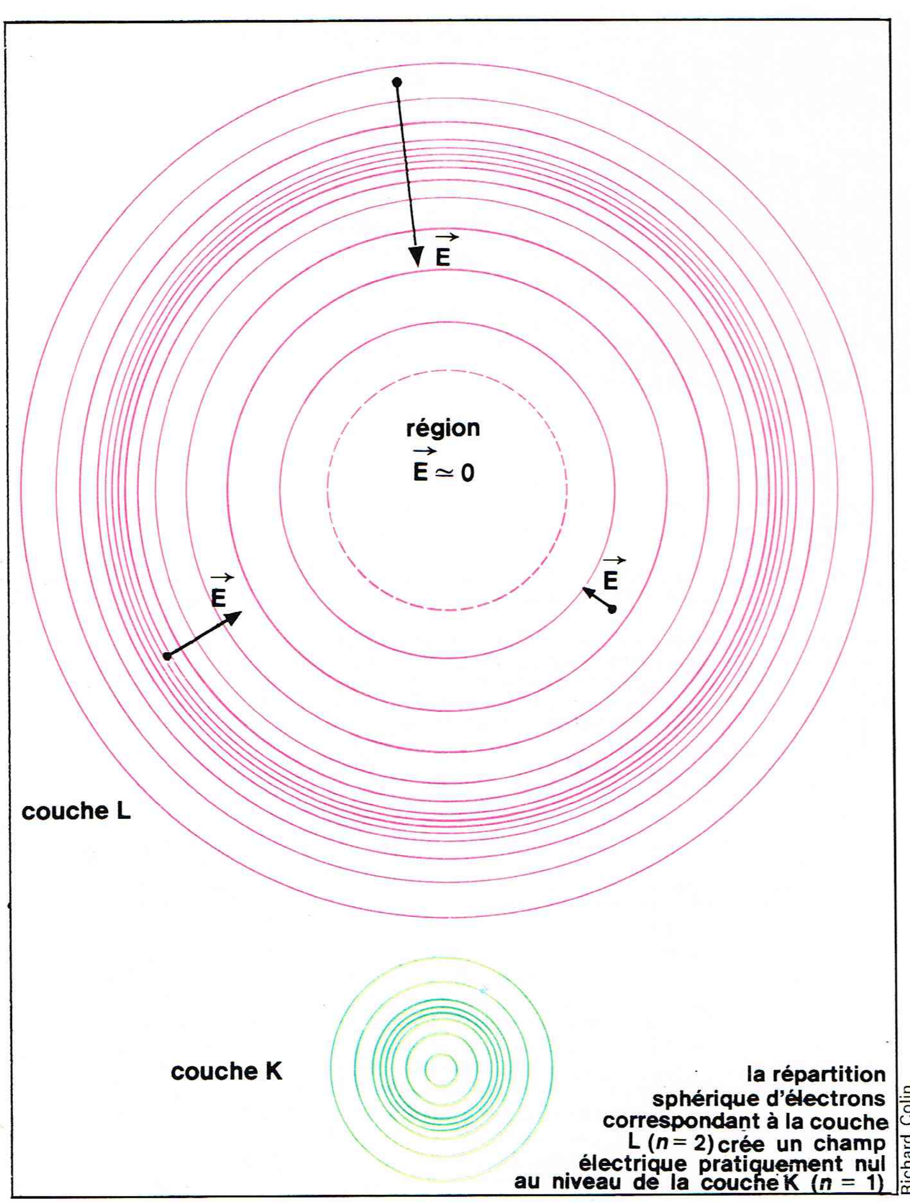
La première approximation consiste à supposer le noyau immobile et à traiter les électrons comme des particules indépendantes. Ceci veut dire que l'on définira un état de l'atome par la donnée de l'état de chaque électron, compte tenu, bien sûr, du principe de Pauli. En particulier, l'énergie de chaque état atomique sera la somme des énergies de chaque électron.

La deuxième approximation concerne l'équation qui régit le mouvement d'un électron, c'est-à-dire l'équation de Schrödinger à un électron qui nous donnera l'état de la particule (sa fonction d'onde) et son énergie. Il n'est pas question d'écrire que l'électron i n'est soumis qu'au potentiel coulombien du noyau $V_N(r_i) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r_i}$, comme pour un ion hydrogénoïde de numéro atomique Z et de charge (Z — 1). Il faut en plus condenser la répulsion des autres électrons dans une énergie potentielle qui ne dépend que des paramètres de l'électron i (modèle à électrons indépendants). On admet que l'on peut choisir un potentiel central $V_c(r_i)$ qui ne dépend que de la distance de l'électron i au noyau. Ce potentiel reste, bien sûr, à calculer !

Un exemple : l'atome de sodium

Nous ne parlerons pas du calcul du potentiel $V_c(r)$. La mécanique quantique recherche les méthodes de calcul les plus adaptées au type d'atome considéré, le reste est affaire d'ordinateur. Nous nous bornerons à mettre en évidence l'importance de $V_c(r)$.

Considérons l'atome de sodium et anticipons un peu sur la suite. Le noyau contient $Z = 11$ protons. Il y a 2 électrons sur la couche K ($n = 1$), 8 sur la couche L



▶ *Page ci-contre, figure 15 : a) à gauche, les courbes donnant la probabilité de présence de $|\Psi|^2$ fonction de r pour n = 3 ; à droite, l'image classique des trajectoires (qui oublie la délocalisation de l'électron). b) on a représenté les premiers niveaux du sodium et du césium, et quelques niveaux de l'atome de Bohr. Le niveau fondamental et le premier niveau excité (l = 0 et l = 1) proviennent du niveau de l'atome de Bohr, n = 3 pour le sodium et n = 6 pour le césium. L'énergie est déplacée vers le bas du fait de la pénétration des orbites dans le « cœur » des électrons internes, d'autant plus que l est plus faible (pénétration plus grande) et que le « cœur » contient plus d'électrons (donc correspondrait à un effet d'écran plus important).*

($n = 2$), 1 sur la couche M ($n = 3$). Nous allons calculer le potentiel d'ionisation, et le comparer à la valeur expérimentale de l'ordre de 5 eV.

Prenons $V_c(r) = 0$, c'est-à-dire négligeons l'énergie d'interaction électron-électron. Le potentiel d'ionisation n'est autre que l'énergie de liaison de l'électron externe, c'est-à-dire l'électron M. Ce dernier n'est soumis qu'à l'attraction du noyau Ze, et les deux équations qui régissent le mouvement d'un électron deviennent :

$$\frac{mv^2}{r} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Ze^2}{r^2} \quad \text{(force centripète = force de Coulomb)}$$

$$nh/mv = 2\pi r \qquad (n\lambda = 2\pi r)$$

Ce sont les mêmes équations que pour l'atome d'hydrogène (voir le paragraphe *Quantification*) à condition de changer e^2 en Ze^2. L'énergie (qui est en e^4) est multipliée par Z^2.

$$V_i = E(3) = R_H \frac{Z^2}{3^2} = 13{,}6\,\frac{11^2}{3^2} \simeq 180 \text{ eV}$$

Le résultat est trop grand par un facteur 40, ce qui ne saurait nous surprendre, puisque nous avons négligé la répulsion de l'électron externe par les 10 autres électrons ! En revanche, l'accord est bien meilleur pour l'énergie d'extraction d'un électron K :

$$E_K = h\nu_K = R_H \frac{Z^2}{1^2} \simeq 1\,650 \text{ eV}$$

Expérimentalement, on trouve $\lambda_K = 11{,}6$ Å, soit $E_K = 1\,100$ eV

Prenons $V_c(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{10\,e^2}{r}$ (répulsion par 10 électrons supposés concentrés à l'origine des coordonnées). Le potentiel total est celui de l'atome d'hydrogène :

$$V(r) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left[-\frac{Ze^2}{r} + \frac{10\,e^2}{r}\right] = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r}$$

$$V_i = E(3) = R_H/3^2 \simeq 1{,}5 \text{ eV}$$

C'est une valeur trop petite par un facteur 3 mais déjà plus réaliste. En revanche, l'erreur sur E_K est maintenant énorme :

$$E_K = h\nu_K = R_H/1^2 = 13{,}6 \text{ eV}$$

Ceci était prévisible, car un électron K ($n = 1$) est plus proche du noyau que les électrons L ou M. L'action de ces derniers ne saurait être représentée par le potentiel choisi, qui suppose que tous les autres électrons sont concentrés au voisinage du noyau.

Configuration

L'exemple précédent montre qu'un potentiel coulombien ne peut pas constituer une fonction $V_c(r)$ acceptable, c'est-à-dire conduisant à une description de toutes les propriétés de l'atome conforme à l'expérience. Tant que le potentiel est central, le moment cinétique $\vec{l}$ est une constante du mouvement (voir texte de *Mécanique*). L'état d'un électron dépend de 3 nombres entiers n, l et m avec $0 \leqslant l \leqslant n-1$ et $-l \leqslant m \leqslant l$ (en oubliant le nombre quantique de spin). Quand le potentiel est coulombien, on démontre en mécanique quantique que l'énergie E ne dépend que de n. Mais, *dans le cas général d'un potentiel central non coulombien, E dépend de n et de l.*

Par définition, une configuration est un état de l'atome défini par la valeur de n et de l pour chaque électron. Une telle définition donne l'énergie totale $E = \Sigma E(n, l)$. Ce niveau d'énergie est en général dégénéré, puisque chaque électron est décrit par autant de fonctions d'onde qu'il y a de valeurs de m.

Les différentes valeurs de l sont représentées par des lettres attribuées par les premiers spectroscopistes :

$l =$	0	1	2	3	4	...
noté :	s	p	d	f	g	...

En exposant, on indique le nombre d'électrons identiques. Par exemple, la configuration fondamentale du zinc (Z = 30) est $1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^6, 3d^{10}, 4s^2$ et la première configuration excitée est $1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^6, 3d^{10}, 4s, 4p$.

Loi de Moseley

Nous venons de voir que, dans le modèle à électrons indépendants de la configuration, l'énergie E (n, l) d'un électron dépend de n et de l. Nous allons considérer un premier cas, celui des couches profondes d'un atome lourd.

Considérons les électrons $n = 1$ (ils sont 2, puisque $n = 1$ entraîne $l = 0$ et $m = 0$, ce qui signifie que l'état n'est pas dégénéré du point de vue orbital et correspond à une seule cellule de l'espace des phases). Ce sont les électrons les plus proches du noyau, puisque le rayon des orbites varie en n^2, et ils ne se « mélangent » pratiquement pas aux autres électrons qui sont sensiblement plus loin. On dit que les électrons $n = 1$ forment une couche, la couche K (déjà rencontrée dans le paragraphe sur le principe de Pauli).

De la même façon, les électrons $n = 2, 3, ...$ forment les couches L, M, ..., correspondant à une distance au noyau et à une énergie approximativement déterminées. Mais l'influence de l sur la valeur de E (n, l) se fait de plus en plus sentir pour les grandes valeurs de n : on peut même parler de sous-couches définies par la valeur de l à l'intérieur de la couche n.

Faute de pouvoir calculer $V_c(r)$ pour un atome, nous allons essayer de lui trouver une expression au voisinage de chaque valeur de r correspondant à une couche. Considérons les électrons K : les autres électrons constituent une répartition « extérieure » à la couche $n = 1$, et ne créent pas de champ électrique à ce niveau (en supposant que la répartition est sphérique), comme l'indique la *figure* 13. Dans ces conditions, les électrons K sont soumis au potentiel des seuls Z protons du noyau. En fait, ceci n'est qu'approché : chaque électron K est

soumis au potentiel de l'autre et pour une faible part au potentiel des électrons $n = 2, 3, \dots$ qui ont une petite probabilité de présence au voisinage du noyau. Finalement, on écrit le potentiel « vu » par les électrons K sous une forme coulombienne :

$$V_c(r_K) \simeq -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{e^2}{r_K}(Z - s_K) \qquad s_K \simeq 1$$

L'énergie de la couche K est donc :

$$E_K \simeq R_H \frac{(Z - s_K)^2}{1^2} \qquad s_K \simeq 1$$

On dit que le noyau est écranté. Le coefficient d'écran s_K est faible, de l'ordre de 1.

Plus généralement, on aura :

$$E_n \simeq R_H \frac{(Z - s_n)^2}{n^2} \qquad n = 2\ (L),\ 3\ (M),\ \dots$$

Mais le coefficient d'écran croît vite (il est de l'ordre de grandeur du nombre d'électrons sur la couche n), et il dépend légèrement de l. On a $s^2 \simeq 10$, $s^3 \simeq 20$, etc.

Nous avons vu (principe de Pauli) que les énergies E_K, E_n correspondent expérimentalement aux fréquences des discontinuités d'absorption ν_K, ν_n, ... La loi de Moseley exprime les résultats précédents : la racine carrée des fréquences des discontinuités d'absorption des rayons X varie linéairement en fonction de Z (*fig.* 14) :

$$\sqrt{\nu_n} = \sqrt{\frac{R_H}{h}}\,\frac{Z - s_n}{n}$$

Configurations excitées des alcalins

L'exemple précédent, relatif aux couches profondes d'un atome, a confirmé que $V_c(r)$ ne pouvait être un potentiel coulombien, puisqu'il est assez bien représenté par plusieurs potentiels coulombiens *différents* (correspondant à des $Z - s_n$ différents) suivant la « profondeur » de l'électron. Ce fait est lié à la dépendance en l de l'énergie $E(n, l)$, bien qu'elle apparaisse peu marquée dans notre exemple.

Au contraire, dans le cas des configurations excitées des alcalins, nous allons voir que l'influence de l est très grande. Dans la configuration fondamentale d'un alcalin, il existe un électron moins lié que les autres (l'électron de valence), qui est un électron ns (n varie de 2 pour le lithium à 6 pour le césium). Par exemple, la configuration excitée du sodium est $1s^2 2s^2 2p^6 3s$. On obtient une configuration excitée du sodium dans le domaine des énergies de quelques eV, en modifiant les nombres quantiques de l'électron de valence.

Pourquoi l'état fondamental correspond-il à un électron ns ? Comment se placent les états excités ? La notion de phénomène d'écran joue encore un rôle important. Considérons un électron dans l'état de l maximal, soit $l = n - 1$. La *figure* 15a donne la probabilité de présence $|\psi|^2$ en fonction de r : l'électron reste toujours loin du noyau. D'ailleurs, la trajectoire classique serait un cercle. L'électron de valence reste toujours à l'extérieur du « cœur » des autres électrons, et la charge qu'il voit vaut

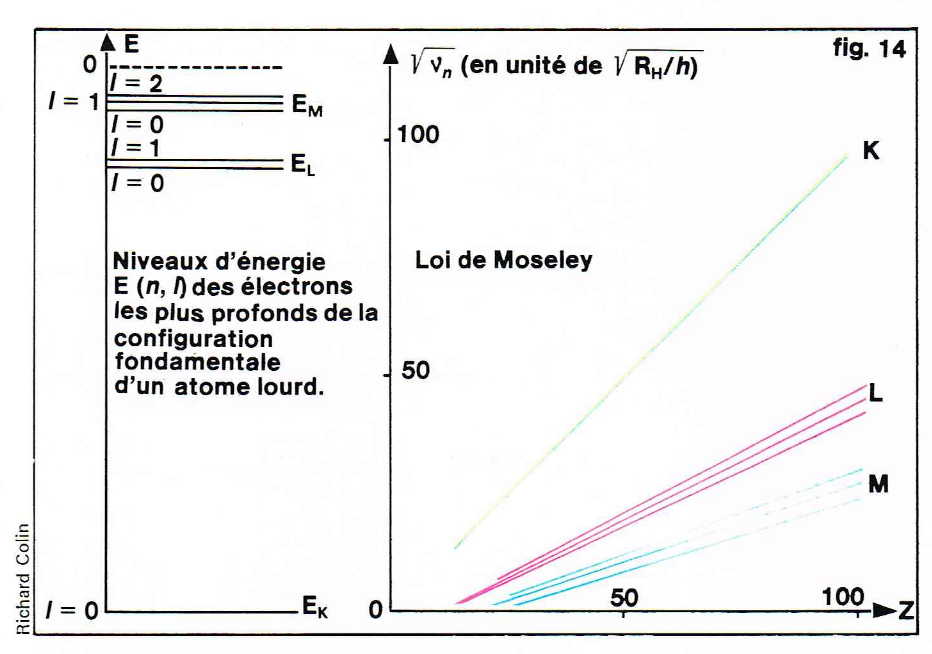
$$Ze - (Z - 1)\,e = e$$

tout se passe comme si l'on avait affaire à l'électron de l'atome d'hydrogène sur un niveau n. Ceci correspond à $V_c(r) = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{(Z-1)\,e^2}{r}$ (voir l'exemple de l'atome de sodium).

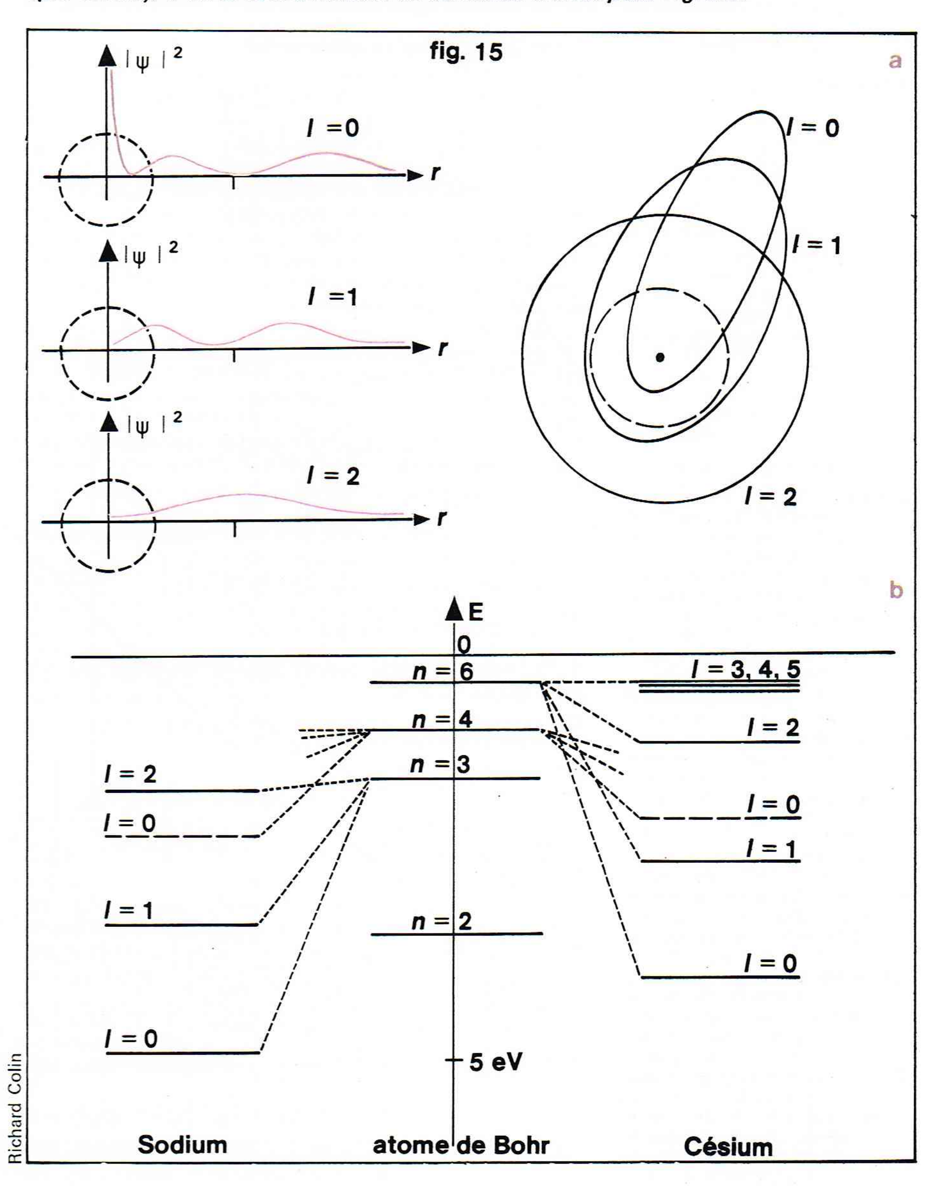
Considérons un électron dans l'état $l = 0$. La courbe $|\psi|^2$ fonction de r montre que l'électron se rapproche beaucoup du noyau ($|\psi|^2$ est même maximal en $r = 0$). Classiquement, la trajectoire serait une ellipse très allongée. La charge vue par l'électron est tantôt e, tantôt Ze, le plus souvent une valeur intermédiaire : les $Z - 1$ électrons du cœur ne forment plus complètement écran entre le noyau et l'électron de valence. En moyenne, la charge vue est supérieure à e, et l'électron $l = 0$ est beaucoup plus lié que l'électron $l = n - 1$.

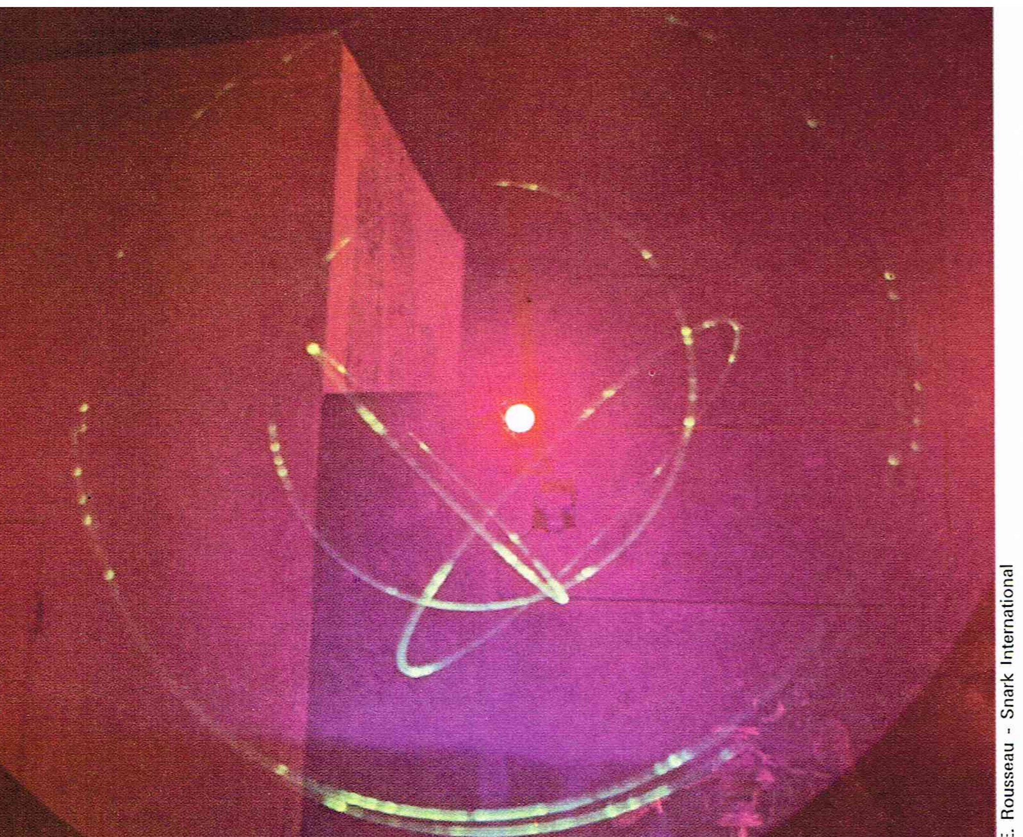
En conclusion, l'énergie de la configuration dépend fortement de l et est *croissante avec* l (*fig.* 15b), l'état fondamental correspondant à $l = 0$. Comme on le voit, dans le cas du sodium par exemple, les configurations $n = 4$ chevauchent les configurations $n = 3$ (en pointillé sur la *fig.* 15b).

La dépendance de $E(n, l)$ en fonction de l (qui existe aussi, rappelons-le, pour les couches profondes),



▲ *Figure 14 : la fréquence de la discontinuité d'absorption à partir de E_n est appelée ν_n. L'énergie $h\nu \simeq E_n$ est l'énergie nécessaire pour éjecter un électron hors de l'atome avec une vitesse nulle ; en réalité, les niveaux d'énergie de l'ion ne sont pas tout à fait les mêmes que ceux de l'atome neutre (en particulier à cause du couplage spin-orbite), d'où le dédoublement de certaines droites pour Z grand.*





▲ *Maquette de l'atome de Perrin.*

due à la présence d'une interaction non coulombienne, est souvent appelée levée de dégénérescence par pénétration des orbites.

Remplissage des sous-couches

Dégénérescence d'une configuration

Nous avons vu qu'une sous-couche est définie par une valeur de n et une valeur de l. On obtient une configuration par la donnée du nombre d'électrons par sous-couche.

Nous savons que l'état d'un électron (n, l) est $2(2l+1)$ fois dégénéré : du point de vue orbital, il peut être décrit par $2l+1$ fonctions indépendantes (correspondant à un nombre m allant de $-l$ à $+l$), et il faut encore spécifier l'état de spin ($+1/2$ ou $-1/2$), qui représente un degré de liberté interne à l'électron, c'est-à-dire indépendant du mouvement.

Quelle est la dégénérescence de p électrons (n, l) ? Il s'agit de compter le nombre de possibilités lors de la disposition de p électrons dans $(2l+1)$ cellules de l'espace des phases, en respectant les deux grands principes de la mécanique quantique :

— les électrons de même état de spin sont des particules indiscernables, ce qui veut dire que le fait d'échanger deux électrons ne modifie pas l'état quantique du système ;

— le principe d'exclusion, ou principe de Pauli, exige qu'il y ait au plus deux électrons par cellule de l'espace des phases, avec des états de spin différents.

Il y a $2(2l+1) = 4l+2$ manières de placer le premier électron, mais seulement $4l+1$ pour le second, et $4l+3-p$ pour le p-ième électron à cause du principe de Pauli. Il faut de plus diviser par $p!$ puisque les $p!$ permutations des électrons ne comptent pas pour des états différents. Au total, la dégénérescence vaut :

$$G = \frac{(4l+2)(4l+1) \ldots (4l+3-p)}{p!} = \frac{(4l+2)!}{p!(4l+2-p)!}$$

Pour $p = 1$, on a, bien sûr, $G = 4l+2$. Pour $p = 4l+2$, on a $G = 1$: la sous-couche est complète avec $4l+2$ électrons, et il n'y a plus aucun degré de liberté de disponible. Une telle sous-couche a alors la symétrie sphérique : une direction privilégiée (un moment cinétique par exemple) conduirait à une dégénérescence $G > 1$ du fait de la quantification spatiale.

La dégénérescence d'une configuration est égale au produit des dégénérescences des sous-couches incomplètes. Reprenons l'exemple de la première configuration excitée du zinc :

$$\underbrace{1s^2, 2s^2, 2p^6, 3s^2, 3p^6, 3d^{10}}_{\text{complètes}}, \underset{2}{4s}, \underset{6}{4p} \qquad G = 12$$

Remplissage des sous-couches

Comment construire l'atome de numéro atomique Z ? Nous allons supposer résolu le problème le plus difficile, celui de la détermination du potentiel central $V_c(r)$, qui prend en compte l'essentiel des interactions électron-électron.

La connaissance de $V_c(r)$ entraîne celle de l'énergie $E(n, l)$ des sous-couches. Puisque les électrons sont supposés indépendants, il suffit de remplir ces sous-couches avec les Z électrons, en commençant par les plus profondes pour minimiser l'énergie. Mais pouvons-nous prévoir dans quel ordre nous allons rencontrer ces sous-couches, dans l'échelle des énergies ? La réponse est oui, car la théorie et l'expérience montrent que cet ordre dépend peu de la valeur exacte de $V_c(r)$, qui, bien sûr, diffère d'une valeur de Z à une autre. L'ordre de remplissage est indiqué sur la *figure* 16.

— Puisque $E(n, l)$ croît aussi bien avec n qu'avec l, on va grouper ces deux nombres quantiques par valeurs croissantes de $n + l$. L'énergie la plus basse correspond, bien sûr, à $n + l = 1$ (soit $n = 1$, $l = 0$).

— A l'intérieur du sous-ensemble $n + l = k$, l'énergie croît avec n, c'est-à-dire que l'augmentation de n l'emporte sur la diminution de l. Physiquement, l'éloignement de l'origine des coordonnées (noyau et centre du potentiel V_c) lié à l'augmentation de n l'emporte sur la pénétration des orbites dues à la diminution de l.

Il existe quelques exceptions à ce remplissage régulier ; citons pour les atomes légers le chrome (Z = 24) et le cuivre (Z = 29).

Éléments de transition

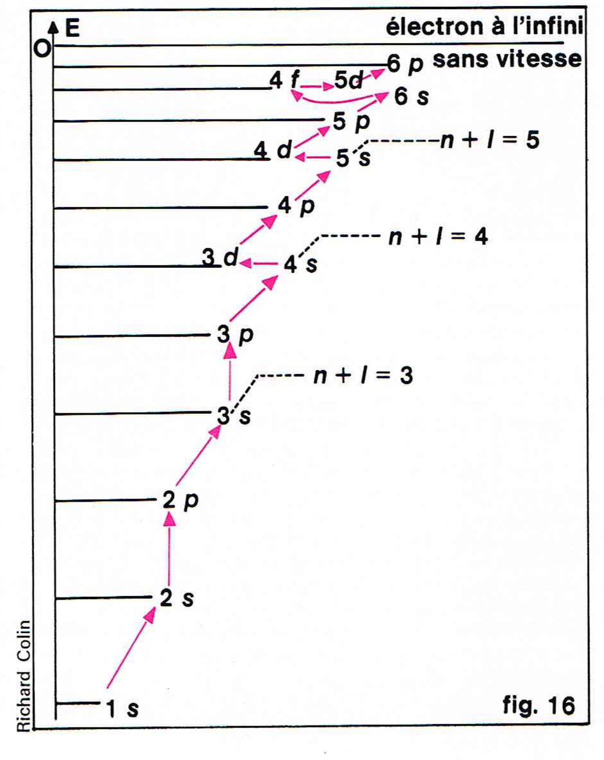
Une des conséquences de l'ordre d'occupation énoncé ci-dessus est qu'il existe des sous-couches vides alors que se remplit une sous-couche de nombre quantique n supérieur. Mais le cas le plus intéressant est le cas du remplissage d'une sous-couche nd alors que la sous-couche $(n+1)s$ est complète. Les éléments obtenus sont dits éléments de transition :

$n = 3$ va de Z = 21 à Z = 30 et comprend fer, cobalt, nickel, cuivre

$n = 4$ va de Z = 39 à Z = 48

$n = 5$ va de Z = 71 à Z = 80

Les sous-couches nd et $(n+1)s$ sont très proches en énergie, et il en résulte que les électrons de valence sont mal définis : ils proviennent de l'une ou l'autre des sous-couches suivant le cas. Le manganèse (Z = 25) $3d^5 4s^2$ a des valences qui vont de 2 à 7, le fer (Z = 26) $3d^6 4s^2$ a les valences 2 et 3, etc.



▶ *Figure 16 : niveaux d'énergie d'un électron dans un certain potentiel central $V_c(r)$. L'ordre des sous-couches dépend peu de la forme exacte de $V_c(r)$, mais certaines sous-couches ont des énergies très voisines, ce qui peut conduire à des anomalies par rapport à l'ordre normal de remplissage indiqué par les flèches.*

Prenons le cas du mercure (Z = 80) 5 d^{10} 6 s^2. C'est la sous-couche 5 d qui se remplit en dernier (au moins théoriquement, car l'or (Z = 79) est une exception). Mais la première configuration excitée est 5 d^{10} 6 s 6 p et est donc obtenue par excitation de l'un des électrons 6 s^2. Beaucoup plus élevée en énergie est la configuration 5 d^9 6 s^2 6 p.

Mentionnons que l'on appelle « terres rares » les 14 éléments qui correspondent au remplissage de la sous-couche 4 f alors que la sous-couche 6 s est complète (Z = 57 à Z = 70). Leurs propriétés chimiques sont très voisines, car elles sont dues aux couches 5 p^6 et 6 s^2, et leur séparation est très délicate.

Table de Mendeleïev

Termes spectraux

Nous sommes maintenant capables de prévoir, sauf exceptions, la configuration fondamentale de l'élément de numéro atomique Z (le problème de l'ordre des configurations excitées est plus difficile). Mais nous savons aussi deux choses :

— Le modèle de la configuration est un modèle à électrons indépendants, qui repose sur une entière confiance dans notre détermination d'un potentiel central $V_c(r)$. Il est certain qu'il ne s'agit que d'une approximation, et qu'il existe des termes de couplage entre deux électrons.

— La configuration est souvent fortement dégénérée. Cette dégénérescence, qui provient uniquement des sous-couches incomplètes, risque d'être levée par les termes de couplage entre électrons correspondants.

Il existe de nombreuses façons de coupler les électrons de valence. Nous ne citerons que le couplage le plus répandu, appelé couplage de Russel-Saunders ou « couplage L, S ».

— Les moments cinétiques orbitaux individuels des électrons de valence sont couplés. Seul $\vec{L} = \Sigma \vec{l_i}$ est une constante du mouvement. L'énergie de couplage est *électrostatique :* les nuages électroniques à symétrie non sphérique se repoussent de manière différente suivant l'orientation relative des moments $\vec{l_i}$.

— Les moments de spin des électrons sont couplés, de telle sorte que seul $\vec{S} = \Sigma \vec{s_i}$ soit une constante du mouvement. L'énergie du couplage est encore *électrostatique :* son origine est purement quantique et réside dans le principe de Pauli.

— La dégénérescence de la configuration est partiellement levée, et il apparaît plusieurs « termes spectraux », caractérisés chacun par un couple de valeurs L, S. Les écarts d'énergie peuvent être de l'ordre de 1 eV, car les énergies de couplage sont électrostatiques (au même titre que l'effet de pénétration des orbites, par exemple).

— Pour deux électrons, les valeurs de L sont des nombres entiers compris entre $|l_1 - l_2|$ et $l_1 + l_2$ (voir texte de *Mécanique quantique*). Les niveaux sont désignés par des lettres conventionnelles, analogues à celles qui représentent les configurations :

L :	0	1	2	3	4	
noté :	S	P	D	F	G	...

— Pour deux électrons toujours, les valeurs de S sont les nombres 0 et 1, c'est-à-dire $|s_1 - s_2|$ et $s_1 + s_2$ avec $s_1 = s_2 = 1/2$, sauf pour la sous-couche complète non dégénérée s^2 pour laquelle le principe de Pauli impose S = 0 (spins « antiparallèles »). Comme la dégénérescence provenant du spin vaut 2 S + 1, on parle de niveau singulet (S = 0) ou de niveau triplet (S = 1). La *figure* 17 donne un exemple.

— Pour plus de deux électrons, on couple

$$\vec{L_1} = \vec{l_1} + \vec{l_2}$$

avec $\vec{l_3}$ et ainsi de suite. On fait de même pour le spin (maintenant S sera demi-entier > 0 si le nombre d'électrons à coupler est impair). Dans le cas le plus général, L et S ont une interprétation physique simple, ils représentent l'ordre de grandeur du moment cinétique orbital et du moment cinétique de spin en unités de $\hbar$.

Existe-t-il d'autres levées de dégénérescence?

Oui. Nous venons de passer en revue les couplages les plus intenses, ceux qui correspondent à une énergie électrostatique. Il reste les couplages associés à une énergie magnétique. En effet, à tout moment cinétique de particule chargée ($\vec{l}$ et $\vec{s}$) est associé en général un moment magnétique. Nous ne citerons que deux de ces couplages.

— Le couplage spin-orbite est le couplage entre le moment magnétique de spin et le champ magnétique *dans le référentiel de l'électron* créé par le mouvement de noyau chargé. Il est à l'origine de la « structure fine », qui est une nouvelle levée de dégénérescence.

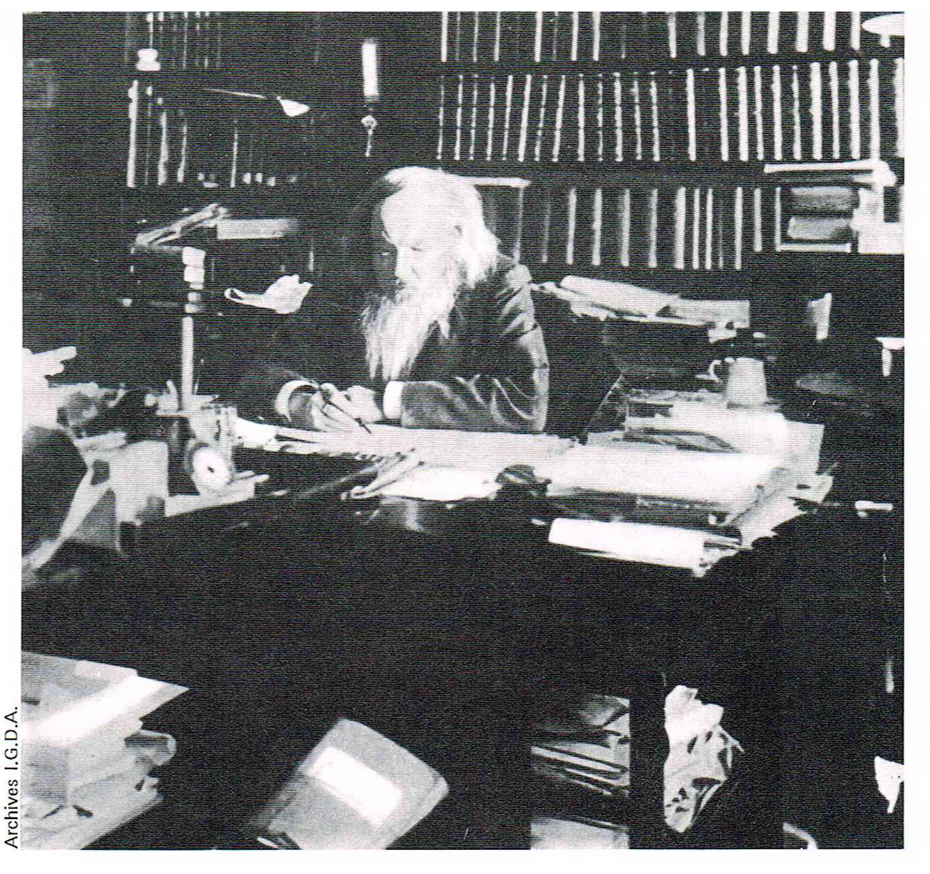
— Le couplage hyperfin est le couplage entre le magnétisme de l'électron et le moment magnétique du noyau (dans le cas où ce dernier possède un spin). Il constitue l'une des causes de la « structure hyperfine ».

Les énergies mises en jeu dans ces couplages sont en général très inférieures à 1 eV (de 10^{-2} à 10^{-7} eV, comme il est noté sur la *figure* 1 de la première partie). Néanmoins, ces interactions ont des conséquences importantes dans tous les domaines de la physique.

La table de Mendeleïev

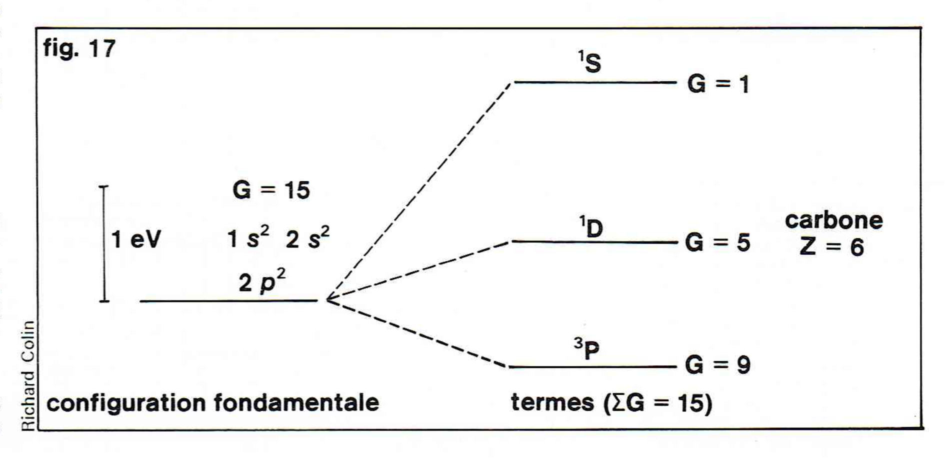
Il nous reste à essayer de prévoir quel est le terme spectral qui constitue l'état fondamental de l'atome. Ceci est possible grâce à la règle de Hund, que nous donnons sans justification, mais qui est vérifiée dans la grande majorité des cas (*fig.* 17) :

— le terme d'énergie la plus basse dans une configuration est celui qui correspond à la plus grande valeur de S, et pour cette valeur de S à la plus grande valeur de L compatible avec les règles de la mécanique quantique (postulat d'antisymétrisation). Dans l'exemple de la *figure* 17, le principe de Pauli interdit une combinaison L, S sur deux.


Archives I.G.D.A.

▲ *Le chimiste russe* Mendeleïev *à sa table de travail. On lui doit de nombreux travaux, mais son nom est surtout lié à la classification périodique des éléments chimiques parue dans un ouvrage de 1879.*

▼ *Figure 17 : termes issus de la configuration fondamentale du carbone. La sous-couche incomplète est $2p^2$. Il faut coupler deux électrons de $l = 1$. On obtient* L = *0, 1 ou 2, c'est-à-dire des termes* S, P *ou* D. *En couplant les deux spins $s = 1/2$, on obtient* S = *0 ou* S = *1. Il y a 2 électrons identiques, et le postulat d'antisymétrisation interdit une combinaison* (L, S) *sur deux. En notant les termes* ^{2S+1}L *(dégénérescence* G = *[2S + 1] [2L + 1]), il reste* ^1S, ^3P, ^1D. *D'après la règle de Hund, le niveau fondamental est* ^3P.



▶ *Figure 18 ; un exemple de remplissage : la première série des métaux de transition. On reste dans l'approximation de la configuration : chaque électron est représenté individuellement, chaque case correspondant à une valeur de m_e, chaque flèche représentant un des deux degrés de liberté du spin. Le remplissage respecte l'ordre en énergie des sous-couches (4s avant 3d), sauf deux exceptions, et le principe de Pauli, mais symbolise en plus la règle de Hund : S doit être maximal.*

fig. 18

3 d					4 s	Z	
↑					↑↓	21	scandium
↑	↑				↑↓	22	titane
↑	↑	↑			↑↓	23	vanadium
↑	↑	↑	↑	↑	↑	24	chrome (exception)
↑	↑	↑	↑	↑	↑↓	25	manganèse
↑↓	↑	↑	↑	↑	↑↓	26	fer
↑↓	↑↓	↑	↑	↑	↑↓	27	cobalt
↑↓	↑↓	↑↓	↑	↑	↑↓	28	nickel
↑↓	↑↓	↑↓	↑↓	↑↓	↑	29	cuivre (exception)
↑↓	↑↓	↑↓	↑↓	↑↓	↑↓	30	zinc

Le remplissage des cellules de l'espace des phases représenté dans la *figure* 18 illustre la règle de Hund : les électrons sont disposés « spins parallèles » pour donner à S la valeur maximale, tant que leur nombre ne dépasse pas $2l + 1$. En réalité, les nombres quantiques individuels tels que m_e n'ont plus de sens, du fait du couplage. Seuls comptent L et M_L, S et M_S.

C'est le respect des règles énoncées dans les pages précédentes qui entraîne la périodicité des propriétés chimiques et physiques qui est à l'origine de la table de Mendeleïev (*fig.* 19). Nous ne donnerons que deux exemples d'une telle périodicité.

La valence est égale au nombre d'électrons assez peu liés à l'atome pour participer aux liaisons chimiques. Elle est constante le long des colonnes de la table (quand elle est bien définie, ce qui n'est pas le cas pour les éléments de transition) : elle vaut 1 pour les alcalins, 2 pour les alcalino-terreux, 3 pour la colonne III B, 0 pour les gaz rares.

Le potentiel d'ionisation est l'énergie nécessaire pour arracher un électron à l'atome. Il est d'autant plus faible que le noyau est mieux « écranté » par les autres électrons au nombre de $Z-1$, c'est-à-dire d'autant plus faible que ces derniers sont plus groupés pour former le « cœur » de l'atome. Ce sont les atomes alcalins qui ont le plus petit potentiel d'ionisation V_i, puisqu'ils ont 1 électron périphérique *ns* et un cœur formé de $Z-1$ électrons de *n* inférieur ; on trouve que V_i décroît de 5 à 4 V en fonction de Z. A l'opposé, ce sont les gaz rares qui marquent les sommets de la courbe V_i fonction de Z (de 25 V à 12 V) : ils ont 8 électrons périphériques, et le cœur ne contient que $Z-8$ électrons qui constituent un écran médiocre.

Action d'un champ électrique statique

Moment dipolaire induit

Classiquement, un champ électrique $\vec{E}$ déforme le cortège électronique, tirant les électrons d'un côté et le noyau de l'autre. Dans le nouvel état d'équilibre, les centres de gravité des charges de signe opposé ne coïncident plus : l'atome possède alors un moment dipolaire électrique induit $\vec{D} = \alpha\vec{E}$, et une énergie $W = -\frac{1}{2}\vec{D}\cdot\vec{E} = -\frac{1}{2}\alpha\vec{E}^2$ (*fig.* 20a). Le facteur 1/2 résulte de l'intégration entre 0 et E.

Dans une première approximation, la mécanique quantique aboutit aux mêmes résultats. Prenons le cas simple d'un atome à un seul électron de valence, soumis à l'action d'un champ uniforme $\vec{E}$. L'hamiltonien H_0 devient ($\vec{r}$ est la coordonnée de l'électron) :

$$H = H_0 + qV(\vec{r}) = H_0 + q\,\overrightarrow{\text{grad}}\,V\cdot\vec{r} = H_0 - q\vec{r}\cdot\vec{E}$$

en prenant comme origine des potentiels V (O) = 0. Il en résulte que :

— L'hamiltonien perturbateur $H_1 = qV(\vec{r})$ dépend de $\vec{r}$ (et non de *r*) et n'est pas un potentiel central (à symétrie sphérique). Donc le moment cinétique $\vec{l}$ n'est plus une constante du mouvement. Mais du fait de la symétrie de révolution autour de E, m_e reste bien défini.

— Si H_1 reste faible devant H_0, la mécanique quantique permet de résoudre ce problème par une méthode dite de « perturbation ». Elle montre que le niveau *l* est « contaminé » par les niveaux $l \pm 1$. (Exemple : *fig.* 20a.)

▶ *Page ci-contre, en bas. Figure 21 : a, on a représenté le champ électrique créé par les deux noyaux d'une molécule diatomique ; G désigne le centre de gravité des charges. A gauche, on a dessiné les lignes de champ ; à droite, pour une distance internucléaire pas trop grande, on a décomposé le champ électrique en un champ à symétrie sphérique et un champ E_s grossièrement parallèle à l'axe. b, niveaux d'énergie d'un électron. Dans le champ central non coulombien, on a un niveau défini par l. On fait intervenir E_s. Le champ n'est pas uniforme, donc l'hamiltonien ne se réduit pas à $-\vec{er}\cdot\vec{E}_s$, mais du fait de la symétrie de révolution, l_z reste une constante de mouvement et m_e un « bon nombre quantique ». Les niveaux de même $|m_e|$ ont même énergie, mais la dégénérescence est partiellement levée.*

fig. 19

Numéros des colonnes des anciennes tables de Mendeleïev.

Symbole de la dernière sous-couche

	IA	IIA			IIIA	IVA	VA	VIA	VIIA	VIIIA			IB	IIB
1s	1 H	2 He												
2s	3 Li	4 Be												
3s	11 Na	12 Mg												
4s	19 K	20 Ca		3d	21 Sc	22 Ti	23 V	24 Cr	25 Mn	26 Fe	27 Co	28 Ni	29 Cu	30 Zn
5s	37 Rb	38 Sr		4d	39 Y	40 Zr	41 Nb	42 Mo	43 Tc	44 Ru	45 Rh	46 Pd	47 Ag	48 Cd
6s	55 Cs	56 Ba	Terres rares	5d	71 Lu	72 Hf	73 Ta	74 W	75 Re	76 Os	77 Ir	78 Pt	79 Au	80 Hg
7s	87 Fr	88 Ra	Actinides	6d	103 Lw									
	1	2			1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

	IIIB	IVB	VB	VIB	VIIB	VIIIB
2p	5 B	6 C	7 N	8 O	9 F	10 Ne
3p	13 Al	14 Si	15 P	16 S	17 Cl	18 Ar
4p	31 Ga	32 Ge	33 As	34 Se	35 Br	36 Kr
5p	49 In	50 Sn	51 Sb	52 Te	53 I	54 Xe
6p	81 Tl	82 Pb	83 Bi	84 Po	85 At	86 Rn
	1	2	3	4	5	6

Nombre d'électrons dans la dernière sous-couche à l'état fondamental (sauf exceptions colorées en bleu clair)

		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Terres rares →	4f	57 La	58 Ce	59 Pr	60 Nd	61 Pm	62 Sm	63 Eu	64 Gd	65 Tb	66 Dy	67 Ho	68 Er	69 Tm	70 Yb
Actinides →	5f	89 Ac	90 Th	91 Pa	92 U	93 Np	94 Pu	95 Am	96 Cm	97 Bk	98 Cf	99 Es	100 Fm	101 Md	102 No

▶ *Figure 19 : table de Mendeleïev.*

On peut montrer que H_1 n'a pas d'éléments de matrice à l'intérieur d'un état propre de H_0 (un état propre d'un atome isolé n'a pas de moment dipolaire électrique). Le calcul de l'effet de H_1 relève donc de la théorie des perturbations poussée au second ordre. Les fonctions d'onde sont perturbées au premier ordre en E : les états propres perturbés ont un moment dipolaire électrique $<\vec{D}> = \alpha\vec{E}$. Les énergies sont perturbées au second ordre en E : la variation d'énergie est proportionnelle à E^2. Cet effet est appelé « effet Stark quadratique ».

Calculons un ordre de grandeur pour $E = 10^7$ V/m (une valeur souvent atteinte dans les expériences d'effet Stark). Le coefficient de « contamination » d'un niveau par les niveaux où *l* diffère de ± 1 est

$$\varepsilon = \frac{<Y^m_{l\pm1}\,|H_1|\,Y^m_l>}{\Delta W}$$

avec $H_1 = - ezE = - eEr\cos\theta$, et il est de l'ordre de $H_1/\Delta W$ (ΔW = écart d'énergie entre les niveaux de H_0). $H_1 = erE \simeq 10^{-3}$ eV (en prenant $r \simeq 1$ Å) et $\Delta W \simeq 1$ eV. Le mélange est de l'ordre de 10^{-3}, le moment dipolaire induit $<\vec{D}>$ de l'ordre de $5 \cdot 10^{-3}$ debye (1 debye = $10^{-18} \times$ [1 *ues* charge] × [1 cm] = 0,208 *e* × 1 Å) et l'énergie $-\frac{1}{2}<\vec{D}>\vec{E}$ de l'ordre de 10^{-6} eV, c'est-à-dire 10^{-2} cm^{-1} (250 MHz en unité de fréquence).

Un exemple d'effet Stark naturel

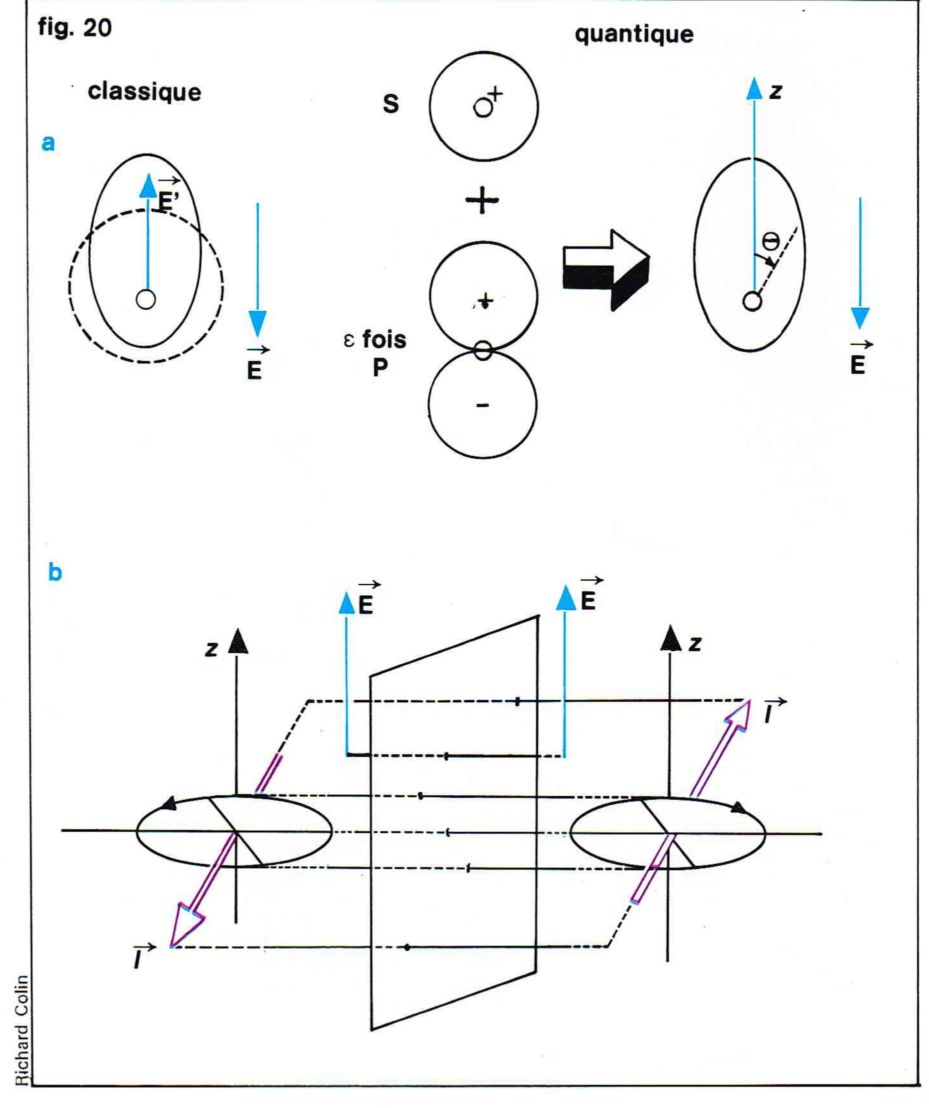
Considérons une molécule diatomique (*fig.* 21a). Les électrons se meuvent dans un potentiel dû aux noyaux qui n'a plus la symétrie sphérique comme dans le cas d'un atome, mais seulement la symétrie de révolution autour de l'axe internucléaire. Néanmoins, on peut décomposer le champ des noyaux en un champ central et en un champ E_s grossièrement parallèle à l'axe internucléaire. Pour construire les niveaux électroniques d'une molécule, on peut considérer d'abord le champ central : on obtient les niveaux d'énergie d'un électron, caractérisés par *l*. Puis on fait agir E_s, qui a la symétrie de révolution (mais qui est loin d'être uniforme !).

L'ordre de grandeur de E_s est celui du champ électrique interne d'un atome (10^{11} V/*m*). L'effet Stark correspondant est considérable et ne relève pas d'une théorie de perturbations. Mais on retrouve les caractéristiques générales de l'effet Stark quadratique :

— la dégénérescence de nombre quantique magnétique m_e est partiellement levée. En effet, les éléments de matrice $<l', m'_e|H_1|\,l, m_e>$ dépendent de m_e ;

— les états de même valeur absolue de m_e ont même énergie : les niveaux sont deux fois dégénérés (sauf le niveau $m_e = 0$). Ceci découle de considérations de symétrie simples, explicitées *figure* 20b.

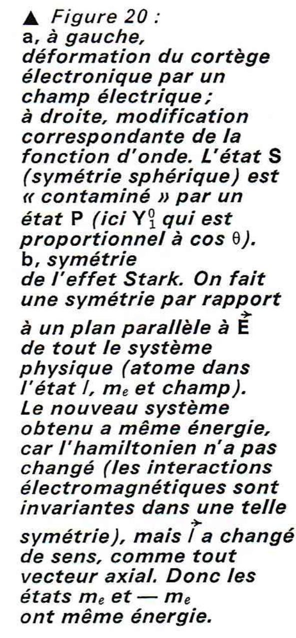
En conclusion, les niveaux électroniques d'une molécule diatomique sont caractérisés pour chaque électron par $\lambda = |m_e|$ (et peut-être par *l* si le mélange par effet Stark n'est pas trop fort), la direction de quantification étant l'axe internucléaire. S'il y a plusieurs électrons, les niveaux sont caractérisés par Λ, $\Lambda\hbar$ étant le module de la projection du moment cinétique électronique total. Par analogie avec l'atome, les niveaux sont désignés, dans les deux cas considérés, par des lettres grecques (*fig.* 21b) :

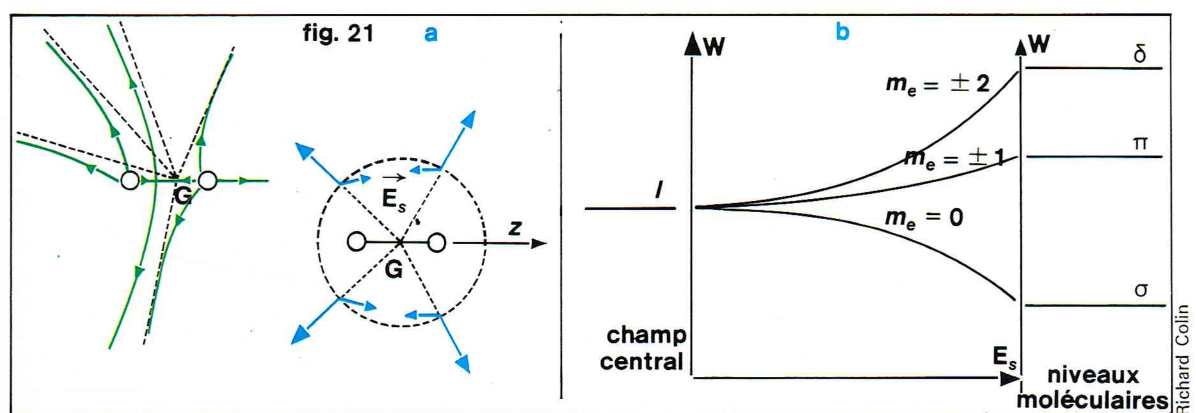


0	± 1	± 2	...	Projection $\vec{l}$ ou $\vec{L}$	0	± 1	± 2	...
σ	π	δ	...	Appellation	Σ	Π	Δ	...
0	1	2	...	λ Λ	0	1	2	...

Dans tout ce qui précède, nous n'avons jamais tenu compte du spin de l'électron : le champ électrique n'agit jamais directement sur lui, et, dans une molécule, le couplage spin-orbite est très inférieur à l'hamiltonien de l'effet Stark dû à E_s.

Dans un solide, les électrons sont également soumis au champ électrique de plusieurs noyaux (il correspond au potentiel périodique qui intervient dans la théorie des bandes). Pour un électron lié à un noyau, le champ des autres noyaux (dit « champ cristallin ») provoque un autre type d'effet Stark naturel.

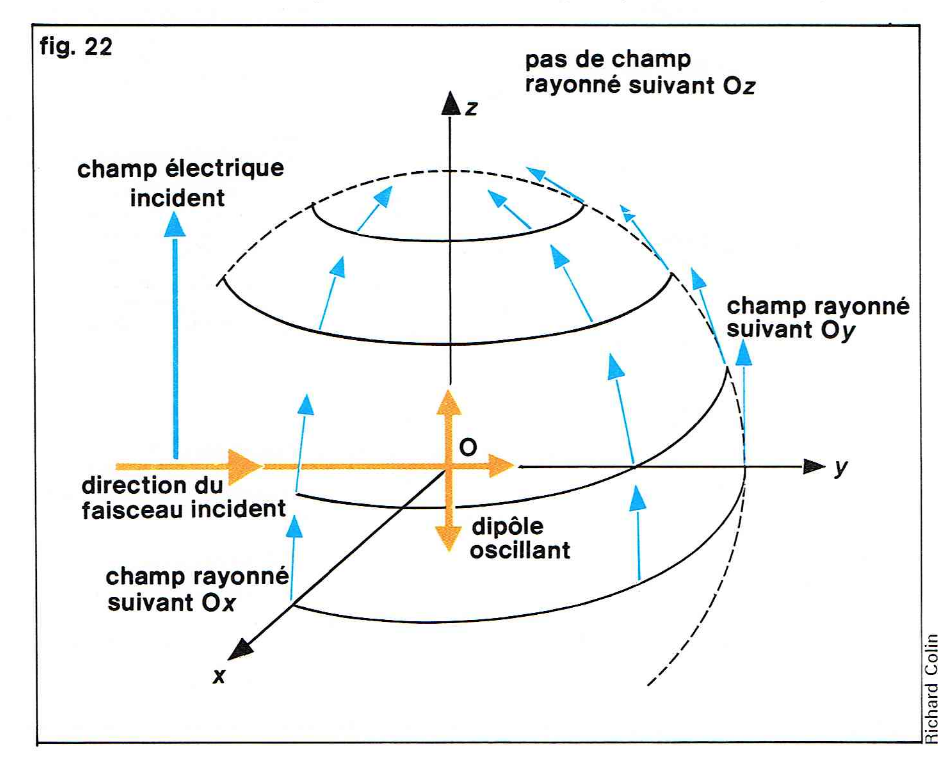

▲ *Figure 20 :*
a, à gauche, ***déformation du cortège électronique par un champ électrique ;*** *à droite,* ***modification correspondante de la fonction d'onde. L'état S (symétrie sphérique) est « contaminé » par un état P (ici*** Y^0_1 ***qui est proportionnel à cos θ).*** *b,* ***symétrie de l'effet Stark. On fait une symétrie par rapport à un plan parallèle à*** $\vec{E}$ ***de tout le système physique (atome dans l'état l, m_e et champ). Le nouveau système obtenu a même énergie, car l'hamiltonien n'a pas changé (les interactions électromagnétiques sont invariantes dans une telle symétrie), mais $\vec{l}$ a changé de sens, comme tout vecteur axial. Donc les états m_e et — m_e ont même énergie.***



G. Marineau - TOP

▲ *Lorsque ν est inférieur aux fréquences propres des électrons (cas de la lumière visible et infrarouge) on parle de diffusion Rayleigh ; c'est ce phénomène qui explique la luminosité et la couleur bleue du ciel.*

▼ *Figure 22 : rayonnement du dipôle électrique induit par une onde électromagnétique polarisée rectilignement.*



Richard Colin

Champ électromagnétique non résonnant

Rayonnement du dipôle induit

Nous allons nous intéresser à l'action sur un atome d'un champ électrique oscillant de fréquence ν. Cette fréquence ne coïncide avec aucune des fréquences propres de l'atome, qui sont définies par $h\nu_0 = W_i - W_j$ (W_i et W_j étant 2 niveaux d'énergie). On ne considérera pas ici les effets du champ magnétique, qui sont en général négligeables.

Tant que $\vec{E}$ reste faible par rapport au champ interne d'un atome, ce qui est le cas général, on peut appliquer les résultats du chapitre précédent. La seule différence est que $\vec{D}$ est modulé à la fréquence ν du champ incident : le moment dipolaire électrique résultant est oscillant et peut donc rayonner (voir l'article *Équations de Maxwell*).

Rappelons les résultats suivants :

— Si le champ $\vec{E}$ incident est polarisé suivant l'axe O*z*, le dipôle induit oscille aussi le long de O*z*. Le rayonnement émis est alors polarisé linéairement.

— Le rayonnement émis est nul dans la direction de O*z*, et maximal dans le plan *x*O*y* (rayonnement d'une antenne, *figure* 22).

— Le champ rayonné, à la fréquence ν, décroît en $1/r$. Il est proportionnel à l'accélération de l'électron (dérivée seconde de $\vec{D}$).

— La puissance absorbée, égale à la puissance rayonnée, est $P = \vec{E} \cdot d\vec{D}/dt$. En effet, la variation d'énergie de l'ensemble atome-champ électrique pendant le temps dt est $0 = -\vec{E} \cdot d\vec{D} + dW$; l'énergie dW qui apparaît représente l'énergie rayonnée, puisqu'en moyenne l'énergie cinétique du dipôle ne varie pas. L'énergie absorbée est représentée par $\vec{E} \cdot d\vec{D}$, que l'on aurait pu écrire directement $P dt = \vec{f} \cdot \vec{V}\ dt = q\vec{E} \cdot d\vec{r}$. Posons $E = E_0 \cos 2\pi\nu t$, $D = D_0 \cos(2\pi\nu t + \varphi)$. La puissance

moyenne rayonnée est $P = \frac{1}{2} E_0 D_0 \cos \varphi$: elle est proportionnelle à la composante de D en quadrature avec E, ce qui démontre la nécessité de faire intervenir des « forces de dissipation » de l'énergie.

Diffusion de la lumière et des rayons X

Il résulte des considérations ci-dessus que, lorsqu'une onde électromagnétique traverse un milieu, d'une part le faisceau est atténué, d'autre part l'onde est diffusée dans toutes les directions.

Lorsque ν est inférieur aux fréquences propres des électrons (cas de la lumière visible et infrarouge), on parle de diffusion Rayleigh. C'est un phénomène peu intense, délicat à étudier en laboratoire. En revanche, il explique la luminosité du ciel, qui est une évidence pour chacun de nous à cause du très grand nombre de molécules de l'atmosphère. La couleur bleue (en l'absence de gouttelettes d'eau) s'explique aisément si l'on sait que l'intensité diffusée varie en ν^4.

Lorsque ν est supérieur aux fréquences propres des électrons (rayons X mous), on parle de diffusion Thomson. L'intensité diffusée devient indépendante de ν.

Peut-on expliquer la diffusion en termes de photons ? Oui, à condition d'introduire la notion de transition virtuelle. Prenons le cas d'un atome dont l'état fondamental est un état S ($L = 0$). Nous avons vu qu'en présence d'un champ électrique $\vec{E}$ la fonction d'onde de cet état est « mélangée » à la fonction d'onde des états P ($L = 1$). Il y a donc une certaine probabilité de trouver l'atome dans un état excité P, probabilité proportionnelle au carré du coefficient de « contamination », c'est-à-dire à E^2, donc au nombre de photons incidents.

Tout cela peut s'interpréter (*fig.* 23) en disant que l'atome absorbe un photon et passe dans l'état excité d'énergie $h\nu_0$. Bien sûr, l'énergie n'est pas conservée, le défaut d'énergie valant $h(\nu_0 - \nu)$; mais la mécanique quantique nous apprend que, lors d'une interaction de durée τ, l'énergie n'est jamais définie à mieux que $\Delta E \simeq h/\tau$. Il suffit de prendre $\tau = 1/\nu_0 - \nu$ comme temps caractéristique du processus considéré : le niveau excité est tellement élargi que la conservation de l'énergie est assurée.

Si $h(\nu_0 - \nu) = 1$ eV, τ doit être inférieur à 10^{-15} s. Un processus aussi bref est qualifié de transition virtuelle : en général, il ne se passe rien, ni pour l'atome, ni pour le photon réémis identique à lui-même (si ce n'est que sa propagation est modifiée, ce qui se traduit macroscopiquement dans la notion d'indice). Mais il peut y avoir échange d'impulsion entre le photon et l'atome, avec changement de direction du photon et recul correspondant de l'atome. C'est le phénomène de diffusion.

Effet Raman

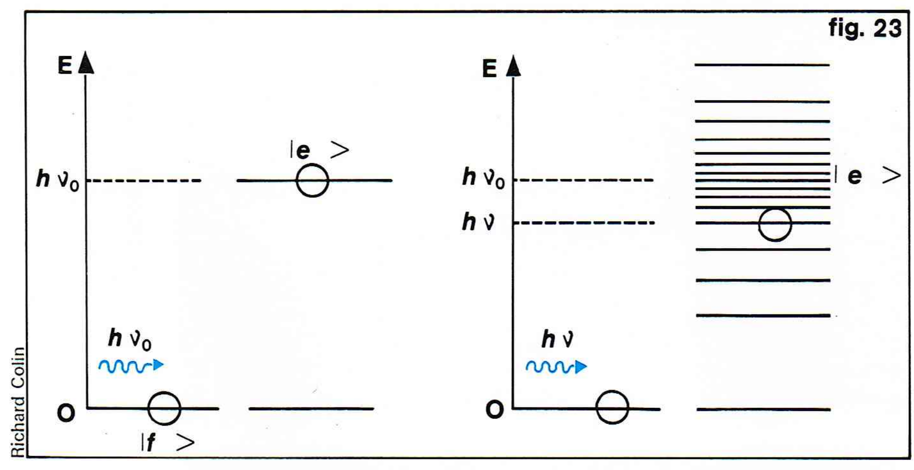
Considérons une molécule en interaction avec une onde électromagnétique. Nous verrons dans la troisième partie qu'une molécule, dans un état électronique donné, a des fréquences de vibration N qui correspondent à des oscillations des noyaux autour de leur position moyenne. Ces oscillations ont pour effet de moduler les fonctions d'onde électroniques.

Classiquement, il en résulte que le moment dipolaire électrique oscillant $D_0 \cos(2\pi\nu t + \varphi)$ est modulé à la fréquence N :

$$D_0 (1 + \varepsilon \cos 2\pi N t) \cos(2\pi\nu t) + \varphi) = D_0 \{\cos[2\pi\nu t + \varphi] + \frac{\varepsilon}{2} \cos[2\pi(\nu + N) t + \varphi] + \frac{\varepsilon}{2} \cos[2\pi(\nu - N) t + \varphi]\}$$

Il apparait dans le rayonnement diffusé les deux fréquences latérales $\nu + N$ et $\nu - N$, dont le décalage en fréquence est caractéristique de la molécule : c'est l'effet Raman. D'une manière plus générale, les raies de fréquence inférieure à ν sont appelées raies Stokes, les raies de fréquence supérieure à ν, raies anti-Stokes.

Quantiquement, au cours de la transition virtuelle, l'atome ne retombe pas sur le niveau de départ. En effet, chaque niveau électronique donne naissance à une série de niveaux, appelés dans notre cas « niveaux de vibration » (*fig.* 24a), séparés par l'énergie hN. La retombée sur les niveaux plus haut ou plus bas que le niveau de départ donne les raies Stokes et anti-Stokes.



L'effet Raman a une très grande importance pour l'étude des molécules. Les raies Raman sont encore plus faibles que la raie Rayleigh, et les écarts de fréquence sont souvent faibles. Il faut donc une source puissante et monochromatique : ainsi, de nos jours, on éclaire le milieu avec un laser, et on détecte la lumière diffusée (à angle droit par exemple) à travers un spectrographe (*fig.* 24b).

Transitions résonnantes - Laser et maser

Absorption, fluorescence

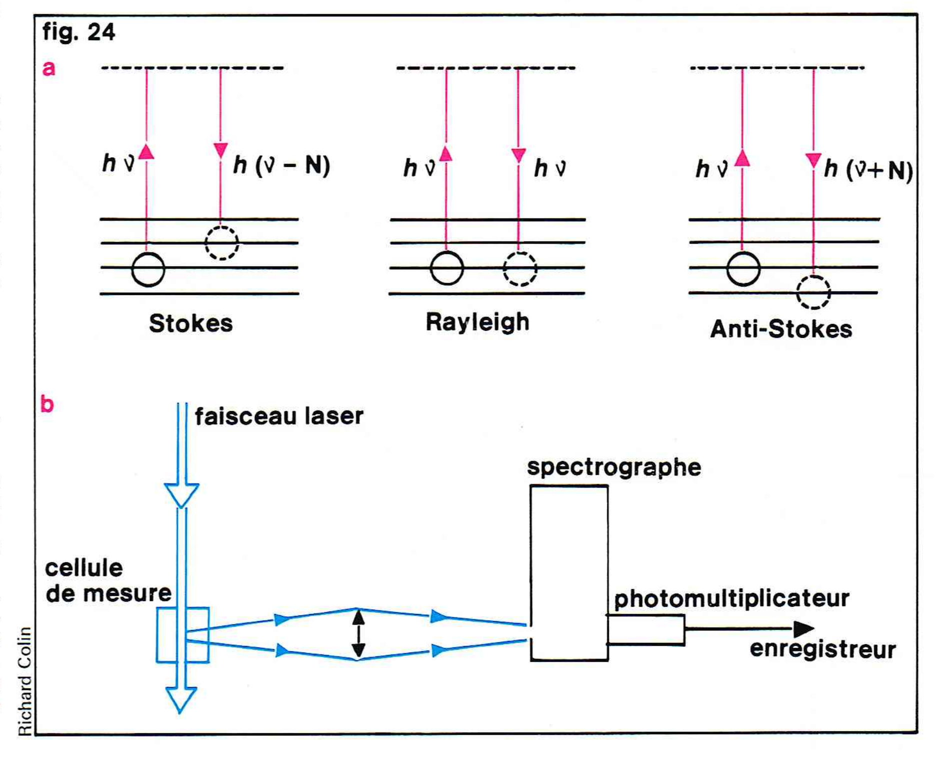
Quand la fréquence ν de l'onde électromagnétique devient égale à l'une des fréquences propres de l'atome ν_0, l'absorption devient très grande, on dit que la transition est résonnante. Par conservation de l'énergie, la diffusion devient aussi très importante : elle porte alors le nom de fluorescence (de l'infrarouge aux rayons X).

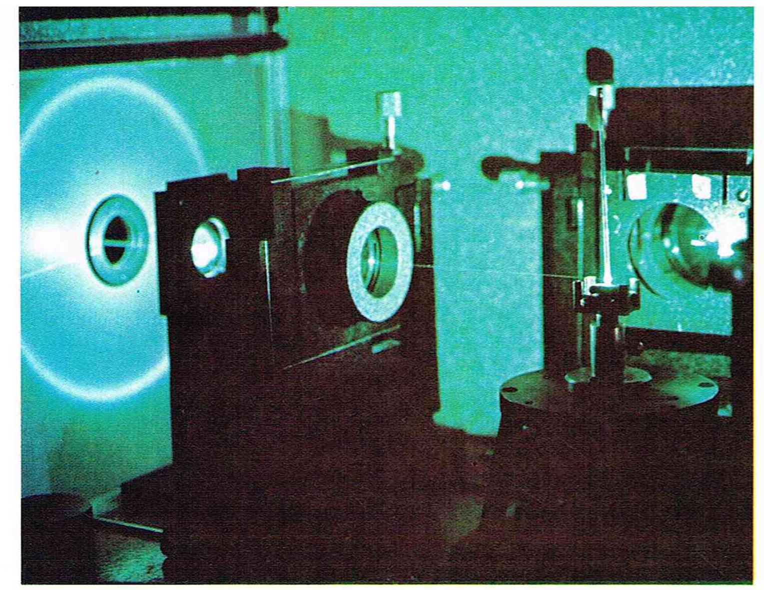
Revenons sur l'interprétation ondulatoire de ces phénomènes. Les dipôles induits par le champ électrique oscillant rayonnent. On peut démontrer que l'onde émise vers l'avant interfère dans tous les cas de manière destructive avec l'onde incidente, diminuant ainsi l'intensité de cette dernière : c'est l'absorption. L'onde émise dans toutes les autres directions constitue la fluorescence. A la résonance, l'amplitude du dipôle oscillant passe par un maximum aigu, ce qui explique le phénomène de transition résonnante.

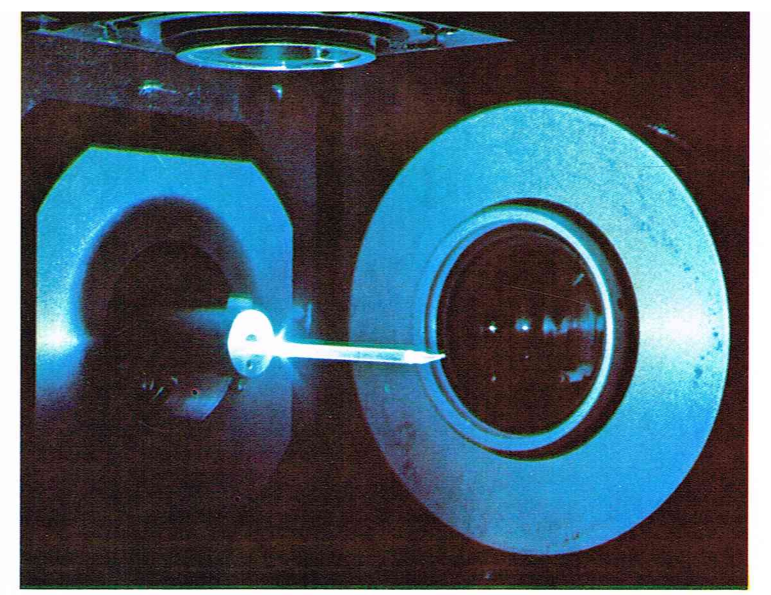
Du point de vue corpusculaire, l'énergie est conservée à la résonance. L'atome reste alors assez longtemps dans

▲ ***Figure 23 :** à gauche, une transition réelle : à l'instant initial l'atome est dans l'état fondamental $|f>$ et reçoit un photon de fréquence ν_0. L'état du système global est $|f>|h\nu_0>$; à l'instant final, le système est dans l'état $|e>|0>$ (où $|0>$ désigne l'absence de photon) de même énergie. A droite, une transition virtuelle : le système passe de l'état $|f>|h\nu>$ à l'état $|e>|0>$ qui est un état instable de largeur $\geqslant h(\nu_0 = \nu)$, largeur due à une durée de vie $\leqslant 1/\nu_0 - \nu$ très courte et qui permet d'assurer la conservation de l'énergie au sens de la mécanique quantique.*

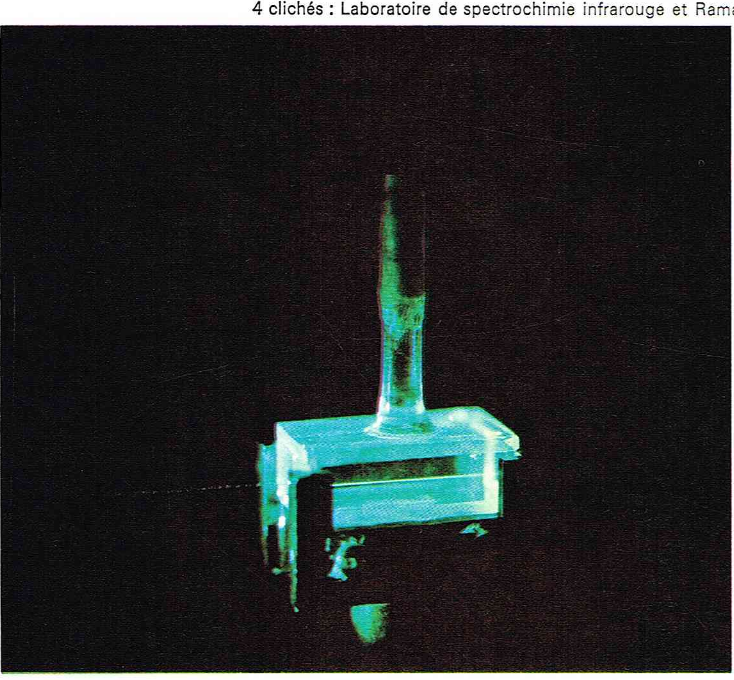
▼ ***Figure 24 :** (a) schéma de principe de l'effet Raman ; (b) schéma d'une expérience moderne d'effet Raman.*

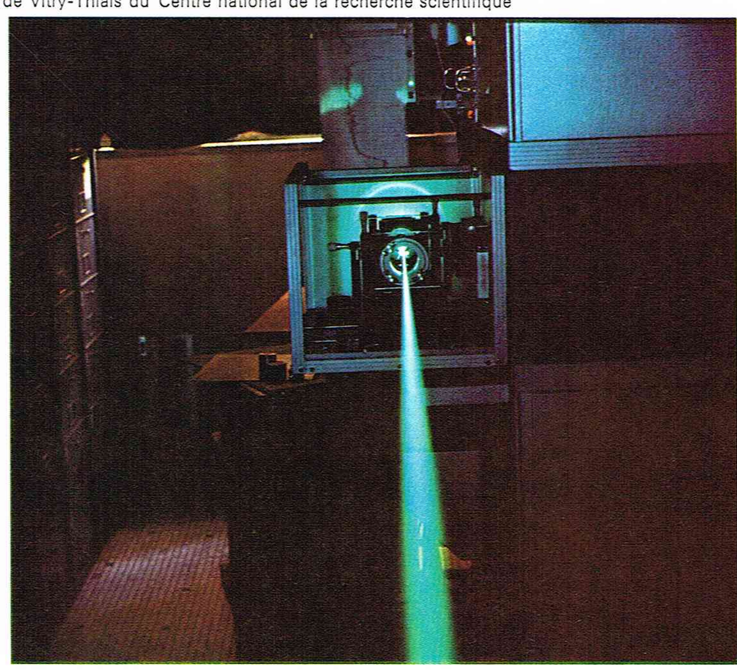






4 clichés : Laboratoire de spectrochimie infrarouge et Raman de Vitry-Thiais du Centre national de la recherche scientifique





▲ ***En haut, à gauche : platine complète du spectromètre Raman (T 800) ; à droite, laser à argon ionisé 4 880 Å équipant un spectromètre Raman : objectif d'entrée du monochromateur et renvoi illuminé par la raie verte du laser. Ci-dessus, à gauche, faisceau de laser à argon pénétrant une cellule à liquide pour spectromètre Raman T 800 ; à droite, faisceau laser sortant d'un laser à argon.***

l'état excité (toutes proportions gardées, bien sûr, c'est-à-dire un temps compris entre 10^{-7} et 10^{-9} s) pour que le photon réémis ne soit pas identique au photon incident. Cette modification apportée au faisceau de projectiles représente à la fois l'absorption et la fluorescence.

Quelle est la largeur (en fréquence ou en énergie) de la résonance ? On distingue en spectroscopie deux types de largeur.

— Une *largeur homogène* est une largeur caractéristique de l'atome étudié et des interactions qui entrent en jeu. C'est le cas de la largeur naturelle qui vaut $\Delta\nu_N = 1/2\,\pi\tau$, où τ est la durée de vie du niveau excité considéré (voir la première partie). Des collisions sur les atomes, ou bien le champ électromagnétique lui-même (pour de fortes intensités), introduisent de nouvelles largeurs homogènes.

— Une *largeur inhomogène* est un étalement de la résonance provoquée par la dispersion des paramètres qui influent sur la transition. La plus importante est la largeur Doppler.

Supposons que le milieu absorbant soit un gaz, et que l'onde électromagnétique se propage dans le sens de l'axe O*z*. Du fait de l'effet Doppler (voir le chapitre *Électromagnétisme*), chaque atome « voit » la fréquence $\nu\,(1 - V_z/c)$, où V_z est la composante sur O*z* de la vitesse de l'atome. Les valeurs de V_z sont réparties autour de 0 sur un intervalle de l'ordre de $\pm\ V = \sqrt{3\,kT/M}$. M est la masse de l'atome, T la température absolue. Il en résulte que les différentes résonances sont dispersées autour de ν sur une largeur $\Delta\nu_D \simeq 2\,\nu V/c$. A température ambiante, on a $V/c \simeq 10^{-6}$. Dans le visible, $\Delta\nu_D$ est de l'ordre du GHz (10^9 Hz) et est toujours plus grand que la largeur naturelle (voir en première partie le spectre de l'hydrogène).

Probabilités de transition

Quelle est l'intensité de la résonance ? Nous distinguerons les facteurs classiques et les facteurs quantiques, et nous commencerons par les premiers.

La probabilité par *unité de temps* d'absorption d'un photon par *un atome* s'écrit en utilisant la notion de section efficace. Cette dernière sera développée dans la troisième partie *(Collisions)*. Le faisceau incident est strictement monochromatique, et correspond à un flux de Φ photons par seconde et par unité de surface. Sauf pour les flux très grands, la probabilité cherchée s'écrit : Π abs. $= \sigma\Phi$. σ est la section efficace et résume toute l'interaction atome-photon.

Le faisceau incident transporte une puissance P_0 à travers une surface S et sa densité (en volume) d'énergie est *u*. L'absorption est définie par le coefficient

$$K = -\frac{1}{P}\frac{dP}{dz}$$

On peut démontrer les formules suivantes :

$$\Pi \text{ abs.} = \sigma\frac{1}{h\nu}\frac{P}{S} = \sigma\frac{1}{h\nu}uc \quad \text{et} \quad K = N\sigma$$

(N : nombre d'atomes susceptibles d'absorber par unité de volume).

Exactement, à résonance ($\nu = \nu_0$), on a en théorie classique :

$$\sigma = 3\,\lambda^2/2\,\pi \simeq \lambda^2$$

C'est une section efficace considérable. Mais, dans un gaz, à cause de l'effet Doppler, seule une petite fraction des atomes (10^{-1} à 10^{-3}) satisfait à la condition de résonance ; $\sigma(\nu)$ devient très faible en dehors de la largeur naturelle $\Delta\nu_N$ suivant la loi :

$$\sigma(\nu) = \sigma_0 \frac{1/4\,\pi^2\tau}{(\nu-\nu_0)^2 + (1/4\,\pi\tau)^2} \quad \text{avec} \quad \frac{1}{2\,\pi\tau} = \Delta\nu_N$$

et la probabilité d'absorption décroît en $1/\nu^2$ loin de la résonance.

L'expression faisceau strictement monochromatique implique une largeur spectrale $\Delta\nu$ inférieure à la largeur naturelle. Depuis 1975, ceci ne relève plus de l'utopie, grâce à de nouveaux lasers accordables et stabilisés. Par exemple, l'expérience de la *figure* 25b (Massachusetts Institute of Technology, 1975) a été faite grâce à un laser accordable utilisant un colorant comme milieu actif. Sa largeur de raie $\Delta\nu = 250$ kHz (finesse $5 \cdot 10^{-10}$) est très inférieure à la largeur naturelle du sodium $\Delta\nu_N = 10$ MHz ($\tau = 1{,}6 \cdot 10^{-8}$ s). Sa stabilité en fréquence est très bonne.

Mais en général, les sources en optique ont une largeur beaucoup plus grande, supérieure à une largeur Doppler : elles se caractérisent alors par leur densité spectrale d'énergie $u_\nu = \frac{du}{d\nu}$. Dans ces conditions, en ordre de grandeur :

$$\Pi \text{ abs.} = \int \sigma(\nu) \frac{1}{h\nu} c u_\nu(\nu)\, d\nu \simeq \sigma(\nu_0) \frac{c}{h\nu_0} u_\nu(\nu_0)\, \Delta\nu_N$$

Toutes les grandeurs notées, sauf u_ν, caractérisent l'atome. Par définition du *coefficient d'Einstein d'absorption* B_{12} (du niveau 1 vers le niveau 2), on écrira, toujours pour un atome :

$$\Pi \text{ abs.} = B_{12} u_\nu(\nu_0)$$

Ce coefficient est très utile dans tous les cas *broad line* (raie large), où la densité spectrale d'énergie varie peu sur un intervalle $\Delta\nu_N$. Classiquement, $B_{12} = e^2/4\,\varepsilon_0 m h \nu_0$ (m : masse de l'électron).

Règles de sélection

Que deviennent, en mécanique quantique, les valeurs trouvées pour $\sigma(\nu_0)$, K et B_{12}? La théorie montre (et l'expérience confirme) qu'il faut les multiplier par un facteur $f < 1$ appelé force d'oscillateur. Ce facteur condense l'aspect quantique de notre problème, car il est proportionnel au carré de l'élément de matrice de l'opérateur dipôle électrique :

$$f = \frac{4\,\pi m \nu_0}{\hbar} |\langle 2|z|1\rangle|^2 \text{ proportionnel à } |\langle 2|ezE|1\rangle|^2$$

Les valeurs de f sont très variables suivant la forme des fonctions d'onde des états $|1\rangle$ et $|2\rangle$. Pour la raie jaune du sodium (première raie dite de résonance, 3 S → 3 P), on a $f \simeq 1$. En revanche, plus les niveaux sont excités, plus f est faible.

Mais la propriété fondamentale de la force d'oscillateur est d'être nulle si certaines règles, dites règles de sélection, ne sont pas vérifiées. La transition est dite alors interdite.

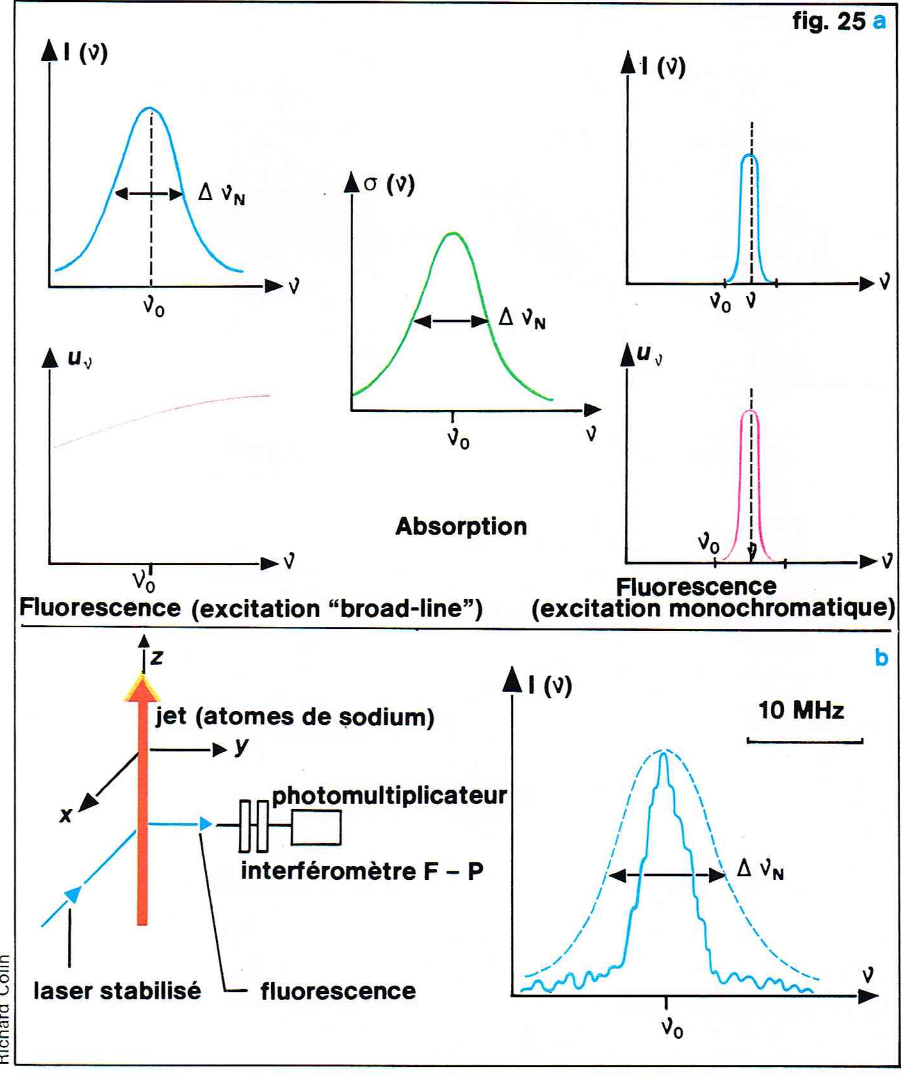
— Un niveau est toujours caractérisé par son nombre quantique de moment cinétique J. Une transition dipolaire électrique obéit à $\Delta J = J_2 - J_1 = 0$ ou ± 1 (avec de plus $J_1 = 0 \rightarrow J_2 = 0$ interdite).

— Dans le cas du couplage L, S, un niveau est défini par L et par S (voir le chapitre *Table de Mendeleïev*). On doit avoir en général $\Delta L = \pm 1$ et $\Delta S = 0$ (un champ électrique E ne peut modifier un spin directement). Par exemple, la première raie de résonance du mercure $6^1\,S \rightarrow 6^3\,P$ devrait être interdite (car $S = 0 \rightarrow S = 1$) ; un léger écart par rapport au couplage L, S fait que, dans l'état excité, S n'est pas parfaitement défini, et lui donne une force d'oscillateur de 0,03.

Émission spontanée - Émission stimulée

Nous sommes familiarisés avec le phénomène d'émission spontanée ; c'est l'émission (plus ou moins isotrope) d'un photon par un atome au cours d'une désexcitation de 2 vers 1. Classiquement, c'est l'émission d'une onde électromagnétique par un dipôle qui s'amortit avec une constante de temps τ.

Nous ne dirons rien de l'origine physique de l'émission spontanée, bien qu'elle soit très paradoxale. En effet, les états excités des atomes sont en principe des états stationnaires au sens de la mécanique quantique, et ils ne devraient pas évoluer en l'absence de perturbation extérieure.



▲ *Figure 25 :* ***a, au centre, section efficace d'absorption d'un photon*** $\sigma(\nu)$ ***; à gauche, fluorescence dans le cas d'une excitation « broad-line » ; I (ν) est alors une courbe identique à*** $\sigma(\nu)$ ***; à droite, fluorescence dans le cas d'une excitation monochromatique (***u_ν ***centré sur ν, largeur*** $\Delta\nu$ ***très inférieure à*** $\Delta\nu_N$***) : la fluorescence a alors la même largeur*** $\Delta\nu$ ***et est aussi centrée sur ν et non sur*** ν_0 ***(elle est d'autant plus faible que*** $|\nu - \nu_0|$ ***est plus grand).***

b, à gauche, schéma du montage expérimental pour la mesure de I (ν). L'effet Doppler est éliminé puisque la composante de la vitesse sur la direction de propagation de la lumière est toujours nulle. A droite, est reproduit un spectre de fluorescence, nettement plus étroit que la courbe de Lorentz de largeur $\Delta\nu_N$ ***dessinée en pointillé.***

L'émission spontanée est caractérisée par la durée de vie τ, ou le coefficient d'Einstein $A_{21} = 1/\tau$. La *figure* 25a montre le spectre en fréquence de l'onde émise : si la largeur de l'excitation est très supérieure à la largeur naturelle $\Delta\nu_N$ (excitation « broad line »), le spectre de fluorescence est une courbe de Lorentz, analogue à celle de $\sigma(\nu)$, et de largeur $\Delta\nu_N$. Si la largeur de l'excitation $\Delta\nu$ est très inférieure à $\Delta\nu_N$, la fluorescence a la même largeur $\Delta\nu$ et est centrée sur la même fréquence.

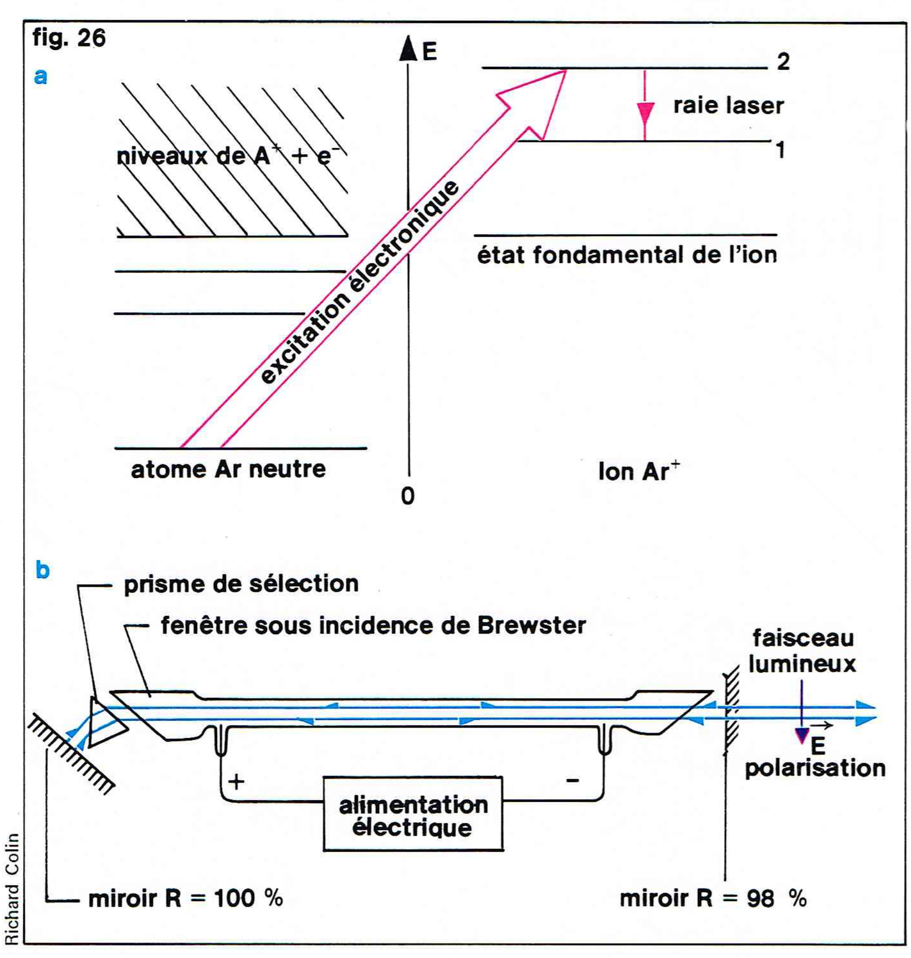
La *figure* 25b montre les résultats de l'expérience. L'excitation et la détection à angle droit d'un jet atomique permettent d'éliminer l'effet Doppler. La densité d'énergie est de 1 mW/cm² (aux fortes puissances, les phénomènes deviennent plus complexes). La largeur de la fluorescence, nettement inférieure à $\Delta\nu_N$, est due non pas au laser, mais à une résolution limitée à 6 MHz à la détection (ce qui correspond pourtant à un interféromètre de Fabry-Perot de 50 cm de long, avec un pouvoir de résolution $\lambda/\Delta\lambda$ de 10^8 !).

La durée de vie classique est

$$\tau = \frac{3\,\varepsilon_0 m c^3}{2\,\pi e^2 \nu_0^2} = \frac{3\,\varepsilon_0 m c}{2\,\pi e^2} \lambda_0^2$$

Quantiquement, il faut la diviser par la force d'oscillation f. Par exemple, les deux premiers niveaux excités de l'hélium, 2^3 S et 2^1 S, ne peuvent se désexciter sur le niveau fondamental 1^1 S (surtout le premier, qui viole $\Delta S = 0$ en plus de $\Delta L = \pm 1$) : leur durée de vie est très longue, et ces niveaux sont appelés *métastables*.

Il existe un autre mode de désexcitation radiative d'un niveau, c'est l'émission stimulée. Un photon qui interagit avec un atome dans le niveau excité 2 peut provoquer l'émission d'un second photon et la retombée dans le niveau 1. C'est le mécanisme symétrique de celui de l'absorption, et la probabilité est la même.



▲ *Figure 26 : a, principe du laser à argon ionisé. A gauche, niveaux d'énergie de Ar ; à droite, niveaux d'énergie de Ar^+ (même échelle) : la décharge produit, à partir du niveau fondamental de Ar, des niveaux 2 de Ar^+. b, schéma de la partie optique d'un laser à argon ionisé ; la longueur peut atteindre 2 m.*

En particulier, si l'irradiation est « broad line »

$$(\Delta\nu \gg \Delta\nu_N)$$

l'émission stimulée est caractérisée par le coefficient d'Einstein B_{21} :

$$\Pi \text{ stim.} = B_{21}u_\nu\ (\nu_0)$$

(probabilité par seconde de retombée de 2 → 1 stimulée, pour un atome). Si g_1 et g_2 sont les dégénérescences de 1 et 2, on peut démontrer :

$$g_1B_{12} = g_2B_{21} \qquad \frac{B_{21}}{A_{21}} = \frac{\lambda_0^3}{8\pi h}$$

A la dégénérescence près, $B_{12} = B_{21}$.

La caractéristique la plus importante de l'émission stimulée est que l'état final comporte deux photons, pour un seul photon dans l'état initial. Le photon émis par émission stimulée est *identique au photon incident :* mêmes fréquence, direction et polarisation. Il est représenté par un champ électromagnétique de même phase que le champ incident.

En tant que mode de désexcitation, en présence de rayonnement, l'émission stimulée est en compétition avec l'émission spontanée. Elle est très prépondérante dans le domaine des radiofréquences ($A_{21} \to 0$ quand $\lambda_0 \to \infty$). En revanche, prenons dans le visible une durée de vie $\tau = 1/A_{21} = 10^{-8}$ s et $B_{21} = 10^{21}$ MKSA. On aura Π stim. $= A_{21}$ pour $u_\nu = 10^{-13}$ Jsm^{-3}, ce qui correspond pour une lampe spectrale ($\Delta\nu = \Delta\nu_D = 3 \cdot 10^9$ Hz) à une puissance ($P = Scu_\nu$) de l'ordre de 10 W/cm², c'est-à-dire à 10^4 fois la puissance d'une lampe spectrale usuelle. Mais en tant que mode d'émission d'un photon, l'émission stimulée ouvre la voie à l'amplification de la lumière.

Principe du laser et du maser

Considérons deux niveaux d'énergie 1 et 2 non dégénérés, d'énergie E_1 et $E_2 = E_1 + h\nu_0$. On a n_1 atomes dans le niveau 1, n_2 atomes dans le niveau 2. A l'équilibre thermodynamique, $n_2/n_1 = \exp - h\nu_0/KT < 1$. A la limite des températures infinies ($kT \gg h\nu_0$), on a $n_2/n_1 = 1$.

Imaginons que, par un moyen quelconque, nous puissions créer une *inversion de populations,* c'est-à-dire nous placer dans le cas $n_2/n_1 > 1$ (on dit aussi qu'il s'agit d'une « température négative »). Si une onde électromagnétique de fréquence ν_0 se propage dans le milieu, il règne en tout point une certaine densité spectrale d'énergie u_ν. Le nombre de photons qui disparaissent est proportionnel à $n_1B_{12}u_\nu$ (absorption), le nombre de ceux qui apparaissent dans le faisceau est proportionnel à $n_2B_{21}u_\nu = n_2B_{12}u_\nu$: la variation du nombre de photons est proportionnelle à $(n_2 - n_1)\ B_{12}u_\nu$. Le milieu est amplificateur, alors qu'en temps normal ($n_2 < n_1$) il est absorbant.

Que faut-il pour faire un bon amplificateur ? Si la condition $n_2 - n_1 > 0$ est nécessaire et suffisante, il est préférable d'avoir $n_2 - n_1$ le plus grand possible : c'est le mécanisme d'inversion des populations qui apporte l'énergie indispensable à l'amplification.

Que faut-il pour faire un oscillateur ? Il faut d'abord assurer une réaction entre l' « entrée » et la « sortie » qui provoque l'oscillation. Ensuite, il faut créer une densité spectrale d'énergie assez grande pour que le « seuil » d'inversion de population $n_2 - n_1$ soit le plus bas possible (à cause des pertes, il n'est jamais nul, bien sûr) : pour cela, on utilise une cavité résonnante adaptée aux ondes électromagnétiques utilisées.

La première amplification par émission stimulée a été utilisée dans les oscillateurs dans le domaine des ondes centimétriques appelés **masers** (un acronyme signifiant *microwave amplifier by stimulated emission of radiation*). Le premier a fonctionné en 1954, sur une transition à 24 GHz entre deux niveaux de la molécule NH_3. Nous ne détaillerons pas le mécanisme d'inversion des populations. Nous noterons que, dans les masers, l'émission spontanée est négligeable et ne contribue pas aux pertes.

Le problème était plus difficile dans le domaine optique, mais le premier **laser** *(light amplifier by stimulated emission of radiation)* a oscillé en 1960 entre les deux premiers niveaux de l'ion Cr^{3+} dans le rubis (corindon Al_2O_3 avec des impuretés de Cr^{3+}), sur une raie rouge. Le fonctionnement était en pulses, car l'inversion de population était discontinue (excitation par un flash). La cavité était un interféromètre de Fabry-Perot), c'est-à-dire l'intervalle compris entre deux miroirs.

On a fabriqué par la suite des amplificateurs optiques, c'est-à-dire des milieux amplificateurs sans cavité, qui servent à amplifier les lasers.

On sait faire aussi des lasers de gain si élevé qu'ils oscillent sans miroirs (en pulses courts de l'ordre de quelque 10^{-9} s).

Dans le laser à argon ionisé, l'oscillation laser a lieu entre *deux niveaux excités* de l'ion Ar^+. Le mécanisme d'inversion de population est simple : une décharge continue peuple de manière sélective le niveau 2 de l'ion Ar^+ (directement à partir du fondamental de l'atome neutre), alors que le niveau 1 reste vide. Il en résulte une inversion de population entre 1 et 2.

Il existe plusieurs niveaux qui bénéficient du peuplement sélectif. L'oscillation laser peut donc avoir lieu sur plusieurs raies.

La *figure* 26b reproduit un schéma de principe d'un laser dans sa partie optique (« tête » du laser). L'argon (pression de l'ordre de 1 mm de mercure) est contenu dans un tube, isolant du point de vue électrique, mais bon conducteur de la chaleur (tube en oxyde de béryllium, par exemple). Le tube est fermé par des fenêtres transparentes, inclinées à l'incidence de Brewster (voir le texte d'*Optique*) pour qu'une polarisation de la lumière soit transmise sans pertes (ce qui impose, bien sûr, cette polarisation au faisceau laser).

Dans le dessein de stocker beaucoup d'énergie, la cavité est fermée par un miroir R = 100 % et un miroir de sortie R = 98 %, par exemple. Le laser peut osciller sur plusieurs raies à la fois, mais il est possible d'en sélectionner une seule par un prisme mobile (avec traitement antireflet) : la cavité ne se referme sur elle-même que pour une seule longueur d'onde.

L'alimentation de la décharge consomme 30 kW. La puissance dissipée dans le tube (550 V, 40 A) est de 22 kW, ce qui exige un refroidissement par eau. Le laser émet une puissance de 10 W sur toutes les raies (jusqu'à 4 W sur une seule raie, pour la plus intense).

I.G.D.A. - C.N.E.N.

Collisions - Molécules

▲ *Un synchrotron à électrons.*

Généralités sur les collisions

L'étude des collisions intéresse la physique atomique, la physique nucléaire, la physique des particules et bien d'autres branches. Il n'est pas question d'en donner ici un exposé complet, aussi ne parlerons-nous que des diffusions, c'est-à-dire des collisions sans création ni disparition de particules, très importantes en physique des basses énergies. Ces collisions se manifestent ou bien seulement par une modification des trajectoires (collisions dites élastiques), ou bien aussi par une modification des variables internes des particules (collisions dites inélastiques).

Nous restreindrons encore cet exposé en ne considérant le plus souvent que des diffusions ne mettant en jeu que deux particules. Le lecteur admettra volontiers que, sauf dans la matière condensée (gaz sous forte pression, liquide), les collisions à deux corps sont beaucoup plus fréquentes que les collisions à trois corps, et ainsi de suite.

Quelques généralités sur la diffusion

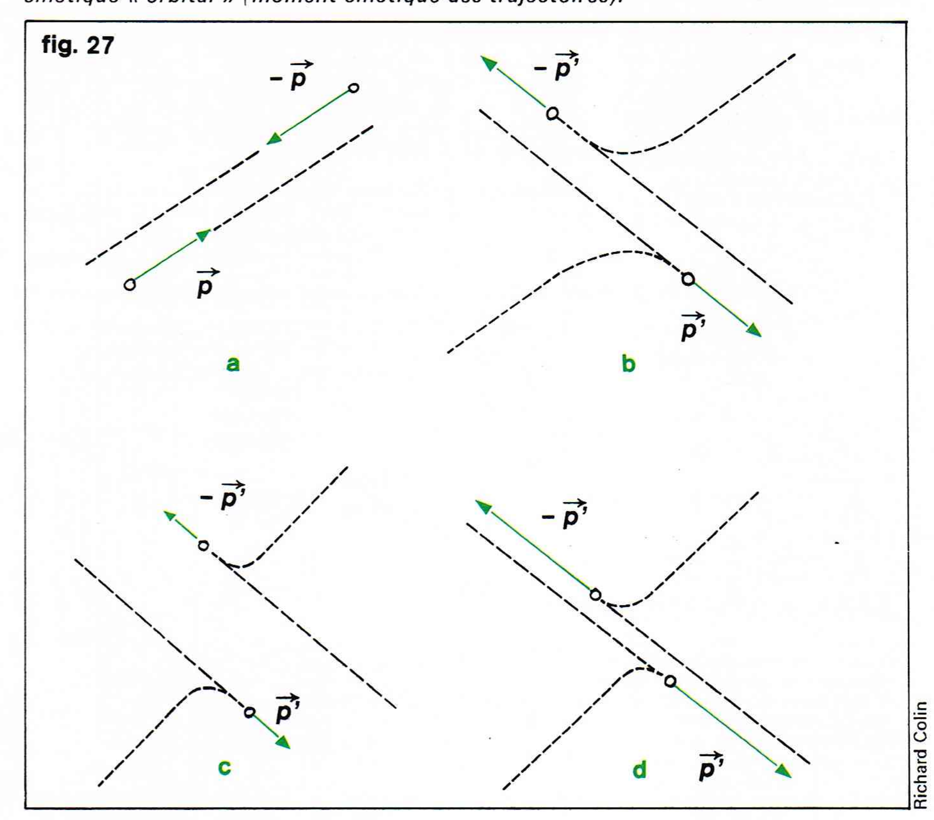
Le mouvement du centre de gravité de deux particules (ou centre de masse, en abrégé c-d-m) n'est pas perturbé lors de la collision, et donc n'est associé à aucune information. Pour réduire le nombre de variables du problème, nous devons nous placer dans le référentiel du c-d-m.

Soit $\vec{p}$ et $-\vec{p}$ les impulsions des particules avant la collision, mesurées dans le référentiel du c-d-m, $\vec{p}'$ et $-\vec{p}'$ les impulsions après collisions. Il est facile de démontrer, en mécanique classique aussi bien que relativiste, les résultats suivants (*fig.* 27) :

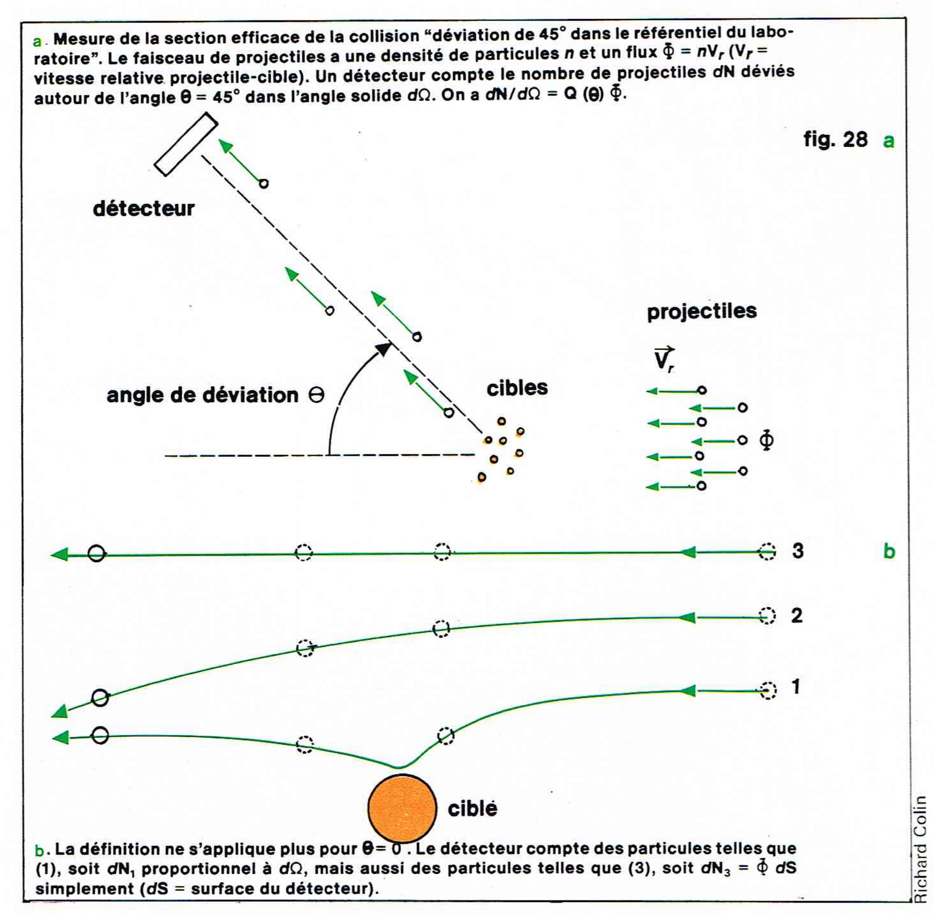
a) si la diffusion est élastique (l'énergie cinétique totale se conserve après la collision), alors $|\vec{p}'| = |\vec{p}|$, seule change la direction de l'impulsion (toujours dans le référentiel du c-d-m) ;

b) si la diffusion est inélastique avec excitation d'une des particules qui voit son énergie interne augmenter

▼ *Figure 27 ; impulsions des particules dans le référentiel du c-d-m :* a) *avant collision ;* b) *après collision élastique ;* c) *après collision inélastique et excitation des particules ;* d) *après collision inélastique et désexcitation des particules (collision « exothermique », appelée aussi collision de deuxième espèce). Les figures* b, c, d *ont été dessinées dans l'hypothèse de la conservation du moment cinétique « orbital » (moment cinétique des trajectoires).*



Richard Colin



Section efficace

Section efficace classique

La probabilité pour que se produise tel type de collision qui intéresse le physicien est mesurée par la section efficace Q. Du point de vue d'une particule-cible, une expérience de collision est caractérisée en mécanique classique par le flux Φ de particules-projectiles (débit par unité de surface). Soit N le nombre de collisions par seconde et par particule-cible. A flux donné, certaines collisions seront plus probables que d'autres, et on caractérise cette probabilité par le nombre N/Φ qui a les dimensions d'une surface : c'est la section efficace Q (*fig.* 28a).

Classiquement, Q est défini pour toutes les collisions, sauf les collisions élastiques avec déviation nulle ($\theta = 0$). Dans ce cas, il est impossible de distinguer lors de la mesure les projectiles 1 (*fig.* 28b) qui ont subi ce type de collisions des projectiles 3 passés trop loin pour interagir. Du point de vue théorique, l'indétermination de la section efficace pour $\theta = 0$ conduit souvent à une section efficace totale de diffusion élastique infinie).

Section efficace quantique

Une particule libre d'impulsion $\vec{p}$ se propageant suivant l'axe Oz est représentée par l'onde plane e^{ikz} avec $k = |\vec{k}| = |\vec{p}/\hbar|$ (voir le texte de *Mécanique quantique*). Plus exactement, cette onde va représenter pour nous un flux permanent de particules occupant l'espace avec une densité de 1 particule par unité de volume et un flux $\Phi = V = p/m$.

On peut démontrer qu'après une collision élastique la fonction d'onde dans le référentiel du c-d-m est de la forme :

$$\psi = e^{ikz} + f(\theta)\,\frac{1}{r}\,e^{ikr} \quad \text{pour } r \to \infty$$

Puisque l'état interne des particules n'est pas modifié après collision, la fonction d'onde d'une particule est la somme de la fonction d'onde incidente et d'une fonction d'onde diffusée de la forme e^{ikr}/r (il faut ici bien distinguer ikr de $i\vec{k}\cdot\vec{r} = ikz$ de l'onde incidente). Les particules s'éloignant de la zone de collision, la nouvelle variable est r et non plus z ; leur densité décroît en $1/r^2$ (*fig.* 29), d'où le terme en $1/r$ dans la fonction d'onde ; enfin l'amplitude dépend de la direction θ.

Dans le cas d'une collision inélastique, on peut toujours distinguer parmi toutes les particules celles qui ont subi une collision. Pour ces dernières, la fonction d'onde s'écrit alors simplement (avec $k' = p'/\hbar = kv'/v$) :

$$\psi = f(\theta)\,\frac{1}{r}\,e^{ik'r} \quad \text{pour } r \to \infty$$

Ces résultats, démontrés en mécanique quantique, ne sont valables que pour une interaction décroissant plus vite que $1/r$. Ceci exclut le cas du potentiel coulombien (collisions de deux particules chargées).

Un calcul simple aboutit à la section efficace :

$$Q(\theta) = |f(\theta)|^2 \quad \text{pour une collision élastique}$$

$$Q(\theta) = \frac{v'}{v}\,|f(\theta)|^2 \quad \text{pour une collision inélastique}$$

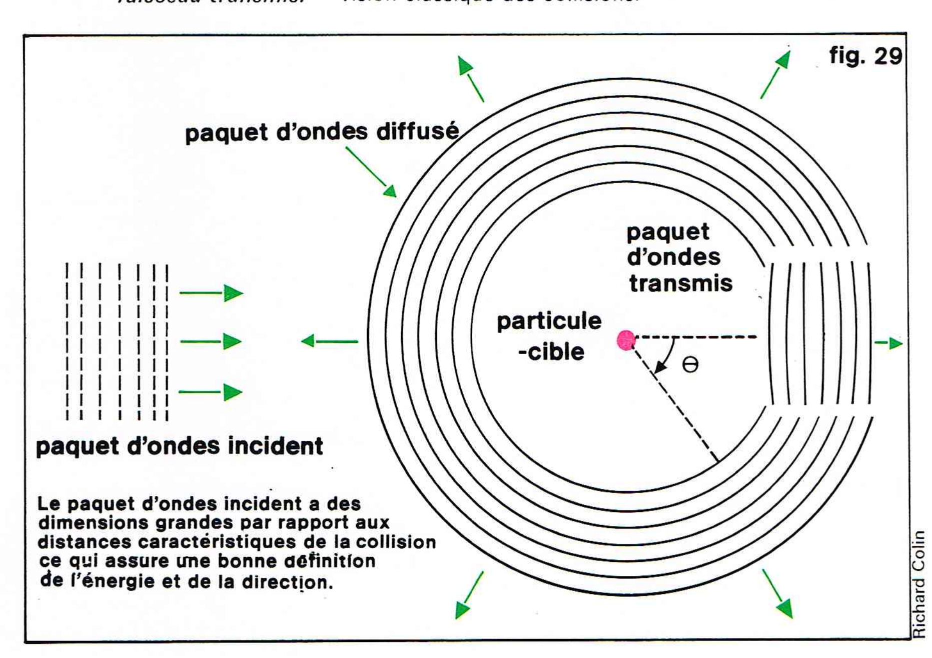
La section efficace est ici définie pour toutes les directions, même $\theta = 0$.

(l'énergie cinétique totale diminue), alors $|\vec{p}'| < |\vec{p}|$, l'énergie cinétique de chacune des particules diminue ;

c) si on a désexcitation d'une des particules, donc augmentation de l'énergie cinétique totale (réaction « exothermique »), alors $|\vec{p}'| > |\vec{p}|$, l'énergie cinétique de chacune des particules augmente.

Ces conclusions ne sont valables que dans le référentiel du c-d-m. Rappelons aussi que, dans ce référentiel, le moment cinétique total $\vec{L} = \Sigma \vec{r_i} \wedge \vec{p_i}$ est défini sans ambiguïté (c'est-à-dire indépendant de l'origine des coordonnées), puisque la somme des impulsions est nulle. Nous allons voir maintenant, en trois exemples, comment les principes de la physique quantique modifient notre vision classique des collisions.

▼ *Figure 29 : illustration de la définition de la section efficace élastique en théorie quantique. Après collision, le paquet d'ondes transmis se propage dans la même direction, alors que le paquet d'ondes diffusé s'éloigne radialement. Dans la région commune, l'interférence est destructive, ce qui entraîne l'atténuation du faisceau transmis.*



Mesure des sections efficaces

Dans une expérience de mesure de sections efficaces de collision, le physicien essaye de se rapprocher des conditions idéales de la définition de la section efficace.

a) Une vitesse relative bien définie exige des jets de particules homocinétiques et très bien collimatées, c'est-à-dire, en vertu du principe d'incertitude, des paquets d'ondes de grandes dimensions. Lorsque ces dimensions sont beaucoup plus grandes que la longueur caractéristique de la collision (« portée » du potentiel par exemple), les résultats expérimentaux ne dépendent plus de la forme du paquet d'ondes.

b) Il faut un système de détection sensible à la collision étudiée. En particulier, il doit présenter une bonne résolution angulaire et pouvoir explorer une grande partie des directions de l'espace (à l'exception de la région du faisceau transmis).

En réalité, de nombreuses expériences de collision se font dans des conditions très différentes, par exemple dans une vapeur atomique sans aucune sélection de vitesse, ni en module, ni en direction. Dans ces conditions, les paquets d'ondes sont réduits à la dimension minimale, de l'ordre de $\lambda/2\pi$ (λ = longueur d'onde de De Broglie). On ne peut mesurer que des grandeurs intégrées sur les angles, du type de la section efficace totale $\int Q(\theta)\, d\theta$. A cause de leur facilité de mise en œuvre, ces expériences ont pourtant une grande importance en physique.

Diffusion élastique par un potentiel central

Un rappel de mécanique classique

Il est facile de démontrer que l'énergie d'un système de deux particules de masses m_1 et m_2, dans le référentiel du c-d-m et dans le cas d'un potentiel central V (r), est donnée par :

$$E = \frac{1}{2}\mu V^2 + V(r) = \frac{1}{2}\mu\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{1}{2\mu}\frac{L^2}{r^2} + V(r)$$

où μ est la masse de la « particule relative » ou masse réduite ($1/\mu = 1/m_1 + 1/m_2$), V la vitesse (vitesse relative des deux particules), L le module de son moment cinétique. Nous sommes ramenés à un problème à une variable, la distance des deux particules r. Tout se passe comme si une « particule relative » se déplaçait dans le potentiel V (r) + $L^2/2\mu r^2$.

A énergie totale E donnée, les particules passeront d'autant plus loin l'une de l'autre que le moment cinétique L est plus grand (*fig.* 30a). C'est l'origine physique de la « barrière centrifuge » $L^2/2\mu r^2$, dont le rôle est montré sur la *figure* 30b. Classiquement, le moment cinétique $L = \mu V_0 b$ croît comme le paramètre d'impact b (V_0 vitesse relative à l'infini).

Cas du potentiel central en physique quantique

Il est intuitif qu'une particule libre totalement délocalisée, représentée par une onde plane, n'a pas de moment cinétique bien défini. On démontre en mécanique quantique que les opérateurs $\vec{p}$ et $\vec{L}$ ne commutent pas : si $\vec{p}$ est parfaitement défini, $\vec{L}$ est indéterminé. Les ondes de moment cinétique bien défini sont les ondes sphériques : du point de vue angulaire, ce sont les harmoniques sphériques ; du point de vue radial, elles se comportent comme $\frac{1}{r}e^{\pm ikr}$ pour $r \to \infty$.

Un paquet d'ondes incident de grandes dimensions est la superposition d'un grand nombre d'ondes sphériques entrantes $\left(\text{de la forme } \frac{e^{-ikr}}{r}\right)$ correspondant à un grand nombre de valeurs du moment cinétique. On peut démontrer qu'une onde sphérique de moment cinétique $l\hbar$ a une valeur pratiquement nulle pour $r < l/k$: un paquet d'ondes sphériques entrantes groupées autour de la valeur l va converger vers l'origine, rebrousser chemin aux environs de $r = l/k$, puis diverger à l'infini sous forme d'ondes sphériques sortantes $\frac{e^{+ikr}}{r}$. Physiquement, le paquet d'ondes fait demi-tour lorsque son énergie totale E s'est entièrement convertie en « énergie centrifuge » : $E = \frac{l(l+1)\hbar^2}{2\mu r^2}$, donc $r^2 \simeq \frac{l^2\hbar^2}{2\mu}\frac{2}{\mu V_0^2}$ ou $r \simeq \frac{l}{k}$

Que se passe-t-il au cours de la collision ? Les ondes sphériques qui se rapprochent suffisamment de l'origine subissent un déphasage $2\delta_l$ au cours de leur aller-retour à l'intérieur du potentiel V (r). La recombinaison des ondes sortantes ne donne pas le paquet d'ondes incident, puisque les coefficients ne sont plus les mêmes (les déphasages dépendent de l) : on trouve en plus un terme de la forme $f(\theta)\frac{e^{ikr}}{r}$ (pour $r \to \infty$) déjà rencontré dans la définition de la section efficace.

On peut démontrer qu'on a :

$$Q(\theta) = |f(\theta)|^2 = \frac{4\pi}{k^2}\sum_0^\infty (2l+1)\sin^2\delta_l$$

Une application : l'effet Ramsauer-Townsend

La décomposition en ondes sphériques, ou « méthode des déphasages », est d'un emploi commode lorsqu'un petit nombre d'ondes partielles sont perturbées. Ces dernières sont telles que $l/k \leqslant a$, a étant la « portée » du potentiel. Il faut donc que le produit ak ne dépasse pas quelques unités. C'est en particulier le cas de la collision gaz rare-électron lent ; un exemple de section efficace est donné *figure* 31.

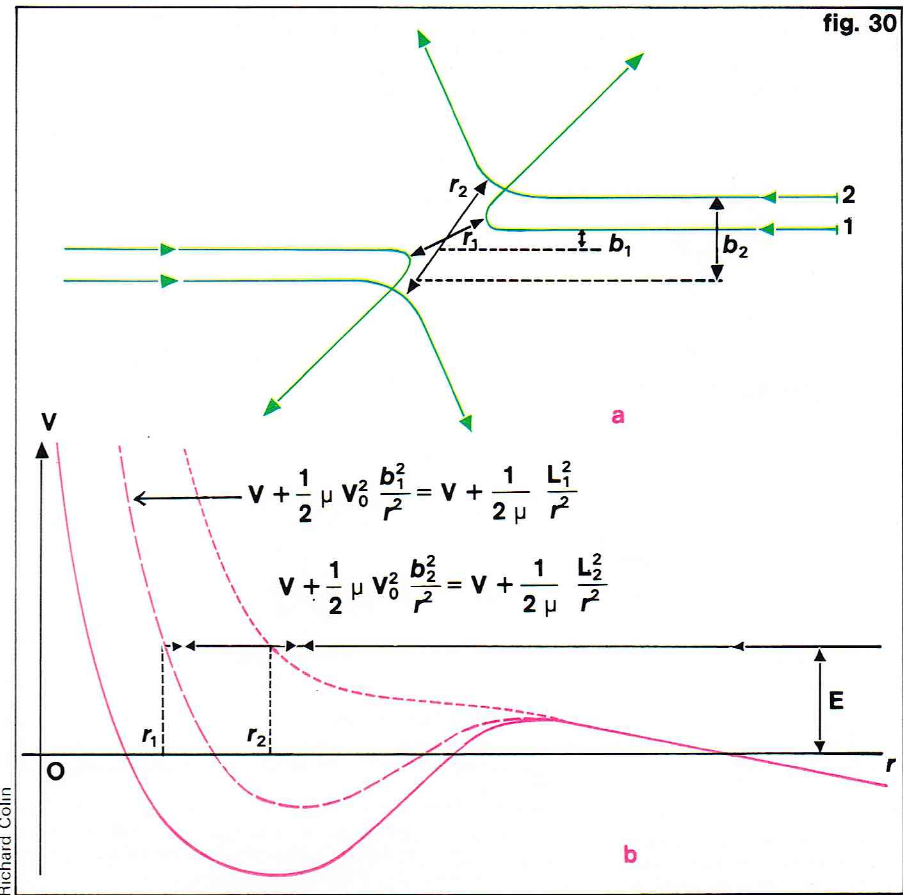
Comment interpréter la quasi-annulation de la section efficace pour une certaine énergie (le gaz devient alors transparent aux électrons lents) ? Il faut d'abord noter que nous avons $ak < 1$, seule l'onde partielle $l = 0$ (onde S) pénètre dans la région du potentiel et contribue à la diffusion. Ensuite, il faut admettre que, pour une certaine énergie, on a $\delta_0 = \pi$. Ceci exige $ak \simeq \pi$ à l'intérieur du potentiel, mais, comme celui-ci est fortement attractif pour un électron, $k = mv/\hbar$ tend à augmenter, et la condition n'est pas contradictoire avec $ak < 1$ à l'infini.

Au cours de son aller-retour, l'onde $l = 0$ se déphase de $2\delta_0 = 2\pi$, c'est-à-dire reste inchangée par rapport aux autres. La recombinaison redonne l'onde incidente : l'onde diffusée disparaît.

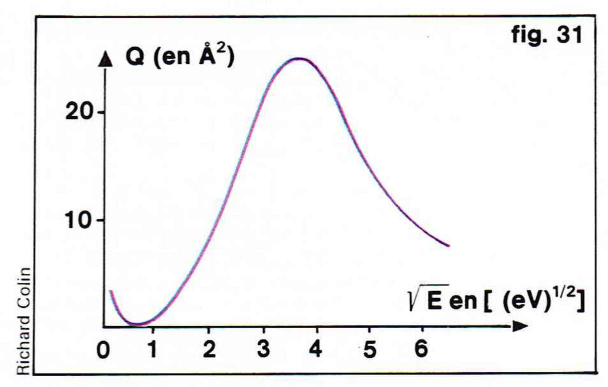
Collisions de particules identiques

Un important problème de la physique quantique

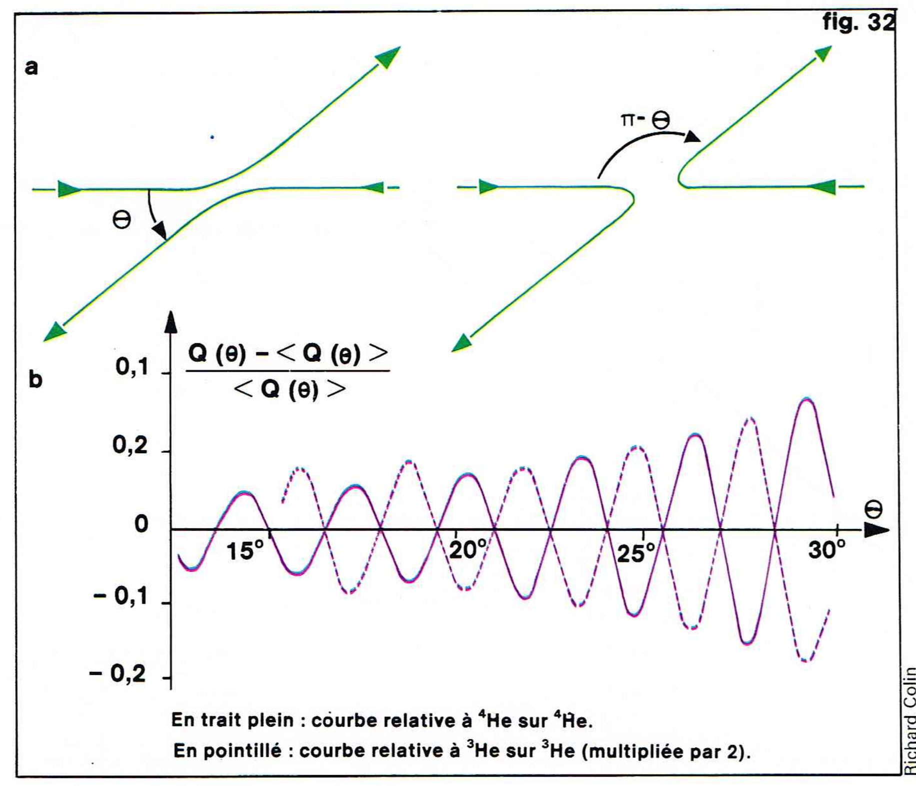
Deux particules sont indiscernables lorsque tous leurs nombres quantiques sont identiques. L'échange de deux



▲ *Figure 30 :*
***a**, dans le référentiel du c-d-m, représentation du paramètre d'impact b et de la distance d'approche r.*
***b**, diagramme d'énergie de la « particule relative ». Classiquement, la particule a un paramètre d'impact b et une distance d'approche r, abscisse du point de retour. On a représenté sur la figure le potentiel d'interaction V (r) seul ou additionné de la barrière centrifuge pour deux valeurs b_1 et b_2 du paramètre d'impact, associées aux distances d'approche r_1 et r_2.*



◀ ***Figure 31 : section efficace totale de collision argon-électron lent.** Un atome de gaz rare (couche électronique complète) est une structure « ramassée ». Le potentiel atome-électron est attractif ; sa « portée » est de l'ordre de a = 1 Å ; sa valeur moyenne est de plusieurs dizaines de volts. La longueur d'onde de De Broglie de l'électron est $\lambda \sim 10$ Å, soit $k \sim 0{,}5$ Å^{-1}. Nous sommes bien dans le cas $ak < 1$: seule l'onde $l = 0$ s'approche assez pour pénétrer dans le cortège électronique et être déphasée.*



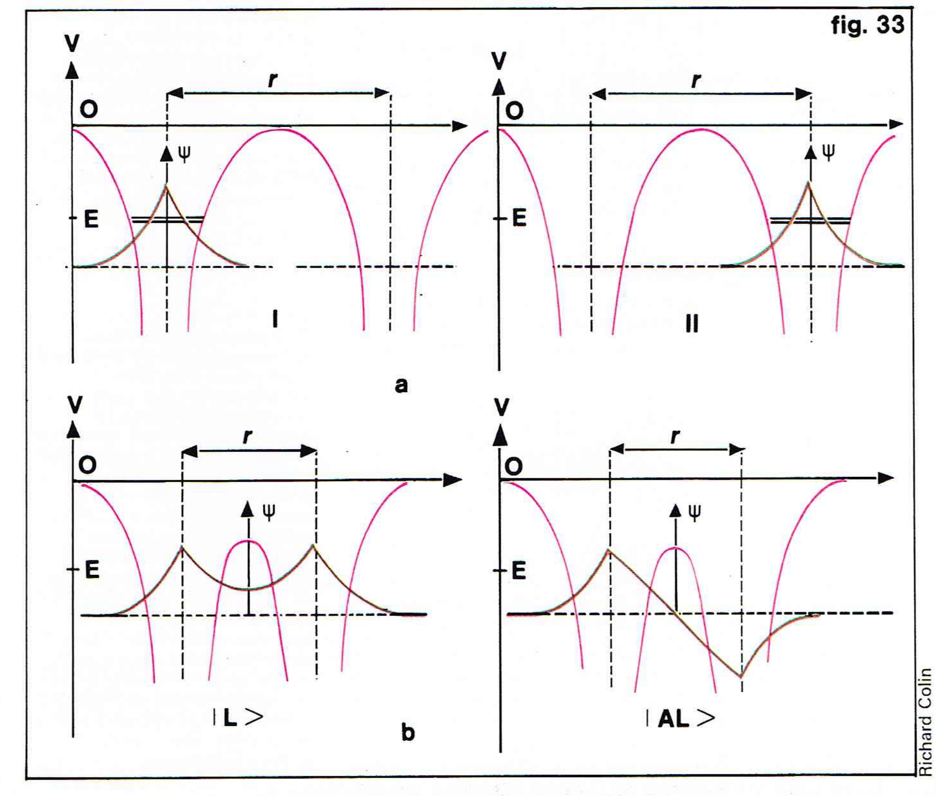
▲ *Figure 32 :*
a, collision entre particules identiques.
b, collision entre atomes d'hélium. En abscisse, l'angle de déviation θ dans le référentiel de laboratoire (résolution = 0,2°); en ordonnée, en valeur relative, la section efficace comptée à partir de sa valeur moyenne ⟨ Q(θ)⟩. L'énergie est de l'ordre du keV.

telles particules ne conduit pas à un nouvel état physique, et la mécanique quantique a dû se fixer des règles (symétrisation ou antisymétrisation) pour éliminer une dégénérescence purement artificielle.

Lors d'une collision de particules identiques, les deux situations de la *figure* 32a sont indiscernables. Nous savons que l'onde diffusée doit être symétrique dans l'échange de deux bosons, antisymétrique dans l'échange de deux fermions :

$$\frac{1}{r}\, e^{ikr}\, [f(\theta) + f(\pi - \theta)] \quad \text{pour 2 bosons}$$

$$\frac{1}{r}\, e^{ikr}\, [f(\theta) - f(\pi - \theta)] \quad \text{pour 2 fermions}$$



La section efficace devient

$$Q(\theta) = |f(\theta) \pm f(\pi - \theta)|^2$$

[classiquement, on aurait trouvé $|f(\theta)|^2 + |f(\pi - \theta)|^2$]. Le terme croisé $\pm 2\,\mathrm{Re}\, f^*(\theta)\, f(\pi - \theta)$ est un terme d'interférence quantique. Une mesure de Q (θ) doit le mettre en évidence à condition qu'il existe des angles θ pour lesquels $f(\theta)$ et $f(\pi - \theta)$ soient d'amplitudes comparables. En revanche, de tels termes d'interférence se « brouillent » souvent par intégration sur les angles, et les théories classique et quantique de la section efficace totale donnent le même résultat.

Collisions He-He

Un cas très instructif est celui des collisions He - He. Avec ^4He sur ^4He, on a des bosons; si l'on utilise ^3He sur ^3He avec les spins nucléaires parallèles (I = 1/2), on a des fermions. Notons que la collision ^3He sur ^3He avec spins antiparallèles ne donne pas de terme d'interférence : les particules sont discernables, les états finals orthogonaux, et la section efficace est donnée par :

$$Q(\theta) = |f(\theta)|^2 + |f(\pi - \theta)|^2$$

si l'on renonce à détecter l'orientation du spin nucléaire.

La *figure* 32b donne les sections efficaces expérimentales dans les deux cas. Le potentiel d'interaction étant le même pour ^4He-^4He et ^3He-^3He, l'amplitude $f(\theta)$ est la même, seul change le signe dans l'expression de Q (θ). Il en résulte que les termes d'interférence sont en opposition de phase, ce qui est bien vérifié par l'expérience. L'énergie du faisceau de ^3He est corrigée pour tenir compte de la différence de masse entre ^3He et ^4He. Le résultat pour ^3He est multiplié par 2, puisqu'il n'y a qu'une collision sur deux où les spins sont parallèles et où le terme d'interférence existe. Le contraste, qui augmente avec θ, serait maximal pour θ = 45° (θ = 90° dans le référentiel du c-d-m); en effet, les ondes qui interfèrent ont alors la même amplitude; mais celle-ci est très faible, car la fonction $f(\theta)$ est fortement « pointée » vers zéro aux énergies utilisées.

Généralités sur les molécules

Formation des molécules

Une molécule diatomique, la plus simple des molécules, est un état lié de deux atomes. Dans son état fondamental, c'est un état d'énergie négative (les deux atomes dans leur état fondamental, immobiles et très éloignés l'un de l'autre, représentant l'origine des énergies). La collision de deux atomes (système d'énergie positive) ne peut donner naissance à une molécule dans l'état fondamental que si une troisième particule entre dans le bilan énergétique (collision à trois corps, émission d'un photon). Par exemple, le taux de formation de molécules de Na_2 dans la vapeur de sodium pure croît comme le carré de la pression, un atome Na devant en rencontrer deux autres pour qu'il se forme une molécule pendant que le troisième atome emporte l'énergie excédentaire.

Admettons que l'énergie d'interaction de deux atomes soit représentée par une énergie potentielle V (*r*), où *r* est la distance entre les noyaux (voir *fig.* 30b). Une condition nécessaire, mais pas suffisante, pour qu'il existe un état lié des deux atomes est que V (*r*) présente au moins un minimum (avec V = 0 à l'infini). C'est un cas fréquent, car V est toujours répulsif pour $r \to 0$ (répulsion à courte distance des noyaux) et souvent attractif pour $r \to \infty$ (les forces mises en jeu sont les forces électrostatiques dipôle-dipôle induit en $1/r^7$, dites forces de Van der Waals).

Niveaux d'énergie électroniques

Que deviennent les niveaux d'énergie d'un atome A lorsqu'il se rapproche suffisamment près d'un atome B? Prenons l'exemple classique de l'ion moléculaire H_2^+. A grande distance, un atome H et un proton forment un système à deux états I et II de même énergie E (*fig.* 33a). A courte distance, par effet tunnel, l'électron peut traverser la barrière de potentiel; nous savons que les états I et II ne sont plus stationnaires et que les nouveaux états propres du système sont :

$$|L\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(|I\rangle + |II\rangle) \qquad |AL\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}\,(|I\rangle - |II\rangle)$$

Dans l'état $|L\rangle$ la densité électronique est forte entre les deux noyaux. Puisque l'énergie potentielle d'un électron dans le champ d'un noyau est négative, l'énergie de l'état est abaissée par rapport à E : l'état $|L\rangle$ est plus stable, il est appelé liant. L'énergie de $|AL\rangle$ est supérieure à E : il est appelé antiliant (voir *fig.* 33b).

On peut dire aussi que dans l'état $|L\rangle$ la concentration d'électrons au centre de la molécule fait écran à la répulsion coulombienne des noyaux. Mais les considérations ci-dessus ne sont valables que si les énergies ne sont pas trop perturbées. Pour des distances r trop faibles, l'énergie d'interaction noyau-noyau devient prépondérante, et l'énergie du système devient supérieure à E dans tous les cas. Mais nous pouvons conclure qu'à toute distance r assez faible, chaque niveau d'énergie du système correspondant à $r \to \infty$ se divise en deux niveaux d'énergie dont l'écart croît quand r décroît.

Plus généralement, soit N atomes ou ions éloignés les uns des autres, N — 1 dans l'état $|u\rangle$ et un dans l'état $|v\rangle$. Si ces états ne sont pas dégénérés, l'ensemble forme un état d'énergie E qui est N fois dégénéré. A plus courte distance, l'état $|v\rangle$ peut se « propager » d'un atome à l'autre, la dégénérescence est levée, et il apparaît N niveaux d'énergie distincts (*fig.* 34). On peut généraliser au solide, en considérant un très grand nombre d'ions ($N \simeq 10^{23}$) et les niveaux d'énergie d'un électron. Aux grands espacements, l'électron reste lié à un ion, et l'ensemble a des niveaux d'énergie E_0, E_1, ... extrêmement dégénérés. Lorsque les ions se rapprochent, cette dégénérescence est levée, chaque niveau donnant naissance à une bande contenant un très grand nombre de niveaux. Dans un modèle à électrons indépendants, on remplit ces bandes (en respectant le principe de Pauli) en commençant par la plus basse (bande de valence) jusqu'à ce que l'ensemble soit neutre (au zéro absolu, le dernier niveau occupé est appelé niveau de Fermi).

La liaison chimique

L'ion moléculaire H_2^+ existe-t-il?

Nous venons de voir que, pour certaines distances r, le système atome H - proton possédait un état $|L\rangle$ d'énergie inférieure à l'énergie correspondant à r infini. Mais le problème n'est pas résolu pour autant. Le principe d'incertitude interdit en effet aux noyaux de se trouver immobiles et bien localisés : on dit qu'il y a vibration des noyaux, et à cette vibration correspond une énergie positive qui conditionne tout le problème de l'existence des molécules (c'est aussi elle qui empêche l'existence de l'hélium solide sous sa pression de vapeur saturante, même au zéro absolu).

Calculons quelques ordres de grandeur. Le défaut d'énergie de l'état $|L\rangle$ (exprimé en unités de fréquence) n'est autre que la fréquence à laquelle l'électron passe d'un noyau à l'autre. Pour r de l'ordre de 1 Å, elle est de l'ordre des fréquences électroniques de l'atome, correspondant à une énergie E_e de plusieurs eV.

L'énergie de vibration est de l'ordre de la pulsation de vibration des noyaux $\sqrt{K/M}$, M étant la masse du noyau et K la constante de rappel. Puisque l'énergie varie de E_e sur une distance de l'ordre de r, on a

$$K \simeq E_e/r^2 = E_e\hbar^2/r^2\hbar^2 \simeq E_e p^2/\hbar^2 \simeq mE_e^2/\hbar^2$$

(où m et p sont la masse et l'impulsion de l'électron). D'où $E_v \simeq E_e\sqrt{m/M}$.

On peut aussi calculer l'énergie de rotation

$$E_r \simeq MV^2 \simeq L^2/Mr^2 \simeq \hbar^2/Mr^2 \simeq p^2/M$$

(L est le moment cinétique de rotation autour du centre de la molécule). On a donc $E_r \simeq E_e m/M$.

En résumé, les énergies mises en jeu sont :

$$E_e \simeq 1 \text{ eV}, \ E_v \simeq \sqrt{\frac{m}{M}}\, E_e, \ E_r \simeq \frac{m}{M}\, E_e, \ \text{avec} \sqrt{\frac{m}{M}} \simeq 10^{-2}$$

Les énergies de vibration et de rotation étant très inférieures au défaut d'énergie de l'état L, l'ion moléculaire H_2^+ est stable.

Une tentative de généralisation

Continuons dans les considérations qualitatives précédentes. Pourquoi la molécule H_2 existe-t-elle? Si les deux électrons du système atome H-atome H ont des spins opposés, ils sont discernables et les états I et II existent (ils diffèrent par l'échange des deux électrons) : la molécule H_2 aura un état liant $|L\rangle$ présentant un défaut d'énergie notable. Une autre manière d'aborder le problème consiste à considérer les électrons comme indépendants : on peuple avec 2 électrons les niveaux d'énergie de l'ion H_2^+. Si les spins sont antiparallèles, on peut mettre les deux électrons dans l'état $|L\rangle$ (les états $|L\rangle$ et $|AL\rangle$ ne sont pas dégénérés du point de vue orbital). Cette approximation est très grossière, mais elle conduit au bon résultat : la molécule H_2 existe, et son état fondamental est un singulet ($S = 0$) du point de vue électronique.

Nous avons négligé ci-dessus l'énergie d'interaction entre les électrons. C'est cette dernière qui explique, dans la théorie des termes spectraux atomiques, que les niveaux singulets se trouvent plus haut en énergie que les niveaux triplets ($S = 1$). Dans le cas de H_2, c'est l'interaction de chaque électron avec les deux noyaux qui explique le résultat inverse. La grande majorité des molécules est diamagnétique (du point de vue électronique) dans l'état fondamental. Il nous faut néanmoins citer une exception classique, O_2.

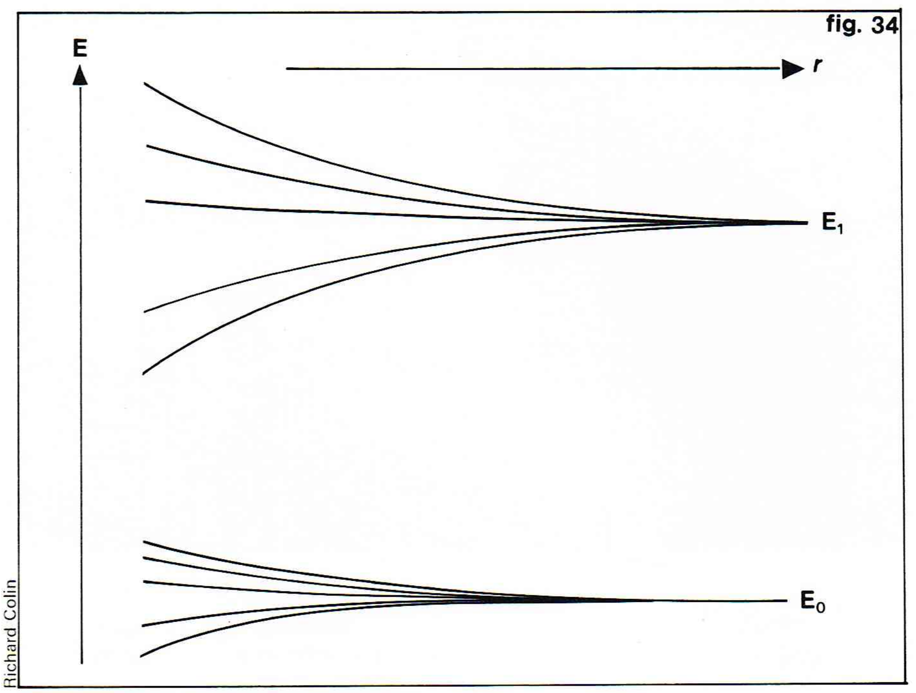
Considérons le système atome H-atome He. Les états I et II n'existent plus, car la couche de l'atome He est complète, et on ne peut la modifier sans une considérable augmentation d'énergie qui ne sera pas compensée par ailleurs. On a donc un système à un seul état. Quand les deux atomes se rapprochent, le principe de Pauli interdit aux électrons de se concentrer entre les deux noyaux. L'état du système se comporte comme un état antiliant; la molécule HeH n'existe pas dans l'état fondamental.

On a vu, dans le cas de H_2, le rôle fondamental joué par les couples d'électrons mis en commun par deux atomes après délocalisation. C'est la liaison covalente, fondamentale en chimie.

Approximation de Born-Oppenheimer

Nous allons pour terminer justifier le fait de réduire, dans l'étude des molécules et de nombreuses collisions, l'interaction de deux atomes à une énergie potentielle V (r), où r est la distance internucléaire. Cette simplification est nommée « approximation de Born-Oppenheimer ».

Nous avons vu que l'énergie de vibration (et *a fortiori* de rotation) est très inférieure aux énergies électroniques, au moins dans les états les plus bas. Puisqu'on a $M \gg m$, il en résulte que la vitesse des noyaux est très inférieure à celle des électrons. Dans ces conditions, on peut supposer les noyaux immobiles et résoudre l'équation de Schrödinger pour les électrons en considérant r comme un paramètre. Soit $\psi_i^r(\vec{x_e})$ et $V_i(r)$ les fonctions propres

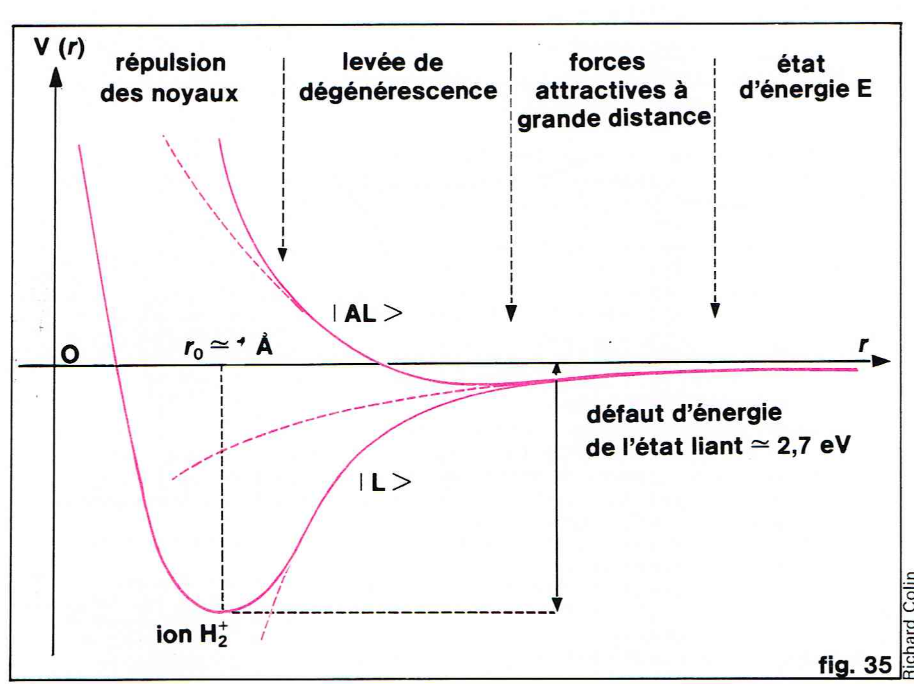


***▲ Figure 34 :** soit 5 atomes (ou ions) à une distance moyenne r les uns des autres. Pour r très grand, 4 atomes sont dans l'état $|u\rangle$, le dernier dans l'état $|v\rangle$ (ou $|v'\rangle$ d'énergie supérieure à $|v\rangle$, etc.) ; l'énergie de l'ensemble est alors E_0 (ou $E_1 > E_0$, etc.), qui est au moins 5 fois dégénéré. Quand r diminue, la dégénérescence est levée, d'autant plus fortement que r est petit et que l'état $|v\rangle$ est moins lié.*

***◀ Page ci-contre, figure 33 :** a, représentation des états de l'ensemble atome H et proton. On a porté en abscisse le déplacement suivant l'axe qui joint les deux protons (distants de r) ; en ordonnée, l'énergie potentielle de l'électron et sa fonction d'onde. L'énergie potentielle est représentée par deux puits de potentiel centrés sur chacun des protons. Dans l'état I, la fonction d'onde est concentrée autour du proton de gauche ; dans l'état II, autour du proton de droite. Le double trait représente le « domaine classique » de l'électron. b, lorsque la distance r diminue, la barrière de potentiel qui sépare les deux puits devient moins haute et moins large. Par effet tunnel, l'électron passe d'un proton à l'autre. Les nouveaux états propres sont les combinaisons symétriques $|L\rangle$ et antisymétriques $|AL\rangle$ des états I et II : $|L\rangle$ est liant et $|AL\rangle$ antiliant.*







▲ *En haut, à gauche, un portrait du physicien allemand,* Max Born : *il fut prix Nobel de physique en 1954 ; à droite, le physicien américain* J. R. Oppenheimer *(1904-1966), le père de la bombe « A ».*
Ci-dessus, figure 35 : énergie d'interaction d'un atome H *et d'un proton, les noyaux étant immobiles et séparés par une distance r. On a porté sur la figure en trait plein les valeurs propres de l'équation de Schrödinger de l'électron qui donnent par continuité, pour $r \to \infty$, l'énergie de l'état fondamental de l'atome* H *(énergie* E*). Par convention, on a pris* $V(r) = 0$ *pour* $r \to \infty$.

▼ *Figure 36 : représentation classique de la vibration et de la rotation d'une molécule diatomique de centre de gravité* G.

Vibration : c'est le déplacement des noyaux le long de l'axe de la molécule. Si l'amplitude reste faible, on peut encore parler de distance internucléaire r_0. Rotation : c'est le déplacement des noyaux perpendiculairement à l'axe de la molécule. $\vec{L}$ est une constante, le mouvement est plan.

et les énergies associées ($\vec{x}_e$ représente les coordonnées électroniques, et l'indice i les différentes solutions).

Supposons (par anticipation) que la fonction d'onde nucléaire soit confinée dans un domaine petit par rapport à la distance internucléaire moyenne r_0. Dans ce cas, r varie peu et sera remplacé par r_0. On démontre que la fonction d'onde nucléaire $\varphi(r)$ est solution de l'équation de Schrödinger avec le potentiel $V_i(r)$, et que la fonction d'onde totale est $\psi_i(\vec{x}_e)\,\varphi(r)$, c'est-à-dire que les variables $\vec{x}_e$ et r sont séparées.

La *figure* 35 montre deux courbes $V_i(r)$ pour les états $|L\rangle$ et $|AL\rangle$ de H_2^+, déjà rencontrées. Il apparaît trois régions où $V(r)$ varie. En premier lieu, pour r de l'ordre de quelques Å, se manifestent des forces attractives à longue distance. Elles varient ici en $1/r^5$ et l'énergie en $1/r^4$ (forces entre une charge et le dipôle électrique qu'elle induit). Entre atomes neutres, les forces sont en $1/r^7$ et l'énergie en $1/r^6$ (dipôle-dipôle induit).

Pour $r < 2$ Å, la dégénérescence 2 du niveau considéré est levée par suite de la délocalisation de l'électron entre les deux protons (on parle parfois de « résonance », par exemple dans le cas de la molécule de benzène).

Enfin, pour r petit, les courbes remontent à cause de la répulsion coulombienne des noyaux. L'énergie du niveau $|L\rangle$ présente alors un minimum très marqué pour $r \simeq 1$ Å. La profondeur du puits est de l'ordre de 2,7 eV, assurant une très bonne stabilité à l'ion H_2^+ (nous verrons néanmoins que l'énergie de liaison de l'état fondamental est inférieure à cette valeur).

On peut constater que même l'état $|AL\rangle$ présente un léger défaut d'énergie associé à un minimum très peu marqué dû aux forces à longue distance. Dans certains cas (couple alcalin-gaz rare par exemple), une telle situation donne naissance à une molécule très instable, dite « molécule de Van der Waals ».

Il reste à vérifier sur $\varphi(r)$ l'hypothèse $r \simeq r_0$. C'est le cas pour de nombreuses molécules, au moins tant que les énergies de vibration et de rotation restent faibles par rapport aux écarts entre niveaux électroniques. Citons néanmoins une exception célèbre, NH_3. Même dans les deux niveaux les plus bas (ceux de la transition du maser à ammoniac), l'atome N traverse le plan des atomes H (« inversion » de la molécule), et sa fonction d'onde est très délocalisée.

Niveaux d'énergie de vibration et de rotation

Séparation des variables

Nous faisons toujours l'hypothèse que l'extension spatiale de la fonction d'onde nucléaire est faible comparée à r_0. Dans ces conditions, le moment d'inertie de la molécule est bien défini, puisque la distance entre noyaux est presque constante : les mouvements de rotation et de vibration sont alors indépendants (*fig.* 36).

Reportons-nous au paragraphe *Diffusion élastique par un potentiel central* (p. 227, et *fig.* 30b). Le mouvement de vibration est celui de la « particule relative » dans le potentiel $V(r)$. En cas de rotation avec le moment ciné-

tique $\vec{L}$, on rajoute la « barrière centrifuge », pratiquement constante pour nous et égale à $L^2/2\,\mu r_0^2$, ce qui revient à une translation vers le haut des énergies. Toujours dans le cadre de notre hypothèse, la courbe de potentiel se réduit à une parabole au voisinage du minimum, soit $V(r) \simeq -V(r_0) + (r = r_0)^2 \times \frac{V''(r_0)}{2}$: le mouvement de vibration est celui d'un oscillateur harmonique de constante de rappel $K = V''(r_0)$. Le mouvement de rotation est celui d'un « rotateur rigide » de moment d'inertie $I = \mu r_0^2$ par rapport au centre de gravité de la molécule et tournant dans un plan perpendiculaire à $\vec{L}$.

Remarquons que la molécule peut posséder, en plus de $\vec{L}$, un moment cinétique de deux origines différentes. Le premier est le moment cinétique électronique (orbital et de spin) qui est pris en compte dans la théorie des niveaux électroniques. Le second est le moment cinétique de spin des noyaux (qui peut donner une composante le long de l'axe de la molécule) correspondant à une énergie interne bien définie, caractéristique de l'état du noyau.

Niveaux de vibration

On sait calculer, en mécanique quantique, les niveaux d'énergie de l'oscillateur harmonique :

$$E_v = \left(v + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega \qquad \omega = \sqrt{\frac{k}{\mu}} \qquad v = 0, 1, 2, \ldots$$

Ces niveaux sont équidistants (*fig.* 37a) et non dégénérés. Le fait le plus important est que l'énergie du niveau le plus bas $v = 0$ ne soit pas nulle ; il joue un rôle fondamental, comme nous l'avons déjà dit au paragraphe *La liaison chimique*, dans le problème de l'existence des molécules.

Quel est l'ordre de grandeur de $\hbar\omega$? ω est d'autant plus grand que la constante de rappel K est plus grande (molécule à forte énergie de liaison) et que μ est plus petit (molécule contenant au moins un atome léger). Les variations de ω sont illustrées *figure* 37b. Prenons d'abord l'exemple des molécules Rb Br (halogénure d'alcalin très stable) et Rb Kr (« molécule de Van der Waals » de très faible énergie de liaison) : les masses réduites sont presque les mêmes (Rb = 85, Br = 79, Kr = 84), et pourtant les énergies de vibration $\hbar\omega$ sont respectivement 181 cm^{-1} et 13 cm^{-1}. L'effet de la masse est illustré par H_2 et D_2 ; les nuages électroniques, donc les constantes K, sont les mêmes, mais la masse réduite de H_2 est la moitié de celle de D_2. Les énergies de vibration sont dans un rapport voisin de $\sqrt{2}$ (respectivement 4 401 cm^{-1} et 3 112 cm^{-1}). Les énergies électroniques étant de l'ordre de 10^5 cm^{-1}, on retrouve bien le rapport

$$\sqrt{m/M} \simeq 10^{-2} \text{ à } 10^{-3}$$

L'énergie moyenne d'un oscillateur harmonique en équilibre thermodynamique à la température T vaut kT, soit 200 cm^{-1} à la température ambiante. Dans ces conditions, seul le niveau fondamental sera peuplé pour une molécule légère, telle H_2, tandis que plusieurs niveaux seront occupés pour une molécule lourde, telle Rb Br. De toute façon, pour qu'une molécule soit stable, il faut que les niveaux de vibration vers la limite de dissociation (V = 0) soient pratiquement vides, ce qui exige $V_0 \gg kT$ (la condition $V_0 > \hbar\omega_0/2$ étant la condition pour que la molécule existe).

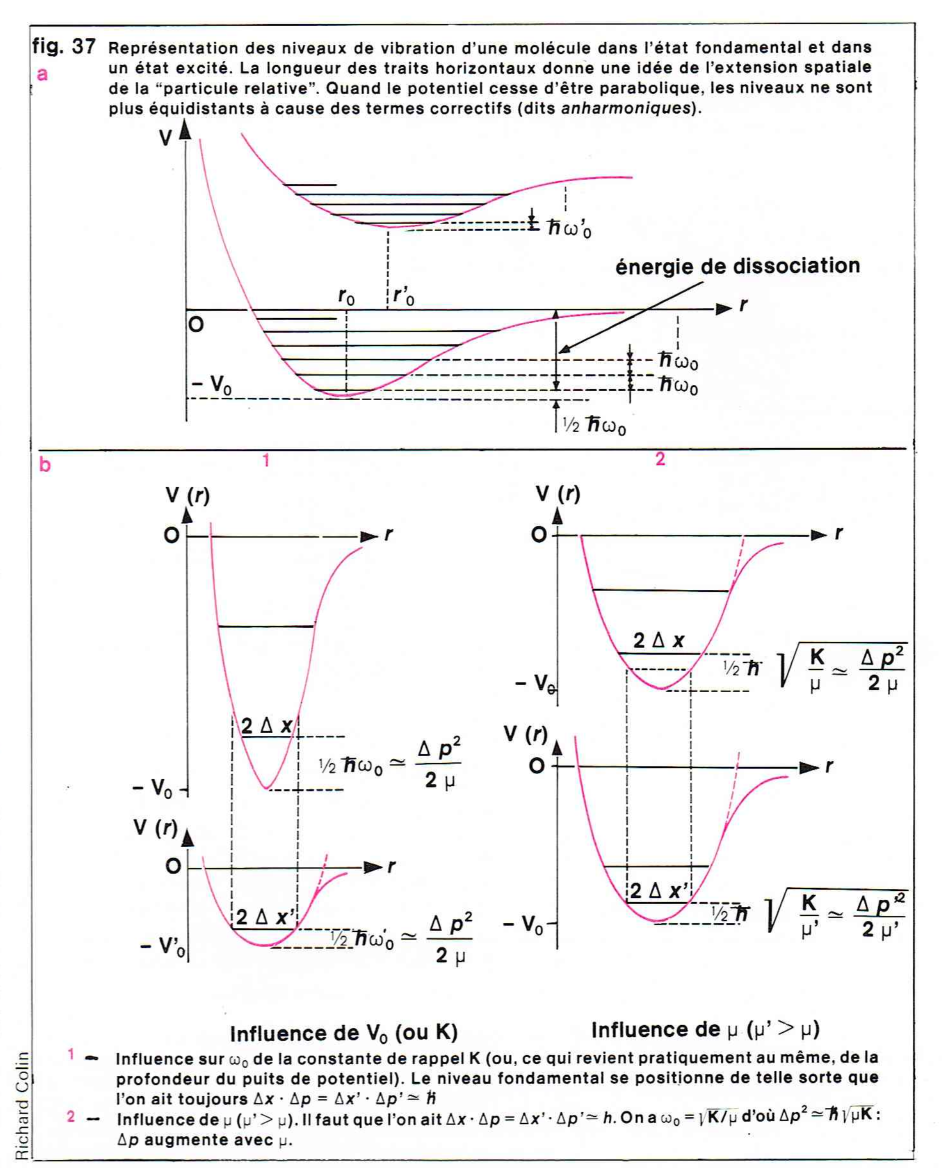
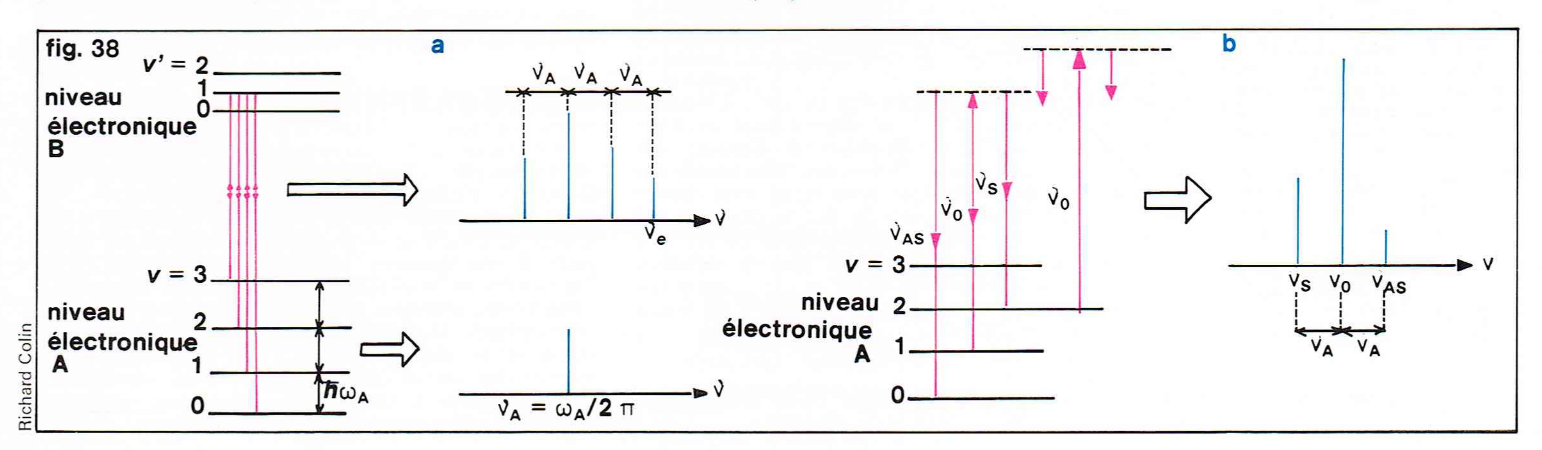


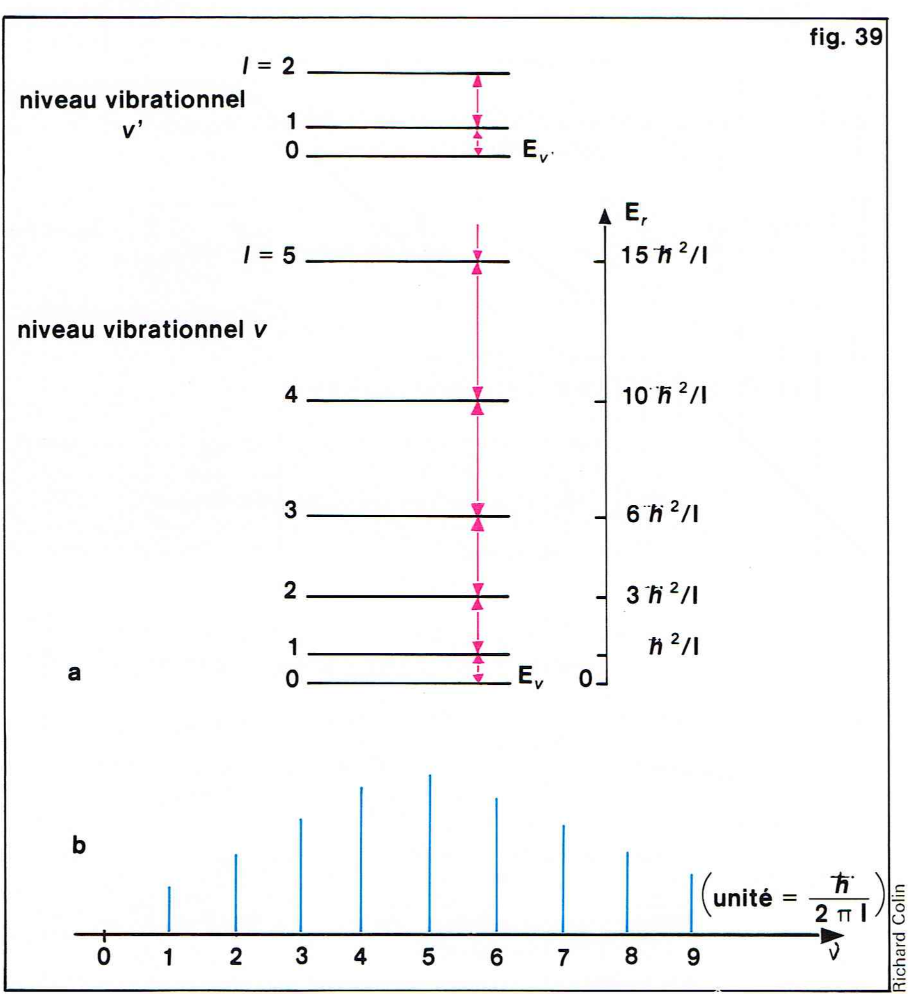
fig. 37 Représentation des niveaux de vibration d'une molécule dans l'état fondamental et dans un état excité. La longueur des traits horizontaux donne une idée de l'extension spatiale de la "particule relative". Quand le potentiel cesse d'être parabolique, les niveaux ne sont plus équidistants à cause des termes correctifs (dits *anharmoniques*).

1 – Influence sur ω_0 de la constante de rappel K (ou, ce qui revient pratiquement au même, de la profondeur du puits de potentiel). Le niveau fondamental se positionne de telle sorte que l'on ait toujours $\Delta x \cdot \Delta p = \Delta x' \cdot \Delta p' \simeq \hbar$

2 – Influence de μ ($\mu' > \mu$). Il faut que l'on ait $\Delta x \cdot \Delta p = \Delta x' \cdot \Delta p' \simeq h$. On a $\omega_0 = \sqrt{K/\mu}$ d'où $\Delta p^2 \simeq \hbar\sqrt{\mu K}$: Δp augmente avec μ.

▼ *Figure 38 : a, on a représenté deux systèmes de raies mettant en évidence les vibrations d'une molécule. A gauche, figurent les transitions électroniques partant d'un état B (niveau de vibration $v' = 1$ par exemple) vers l'état A : c'est la « bande de vibration ». A droite, figure le spectre de vibration pure. Si on néglige les termes anharmoniques, les niveaux sont équidistants ; on a la règle de sélection $\Delta V = \pm 1$, donc une seule fréquence est absorbée ou émise, ν_A.*
b, on a représenté le spectre Raman de vibration. La molécule est irradiée avec la fréquence non résonnante ν_0 ; pendant un temps très court, elle passe « virtuellement » dans l'état noté en pointillés, d'où elle retombe avec la règle de sélection $\Delta V = \pm 1$ ou 0. L'intensité des raies Raman dépend en particulier de la population du niveau de départ ; si ce dernier est le niveau $v = 0$ (le plus peuplé), la raie anti-Stokes n'existe pas, sinon l'intensité de la raie anti-Stokes est inférieure à celle de la raie Stokes, elle-même inférieure à la raie Rayleigh.





▲ *Figure 39 :*
a, on a représenté les niveaux de rotation de l'état de vibration v, d'énergie E_v. L'énergie de rotation est $E_r = l\,(l+1)\,\hbar^2/2\,I$ avec I constant en première approximation (il faut par exemple négliger la distorsion centrifuge, qui tend à augmenter r_0, donc $I = \mu r_0^2$, quand le moment cinétique augmente). Le moment d'inertie I reste à peu près le même pour des niveaux de vibration v' voisins du niveau v.
b, les raies de rotation pure obéissent à la règle de sélection $\Delta l = \pm 1$. Les fréquences sont données par $(l+1)\,\hbar/2\,\pi I$, et les raies sont équidistantes ; elles sont dans l'infrarouge très lointain ou dans le domaine des micro-ondes ($\hbar/2\,\pi I$ est de l'ordre de 10^{11} Hz). L'intensité des raies dépend en particulier de la population du niveau de départ qui résulte de la compétition de la dégénérescence (qui croît avec l) et du facteur de Boltzmann (qui décroît).

Une molécule, comme un atome, n'a pas de moment dipolaire électrique permanent (c'est une propriété liée à l'invariance de l'hamiltonien dans une symétrie par rapport à l'origine). Mais, si nous considérons une molécule hétéropolaire (faite de deux atomes différents), il n'y a pas en général de plan de symétrie perpendiculaire à l'axe, et la molécule a un moment dipolaire instantané, de valeur moyenne nulle, que l'on peut considérer comme fluctuant lentement (du fait des faibles fréquences de rotation). Ce moment dipolaire électrique se manifeste lors des phénomènes suffisamment rapides ; c'est ainsi qu'il est modulé par la vibration de la molécule et peut être la source d'une émission électromagnétique.

La *figure* 38a illustre cette émission. Les fréquences correspondantes tombent dans l'infrarouge ; à une énergie de 1 000 cm^{-1} correspond une longueur d'onde

$$\lambda = 10^{-3}\ \text{cm} = 10\ \mu$$

par exemple, la raie 10,6 μ du laser à CO_2 est une raie de vibration de la configuration électronique fondamentale. La vibration de la molécule décale aussi les fréquences de transition électronique ; on obtient un ensemble de raies, parfois très serrées, qui constituent une « bande de vibration ».

Si la molécule est homopolaire (H_2, O_2, etc.), le moment dipolaire électrique est nul (il se réduit à celui des électrons et fluctue donc à des fréquences très élevées) : elle est dite alors inactive dans l'infrarouge. Les fréquences de vibration ne se manifestent alors qu'en effet Raman (*fig.* 38b) : classiquement, on dit que la vibration des noyaux module le cortège électronique. Si $\Delta V = 0$ (diffusion élastique), on obtient la raie de diffusion Rayleigh à la même fréquence. Si $\Delta V = +1$, c'est la raie Stokes de fréquence $\nu_0 - \nu_A$. Si $\Delta V = -1$, c'est la raie anti-Stokes de fréquence $\nu_0 + \nu_A$.

Niveaux de rotation

Les niveaux d'énergie du rotateur rigide sont donnés très simplement par la mécanique quantique :

$$E_r = \frac{\vec{L}^2}{2\,I} = \frac{l\,(l+1)\,\hbar^2}{2\,I}$$

puisque les valeurs propres de $\vec{L}^2$ sont $l\,(l+1)\,\hbar^2$. Le nombre l prend les valeurs 0, 1, ... ; les niveaux d'énergie ne sont pas équidistants, leur écart varie linéairement avec l (*fig.* 39a). La dégénérescence de chaque niveau est $2\,l+1$.

Calculons l'ordre de grandeur de $\hbar^2/I = \hbar^2/\mu r_0^2$. Il dépend surtout de la masse réduite μ pour une molécule diatomique, car les valeurs de r_0 restent de l'ordre de 1 Å, et nous prendrons 10 cm^{-1} ($\hbar^2/I$ varie de 40 cm^{-1} pour une molécule légère comme HF à moins de 1 cm^{-1} pour une molécule lourde). Par rapport aux énergies électroniques, on a bien le rapport $m/M \simeq 10^{-4}$ à 10^{-5}.

Pour toutes les molécules, de nombreux niveaux de rotation sont peuplés à température ambiante (rappelons qu'alors kT vaut 200 cm^{-1}). Les populations sont proportionnelles à $(2\,l+1)\,\exp\,(-E_r/kT)$, et l'énergie moyenne de rotation est de l'ordre de kT : il en résulte que la contribution des niveaux de rotation d'une molécule à la chaleur spécifique est importante.

Le problème de l'absorption ou de l'émission de rayonnement électromagnétique par les niveaux de rotation est analogue à celui qui concerne les niveaux de vibration : il faut un moment dipolaire électrique qui ait des éléments de matrice non nuls entre deux états de rotation, ou, pour parler classiquement : qui ait au moins une composante modulée par la rotation de la molécule.

C'est le cas pour une molécule diatomique hétéropolaire. Les fréquences correspondantes sont données par la formule :

$$\frac{1}{h}\,[E_r\,(l+1) - E_r\,(l)] = \frac{\hbar}{4\,\pi I}$$

$$[(l+2)\,(l+1) - (l+1)\,l] = \frac{\hbar}{2\,\pi I}\,(l+1)$$

Elles tombent dans l'infrarouge très lointain ou les micro-ondes (à une énergie de 10 cm^{-1} correspond une longueur d'onde de 0,1 cm, donc une fréquence de $3 \cdot 10^{11}$ Hz). L'intensité des raies est déterminée en particulier par la population du niveau de départ qui varie à l'équilibre thermodynamique comme

$$(2\,l+1)\,\exp - \frac{l\,(l+1)\,\hbar^2}{2\,IkT}$$

(à cause de la dégénérescence $2\,l+1$).

Cette fonction passe par un maximum pour

$$l \simeq IkT/\hbar^2$$

en prenant pour $\hbar^2/I$ la plus grande valeur de l'ordre de 40 cm^{-1}, on trouve $l \simeq 5$ à température ordinaire.

Ces raies de rotation pure sont représentées sur la *figure* 39b. Le spectre de rotation se superpose aussi au spectre de vibration, apparaissant ainsi dans l'infrarouge plus proche, où les mesures sont plus faciles et les détecteurs plus sensibles.

Si la molécule est homopolaire, il reste encore l'effet Raman pour mettre en évidence les niveaux de rotation. Comme pour les niveaux de vibration, on peut dire que la rotation de la molécule, qui entraîne le cortège électronique, module la projection du dipôle électrique électronique responsable de la diffusion de la lumière. Mais dans ce cas, la règle de sélection est $\Delta l = \pm 2$ ou 0.

BIBLIOGRAPHIE

BARCHEWITZ P., *Spectroscopie atomique et moléculaire*, Masson. - BRUHAT G. et KASTLER A., *Optique*, Masson. - CAGNAC B., et PEBAY-PEYROULA J. C., *Physique atomique*, Dunod. - COHEN-TANNOUDJI C., DIU B. et LALOE F., *Mécanique quantique*, coll. Enseignement des sciences, Hermann. - D'ESPAGNAT B., *Conception de la physique contemporaine*, Hermann. - HERZBERG, *Molecula Spectra and Molecular Structure*, t. I : *Spectra of Diatomic Molecules*, Van Nostrand. - KUHN H. G., *Atomic Spectra*, Longmans. - LOPES L., *Fondements de la physique atomique*, Hermann. - MERZBACHER E., *Quantum Mechanics*, Wiley. - ROUAULT, *Physique atomique*, Armand Colin.

PHYSIQUE NUCLÉAIRE

La physique nucléaire est une discipline qui cherche à étudier et à provoquer les processus physiques où interviennent les noyaux atomiques. En cela, elle se distingue de la physique atomique, qui étudie les processus produits par les électrons de l'atome, ainsi que de la physique des particules élémentaires, qui étudie les réactions entre les particules élémentaires (baryons, hypérons, photons, leptons, etc.).

Les **noyaux** sont des systèmes liés de *neutrons* et de *protons*. Le neutron et le proton sont des particules élémentaires et leurs propriétés conditionnent, dans une certaine mesure, celles des noyaux. La physique nucléaire a, par conséquent, de nombreux rapports avec la physique des particules élémentaires. Cependant, les noyaux possèdent un grand nombre de propriétés très remarquables qui sont dues au fait qu'ils forment des systèmes composés d'un grand nombre de neutrons et de protons. C'est par l'étude de ces propriétés que la physique nucléaire se distingue de la physique des particules élémentaires. Les neutrons et les protons sont groupés sous le nom commun de **nucléons.**

On appelle *noyaux légers* ceux qui ont un petit nombre de nucléons, à savoir $A \leqslant 40$. Le nombre A de nucléons est souvent appelé *nombre de masse*, ou même *masse atomique*.

Les *noyaux lourds* ont un nombre de nucléons supérieur à 150 environ, et les noyaux les plus lourds connus jusqu'à présent ont quelque 250 nucléons.

Les noyaux ont une dimension de l'ordre de

$$5 \cdot 10^{-13} \text{ cm}$$

et les énergies mises en jeu par le mouvement des nucléons dans le noyau sont de l'ordre de 10^6 eV = 1 MeV. L'électron-volt est égal à l'énergie acquise par un électron qui abaisse son énergie potentielle de 1 volt. Les énergies mises en jeu par les noyaux sont donc environ 1 million de fois supérieures à celles mises en jeu par les électrons de l'atome, et donc par les liaisons chimiques.

Les unités utilisées en physique nucléaire reflètent les ordres de grandeur des phénomènes nucléaires. Elles sont résumées dans le *tableau* I.

Les propriétés des nucléons, qui sont les constituants des noyaux, sont résumées dans le *tableau* II.

On désigne généralement par Z le nombre de protons et par N le nombre de neutrons d'un noyau, de sorte que le nombre de nucléons est $A = N + Z$. Pour un atome neutre, le nombre de protons est égal au nombre d'électrons qui gravitent autour du noyau. C'est pour cela que le nombre Z de protons est caractéristique de l'*élément chimique* de l'atome. Il est usuel de désigner les noyaux en précisant l'élément chimique de l'atome neutre correspondant ainsi que le nombre total de nucléons. Ainsi, on désigne par l'expression ^{208}Pb le noyau du plomb ayant Z = 82 protons et N = 126 neutrons. Lorsqu'on tient à préciser N et Z, on représentera le noyau du plomb par le symbole $^{208}_{82}Pb_{126}$ en indiquant en bas à gauche le nombre de protons et à droite le nombre de neutrons.

Les noyaux ayant un nombre Z donné de protons et des nombres N différents de neutrons sont appelés *isotopes* d'un élément donné. Ainsi les noyaux

$$^{40}_{20}Ca_{20},\ ^{41}_{20}Ca_{21},\ ^{42}_{20}Ca_{22},\ ^{43}_{20}Ca_{23},\ \ldots$$

sont des isotopes du calcium. Les atomes dont les noyaux sont des isotopes d'un même élément ont évidemment les mêmes propriétés chimiques.

Ainsi que le montre le *tableau* II, les nucléons ont un *spin* égal à $\frac{1}{2}$. Le spin d'un système est égal au moment cinétique de ce système lorsqu'il est au repos. Les noyaux ont aussi un spin. Celui-ci résulte de la somme des spins des nucléons et des moments cinétiques qu'ils ont à l'intérieur du noyau. D'après les lois de composition des moments cinétiques qui sont données par la mécanique quantique, les noyaux ayant un nombre pair de nucléons ont un spin entier égal à 0, 1, 2, ... selon le noyau. Ceux qui ont un nombre impair de nucléons ont un spin demi-entier $\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \ldots$

Les noyaux sont également dans un état de *parité* donnée. La parité est un nombre quantique qui détermine si la fonction d'onde du noyau change de signe ou non lorsqu'on fait une inversion d'espace. Lorsqu'un noyau est dans un état de spin J et de parité $\Pi = +$ ou $-$, on désignera son état par le symbole J^{π}. Ainsi le noyau $^{40}_{20}Ca_{20}$ a un spin et une parité 0^+ dans son état fondamental, et l'isotope $^{41}_{20}Ca_{21}$ du calcium a un spin et une parité $7/2^-$ dans son état fondamental.

La physique nucléaire forme un domaine trop vaste pour que l'on puisse en évoquer tous les aspects en un seul chapitre de l'encyclopédie. Toute la partie qui concerne l'instrumentation nucléaire sera traitée dans le

Tableau I

Quelques unités et constantes physiques utiles en physique nucléaire (voir aussi *tableaux* II et V)

Grandeur	Unité	Symbole
Longueur	1 fermi = 10^{-13} cm	fm
Surface (section efficace)	1 barn = 10^{-24} cm^2 1 barn = 100 fm^2	b
Energie	1 méga-électron-volt = 1,6021 · 10^{9} erg 1 méga-électron-volt = 10^{6} électron-volt 1 méga-électron-volt = 10^{-3} giga-électron-volt	MeV eV GeV
Charge électrique	e = 4,8030 esu e^2 = 1,440 MeV · fm	e
Moment magnétique	1 magnéton nucléaire $= e\hbar/2 M_p c$ = 3,152 MeV · gauss^{-1} · 10^{-17}	
Activité radio-active	1 curie = 3,7 · 10^{10} désintégrations par sec.	Ci

Energie du proton : M_pc^2 = 938,26 MeV
Energie du neutron : M_nc^2 = 939,55 MeV
Energie de l'électron : mc^2 = 0,511 MeV
Constante de Planck : h = 4,1355 · 10^{-23} MeV · s $\quad \hbar = h/2\pi$
Vitesse de la lumière : c = 2,9979 · 10^{10} cm/s = 2,9979 · 10^{23} fm/s
$e^2/\hbar c$ = 1/137,039
Rayon de Bohr = 0,5292 · 10^{5} fm

▲ *Tableau I : quelques unités, constantes et définitions utiles en physique nucléaire.*

▼ *Tableau II : propriétés des nucléons (protons et neutrons).*

Tableau II

Propriétés des nucléons

Propriétés	Protons	Neutrons
Masse	M_p = 1,672 · 10^{-24}g M_pc^2 = 938,26 MeV	M_n = 1,675 · 10^{-24}g M_nc^2 = 939,55 MeV
Spin	1/2	1/2
Vie moyenne dans le vide	stable	17 minutes
Charge électrique	e	0
Moment magnétique (en magnétons nucléaires)	2,7927	– 1,9131



▲ *Le physicien italien* Enrico Fermi. *Il fut le réalisateur de la première pile à uranium et graphite, en 1942, à Chicago.*

▶ *Les grandes dates historiques de l'ère atomique.*

Quelques dates historiques

1896 : Becquerel découvre la radio-activité.

1898 : Marie Curie découvre le radium et le polonium par la radiochimie.

1905 : Einstein énonce la théorie de la Relativité restreinte et l'équivalence entre la masse et l'énergie.

1908 : Rutherford et Royds identifient les rayons alpha.

1911 : Rutherford découvre le modèle planétaire de l'atome en mesurant la diffusion de particules alpha.

1913 : J. J. Thompson découvre des isotopes stables.
N. Bohr formule la théorie de l'atome d'hydrogène.
Découverte des rayons cosmiques.

1919 : Rutherford découvre que les protons sont des constituants du noyau.

~ 1920 : Développement de la mécanique quantique par de Broglie, Heisenberg, Born, Dirac, Schrödinger *et al.*

1929 : Gamov formule le modèle de la radio-activité alpha.

1930 : Pauli postule l'existence du neutrino.

~ 1931 Premières utilisations par Cockcroft et Walton de particules accélérées.
Construction du premier accélérateur Van de Graaff et du premier cyclotron.

1932 : Chadwick, Bothe et Joliot découvrent le neutron.
Heisenberg propose l'hypothèse que les noyaux sont constitués de neutrons et de protons.

1933 : Fermi formule la théorie de la radio-activité bêta.

1934 : I. Curie et F. Joliot découvrent la radio-activité artificielle.

1935 : Yukawa propose que les forces nucléaires sont dues à l'échange d'un méson.

1936 : N. Bohr énonce le concept de noyau composé et de la goutte liquide.
Breit et Wigner formulent la théorie des résonances des neutrons lents.

1938 : Hahn et Strassman découvrent le phénomène de fission.
Bethe découvre le cycle de carbone, source de l'énergie solaire.

1942 : Fermi *et al* construisent le premier réacteur nucléaire.

1947 : Découverte du méson π par Lattes, Occhialini et Powell.

1950 : Meyer, Jensen, Haxen et Suess énoncent le modèle des couches du noyau.

1953 : Découverte des noyaux déformés par Adler, A. Bohr, Winther *et al.*
Danysz et Puinski découvrent un hypernoyau produit par un rayon cosmique.

1954 : Feshbach, Porter et Weisskopf formulent le modèle optique, à la suite de travaux de Bethe de 1940.
A. Bohr, Mottelson et Rainwater formulent le modèle unifié des noyaux.
Théorie de Brueckner de l'énergie de liaison.

1957 : Lee et Yang découvrent que la parité n'est pas conservée dans la radio-activité bêta.
Débuts de l'application de la théorie microscopique des noyaux par Elliot, Brown *et al.*

1958 : A. Bohr, Mottelson et Pines proposent l'hypothèse que la surface nucléaire est dans la phase supraconductrice.

1967 : Les expériences faites à Dubna (1964), à Saclay (1966), les calculs de Strutinsky (1967) conduisent à la découverte de la double barrière de fission.

chapitre *Instrumentation nucléaire*. Dans ce chapitre, nous tentons d'exposer les processus fondamentaux qu'on rencontre en physique nucléaire. Certains aspects importants ont été omis afin de ne pas trop allonger le texte et faute de pouvoir donner l'expression mathématique qui leur convient. C'est ainsi que nous n'avons pas exposé la notion de *spin isotopique* et les lois de conservation en général, les phénomènes de résonance magnétique, la réflexion des neutrons par les cristaux, etc. Le lecteur pourra utilement et facilement compléter ce texte en consultant les livres cités en bibliographie.

Énergie de liaison

Le noyau est un système composé de N neutrons et de Z protons qui sont liés par des forces nucléaires. Cette liaison se traduit par une *énergie de liaison* qui, d'après la loi d'Einstein, $E = mc^2$, se traduit à son tour par un défaut de masse. En effet, si l'on désigne par M_n et M_p les masses du neutron et du proton (*tabl.* II), la masse M (N, Z) du noyau est inférieure à la masse $NM_n + ZM_p$ de ses constituants d'une quantité $B(N, Z)/c^2$ où B (N, Z) est l'*énergie de liaison du noyau*. Les énergies de liaison des noyaux sont données à une bonne approximation par la **formule de Weiszacker :**

$$B(N, Z) = b_{vol}A - b_{sur}A^{2/3} - \frac{1}{2} b_{sym} \frac{(N - Z)^2}{A} - \frac{3}{5} \frac{Z^2e^2}{R}$$

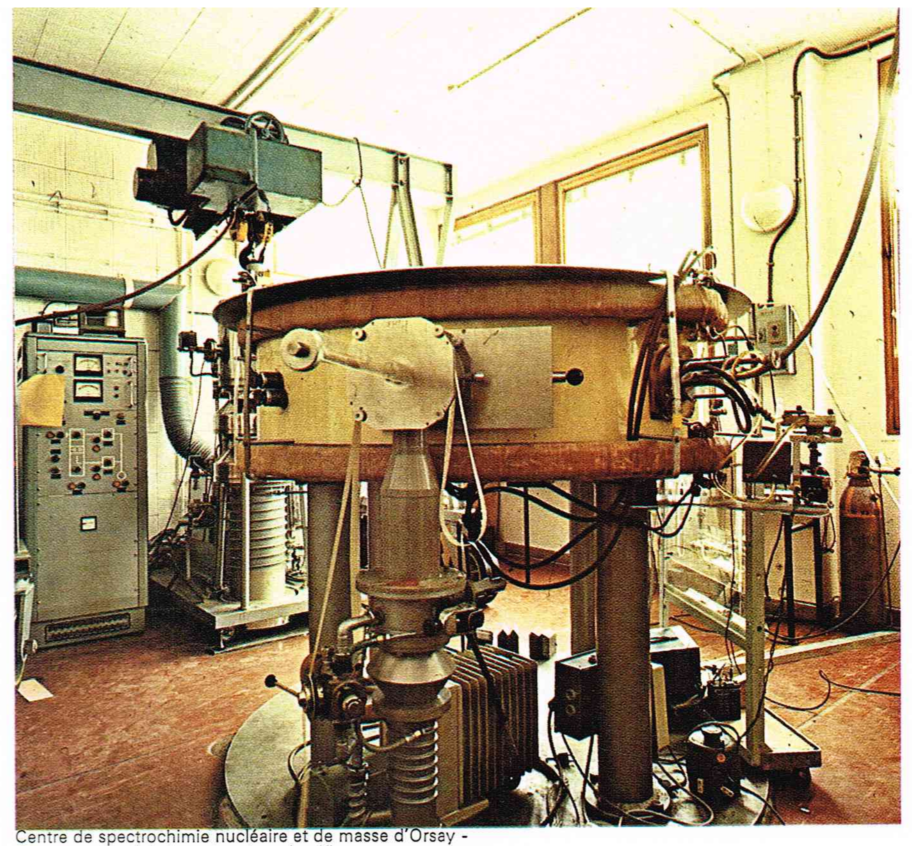
Les différents termes de cette formule peuvent être interprétés par le **modèle de la goutte liquide** : le noyau est assimilé à une goutte liquide uniformément chargée et maintenue sphérique par une tension de surface. Le coefficient $b_{vol} \simeq 16$ MeV représente l'énergie de volume de la goutte. Il est proportionnel au nombre total $A = N + Z$ de nucléons du noyau. Le terme $b_{sur} \simeq 17$ MeV représente l'énergie de surface due à la tension de surface. Le troisième terme $b_{sym} \simeq 50$ MeV vient de ce que les forces nucléaires agissant entre les neutrons et les protons sont plus attractives que celles qui agissent entre deux nucléons de même espèce. Le dernier terme représente l'énergie électrostatique de la sphère uniformément chargée, dont la charge totale Ze est donnée par le nombre Z de protons et dont le rayon est $R = 1{,}24\ A^{1/3}$ exprimé en fermis (fm).

Les masses des noyaux sont mesurées par des spectromètres de masse ainsi que par des mesures d'énergie au cours des réactions nucléaires. Le principe du fonctionnement d'un spectromètre de masse est illustré sur la *figure* 1. Les noyaux sous forme d'ions (atomes dont on a épluché quelques électrons afin de leur donner une charge électrique) sont accélérés par un potentiel V à une énergie QV, où Q est la charge de l'ion, et ils sont ensuite déviés par un champ magnétique pour être enfin recueillis sur une plaque photographique où ils laissent une trace. Le rayon de courbure de leur trajectoire dans le champ magnétique donne le rapport Q/M où M est la masse de l'ion, sensiblement égale à celle du noyau. Les spectromètres de masse servent également à déterminer l'abondance isotopique des éléments dans la nature et à identifier les produits d'une réaction nucléaire.

Rappelons que les isotopes d'un élément sont des noyaux qui ont le même nombre Z de protons mais des nombres différents de neutrons. Ces noyaux ont les mêmes propriétés chimiques, et ils peuvent donc être utilisés comme traceurs, en particulier lorsque certains isotopes sont radio-actifs (voir le chapitre *Les radionucléides*).

La *figure* 2 montre l'énergie de liaison B (N, Z) divisée par le nombre de nucléons. En moyenne, l'énergie de liaison est de 8 MeV par nucléon. Elle augmente cependant avec le nombre de nucléons jusqu'à atteindre un maximum dans la région du ^{54}Fe, après quoi elle diminue. De l'énergie est donc libérée si on *fusionne* deux noyaux légers (voir *La fusion, source de l'énergie solaire*, p. 243) ou si on *fissionne* un noyau lourd (voir *La fission, source de l'énergie nucléaire*, p. 241). C'est cette propriété qu'exploitent les réacteurs et les armes nucléaires.

La formule de Weiszacker montre également ce qui limite la stabilité des noyaux. Un trop grand nombre de protons finit par créer une répulsion électrostatique trop grande. Un trop grand excès de neutrons est empêché



Centre de spectrochimie nucléaire et de masse d'Orsay - Centre national de la recherche scientifique

fig. 1

source d'ions

écran

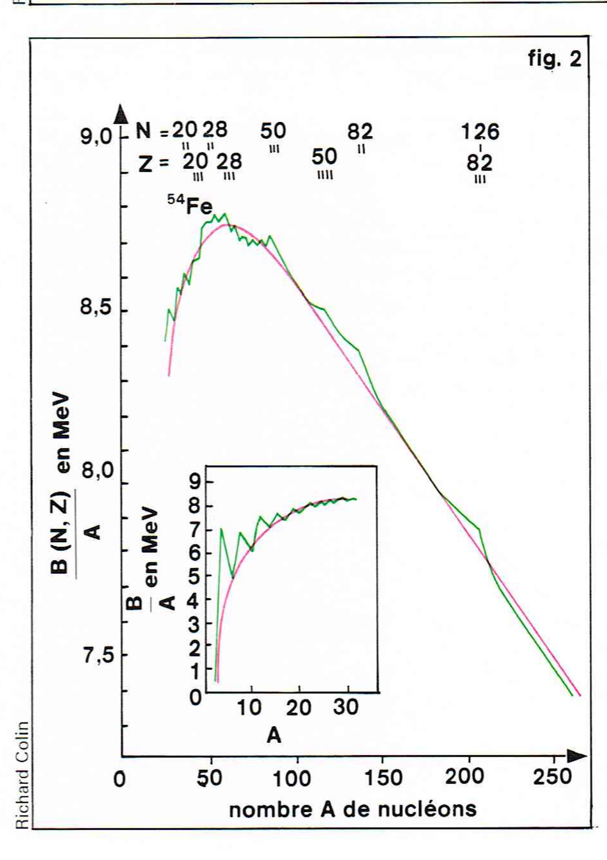
champ magnétique B

voltage

plaque photographique

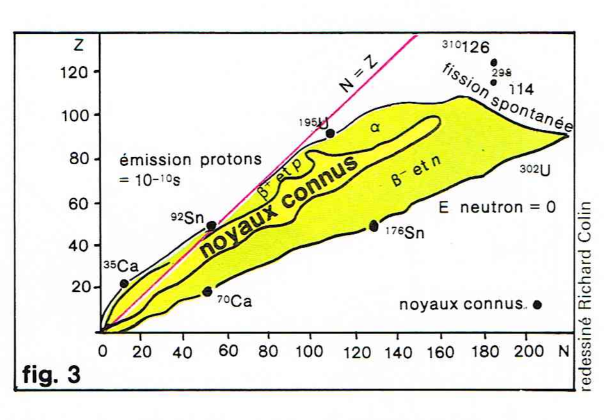
Richard Colin

▲ *En haut, appareil d'étude de l'énergie des particules émises lors de la désintégration des noyaux radio-actifs, en service au centre de spectrométrie nucléaire et de masse d'Orsay (France). Ci-dessus, figure 1 : représentation schématique d'un spectromètre de masse.*



Richard Colin

◀ *Figure 2 : énergies de liaison par nucléon B (N, Z)/A en fonction du nombre A de nucléons. La courbe en trait plein est la valeur donnée par la formule de Weiszacker (d'après A. Bohr et B. Mottelson,* Nuclear Structure, vol. 1, *W. A. Benjamin, 1969).*



▶ *Figure 3 : les noyaux connus sont groupés dans une zone relativement restreinte du plan (N, Z). Dans une zone plus vaste (hachurée), des noyaux pourraient exister pendant des temps suffisamment longs pour être étudiés expérimentalement. Au-delà de ces noyaux pour N ~ 114 et Z ~ 126 se situerait la région des noyaux superlourds qui n'ont pas encore été découverts (document* **Rapport de prospective - Physique corpusculaire, vol. 1 Physique nucléaire. N° spécial du « Progrès Scientifique »,** *publication de la Délégation générale à la recherche scientifique et technique, 35, rue Saint-Dominique - 75700 Paris).*

▼ *Figure 4 : séquence des orbites permises aux nucléons dans un puits de potentiel central. A chaque orbite correspond une énergie caractéristique; on observera que les orbites se groupent en paquets autour de certaines énergies moyennes. Ces regroupements constituent les couches, et les nombres placés au-dessus de chaque couche correspondent au nombre total de nucléons de même espèce présents dans le noyau quand toutes les orbites situées dans cette couche et celles au-dessous sont remplies (document* **La Recherche, n° 46, juin 1974,** *« la structure du noyau atomique » par G. Ripka et D. Isabelle).*

par le terme de symétrie proportionnel à $(N - Z)^2/A$. Les noyaux stables sont donc confinés dans une vallée de stabilité illustrée sur la *figure* 3.

Les énergies de liaison sont modulées par des effets de couche (voir *Le modèle des couches*). Les noyaux à couches complètes sont particulièrement stables. On prévoit la possibilité que des *noyaux superlourds*, c'est-à-dire plus lourds que tous les noyaux stables détectés jusqu'à présent, ayant environ 120 protons et 180 neutrons, seraient stables à cause de l'effet de fermeture de couche. Malgré de nombreux efforts, on n'a pas encore réussi expérimentalement à les former.

Le modèle des couches et le modèle unifié

Un très grand nombre de propriétés du noyau s'expliquent en supposant que les nucléons occupent des orbites quantifiées et liées dans un puits de potentiel sphérique, qui est commun à tous les nucléons. Les orbites se groupent par paquets d'orbites ayant à peu près la même énergie, et les nucléons qui occupent ces orbites forment des couches, d'où le nom **modèle des couches.** Le potentiel moyen résulte de l'interaction moyenne d'un nucléon avec les autres nucléons du noyau. La séquence des orbites dans le potentiel moyen est montrée sur la *figure* 4. Les orbites sont repérées par le nombre quantique radial n, le moment cinétique orbital l et le moment cinétique total j qui résulte de l'addition du spin $\frac{1}{2}$ du nucléon à son moment orbital l. L'énergie de l'orbite ne dépend pas de la projection m du moment cinétique total sur un axe. La projection m prend les valeurs $-j \leqslant m \leqslant j$. Chaque couche de moment cinétique j peut être occupée par $2j + 1$ protons et $2j + 1$ neutrons.

D'après le modèle des couches, on bâtit le noyau en remplissant les Z orbites les plus basses par des protons et les N orbites les plus basses par des neutrons. On observe expérimentalement que les noyaux pair-pair (N pair et Z pair) ont un spin nul de sorte que chaque couple de nucléons forme une paire de moment cinétique nul.

Les noyaux pair-impair ont un spin et une parité égaux à ceux de l'orbite dans laquelle on a placé le nucléon impair. C'est en mesurant le spin et la parité des noyaux pair-impair que l'on a pu établir la séquence des niveaux de la *figure* 4.

Lorsque les $2j + 1$ orbites de j donné et de projections m différentes sont occupées par des nucléons, on dit que le noyau possède une *couche complète*. Les noyaux ayant le nombre de neutrons et de protons nécessaires à former des couches complètes sont particulièrement stables. Il est relativement difficile de les exciter et d'en extraire des nucléons. Les nombres de nucléons qui donnent des couches complètes sont appelés *nombres magiques*. Ce sont : 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Des exemples de noyaux à couches complètes sont :

$$^{4}_{2}He_{2},\ ^{16}_{8}O_{8},\ ^{40}_{20}Ca_{20},\ ^{48}_{20}Ca_{28},\ ^{208}_{82}Pb_{126}$$

Le modèle des couches n'est qu'en contradiction apparente avec le modèle de la goutte liquide.

Le **modèle unifié** a réussi à les concilier. D'après ce modèle, il y a une relation entre les orbites que décrivent les nucléons et le potentiel dans lequel les nucléons se déplacent. La forme du potentiel est à peu près la même que la densité de nucléons, et celle-ci dépend des orbites qu'ils occupent. Les propriétés macroscopiques décrites par le modèle de la goutte liquide (vibrations, résonances géantes, fission, etc.) sont reliées à la forme et au mouvement d'ensemble du potentiel. Les propriétés microscopiques (spectre des noyaux pair-impair, moments électriques et magnétiques, etc.) sont déterminées par les orbites quantifiées que décrivent les nucléons. Ces deux propriétés sont interdépendantes, on dit : *self-consistantes*. Le modèle unifié, encore valable aujourd'hui, a reçu quelques vérifications spectaculaires : il a expliqué le spectre des noyaux pair-impair déformés (voir *Les noyaux déformés*) ainsi que la double barrière de fission.

Les noyaux déformés

Quelques noyaux légers $(19 \leqslant A \leqslant 28)$, ou appartenant à la région des terres rares $(90 \leqslant N \leqslant 110$ et $65 \leqslant Z \leqslant 75)$, ou à celle des transuraniens $(N \simeq 150,$ $Z \simeq 100)$, ont des propriétés qui ne peuvent pas s'expliquer par le schéma des orbites de la *figure* 4.

Les spectres de ces noyaux sont composés de *bandes de rotation* (*fig.* 5). Une bande de rotation est une famille de niveaux de spins J croissants et dont les espacements en énergie suivent la loi $E_J = J(J + 1)/2\theta$. En outre, on observe des taux de transition par radio-activité extrêmement forts entre niveaux appartenant à une même bande de rotation. Ces propriétés rappellent celles des spectres des molécules diatomiques. On les interprète en supposant que ces noyaux possèdent une forme ellipsoïdale (d'où le nom de *noyaux déformés*), et la bande de rotation correspond au mouvement de rotation autour d'un axe perpendiculaire à l'axe de symétrie. Le rapport des axes de l'ellipsoïde est typiquement de l'ordre de 0,75.

L'espacement des niveaux d'une bande de rotation dépend du paramètre θ qui est le *moment d'inertie* du noyau. Les moments d'inertie ont une valeur comprise entre celle d'un ellipsoïde rigide et celle d'un liquide irrotationnel contenu dans cet ellipsoïde. Le moment d'inertie est très sensible à la supraconductivité de la surface nucléaire (voir *La supraconductivité de la surface nucléaire*).

D'après le modèle unifié, le potentiel dans lequel se déplacent les nucléons d'un noyau déformé a la même forme ellipsoïdale que la distribution de matière. La séquence (ainsi que les nombres quantiques des orbites) n'est donc pas la même que celle qui est illustrée sur la *figure* 4. C'est pour cela que ce schéma de niveaux n'explique pas les propriétés des noyaux déformés. Par contre, lorsque l'on calcule le spectre des orbites dans un potentiel déformé, on explique fort bien les propriétés spectroscopiques des noyaux déformés. Pour ces noyaux,

énergie en (MeV) **fig. 4**

0, − 5, − 10, − 15, − 20, − 25, − 30, − 35, − 40

VI : 3 p, 2 f, 1 h — V : 3 s, 2 d, 1 g — IV : 2 p, 1 f — III : 2 s, 1 d — II : 1 p — I : 1 s

126, 82, 50, 28, 20, 8, 2

3	p	1/2
2	f	5/2
3	p	3/2
1	i	13/2
1	h	9/2
2	f	7/2
3	s	1/2
2	d	3/2
1	h	5/2
2	d	5/2
1	g	7/2
1	g	9/2
2	p	1/2
1	f	5/2
2	p	3/2
1	f	7/2
1	d	3/2
2	s	1/2
1	d	5/2
1	p	1/2
1	p	3/2
1	s	1/2

valeur de j — valeur de l — numéro d'ordre

valeur de l	notation spectroscopique caractérisant l'orbite
0	s
1	p
2	d
3	f
4	g
5	h
6	i

redessiné Richard Colin

le mouvement des nucléons dans les orbites se superpose au mouvement de rotation de l'ensemble du noyau. A partir de moments cinétiques J supérieurs à 10 environ, les forces de Coriolis et les forces centrifuges dues à la rotation se font sentir. On observe des déviations significatives de la loi $E_J = J(J+1)/2\theta$ et la forme ellipsoïdale est également distordue. En outre, la rotation détruit la supraconductivité du noyau (voir *La supraconductivité nucléaire*, p. 240). A de très hauts moments cinétiques $J \simeq 50$, le noyau finit par acquérir une forme d'assiette perpendiculaire à l'axe de rotation. Il finit enfin par fissionner lorsque le moment cinétique atteint $J \simeq 100$ pour les noyaux de masse moyenne.

Les moments magnétiques et quadripolaires

Les noyaux ont un moment magnétique qui résulte d'une part de ce que les nucléons ont eux-mêmes un moment magnétique et d'autre part de ce que les protons chargés créent des courants électriques qui produisent un moment magnétique. En unités de magnétons nucléaires (*tabl.* II), les *moments magnétiques* des nucléons sont donnés par l'expression : $\mu = g_l \vec{l} + g_s \vec{s}$, où $\vec{l}$ est le moment cinétique orbital et $\vec{s}$ le spin du nucléon, et les g_l et g_s sont des facteurs gyromagnétiques dont les valeurs sont :

$$g_l = 0 \quad g_s = -3{,}85 \quad \text{pour le neutron}$$
$$g_l = 1 \quad g_s = 5{,}58 \quad \text{pour le proton}$$

Plusieurs méthodes sont utilisées pour mesurer le moment magnétique d'un noyau. Une méthode consiste à mesurer la structure hyperfine des raies atomiques. Le principe est le suivant : les électrons qui gravitent autour du noyau créent un champ magnétique H au centre de l'atome où se trouve le noyau. Le champ magnétique donne à l'atome une énergie potentielle égale à

$$W = -\mu H$$

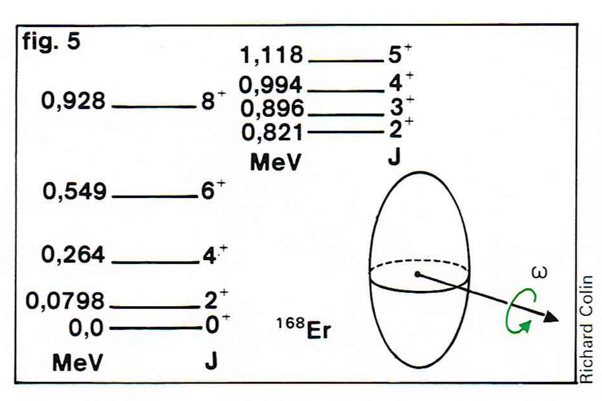
où μ est le moment magnétique du noyau. Un calcul montre que si J est le spin du noyau, I le spin total des électrons, l'énergie potentielle W est égale à :

$$W = -(\mu H/IJ)\,[F(F+1) - I(I+1) - J(J+1)]$$

où F est le moment cinétique total de l'atome qui résulte de l'addition du spin J du noyau au moment cinétique total I des électrons. F prend les valeurs $I + J$, $I + J - 1$, ..., $|I - J|$. Donc chaque niveau atomique est en réalité scindé en $2J + 1$ niveaux (si $J < I$), ce qui donne la structure hyperfine. En comptant cette multiplicité de niveaux, on détermine le spin J du noyau, et, en mesurant le déplacement des raies dû à l'énergie W de chaque niveau atomique, on peut mesurer μH. Le champ H peut être calculé, et on en déduit μ. Les champs H créés au centre de l'atome par le noyau sont de l'ordre de 10^5 gauss, et les raies optiques sont déplacées d'une énergie de l'ordre de 10^{-7} eV. D'autres méthodes fondées sur les techniques de transitions résonnantes induites par un champ magnétique oscillant à une fréquence contrôlée sont également utilisées. En réalité, les déplacements observés des raies ne peuvent pas être complètement expliqués par l'énergie potentielle $W = -\mu H$ évoquée ci-dessus. On montre également que le gradient du champ électrique produit par les électrons de l'atome ajoute un terme supplémentaire à l'énergie potentielle, qui est proportionnel au *moment quadripolaire* Q du noyau. Le moment quadripolaire électrique est défini en fonction de la *distribution de charge* $\rho\,(x, y, z)$ ainsi :

$$Q = \int dx\,dy\,dz\,(2z^2 - x^2 - y^2)\,\rho\,(x, y, z)$$

L'énergie potentielle due au couplage du moment quadripolaire Q au gradient du champ électrique produit par les électrons peut être calculée, et l'observation du déplacement des raies permet ainsi de déterminer Q. D'autres méthodes utilisant par exemple l'excitation coulombienne du noyau sont aussi utilisées. Lorsque l'on ajoute un nucléon à un noyau à couches complètes, celui-ci se place sur une orbite du modèle des couches (*fig.* 4). Les moments magnétiques et quadripolaires du noyau devraient être égaux à celui du nucléon dans cette orbite, car le noyau à couches complètes a un moment cinétique nul. La même remarque s'applique aux noyaux à couches complètes dont on a ôté un nucléon pour former un trou.



◀ *Figure 5 : spectre rotationnel du ^{168}Er ; on voit deux bandes de rotation. D'autres niveaux ont été identifiés mais ils n'ont pas été portés sur la figure. Le ^{168}Er est un noyau déformé et son spectre correspond à une rotation de fréquence angulaire ω autour d'un axe perpendiculaire à son axe de symétrie.*

Le *tableau* III donne les valeurs observées pour quelques-uns de ces noyaux pair-impair, ainsi que la contribution du nucléon impair. On voit qu'il y a de sérieuses déviations de la prédiction du modèle des couches. On interprète ces déviations en invoquant la polarisation des couches complètes par le nucléon extérieur (*fig.* 6). D'après le modèle unifié, le nucléon extérieur modifie la forme du potentiel moyen, et la distribution de matière de la couche complète suit cette modification en se déformant à son tour.

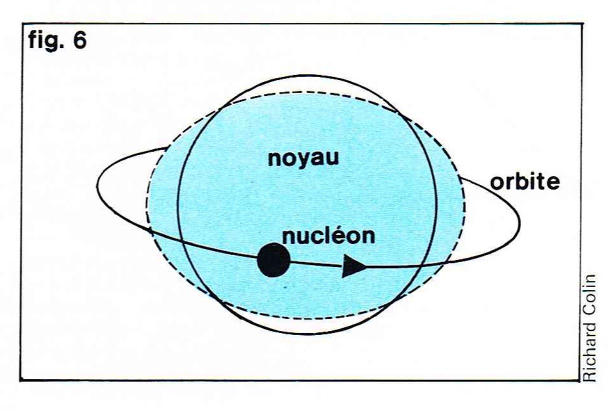
▼ *Tableau III : les moments quadripolaires et magnétiques.*

Tableau III

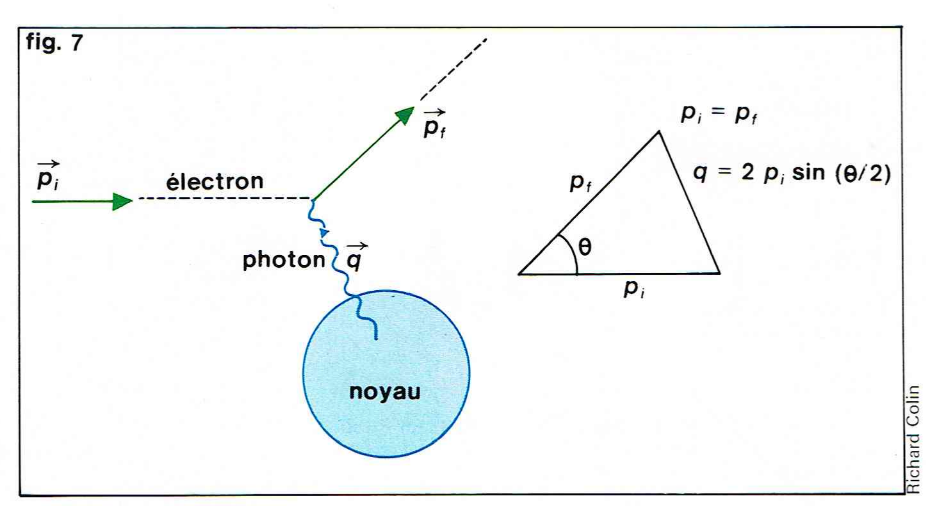
Moments quadripolaires et magnétiques de noyaux ayant un nucléon en plus ou en moins d'une couche complète

Noyau	Orbite	Moment quadripolaire		Moment magnétique	
		Q_{orb}	Q_{obs}	μ_{orb}	μ_{obs}
$^{15}_{8}O_7$	$p^{-1}_{1/2}$			0,64	0,72
$^{17}_{8}O_9$	$d_{5/2}$	- 0,066	- 0,026	- 1,91	- 1,89
$^{39}_{19}K_{20}$	$d^{-1}_{3/2}$	- 0,052	- 0,09	0,12	0,39
$^{41}_{20}Ca_{21}$	$f_{7/2}$			- 1,91	- 1,59
$^{209}_{83}Pb_{126}$	$h_{9/2}$			2,62	4,08

La deuxième colonne indique l'orbite où est placé (ou d'où on a extrait) le nucléon impair (voir *figure* 4). L'indice −1 indique qu'il s'agit d'un trou.
Q_{orb} est le moment quadripolaire qu'aurait un proton dans l'orbite,
Q_{obs} est la valeur observée expérimentalement (en unités de 10^{-24} cm²),
μ_{orb} est la valeur du moment magnétique d'un nucléon dans l'orbite,
μ_{obs} est la valeur mesurée en magnétons nucléaires (voir *tableau* I).



◀ *Figure 6 : un nucléon dans une orbite du modèle des couches peut polariser un noyau sphérique à couches complètes et augmenter ainsi le moment quadripolaire d'un noyau pair-impair.*



▲ *Figure 7 : un électron d'impulsion initiale $\vec{p_i}$ est diffusé par un noyau en échangeant avec lui un photon d'impulsion $\vec{q}$. L'électron acquiert alors une impulsion $\vec{p_f}$ et sa trajectoire est déviée d'un angle θ. L'échange d'un photon est équivalent à une interaction de Coulomb entre la charge de l'électron et la distribution de charge du noyau.*

La distribution de charge et de matière des noyaux

La dimension des noyaux est de l'ordre de 10^{-13} cm, c'est-à-dire inférieure de plusieurs ordres de grandeur à la longueur d'onde du rayonnement de la lumière visible ou des rayons X qui est de l'ordre de 10^{-8} cm. On ne peut donc pas « photographier » le noyau et des moyens indirects doivent être employés pour le « voir ». La méthode la plus fructueuse consiste à exposer le noyau à un faisceau d'électrons mono-énergétiques d'une énergie E de l'ordre de quelques centaines de MeV et à observer leur diffusion. A ces énergies, les électrons sont relativistes, et ils ont une impulsion $p_i = E/c$. Lorsqu'ils sont diffusés élastiquement (sans perte d'énergie) à un angle θ (*fig.* 7), ils échangent avec le noyau cible un photon dont l'impulsion est égale à $q = 2\ p_i \sin(\theta/2)$. On montre alors que la section efficace de diffusion de l'électron est :

$$\sigma(\theta) = \sigma_M(\theta)\ |F(q)|^2$$

Le premier facteur est la section efficace d'un électron sur une charge Ze ponctuelle, et on sait parfaitement la calculer. Le deuxième facteur est le carré de la transformée de Fourier de la distribution de charge $\rho(r)$

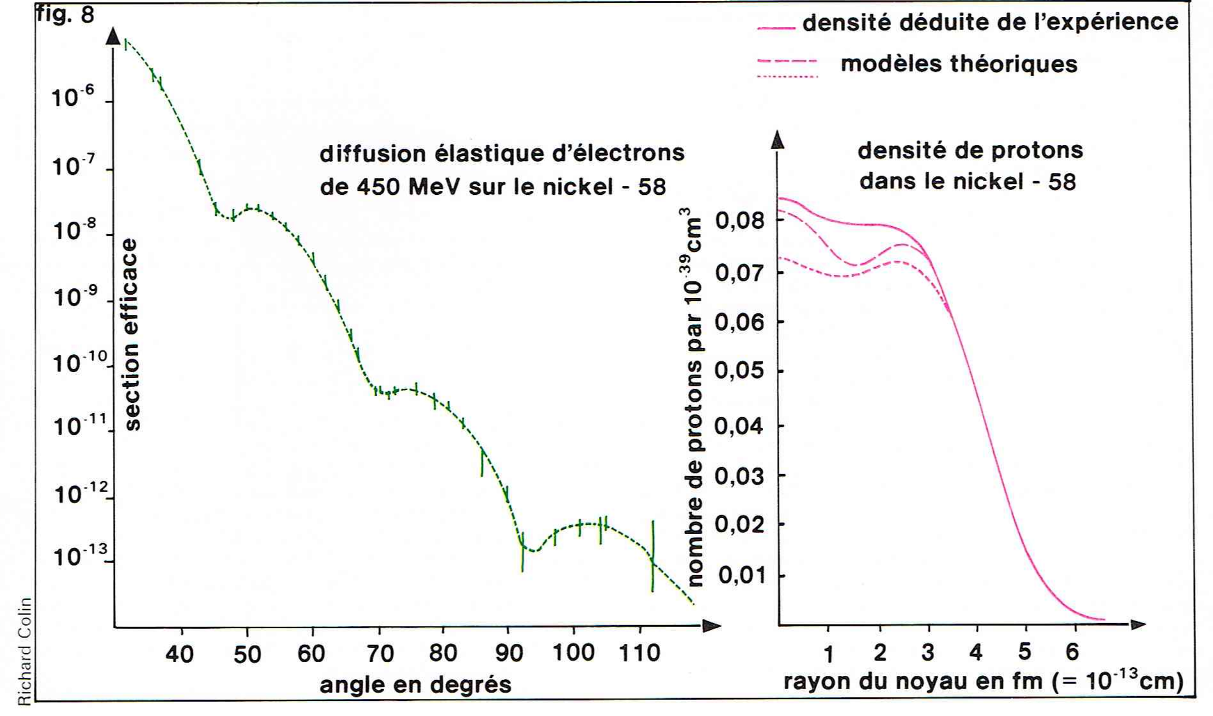
$$F(q) = \int dr\, r^2\, \rho(r) \sin(qr)/qr$$

La *distribution de charge* $\rho(r)$ est égale à la quantité de charge électrique par unité de volume au point situé à une distance r du centre du noyau. On voit donc qu'en comptant le nombre d'électrons diffusés à un angle θ, on détermine non pas la densité de charge, mais sa transformée de Fourier F (q). On ne peut pas calculer $\rho(r)$ en fonction de F (q) sans connaître F (q) pour toutes les valeurs de q. Les valeurs de q sont limitées par l'énergie du faisceau incident : $q < 2\ E/c$. Si q est assez grand, on peut néanmoins déterminer la densité de charge avec un détail de l'ordre de π/q. Pour résoudre un détail de l'ordre de 1 fm $= 10^{-13}$ cm, il faut un faisceau d'électrons ayant une énergie d'environ 300 MeV, ce qui est parfaitement réalisable avec les accélérateurs actuels. Tout se passe comme si on avait « éclairé » le noyau par un rayonnement dont la longueur d'onde est $\lambda \simeq 2\pi/q$. Un microscope capable d'utiliser un rayonnement d'une longueur d'onde aussi courte permettrait de résoudre le même détail que cette diffusion d'électrons. A titre d'exemple, le facteur de forme mesuré du ^{58}Ni est montré sur la *figure* 8 ainsi que la distribution de charge qui rend le mieux compte de ces mesures. Les distributions de charge peuvent être représentées par la fonction :

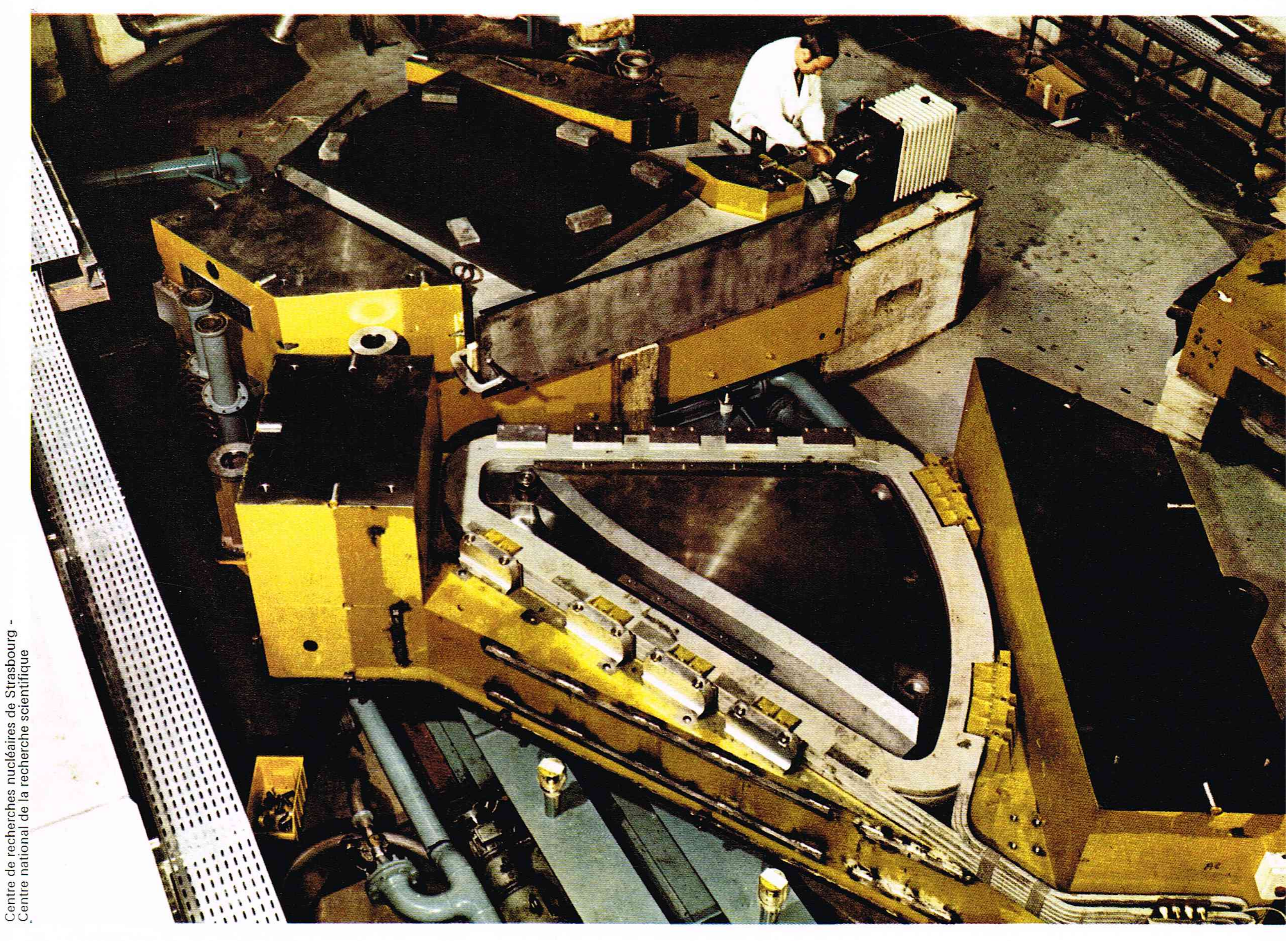
$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + e^{(r-R)/a}}$$

Au centre du noyau, la densité de charge est constante et égale à $\rho_0 = 0{,}08$ proton par fm^3 environ. La densité de charge a un rayon $R \simeq 1{,}2\ A^{1/3}$ et une épaisseur $a \simeq 0{,}54$ fm. D'autres renseignements sur la densité de charge nous sont fournis par le rayonnement des atomes mu-mésiques. Lorsqu'un méson-mu (méson μ) est arrêté dans la matière, il est capté par le champ électrique d'un noyau, et il se forme un atome mu-mésique. Le méson-mu a une masse 200 fois supérieure à celle de l'électron. Il en résulte qu'il décrira des orbites atomiques dont les rayons sont quelque 200 fois plus petits que ceux des électrons. L'orbite du méson peut même pénétrer un noyau lourd tel que le plomb. En s'approchant du noyau, le méson-mu cascade d'une orbite quantifiée à une autre, en émettant à chaque saut un rayon X que l'on peut observer. La fréquence ν du rayon X est égale à la différence $(E_1 - E_2)/h$ des énergies des orbites entre lesquelles le méson-mu effectue la transition. On sait calculer ces énergies à partir de la densité de charge $\rho(r)$ du noyau. Elles sont d'autant plus sensibles à la densité de charge que l'orbite est rapprochée du noyau. La mesure de la fréquence des rayons X nous donne des renseignements supplémentaires très précis sur la densité de charge.

La densité de neutrons est beaucoup plus difficile à mesurer, car il faut la sonder avec des interactions nucléaires moins bien connues. La plupart des mesures sont compatibles avec une densité de neutrons qui occupe le



▶ *Figure 8 : section efficace de diffusion élastique d'électrons par le ^{58}Ni, en unités de barns par stéradian, mesurée à l'accélérateur linéaire d'électrons de Saclay (France). Sur la figure de droite, on a porté la densité de charge que l'on déduit de cette mesure de diffusion d'électrons ainsi que deux calculs théoriques de cette distribution de charge (d'après* Activités scientifiques et techniques, *1974, publication du C.E.A.).*


Centre de recherches nucléaires de Strasbourg - Centre national de la recherche scientifique

▲ *Pièces polaires du spectromètre à haute résolution SPES II au cours du montage, au synchrotron à protons Saturne de Saclay (France).*

même volume que la densité des protons. Les mesures les plus précises actuellement sont faites en observant la diffusion de protons de 10^3 MeV. La précision des analyses de ces expériences ne fait pas encore ressortir une différence significative entre les densités de neutron et de proton.

La spectroscopie nucléaire

Il faut fournir au noyau une énergie de l'ordre du MeV, c'est-à-dire d'un million d'électrons-volts (*tableau* II) si on veut l'exciter. En absorbant cette énergie, le noyau peut effectuer une transition entre son **état fondamental** et un de ses nombreux **états excités.** L'inverse de ce processus est la *radio-activité :* un noyau dans un état excité peut perdre son énergie d'excitation en émettant un photon (radio-activité γ), un électron (radio-activité β), un ou plusieurs nucléons, une particule alpha (radio-activité α), etc. Il peut même se fissionner en un ou plusieurs morceaux. La détermination des états excités du noyau et l'étude de leurs propriétés sont l'objet de la *spectroscopie nucléaire*.

D'après la mécanique quantique, un noyau ne peut pas absorber une quantité arbitraire d'énergie. En effet, les énergies des états nucléaires sont quantifiées, c'est-à-dire qu'elles ne prennent que des valeurs discrètes bien déterminées (de l'ordre du MeV). Cependant, à cause du principe d'incertitude de Heisenberg, si un état nucléaire a un temps de vie τ (voir *La radio-activité*), l'énergie de cet état est entachée d'une incertitude $\Gamma \sim h/\tau$ où h est la constante de Planck. On dit que cet état a une *largeur* Γ. Les temps de vie τ et les largeurs correspondantes Γ peuvent prendre des valeurs très différentes selon la nature de l'état excité du noyau : par exemple, les états excités lors de l'absorption d'un neutron ont une largeur de l'ordre de 1 eV et donc un temps de vie de l'ordre de 10^{-18} s, tandis que certains états collectifs tels que la résonance géante dipolaire ont des largeurs de l'ordre de quelques MeV et des temps de vie de l'ordre de 10^{-21} s.

L'énergie qu'il faut fournir au noyau est un million de fois supérieure à celle des processus chimiques. C'est pour cela que la spectroscopie nucléaire a exigé la construction d'*accélérateurs de particules*, capables de fournir des faisceaux de protons, de deutons, de particules alpha et de noyaux plus lourds, ayant des énergies qui s'étalent depuis plusieurs MeV à quelques GeV ($= 10^3$ MeV). Les noyaux d'une cible sont alors excités au cours des collisions avec ces particules accélérées. Les accélérateurs sont traités dans le chapitre *Instrumentation nucléaire*.

L'ensemble des états excités d'un noyau constitue son *spectre*. Les spectres des noyaux sont en général très complexes, mais on peut cependant y trouver des régularités, surtout parmi les premiers états excités. C'est ainsi qu'un grand nombre de noyaux pair-pair (ceux qui ont un nombre pair à la fois de protons et de neutrons) présentent des états excités qui s'interprètent comme des *vibrations* de la surface (*fig.* 9). Ces vibrations sont très faciles à exciter par des projectiles au cours des réactions nucléaires, et elles correspondent aux modes normaux de vibration de la surface d'une goutte liquide. On a identifié les vibrations quadripolaires et octopolaires qui donnent lieu à des états excités de spin et de parité respec-

▶ *Grand spectrographe dans l'aimant permanent en service au centre de spectrométrie nucléaire et de masse d'Orsay.*
▼ *Ci-dessous, figure 9 : les modes de vibration quadripolaire et octopolaire, et la résonance géante dipolaire des noyaux pair-pair sphériques dans le modèle de la goutte liquide. En bas, figure 10 : représentation schématique du mécanisme d'excitation d'un noyau par un proton incident. Lors de l'interaction, celui-ci transfère une partie $E_f — E_i$ de son énergie cinétique au noyau cible. L'absorption de cette quantité d'énergie par le noyau se traduit par le passage d'un nucléon de son orbite vers une orbite occupée d'énergie supérieure.*

Centre de spectrochimie nucléaire et de masse d'Orsay - Centre national de la recherche scientifique

fig. 9

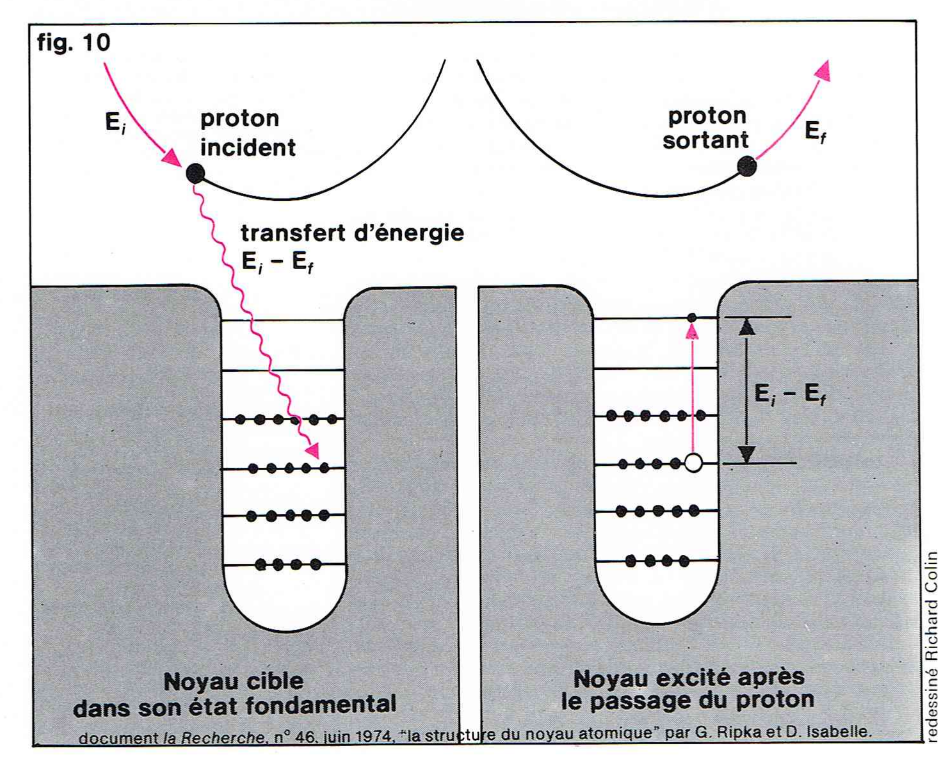
neutrons
protons

2^+ 0^+ — 3^- 0^+ — 1^- 0^+

vibration quadripolaire **vibration octopolaire** **vibration dipolaire**

On a indiqué au-dessous l'état excité du noyau par rapport au fondamental 0^+ qui correspond à chacun des modes de vibration.

Richard Colin



document *la Recherche*, n° 46, juin 1974, "la structure du noyau atomique" par G. Ripka et D. Isabelle.

redessiné Richard Colin

tivement égaux à 2^+ et 3^-. On a également identifié une vibration dipolaire, dite *résonance géante dipolaire*, qui est le mode de vibration le plus facilement excité par une interaction électromagnétique entre le projectile et le noyau cible. La résonance géante dipolaire correspond à une vibration de l'ensemble des protons en opposition de phase à l'ensemble des neutrons. Dans le modèle des couches, ces vibrations correspondent à des excitations dites « particule-trou », pour lesquelles le projectile entre en interaction avec la cible en excitant un nucléon d'une orbite occupée vers une orbite vide et en formant ainsi un état excité particule-trou (*fig.* 10).

On peut évidemment former des états excités plus complexes en excitant plusieurs nucléons vers des orbites inoccupées. Aussi les spectres nucléaires sont-ils très complexes dès que l'on atteint des énergies d'excitation de quelques MeV, et cela surtout pour les noyaux pair-impair (*fig.* 11).

L'établissement des spectres des noyaux, en particulier la détermination du spin et de la parité des niveaux, ainsi que leurs temps de vie et leurs modes de désexcitation radio-active, est un travail expérimental laborieux qui se poursuit depuis déjà quelques dizaines d'années.

On peut évaluer la **densité de niveaux,** c'est-à-dire le nombre n (E) dE d'états excités ayant une énergie comprise entre E et E + dE. D'après le modèle des couches, la densité de niveaux est égale à :

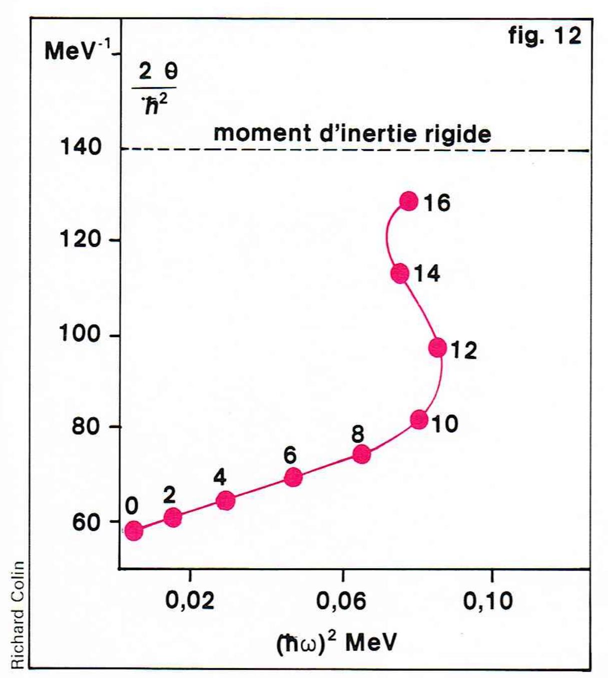
$$n\,(\mathrm{E}) = \frac{1}{\mathrm{E}\sqrt{48}} \exp\,[2\,\pi^2\,g(\varepsilon_\mathrm{F})\;\mathrm{E}/3]^{1/2}$$

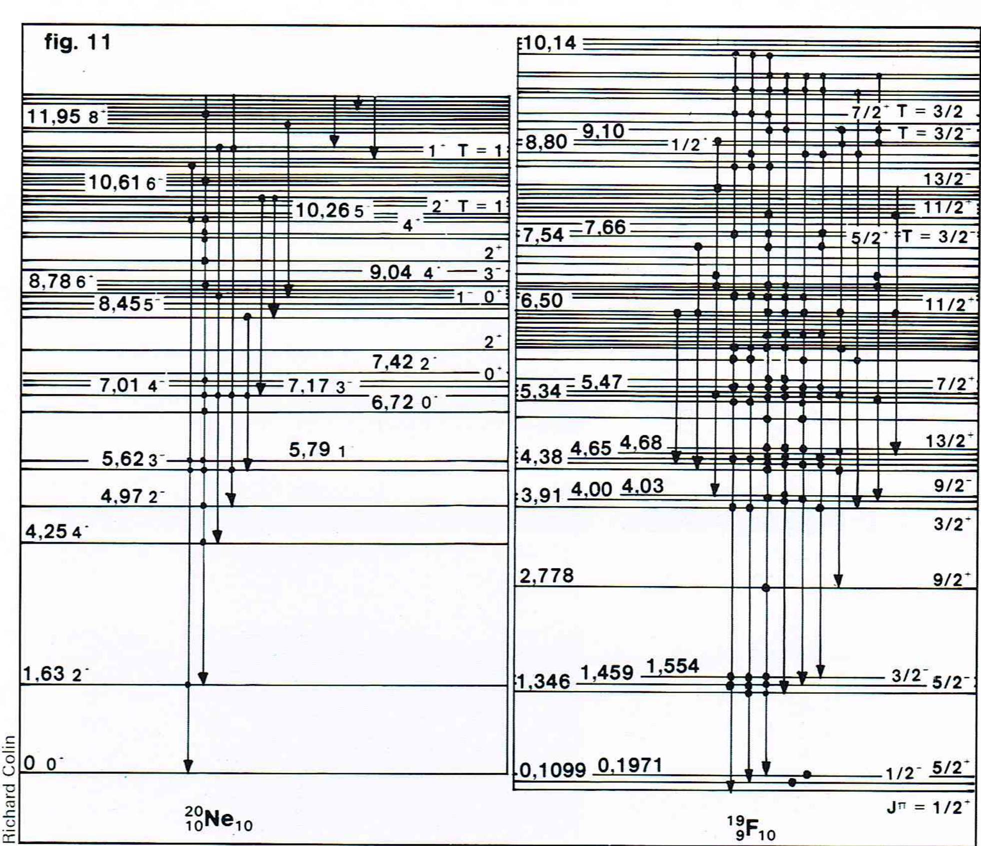
où $g\,(\varepsilon_\mathrm{F})$ est l'inverse de l'espacement moyen des orbites du modèle des couches au voisinage de la dernière orbite occupée. On voit que la densité de niveaux augmente exponentiellement avec l'énergie d'excitation du noyau : aux énergies d'excitation de 8 MeV environ la densité de niveaux atteint quelques dizaines de milliers de niveaux par MeV.

La supraconductivité de la surface nucléaire

On peut montrer par un calcul que, dans les noyaux, il se forme des *paires de Cooper* entre les neutrons d'une part et les protons d'autre part, de sorte que la surface nucléaire est dans la phase supraconductrice. Cette prévision théorique n'est pas aisée à vérifier expérimentalement, car on ne sait pas induire des courants électriques dans les noyaux comme on le fait dans les métaux supraconducteurs.

Certaines propriétés sont cependant très sensibles à la supraconductivité du noyau, notamment les moments d'inertie des noyaux déformés (voir *Les noyaux déformés*). La supraconductivité abaisse le moment d'inertie d'un facteur 2 par rapport au moment d'inertie d'un corps





▲ *Figure 12 : variation du moment d'inertie θ du noyau déformé ^{162}Er en fonction de la fréquence de rotation ω du noyau. Les nombres écrits sur la courbe indiquent le moment cinétique du noyau. On a également porté la valeur du moment d'inertie rigide. La brusque augmentation du moment d'inertie correspond à une transition de phase du noyau vers la phase normale.*
Figure 11 : spectres du ^{20}Ne et du ^{19}F. L'énergie est donnée en MeV, et spin et parité sont indiqués pour les niveaux pour lesquels ils ont pu être identifiés. On remarquera la très grande densité de niveaux dès que l'énergie d'excitation atteint quelques MeV. Les flèches indiquent les transitions principales dues à la désexcitation par radio-activité gamma.

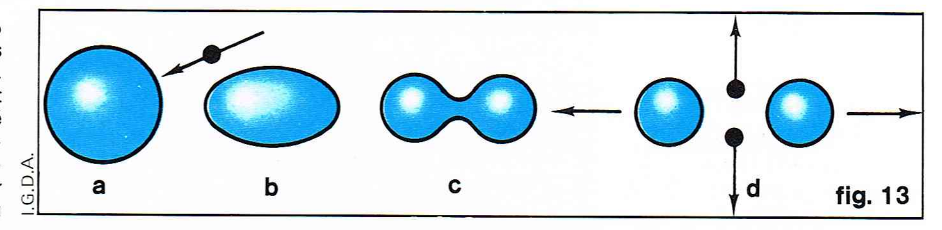
rigide. Ce phénomène peut être simulé par une expérience banale. Si l'on fait tourner brusquement un œuf cru sur une table, il s'arrête vite, car son contenu liquide n'a pas suivi en entier la rotation, et peu d'énergie de rotation a été emmagasinée. Par contre, un œuf cuit brusquement, soumis à une rotation, continuera à tourner, car, étant rigide à l'intérieur, toute sa masse subit la rotation, de sorte qu'une plus grande énergie de rotation est emmagasinée. L'œuf cuit a un moment d'inertie supérieur à celui d'un œuf cru qui imiterait un noyau dont une partie des nucléons est dans la phase supraconductrice.

Lorsqu'un noyau déformé tourne à une fréquence ω suffisamment grande, les forces de Coriolis et les forces centrifuges peuvent détruire la phase supraconductrice, et au cours de cette transition de phase le moment d'inertie augmente brusquement. Ce phénomène, observé dans un grand nombre de cas, constitue une des manifestations les plus dramatiques de la phase supraconductrice des noyaux (*fig.* 12). On spécule actuellement sur la possibilité de créer des courants de Josephson au contact de deux noyaux supraconducteurs, mais une telle expérience, qui pourrait servir à former des noyaux très riches en neutrons ou en protons, n'a pas encore été réalisée.

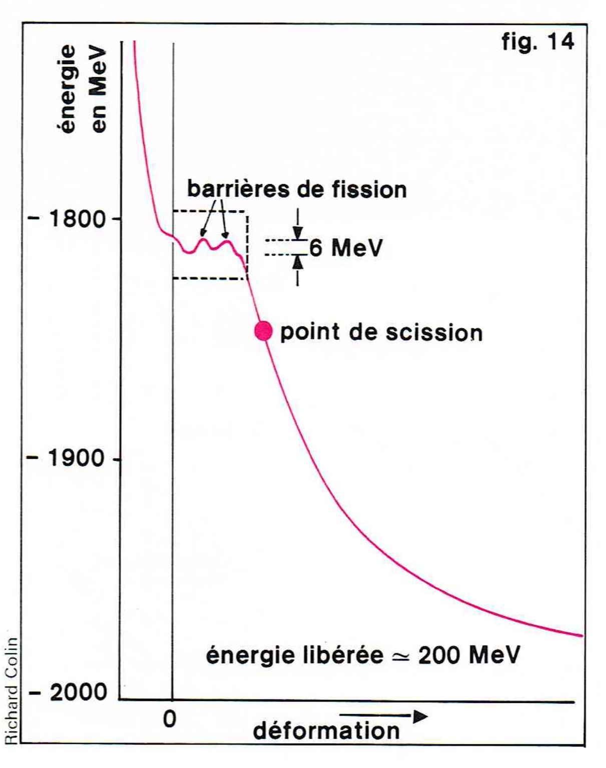
La fission, source de l'énergie nucléaire

La fission, qui est à l'origine de l'énergie nucléaire libérée dans les réacteurs et dans les armes nucléaires, est un processus au cours duquel un noyau se scinde en deux (et plus rarement trois) morceaux.

La formule de Weiszacker (voir page 235) prévoit qu'environ 200 MeV sont libérés lorsqu'un noyau lourd tel que le ^{240}Pu se fissionne en deux morceaux. Le modèle de la goutte liquide permet de comprendre pourquoi des noyaux tels que le ^{236}U ou le ^{240}Pu ne se fissionnent pas spontanément et instantanément. Considérons la manière dont varie l'énergie d'une goutte liquide uniformément chargée, lorsque celle-ci se déforme de plus en plus jusqu'à se scinder en deux morceaux (*fig.* 13). Aux faibles déformations, l'énergie commence par augmenter, car la surface augmente, mais, aux plus fortes déformations, cet effet est compensé par un gain en énergie électrostatique, les protons chargés positivement ayant tendance à s'éloigner les uns des autres. Il se forme ainsi une *barrière de fission* haute de 10 MeV environ (*fig.* 14). Le noyau doit franchir cette barrière pour fissionner, et il sera stable à moins qu'on ne lui fournisse l'énergie nécessaire pour franchir la barrière de fission. C'est ce qui se produit lorsqu'un noyau de ^{235}U, par exemple, absorbe un neutron. Le neutron est capturé dans le puits de potentiel du modèle des couches (voir *Le modèle des couches*, p. 236), et il communique ainsi au noyau l'énergie qui lui est nécessaire pour fissionner.



▲ *Figure 13 : formes successives que prend un noyau qui subit une fission après avoir absorbé un neutron. Ces formes correspondent aux déformations croissantes des figures 14 et 15.*

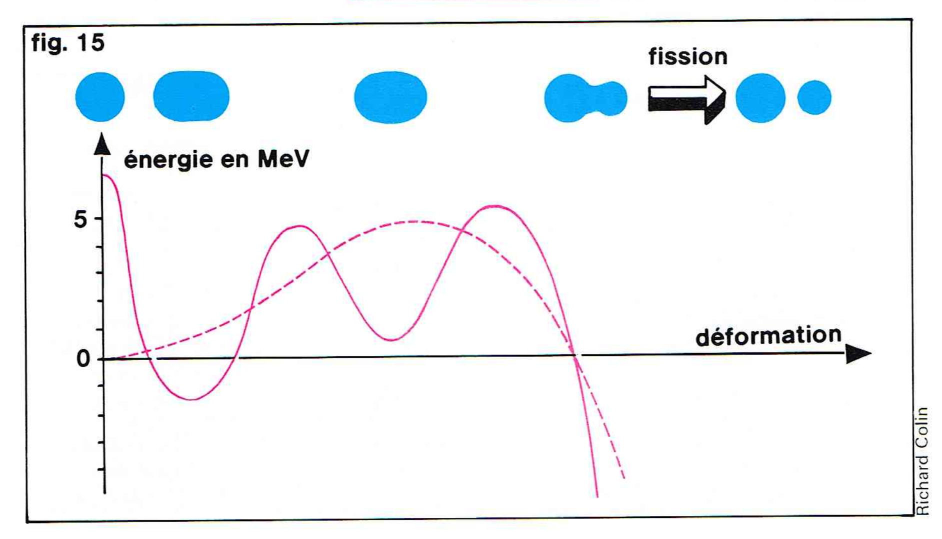


◀ *Figure 14 : variation d'énergie du ^{240}Pu en fonction de sa déformation. La partie entourée d'un carré est agrandie sur la figure 15. Le point de scission représente la déformation à partir de laquelle le noyau se sépare en deux morceaux.*

▶ *Représentation « idéalisée » (modèle) du noyau d'un atome d'uranium 235 (proportion : 92 protons, 143 neutrons).*

Doisneau - Rapho

▼ *Figure 15 : variation de l'énergie du ^{240}Pu en fonction de sa déformation (détail de la figure 14) montrant la double barrière de fission. Le modèle de la goutte liquide (trait hachuré) ne prévoit qu'une barrière de fission, tandis que, d'après les calculs dans le cadre du modèle unifié, deux barrières apparaissent (trait plein). En haut de la figure, on a indiqué les formes du noyau lors des déformations successives.*



Dans un matériau où des noyaux fissiles tels que le ^{235}U se trouvent en concentration suffisante, il peut se produire une **réaction en chaîne.** En effet, lorsqu'un neutron est absorbé par un noyau de ^{235}U, les produits de fission, à savoir les morceaux dans lesquels le noyau d'uranium s'est scindé, émettent des neutrons qui, à leur tour, provoquent la fission d'autres noyaux de ^{235}U, et ainsi de suite. Le réglage du taux de ces réactions en chaîne est un problème délicat de technologie nucléaire, et il sera traité dans le texte *Instrumentation nucléaire*.

Le modèle de la goutte liquide ne donne qu'une image grossière de la barrière de fission. D'après le modèle unifié (voir *Le modèle des couches et le modèle unifié*), à mesure que le noyau se déforme, le potentiel moyen dans lequel sont captés les nucléons se déforme à son tour, et les orbites des nucléons changent également. En calculant l'énergie des nucléons dans les orbites d'un potentiel de plus en plus déformé, on trouve que le ^{240}Pu a non plus une, mais deux barrières de fission (*fig.* 15). La découverte expérimentale et l'explication théorique de cette double barrière de fission forment une des preuves les plus remarquables du modèle unifié des noyaux.

Un noyau ne se fissionne pas nécessairement en deux morceaux identiques. La *fission asymétrique*, c'est-à-dire la fission d'un noyau en deux morceaux de masse inégale, est très fréquente (*fig.* 16). La fission asymétrique ne peut pas non plus s'expliquer par le modèle de la goutte liquide, mais exige un calcul semblable à celui qui explique la double barrière de fission.

La fusion, source de l'énergie solaire

Le processus inverse de la fission est la fusion de deux noyaux en un noyau plus lourd.

La formule de Weiszacker montre que de l'énergie sera libérée si l'on fusionne deux *noyaux légers* de masse atomique inférieure à 20 environ. Le Soleil et les bombes à hydrogène trouvent leur source d'énergie dans le processus de fusion. Un effort très considérable est actuellement fourni pour pouvoir contrôler des réactions de fusion pour en faire une source d'énergie sur terre.

A la surface du Soleil se produit une suite de réactions nucléaires qui dégagent chacune de l'énergie et qui forment ce qu'on appelle un *cycle solaire*. Il y a deux cycles solaires principaux qui sont illustrés sur le *tableau* IV.

Le premier, dit *cycle de carbone*, a pour effet de combiner quatre protons (^{1}H) pour former une particule alpha (un noyau de ^{4}He) et de libérer environ 26 MeV d'énergie. Les neutrinos émis au cours de ces réactions s'échappent du Soleil. Dans ce cycle, le ^{12}C est récupéré à la fin et ne sert donc que de catalyseur.

Le second cycle représente une autre manière de former une particule alpha avec quatre protons.

La radio-activité

Certains noyaux peuvent libérer de l'énergie en émettant une particule alpha (noyau de ^{4}He), un électron, un positon ou encore un rayon gamma. Ce processus porte le nom de *radio-activité*. La radio-activité est un des exemples très rares où le noyau manifeste spontanément son existence. Sa découverte par Becquerel en 1896 peut être considérée comme le début de la physique nucléaire. Bien que les radio-activités alpha (émission de noyaux de ^{4}He), bêta (émission d'électrons ou de positons) et gamma (émission de radiation électromagnétique sous forme de photons) soient des processus très différents que nous décrirons plus loin, la radio-activité d'un ensemble de noyaux dans un morceau macroscopique de matière suit des lois statistiques qui sont indépendantes de leur mode de désintégration.

Soit N (0) le nombre de noyaux radio-actifs d'un échantillon au temps $t = 0$. Au temps t ultérieur, le nombre N (t) de noyaux radio-actifs aura décru selon la loi :

$$N(t) = N(0)\, e^{-t/\tau}$$

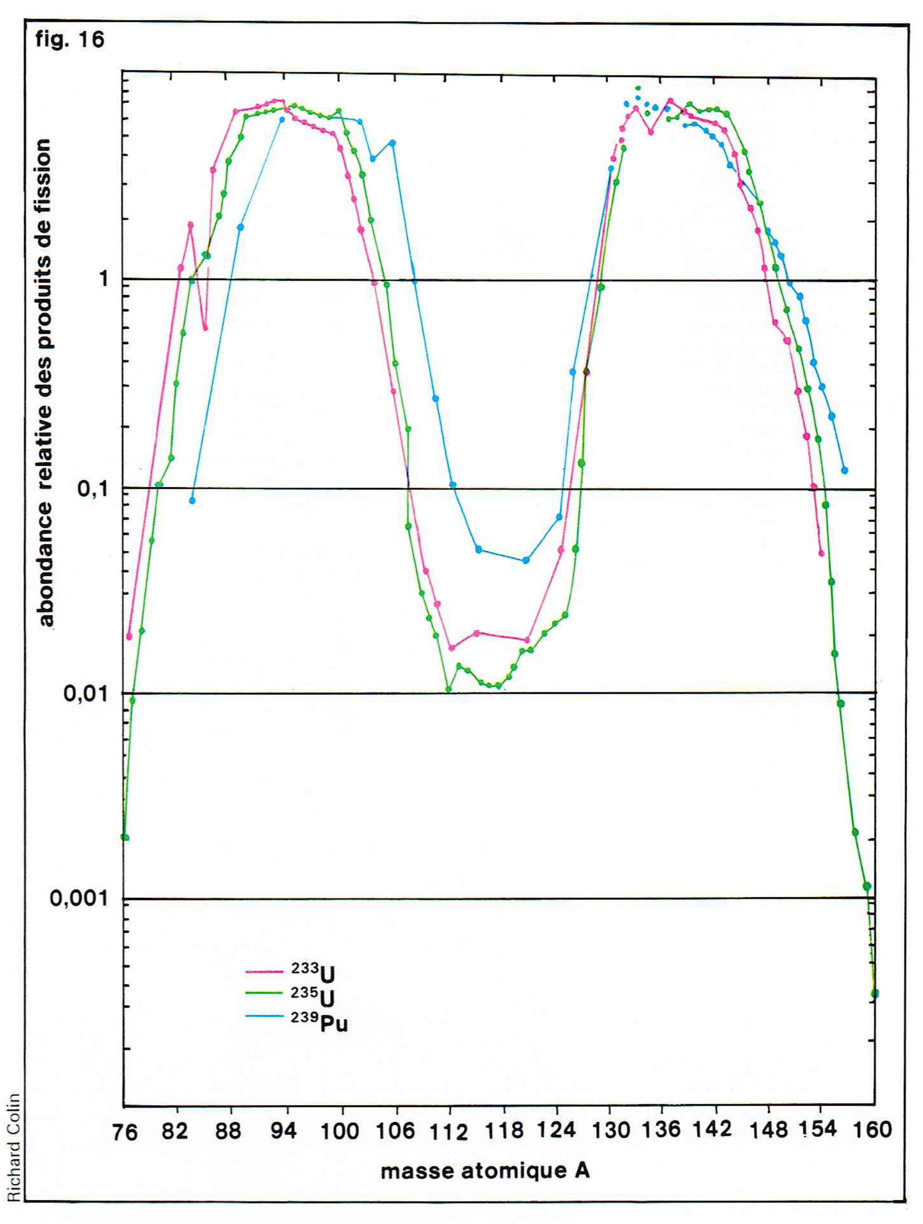
où τ est la **vie moyenne** du noyau radio-actif.

Cette loi exprime le fait que chaque noyau radio-actif a une égale probabilité de se désintégrer par radio-activité. On cite souvent la **période** ou encore la **demi-vie** T du noyau. La période T est reliée à la vie moyenne par l'équation :

$$T = \tau \log 2 = 0{,}693\,147\, \tau$$

On appelle enfin **activité** d'un échantillon le nombre de noyaux qui se désintègrent par unité de temps. L'unité de l'activité est le curie, noté Ci : 1 Ci = $3{,}7 \cdot 10^{10}$ désintégrations par seconde.

La vie moyenne ou la période d'un élément radio-actif peut être mesurée en observant la décroissance exponentielle de l'activité d'un échantillon. Inversement, la connaissance de la période d'un noyau permet parfois de déterminer l'âge d'un objet. Considérons, par exemple, la méthode de datage par le carbone. Les rayons cosmiques produisent continuellement dans l'atmosphère du ^{14}C qui est un isotope radio-actif du carbone dont la période est T = 5 570 années. Le ^{14}C se combine chimiquement avec l'oxygène et devient partie intégrante des tissus organiques. Ainsi, au moment de leur formation, les tissus animaux et végétaux ont la même distribution isotopique (rapport du nombre de noyaux de ^{14}C au nombre de noyaux stables de ^{12}C) que l'atmosphère. Mais au cours du temps, le nombre de noyaux de ^{14}C diminue par radio-activité. De vieux échantillons, tels que le charbon ou le pétrole, dont l'âge dépasse beaucoup



▲ *Figure 16 : abondance relative (en %) des produits de fission des trois noyaux ^{233}U, ^{235}U et ^{239}Pu en fonction de leur masse atomique A. On voit que, pour ces trois noyaux, le modèle de fission le plus probable est en deux morceaux de masse inégale : c'est le phénomène de fission asymétrique.*

▼ *Tableau IV : les deux cycles du Soleil.*

Tableau IV

Les deux cycles du soleil

Réaction	Énergie dégagée	Temps moyen de la réaction
$^{12}C + {}^{1}H \rightarrow {}^{13}N + \gamma$	1,93 MeV	10^{6} années
$^{13}N \rightarrow {}^{13}C + e^{+} + \nu + \gamma$	1,20 MeV	10 minutes
$^{13}C + {}^{1}H \rightarrow {}^{14}N + \gamma$	7,60 MeV	$2 \cdot 10^{5}$ années
$^{14}N + {}^{1}H \rightarrow {}^{15}O + \gamma$	7,39 MeV	$< 3 \cdot 10^{7}$ années
$^{15}O \rightarrow {}^{15}N + e^{+} + \nu + \gamma$	1,71 MeV	2 minutes
$^{15}N + {}^{1}H \rightarrow {}^{12}C + {}^{4}He$	4,99 MeV	10^{4} années
$^{1}H + {}^{1}H \rightarrow {}^{2}H + e^{+} + \nu$	0,41 MeV	$7 \cdot 10^{9}$ années
$^{2}H + {}^{1}H \rightarrow {}^{3}He + \gamma$	5,51 MeV	4 secondes
$^{3}He + {}^{3}He \rightarrow {}^{4}He + 2\,{}^{1}H + \gamma$	12,98 MeV	$4 \cdot 10^{5}$ années

▶ *Page ci-contre, en haut, figure 18 : énergie potentielle d'une particule alpha en fonction de sa distance* R *au centre du noyau ayant* Z *protons. Aux grandes distances, la particule alpha ne sent que la répulsion coulombienne* 2 Ze²/R. *Aux distances inférieures au rayon* R *du noyau, elle sent un potentiel attractif dû aux forces nucléaires. Une particule alpha dont l'énergie* E *est inférieure à la barrière coulombienne peut la pénétrer en* R_1 *et ressortir en* R_2 *par effet tunnel.*

▼ *Figure 17 : famille de noyaux radio-actifs correspondant à la désintégration des* ^{238}U. *Les radio-activités bêta et alpha sont indiquées par les symboles,* β *et* α, *et les périodes sont indiquées en années (a), jours (j), ou secondes (s) [d'après E. Segré,* Nuclei and Particles, *W.A. Benjamin, 1965].*

la période T = 5 570 années, ont déjà perdu tout leur ^{14}C. D'autres ont une distribution isotopique dont la mesure permet de déterminer l'âge de l'objet. Cette méthode, qui ne peut servir à mesurer des âges supérieurs à 30 000 années, a beaucoup servi l'archéologie, par exemple.

L'âge des roches peut aussi parfois être déterminé en mesurant le ^{4}He formé par la radio-activité des traces de ^{238}U que contenait la roche au moment de sa formation, à condition toutefois que cet hélium ne se soit pas échappé de la roche. Les roches terriennes les plus anciennes ainsi datées ont un âge d'environ $2,7 \cdot 10^9$ années. L'âge des météorites les plus anciennes est d'environ $4,5 \cdot 10^9$ années. On pense que cela doit être environ l'âge de la Terre.

Un noyau radio-actif peut se transformer soit en un noyau stable, soit en un noyau également radio-actif. Dans ce dernier cas, on dit qu'il est le *noyau parent* du nouveau noyau radio-actif. Ce dernier est à son tour parent d'un autre noyau, et ainsi de suite. On forme ainsi des *familles de noyaux radio-actifs* qui se désintègrent successivement les uns dans les autres, la famille se terminant sur un noyau stable.

La *figure* 17 montre la famille de noyaux naturellement radio-actifs qui commence par le ^{238}U et qui se termine par le ^{206}Pb.

La radio-activité alpha

Un noyau excité artificiellement au cours d'une réaction nucléaire peut se désexciter en émettant des particules lourdes telles qu'un neutron, un proton, un deuton, une particule alpha, etc. Par contre, les noyaux naturellement radio-actifs émettent soit des particules alpha, soit des électrons (radio-activité bêta), soit encore des photons (radio-activité gamma). La particule alpha est un noyau de ^{4}He composé de deux neutrons et de deux protons. Elle est un des noyaux les plus stables, c'est-à-dire des plus difficiles à exciter ou à casser. C'est pourquoi l'émission d'une particule alpha est souvent énergétiquement possible alors que l'émission d'un proton ou d'un neutron ne l'est pas, ce qui peut être vérifié sur la formule de Weiszacker.

Les vies moyennes des noyaux radio-actifs qui émettent des particules alpha varient de quelque $3 \cdot 10^{-7}$ seconde pour le ^{217}Po à $4,5 \cdot 10^9$ années pour le ^{238}U. Cette étonnante variété des vies moyennes peut s'expliquer par le **modèle de Gamov,** qui fait appel à l'**effet tunnel** qui résulte de la mécanique quantique et qui n'a pas d'équivalent en mécanique classique. Dans ce modèle, on imagine que la particule alpha préexiste dans le noyau, et on considère son énergie potentielle en fonction de sa distance R au centre du noyau (*fig.* 18). Les forces nucléaires étant de courte portée, à grande distance le potentiel se réduit à celui de la répulsion 2 Ze²/R coulombienne. A l'intérieur du noyau, les forces nucléaires, plus fortes que les forces électromagnétiques, créent un puits de potentiel dans lequel la particule alpha est captée. D'après la mécanique classique, la particule alpha resterait indéfiniment capturée dans le puits de potentiel, mais, d'après la mécanique quantique, la particule alpha a une probabilité de traverser la barrière de potentiel; dans ce cas, on dit qu'elle s'est échappée par effet tunnel. On montre que ce processus donne au noyau une vie moyenne T qui se calcule par l'expression :

$$\frac{1}{T} = \log 2 \, \frac{v_0}{R} \, e^{-2G} \quad \text{où} \quad G = \sqrt{\frac{2M}{\hbar^2}} \int_{r_1}^{r_2} dr \sqrt{V(r) - E}$$

Dans cette expression, v_0 est la vitesse moyenne de la particule dans le puits, R le rayon du puits, M et E la masse et l'énergie de la particule alpha, $V(r)$ la forme du potentiel (*fig.* 18), et les distances r_1 et r_2 sont les points d'entrée et de sortie de la barrière de potentiel. Pour une particule alpha émise avec une énergie E d'un noyau ayant Z protons, l'expression ci-dessus peut être représentée par la loi :

$$\log_{10} T = 1,61 \, (ZE^{-1/2} - Z^{2/3}) - 28,9$$

où T est exprimé en années et E en MeV. On voit que la variation de la vie moyenne est exprimée sur une échelle logarithmique, ce qui explique l'étonnante échelle des valeurs des temps de vie observées. Puisque les vies moyennes atteignent l'ordre de grandeur de l'âge de la Terre, il subsiste dans la nature quelques noyaux qui, après leur formation, n'ont pas encore eu le temps de se désintégrer, d'où la radio-activité naturelle. D'un autre côté, au cours des explosions nucléaires ainsi que dans les réacteurs, on forme des noyaux radio-actifs, dont les vies moyennes s'étendent sur des milliers d'années, et qui sont donc une source de pollution particulièrement dangereuse.

La radio-activité bêta

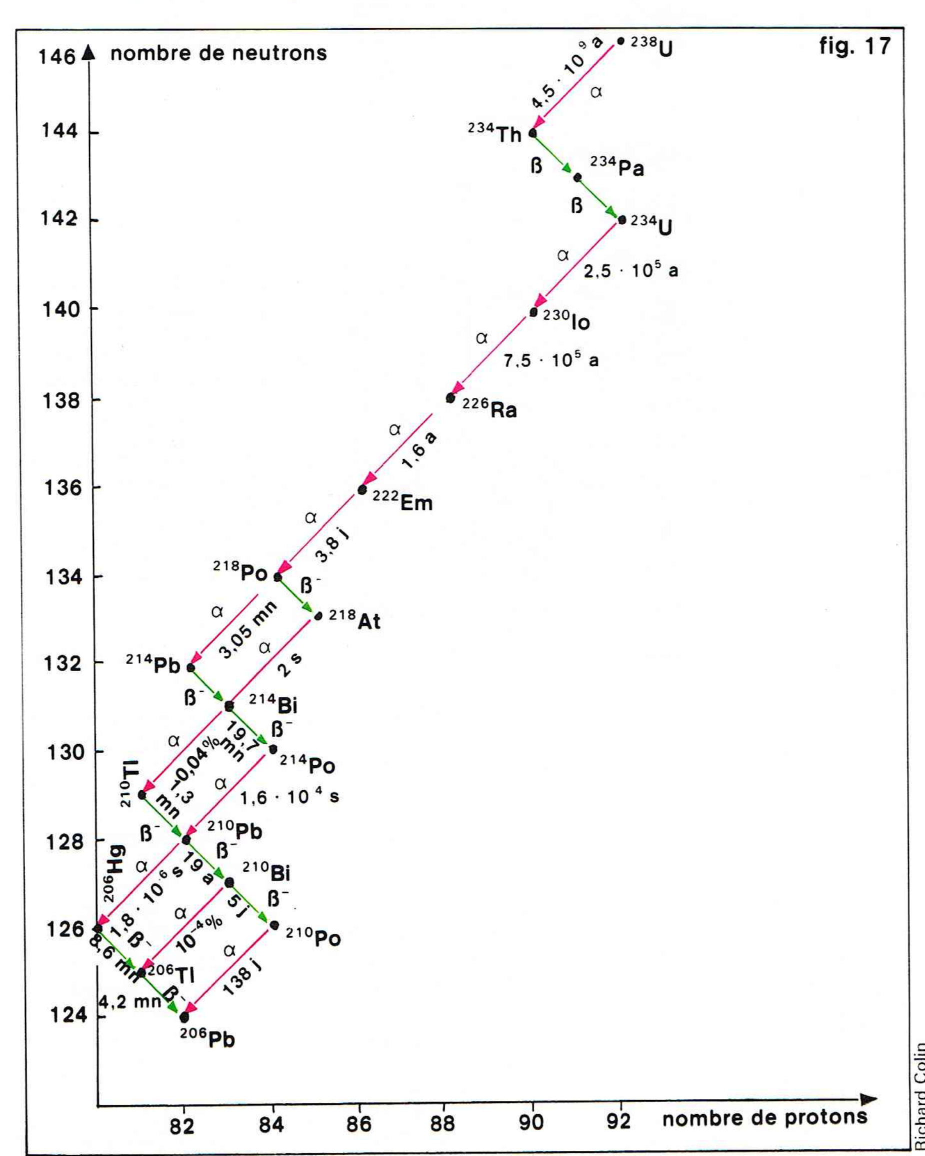
La radio-activité bêta naturelle est un processus au cours duquel un noyau émet un électron e^- et un **antineutrino** $\bar{\nu}$, tandis qu'un de ses neutrons se transforme en un proton. La *figure* 17 en montre plusieurs exemples, notamment :

$${}^{210}_{83}Bi_{127} \rightarrow {}^{210}_{84}Po_{126} + e^- + \bar{\nu}$$

La radio-activité bêta des noyaux a un intérêt scientifique de première importance, car elle a servi à découvrir le **neutrino** ν, et elle met en évidence la *non-conservation de la parité*. En outre, la plupart des découvertes concernant les interactions faibles ont été faites en étudiant la radio-activité bêta des noyaux. Le neutron lui-même est instable par rapport à la radio-activité bêta, car il se désintègre en un proton, un électron et un antineutrino avec une vie moyenne de 17 minutes et en libérant environ 0,8 MeV d'énergie :

$$n \rightarrow p + e^- + \bar{\nu}$$

Un *neutrino* est une particule de spin $\frac{1}{2}$, de masse nulle et de charge nulle. Il emporte une partie de l'énergie et du moment cinétique libérés par la désintégration bêta.



Richard Colin

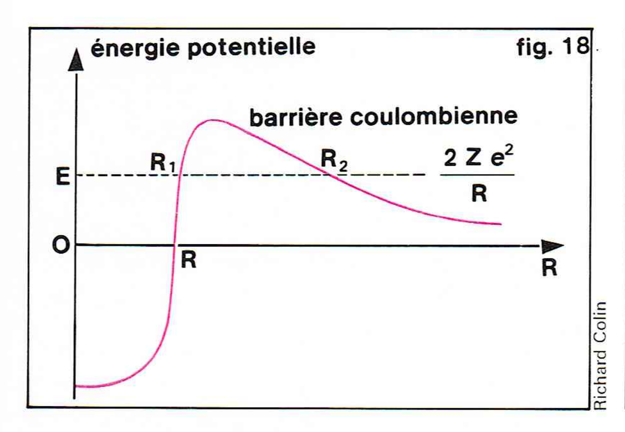


fig. 19

$\vec{S}$ $\vec{p}$

$h = \frac{\vec{S}\cdot\vec{p}}{Sp} = +1$

antineutrino $\bar{\nu}$

$\vec{S}$ $\vec{p}$

$h = \frac{\vec{S}\cdot\vec{p}}{Sp} = -1$

neutrino ν

Richard Colin

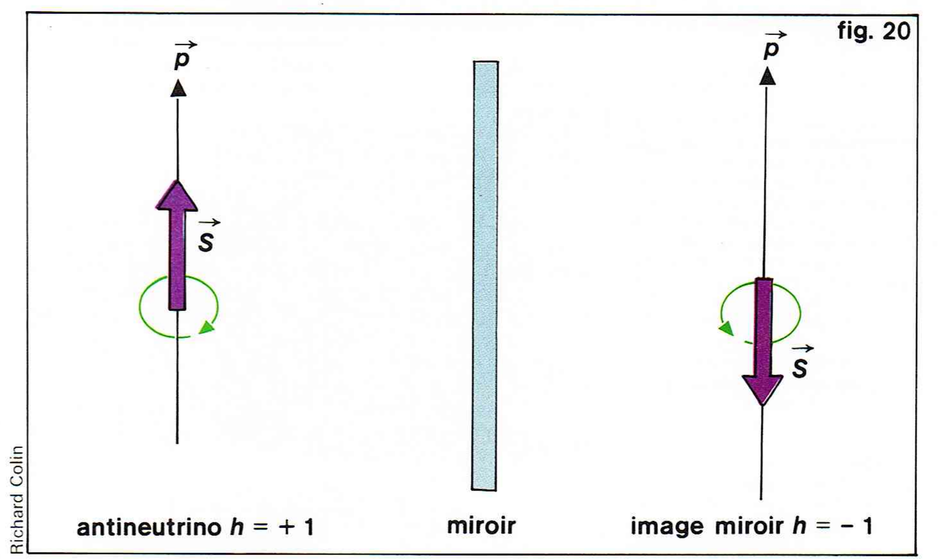
C'est essentiellement en mesurant le bilan d'énergie et de moment cinétique que Pauli postula dès 1930 l'existence du neutrino qui traversait les compteurs de particules sans les déclencher et qui ne pouvait donc pas être directement observé. Le neutrino est distinct de l'antineutrino.

Un neutrino est une particule émise lors de la radio-activité β^+ au cours de laquelle un positon e^+ (l'antiélectron) est émis par un noyau qui transforme un de ses protons en un neutron. Par exemple :

$$^{11}_{6}C_5 \rightarrow {}^{11}_{5}B_6 + e^+ + \bar{\nu}$$

L'existence du neutrino a été confirmée par l'observation du mécanisme inverse de la radio-activité bêta, à savoir l'absorption des antineutrinos par des protons : $\bar{\nu} + p \rightarrow e^+ + n$. On a également vérifié expérimentalement que le neutrino et l'antineutrino sont des particules distinctes. On a vérifié que l'antineutrino a son spin toujours aligné parallèlement à son impulsion et que le neutrino a son spin toujours aligné antiparallèlement à son impulsion (*fig.* 19). On dit que les *hélicités h* de ces deux particules sont opposées : pour l'antineutrino $h = +1$ et pour le neutrino $h = -1$.

Le fait qu'un antineutrino (ou un neutrino) est toujours émis avec une hélicité donnée a été découvert en 1960 et a constitué la découverte capitale que la *parité* n'est pas conservée au cours d'une désintégration bêta. En effet, l'hélicité permet de distinguer un antineutrino de son image dans un miroir, car l'image miroir de l'hélicité change de signe (*fig.* 20).



La radio-activité bêta et, en général, les interactions faibles sont les premiers processus physiques découverts ne conservant pas la parité.

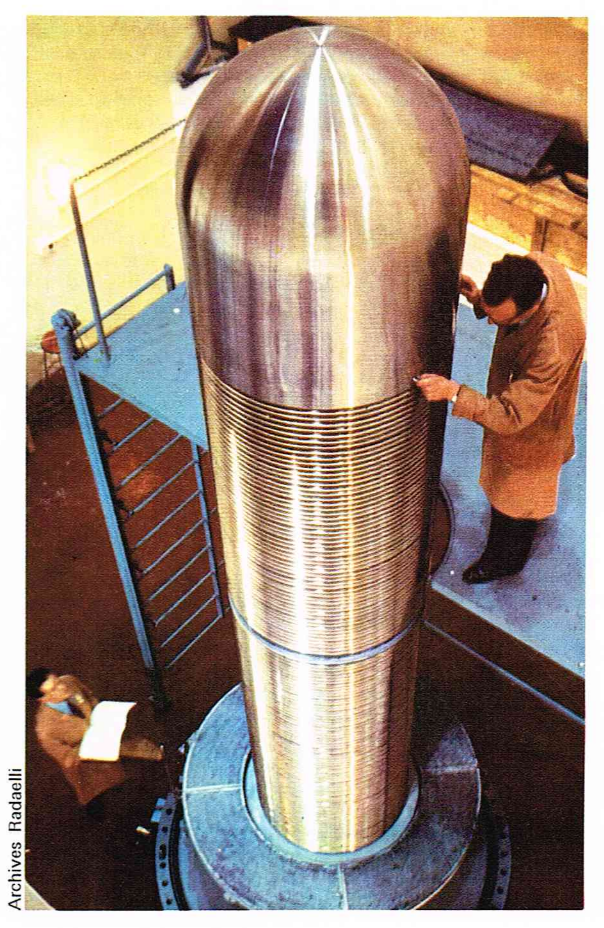
La théorie de la radio-activité bêta est assez bien connue, et on peut l'utiliser pour étudier la spectroscopie nucléaire. Inversement, la radio-activité bêta des noyaux a servi à établir la théorie des interactions faibles des particules élémentaires.

Ajoutons enfin qu'en plus du neutrino ν et de l'antineutrino $\bar{\nu}$, il existe aussi un neutrino distinct ν_μ ainsi que son antiparticule $\bar{\nu}_\mu$. Le neutrino ν_μ est émis lors des réactions où le méson-mu intervient à la place de l'électron, par exemple : $\mu^- + p \rightarrow n + \nu_\mu$.

La radio-activité gamma

Un noyau dans un état excité d'énergie E_1 peut effectuer une transition vers un état d'énergie inférieure E_2, en émettant un photon dont la fréquence ν et l'énergie $h\nu$ sont données par la relation $h\nu = E_1 - E_2$ (voir cependant les effets de recul discutés plus loin). Le photon est un quantum de radiation électromagnétique. Les radiations électromagnétiques émises par les noyaux ont des longueurs d'onde de l'ordre de 10^{-10} à 10^{-11} cm, donc environ 100 à 1 000 fois plus petites que celles des rayons X. Elles portent le nom de *rayons gamma*. Inversement, un noyau dans son état fondamental E_0 peut absorber un photon d'énergie $h\nu = E_1 - E_0$ et faire une transition vers un état excité d'énergie E_1. L'observation des rayons gamma émis par les noyaux constitue un des outils les plus précieux de la spectroscopie nucléaire. En effet, la mesure de l'énergie des rayons gamma donne la différence entre les énergies des états initial et final du noyau. En outre, lorsque le noyau est excité au préalable par un faisceau de particules incidentes (voir *Les réactions nucléaires,* p. 247), on peut mesurer la *distribution*

▲ Figure 19 : le neutrino (antineutrino) a toujours son spin $\vec{S}$ antiparallèle (parallèle) à son impulsion $\vec{p}$. On dit qu'il a une hélicité h égale à — 1 (+ 1). C'est l'hélicité qui distingue le neutrino de son antiparticule, l'antineutrino. Figure 20 : l'image miroir d'un antineutrino d'hélicité h = + 1 est une particule d'hélicité h = — 1. Au cours d'une radio-activité β^-, c'est toujours un antineutrino d'hélicité h = + 1 qui est émis, de sorte que l'image miroir de cet événement ne se produit jamais : la parité est violée au cours de cette radio-activité.



◄ Accélérateur Van de Graaff du laboratoire de l'UKAEA à Aldermaston.

angulaire, c'est-à-dire la distribution des rayons gamma émis à des angles différents par rapport au faisceau incident. Cette distribution angulaire peut souvent servir à déterminer le spin d'un des niveaux entre lesquels s'effectue la transition.

Les rayons gamma sont émis par les courants électriques produits par les protons, ainsi que par les courants magnétiques produits aussi bien par les neutrons que par les protons. Le mécanisme d'absorption et d'émission de photons est très bien connu, car il fait intervenir l'électromagnétisme dont on connaît bien la théorie. En mesurant le taux d'émission des rayons gamma, on peut en tirer des renseignements précieux sur les fonctions d'onde des états entre lesquels le noyau effectue des transitions.

Au lieu de libérer de l'énergie en émettant un photon, le noyau peut parfois transmettre son énergie directement à un des électrons qui gravite autour du noyau de l'atome, par un processus qui s'appelle l'**effet Auger.** Les électrons émis au cours de ce processus sont appelés *électrons de conversion interne*, et ils ne doivent pas être confondus avec les électrons qui sont émis par la radioactivité bêta et qui sont émis en même temps qu'un neutrino.

La *fluorescence nucléaire* n'est, en général, pas observée. Rappelons que la fluorescence est un phénomène qui est fréquemment observé en physique atomique et qui consiste à absorber par un système un photon émis par un autre système identique au premier. En effet, si un noyau émet un photon en se désexcitant d'un état d'énergie E_1 vers son état fondamental d'énergie E_0, un autre noyau, identique au premier, devrait pouvoir absorber ce photon pour faire une transition vers l'état excité d'énergie E_1. Cependant, le photon émis a une impulsion $p = h\nu/c$ de sorte que le noyau recule, et il acquiert une énergie cinétique $p^2/2\,M$, où M est sa masse. L'énergie libérée $E_1 - E_0$ doit donc servir à donner au photon son énergie $h\nu$ et au noyau son énergie cinétique de recul, de sorte que :

$$E_1 - E_0 = \frac{p^2}{2\,M} + h\nu \quad \textit{émission}$$

L'énergie du photon est donc inférieure de $p^2/2\,M$ à $E_1 - E_0$.

De même, lorsqu'un noyau absorbe un photon de fréquence ν, l'impulsion du photon l'oblige à reculer, de sorte que l'énergie $h\nu$ du photon doit servir à la fois à l'exciter de l'état fondamental d'énergie E_0 à l'état excité d'énergie E_1 et à lui donner une énergie cinétique $p^2/2\,M$. On a donc :

$$h\nu = E_1 - E_0 + \frac{p^2}{2\,M} \quad \textit{absorption}$$

On voit que l'énergie du photon émis est inférieure d'une quantité $\frac{p^2}{M} = \frac{\hbar^2\nu^2}{Mc^2}$ à l'énergie nécessaire pour que le photon puisse être absorbé, et la fluorescence ne peut donc pas se produire. En général, cette différence est supérieure à la largeur naturelle Γ du niveau excité, celle-ci étant reliée à son temps de vie τ par la relation $\Gamma = h/\tau$.

Il y a cependant un cas où la fluorescence peut avoir lieu : lorsque les noyaux appartiennent à un réseau cristallin, leur énergie est quantifiée, et en général ils ne peuvent pas absorber une énergie inférieure à une énergie critique E_c. Si cette énergie est très supérieure à l'énergie de recul $\hbar^2\nu^2/Mc^2$, le recul provoqué par l'émission du photon doit être partagé par tout le cristal qui a une masse quasi infinie et qui n'a donc pas d'énergie cinétique de recul. La fluorescence nucléaire peut donc avoir lieu entre deux noyaux implantés dans un réseau cristallin. Elle porte alors le nom d'**effet Mössbauer.** Les énergies des photons sont tellement fines qu'une vitesse relative de quelques dixièmes de millimètre par seconde entre le cristal absorbeur suffit parfois à détruire l'effet Mössbauer. En effet, la vitesse relative change la fréquence du photon émis à cause de l'effet Doppler.

Les réactions nucléaires

Mis à part le phénomène de radio-activité naturelle, le noyau ne se manifeste guère, car il est au centre de l'atome entouré par un nuage d'électrons environ 10 000 fois plus étendu que lui. Presque toutes les connaissances que nous possédons du noyau viennent de l'étude des *réactions nucléaires*. Celles-ci sont produites lors du bombardement d'une cible par des projectiles accélérés à des énergies suffisantes pour pénétrer le nuage d'électrons et pour perturber le noyau, en l'excitant par exemple. Sauf pour les neutrons, les projectiles chargés électriquement peuvent donc être accélérés par des accélérateurs de particules (tandems, cyclotrons, accélérateurs linéaires, synchrotrons, etc.) à des énergies variant de quelques MeV à plusieurs GeV.

On accélère couramment les électrons, les protons, les deutons, les particules alpha, et actuellement, à l'aide d'accélérateurs à ions lourds, on dispose également de faisceaux de noyaux plus lourds tels que ^{12}C, ^{16}O, ^{24}Mg voire même le ^{208}Pb et l'uranium. Les faisceaux produits par les accélérateurs peuvent produire des faisceaux secondaires en traversant une cible. C'est ainsi qu'on dispose de faisceaux secondaires de photons, de neutrons, de mésons π et même de particules étranges telles que les mésons K ou Λ par exemple. Plusieurs choses peuvent arriver avec des probabilités variables lorsqu'un projectile subit une collision avec un noyau cible.

Considérons par exemple un deuton (le noyau formé par un neutron et un proton) qui entre en collision avec un noyau de $^{24}_{12}Mg_{12}$. Le potentiel entre le deuton et le ^{24}Mg ressemble à celui qui est dessiné sur la *figure* 18. A grande distance, le deuton ne sent que la répulsion coulombienne entre sa charge et celle des 12 protons du ^{24}Mg. Tant que le deuton est accéléré à une énergie inférieure à 5 MeV environ, il ne peut pas franchir la barrière coulombienne, et la collision sera identique à celle de deux charges électriques ponctuelles. Mais il peut également arriver que la force électrostatique casse le deuton en un proton et un neutron.

A des énergies supérieures à 5 MeV, le deuton pénètre la barrière coulombienne, et les forces nucléaires entrent en jeu. Dans ce cas, plusieurs possibilités se présentent.

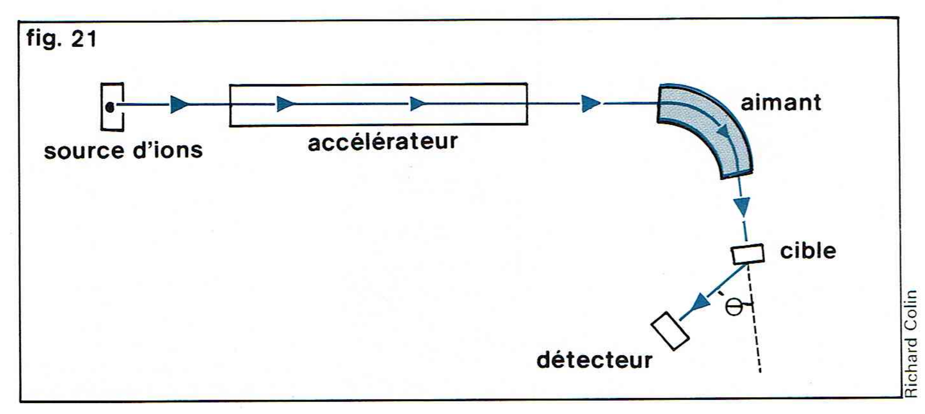
— Le deuton peut ressortir avec la même énergie. Dans ce cas, il laisse le noyau cible ^{24}Mg dans son état fondamental. On dit qu'il y a eu *diffusion élastique* du deuton (voir *La diffusion élastique et le potentiel optique*, p. 247).

— Le deuton peut ressortir avec une énergie inférieure à son énergie initiale; dans ce cas, le noyau cible absorbe de l'énergie et, à la fin de la réaction, se trouve dans un état excité. On dit qu'il y a eu *diffusion inélastique* du deuton. L'étude des diffusions inélastiques est un des outils principaux de la spectroscopie nucléaire.

— Le neutron du deuton peut être capturé par le $^{24}_{12}Mg_{12}$; dans ce cas, il se forme un noyau de $^{25}_{12}Mg_{13}$ (soit dans son état fondamental, soit dans un état excité), et il sort un proton. Il peut aussi arriver que le proton du deuton soit capturé; dans ce cas, la réaction produit un noyau de $^{25}_{13}Al_{12}$ et il sort un neutron. Enfin, il peut aussi arriver que le deuton se combine avec un neutron de la cible; dans ce cas, la réaction produit un noyau de $^{23}_{12}Mg_{11}$ et il sort un noyau de ^{3}H. Ces réactions portent le nom de *réactions de transfert* (voir *Les interactions directes et les réactions de transfert*, p. 248), et elles servent beaucoup en spectroscopie, en particulier pour étudier les noyaux radio-actifs instables qui sont formés par ces réactions.

— Le produit final de la réaction peut être plus complexe : le deuton peut non seulement se scinder en un neutron et un proton, mais il peut en outre éjecter des

▼ *Figure 21 : schéma du dispositif expérimental utilisé pour mesurer la section efficace d'une réaction nucléaire. Des ions (atomes dont on a arraché quelques électrons) d'une source sont injectés dans un accélérateur qui leur communique une énergie de plusieurs MeV. Les ions sortants passent par un aimant dont le champ magnétique dévie la trajectoire et sert à produire un faisceau monoénergétique. Ils sont ensuite dirigés sur une cible. Le nombre de noyaux diffusés à un angle θ par rapport au faisceau incident est compté par le détecteur.*



particules de la cible. Le produit final de la réaction se compose alors de plusieurs particules. Ces *réactions complexes* sont plus difficiles à analyser.

Le dispositif expérimental d'une réaction nucléaire est illustré schématiquement sur la *figure* 21. Un faisceau de particules mono-énergétiques est fourni par un accélérateur. Ces particules bombardent une cible. Un détecteur permet de compter le nombre de particules diffusées à un angle θ. Les accélérateurs et les détecteurs seront décrits dans le texte *Instrumentation nucléaire*. Les détecteurs sont en général capables d'identifier la nature de la particule diffusée (proton, photon, particule alpha, etc.) ainsi que son énergie. Souvent, on utilise un second détecteur placé en *coïncidence* avec le premier.

Par exemple, si on veut étudier la diffusion inélastique d'un deuton par le ^{24}Mg, le détecteur A pourra compter les deutons qui sont diffusés à un angle θ et à une énergie donnée, tandis que le compteur B pourra compter les rayons gamma qui sont aussitôt émis par le noyau excité qui fait une transition vers son état fondamental (voir *La radio-activité gamma*). En ne comptant que les événements où les deux compteurs sont déclenchés en même temps, c'est-à-dire en coïncidence, et où l'énergie du rayon gamma est égale à l'énergie perdue par le deuton, on peut s'assurer que c'est bien la diffusion inélastique qu'on observe et pas un autre événement qui aurait déclenché les détecteurs.

Les différentes réactions nucléaires qui peuvent se produire ont lieu avec des probabilités diverses qui se mesurent par le *concept de section efficace*. Le nombre N d'événements observés par unité de temps est proportionnel au flux Φ de particules incidentes (le nombre de particules heurtant la cible par unité de surface) et au nombre N_c de noyaux exposés dans la cible. On a donc $N = \sigma \Phi N_c$ où σ est un facteur de proportionnalité dont la dimension est une surface et qui porte le nom de *section efficace* de l'événement observé. Les sections efficaces varient de plusieurs barns (1 barn = 10^{-24} cm^2) à 10^{-6} barns pour des événements rares. Toute l'information nucléaire qui peut être extraite de l'étude des réactions est contenue dans la section efficace mesurée.

La réalisation expérimentale des réactions nucléaires est un grand art qui requiert une électronique très poussée ainsi que beaucoup de finesse et d'astuce de la part du physicien. Il y a de très nombreuses difficultés à surmonter avant de pouvoir mesurer la section efficace d'une réaction. Citons-en quelques-unes à titre d'exemple :

— il faut reconnaître l'événement étudié, c'est-à-dire éliminer le *bruit de fond* formé par d'autres événements qui déclenchent également les détecteurs;

— il faut souvent mesurer l'énergie du faisceau incident ainsi que celle des particules sortantes, et cela avec une résolution supérieure à 1 MeV si on veut faire de la spectroscopie nucléaire;

— il faut que l'intensité du faisceau incident soit suffisante pour que le nombre d'événements enregistrés soit assez grand; en effet, pour N événements enregistrés, la section efficace, c'est-à-dire la probabilité que l'événement ait lieu, n'est définie qu'à une précision de l'ordre de $1/\sqrt{N}$;

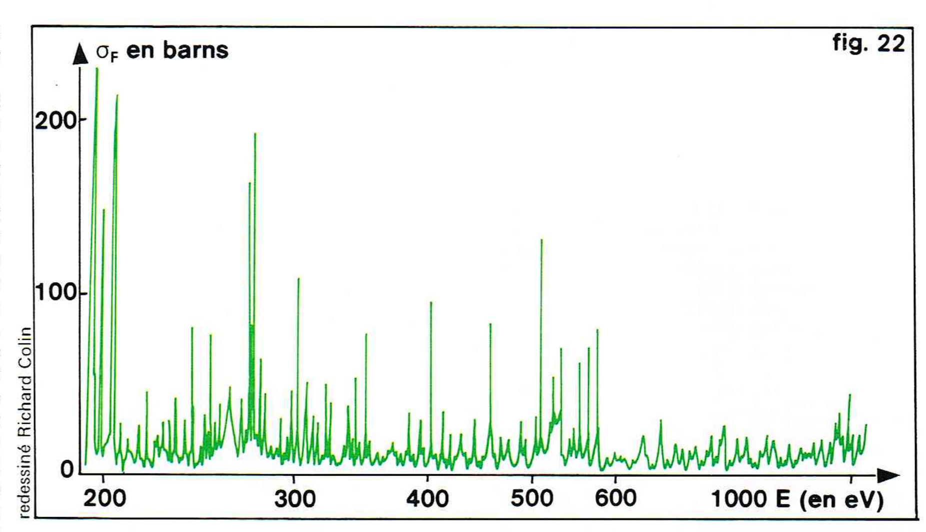
— il faut connaître l'efficacité des détecteurs ainsi que leur calibration;

— il faut une bonne géométrie, c'est-à-dire une bonne définition de l'angle de diffusion de chaque particule détectée;

— il faut pouvoir fabriquer une électronique qui puisse reconnaître si deux événements ont lieu à un intervalle de temps de l'ordre de 10^{-9} seconde, etc.

La diffusion de neutrons lents : le noyau composé

Les réacteurs produisent des neutrons à des énergies thermiques de l'ordre de kT, c'est-à-dire quasiment nulles à l'échelle nucléaire. La diffusion de ces *neutrons lents* par les noyaux est particulière, car, ne portant pas de charge électrique, un neutron qui entre en collision avec un noyau peut le pénétrer, n'ayant pas à franchir de barrière coulombienne. L'énergie de séparation d'un neutron est de l'ordre de 8 MeV pour un noyau moyennement lourd et décroît jusqu'à 5 MeV environ pour les noyaux très lourds. Ainsi le *noyau composé*, formé par le noyau cible et le neutron qui l'a pénétré, a une énergie d'excitation variant de 8 à 5 MeV selon le noyau.



▲ *Figure 22 : la section efficace de fission du ^{239}Pu sous l'action de neutrons de basse énergie présente une série de résonances étroites (de l'ordre de milli-électron-volt) et serrées (de l'ordre de l'électron-volt) qui sont typiques du domaine d'application du modèle du noyau composé (document* **Rapport de prospective. Physique corpusculaire, vol. 1 Physique nucléaire. N° spécial du « Progrès scientifique »**, *publication de la Délégation générale à la recherche scientifique et technique, 35, rue Saint-Dominique - 75700 Paris).*

Les sections efficaces de diffusion de neutrons lents se caractérisent par une série de pics étroits (d'une largeur de l'ordre du milli-électron-volt) et serrés (d'un espacement moyen de l'ordre de l'électron-volt), illustrés sur la *figure* 22. Le processus qui donne lieu à ces pics est le suivant : lorsque le neutron pénètre le noyau, l'énergie d'excitation qu'il apporte au noyau composé est dissipée à l'ensemble des nucléons du noyau. Celui-ci « oublie » son mode de formation, et beaucoup plus tard une fluctuation de la distribution de l'énergie parmi les nucléons permet de reconcentrer toute l'énergie d'excitation sur un seul neutron, qui peut alors s'échapper du noyau. On montre que chaque pic représente une résonance, et qu'au voisinage de la résonance la section efficace de diffusion est donnée par la **formule de Breit-Wigner** :

$$\sigma = \frac{\lambda\!\!\!^{-2}}{4\pi} \frac{\Gamma^2}{\Gamma^2/4 + (E - E_r)^2}$$

où $\lambda\!\!\!^{-}$ est la longueur d'onde du neutron incident, E l'énergie du noyau composé, E_r l'énergie et Γ la largeur de la résonance. Le temps de vie τ du noyau composé, c'est-à-dire l'intervalle moyen de temps qui sépare la rentrée et la sortie du neutron, est relié à la largeur Γ par la relation $\tau = h/\Gamma$ où h est la constante de Planck (*tabl.* I). Une largeur de 1 eV indique un temps de vie de l'ordre de 10^{-20} seconde, soit environ 10^3 fois plus longtemps qu'il ne faut à un nucléon pour traverser le volume du noyau.

La diffusion élastique et le potentiel optique

Un projectile est diffusé élastiquement lorsque, à la suite de la collision, il ressort avec la même énergie et qu'il laisse le noyau cible dans son état fondamental. La diffusion élastique est assez bien décrite en supposant que l'interaction entre le projectile et le noyau cible est décrite par un potentiel appelé *potentiel optique* à cause de l'analogie qui existe en mécanique quantique entre la diffusion d'une particule par un potentiel et la diffusion de la lumière par un milieu dont l'indice de réfraction est inhomogène. Le potentiel optique peut être écrit sous la forme suivante :

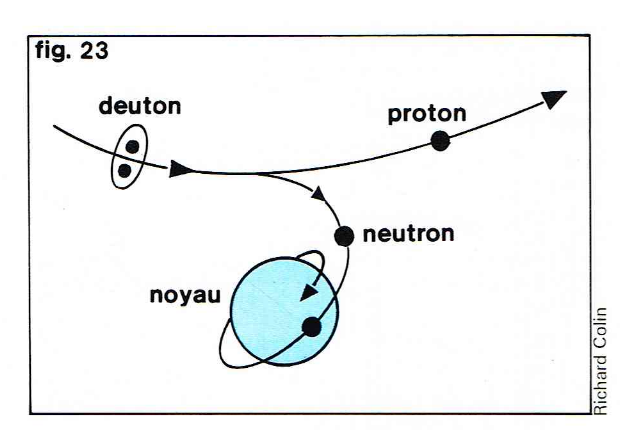
$$V(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} + \frac{V_0}{1 + \exp{(r - R)/a}} (1 + i\xi)$$

Le premier terme, où Z_1 et Z_2 représentent les nombres de protons du projectile et de la cible, est la *répulsion coulombienne*. Le deuxième terme est un *potentiel attractif* qui généralise, pour la diffusion de particules, le potentiel moyen du modèle des couches. Les valeurs typiques des paramètres pour des protons ayant une énergie de quelques dizaines de MeV sont :

$$R = 1{,}35\, A^{1/3}\ \text{fm}, \quad a = 0{,}6\ \text{fm}, \quad V_0 = -40\ \text{MeV}$$

Le terme $i\xi$ du potentiel optique rend celui-ci complexe, et il représente l'absorption du flux de particules diffusées élastiquement. En effet, lorsque l'énergie du projectile est suffisante, en plus de la diffusion élastique, d'autres réactions peuvent se produire, de sorte que le nombre de particules diffusées *élastiquement* est inférieur au

▶ *Page 248, en haut, figure 23 : représentation schématique du processus qui donne lieu à une réaction de strippage. Lorsque le deuton s'approche du noyau, son neutron est capturé par le puits de potentiel créé par ce noyau et le proton s'échappe. Le neutron est capturé dans une orbite du modèle des couches.*



▼ *Figure 24 : le processus d'échange d'un méson π^- entre deux nucléons est à l'origine des forces nucléaires. Ce processus donne lieu à une force de Yukawa V (r) dont la portée μ est égale à la longueur de Compton du méson π^-. On a représenté le processus d'échange de charge dans lequel le neutron se transforme en proton, et réciproquement. Lorsqu'un méson π^0 est échangé, les nucléons ne changent pas de nature. Le processus d'échange d'un méson est analogue à celui d'échange d'un photon (fig. 7) qui est à l'origine des forces électromagnétiques. En bas, tableau V : liste des mésons considérés actuellement comme contribuant le plus aux forces nucléaires.*

nombre de particules incidentes, d'où la perte de flux. Le calcul de la section efficace de diffusion par le potentiel optique ci-dessus permet d'expliquer les distributions angulaires des particules diffusées élastiquement. Dans le cas où apparaissent des résonances, le potentiel optique ne rend compte que de la section efficace moyenne sur les résonances.

Les interactions directes et les réactions de transfert

Lorsque le projectile a une énergie de plusieurs dizaines de MeV ou davantage, il n'interagit en général qu'avec un petit nombre de nucléons par un processus qui est à l'opposé de celui qui donne lieu aux résonances des neutrons lents. On dit qu'il y a eu *interaction directe* entre le projectile et quelques nucléons du noyau cible ou du projectile. Un exemple d'interaction directe est fourni par la réaction de strippage illustrée par la *figure* 23. Un deuton est incident sur un noyau cible, et le neutron du deuton est capté par le puits de potentiel du modèle des couches. En mesurant l'énergie du proton sortant, on peut déterminer l'énergie de l'orbite dans laquelle le neutron a été capturé. En mesurant la distribution angulaire des protons émis par rapport à la direction du faisceau incident, on peut déterminer le moment cinétique du neutron capté dans l'orbite, ce qui peut servir à identifier cette orbite.

Au lieu d'interagir avec des nucléons individuels de la cible, le projectile peut interagir avec les degrés de liberté collectifs de la cible : ainsi les vibrations sont-elles facilement excitées par une interaction directe.

Ce qui caractérise une interaction directe et ce qui la différencie du processus de formation d'un noyau composé, c'est la distribution angulaire des fragments émis lors de la réaction. Lorsqu'un noyau composé est formé, celui-ci a une vie moyenne assez longue pour que son mode de formation soit « oublié ». Dans ce cas, les fragments sont émis de manière symétrique à l'avant et à l'arrière. Par contre, une interaction directe a lieu instantanément, et les fragments sont émis à des angles (vers l'avant) qui sont donc déterminés par la direction du faisceau incident. Bien entendu, les interactions directes et la formation du noyau composé sont deux processus extrêmes et tous les moyens termes sont observés.

A très haute énergie, on observe la *diffusion quasi élastique*. Par exemple, lorsqu'un proton de

$$1 \text{ GeV} = 10^3 \text{ MeV}$$

est diffusé par un noyau, tout se passe comme si le noyau était composé d'un ensemble de nucléons libres, et la diffusion du proton avec chacun de ses nucléons se fait comme si les autres nucléons étaient absents. En effet, l'énergie de liaison des nucléons est très inférieure dans ce cas à l'énergie que leur transmet le proton de 1 GeV à chaque collision.

Les forces nucléaires

Les nucléons du noyau sont liés les uns aux autres par les forces nucléaires. La force qui agit entre deux nucléons peut être étudiée en observant la diffusion entre deux protons, la diffusion des neutrons par des protons et d'autres réactions plus complexes telles que la photodésintégration du deuton, la diffusion des protons par les deutons, etc. Le deuton qui est un système lié composé d'un neutron et d'un proton fournit d'autres données : énergie de liaison égale à 2,224 MeV, moment quadripolaire égal à $2{,}74 \cdot 10^{-27}$ cm², moment magnétique égal à 0,857 magnéton nucléaire. Deux neutrons ou deux protons ne forment pas de système lié.

L'ensemble de ces données fait apparaître trois propriétés fondamentales des forces nucléaires.

— Elles ont une *courte portée*, de l'ordre de $1{,}5 \cdot 10^{-13}$ cm.

— A très courte portée, à des distances inférieures à $0{,}5 \cdot 10^{-13}$ cm environ, elles deviennent *répulsives*.

— Il y a une *force tenseur* importante. La force tenseur permet à deux nucléons de changer leur moment cinétique orbital de 2 unités. C'est à cause de la force tenseur que le deuton possède un moment quadripolaire non nul.

Quelque dix années de mesures souvent complexes nous ont fourni une connaissance assez détaillée des forces agissant entre les nucléons. A l'origine des forces nucléaires se trouve le processus d'échange de mésons (*fig.* 24). Lorsque deux nucléons échangent un méson de masse *m*, tout se passe comme s'ils interagissaient avec un potentiel de la forme V (r) $= \frac{e^{-r/\mu}}{r}$ où $\mu = \frac{\hbar}{m_\pi c}$ est la longueur de Compton du méson échangé. L'expression citée ici n'est que qualitative, l'expression exacte étant plus complexe, car elle dépend de la nature (spin, isospin et parité, etc.) du méson échangé. La portée de la force est inversement proportionnelle à la masse du méson échangé. Le méson le plus léger qui puisse être échangé est le méson π dont la longueur de Compton est $1{,}46 \cdot 10^{-13}$ cm, ce qui explique la courte portée des

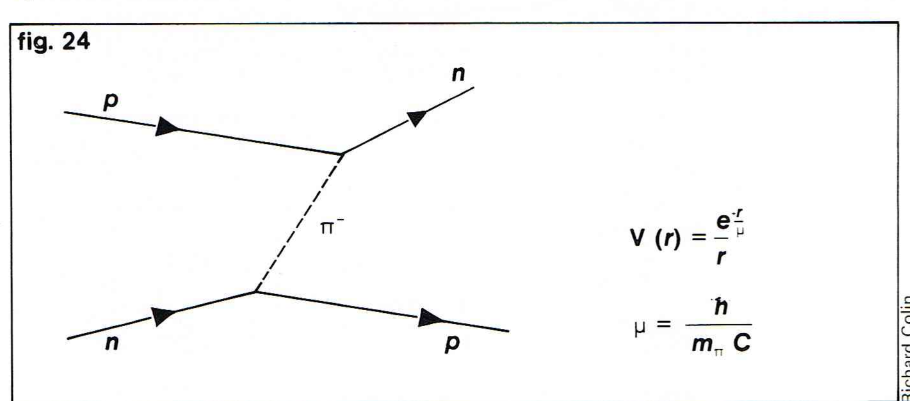


Tableau V
Mésons échangés par deux nucléons en interaction

Méson échangé	Isospin	Spin et parité	Masse × c² (en MeV)	Longueur de Compton ħ/mc (en fm)	Largeur (en MeV)
π	1	0^-	135	1,46	< 0,01
η	1	0^-	549	0,36	≃ 0,1
χ_0	1	0^-	957	0,20	
ρ	1	1^-	770	0,26	146
ω	0	1^-	783	0,25	9
Φ	0	1^-	1 019	0,19	6
ε	0	0^+	760	0,26	640

forces nucléaires. Le *tableau* V donne la liste des mésons que l'on considère actuellement comme contribuant le plus aux forces nucléaires. Certains de ces mésons ont une vie moyenne si courte que, d'après le principe d'incertitude, leur énergie mc^2, et donc leur masse m, s'étend sur une grande largeur. Ainsi le ε, dont l'existence n'est pas encore définitivement établie expérimentalement, a une largeur de 640 MeV. Les largeurs des autres mésons sont plus faibles (*tableau* V). On ne possède pas actuellement de théorie capable d'expliquer quantitativement la répulsion à très courte portée des forces nucléaires.

Lorsque deux nucléons échangent un méson π par exemple, ils peuvent également changer de nature. On évalue à quelques % la probabilité qu'après un échange d'un méson π, un nucléon se transforme en une résonance baryonique N* ou Δ, dont la masse est de l'ordre de 1 300 MeV. Ces processus doivent également être inclus dans la théorie des forces nucléaires.

Enfin, *dans le noyau*, les forces nucléaires peuvent différer quelque peu de ce qu'elles sont pour deux nucléons dans le vide. Par exemple, un nucléon peut émettre un méson π, un second peut l'absorber et se transformer en une résonance baryonique, et puis se désexciter en émettant un méson π qui est absorbé par un troisième nucléon. Ce processus donne lieu à des forces à trois corps. Les recherches actuelles visent à estimer l'effet de tels processus, dans les noyaux.

Les forces nucléaires appartiennent à ce qu'on appelle les interactions fortes. Jusqu'à présent, on a détecté dans la nature quatre espèces d'interactions.

— Les *interactions fortes*, dont les forces nucléaires. Pour se fixer une échelle, admettons que l'intensité des interactions fortes soit de l'ordre de l'unité.

— Les *interactions électromagnétiques*, dues à l'échange de photons et responsables de la radio-activité gamma et des liaisons chimiques. Leur intensité est de l'ordre de $e^2/\hbar c = 1/137$.

— Les *interactions faibles*, responsables de la radio-activité bêta. Leur intensité est de l'ordre de 10^{-14}.

— Les *interactions gravitationnelles* qui gouvernent les mouvements des astres et qui lient les étoiles à neutrons ont une intensité de l'ordre de 10^{-39}.

Le problème d'unifier toutes ces forces en une seule théorie est un vieux rêve dont la réalisation se fait toujours attendre.

Les hypernoyaux

Les neutrons et les protons ne sont pas les seules particules susceptibles de former des systèmes liés par les interactions fortes. On a pu observer des noyaux formés par des neutrons, des protons et une ou deux particules Λ. La particule Λ a une masse égale à 1 115 MeV, un spin et une parité $\frac{1^+}{2}$ comme les nucléons, mais son étrangeté est égale à — 1. Les interactions fortes et électromagnétiques conservent l'étrangeté, de sorte que le Λ, étant le baryon le plus léger d'étrangeté non nulle, ne se distingue que par l'interaction faible. Il a une vie moyenne de l'ordre de 10^{-10} seconde, ce qui lui donne amplement le temps d'être capturé par un noyau. Un noyau contenant un Λ s'appelle un **hypernoyau.** Les hypernoyaux sont instables, car le Λ s'y désintègre suivant le mode $\Lambda \rightarrow p + \pi^-$ ou $\Lambda \rightarrow n + \pi^0$. Dans le noyau, le Λ peut aussi se désintégrer en interagissant avec un nucléon suivant les modes $\Lambda + p \rightarrow p + n$ ou $\Lambda + n \rightarrow n + n$. L'énergie de liaison d'un Λ croît à peu près linéairement avec la masse atomique du noyau. Elle croît de 3 MeV environ pour les noyaux de masse A = 4 à quelque 12 MeV pour les noyaux de masse A = 14.

BIBLIOGRAPHIE

BOHR A., MOTELSON B., *Nuclear Structure*, Benjamin W. A., 1969. - DETRAZ C., *les Réactions nucléaires*, la Recherche n° 56, mai 1975. - ISABELLE D., RIPKA G., *la Structure du noyau atomique*, la Recherche n° 46, juin 1974. - SEGRÉ E., *Nuclei and Particles*, Benjamin W. A., 1965. - *Rapport de prospective en physique corpusculaire*, vol. I, *Physique nucléaire*, n° spécial du Progrès scientifique, D.G.R.S.T. - VALENTIN L., *Noyaux et Particules*, Hermann, 1975.

LES PARTICULES ÉLÉMENTAIRES

Les particules élémentaires sont, dans l'état actuel de nos connaissances, les constituants fondamentaux de la matière. Les atomes sont constitués d'électrons et d'un noyau, lui-même composé de protons et de neutrons. Ces trois éléments, électron, proton et neutron, sont conventionnellement appelés des particules élémentaires.

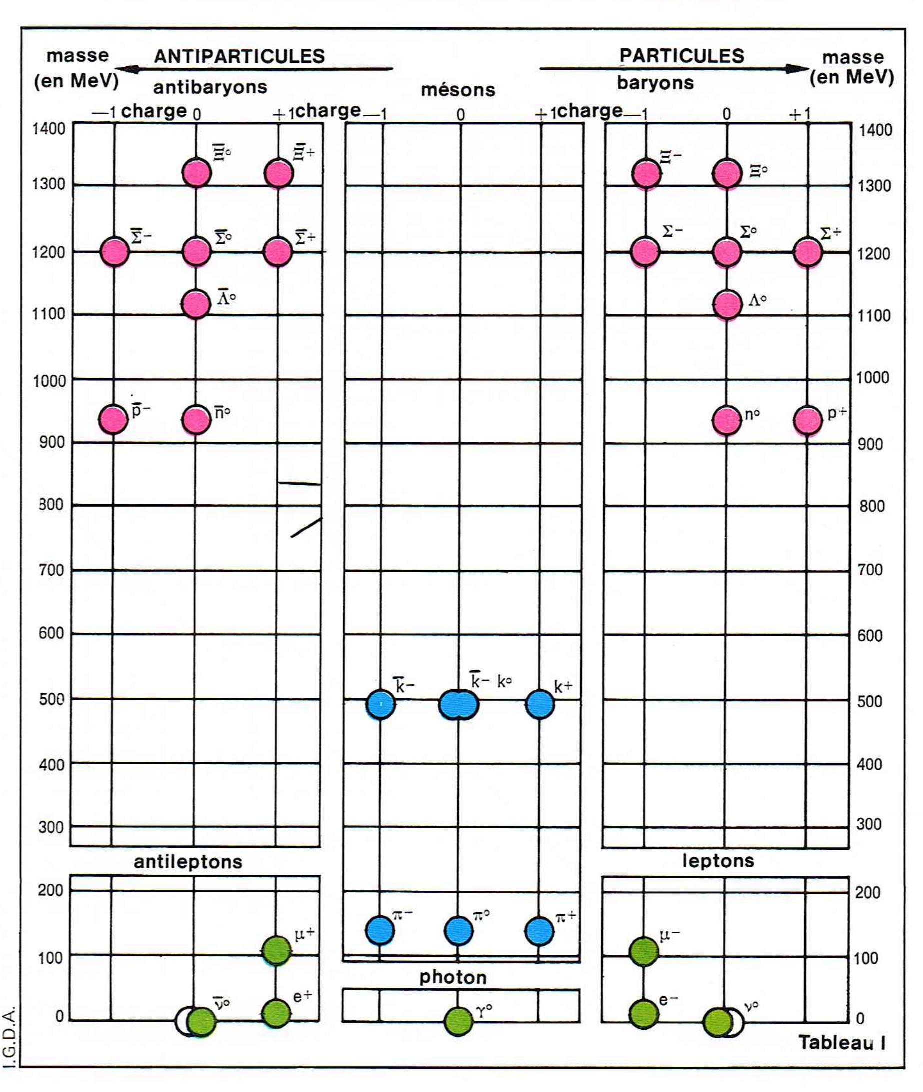
La découverte de ces particules est passée par plusieurs étapes.

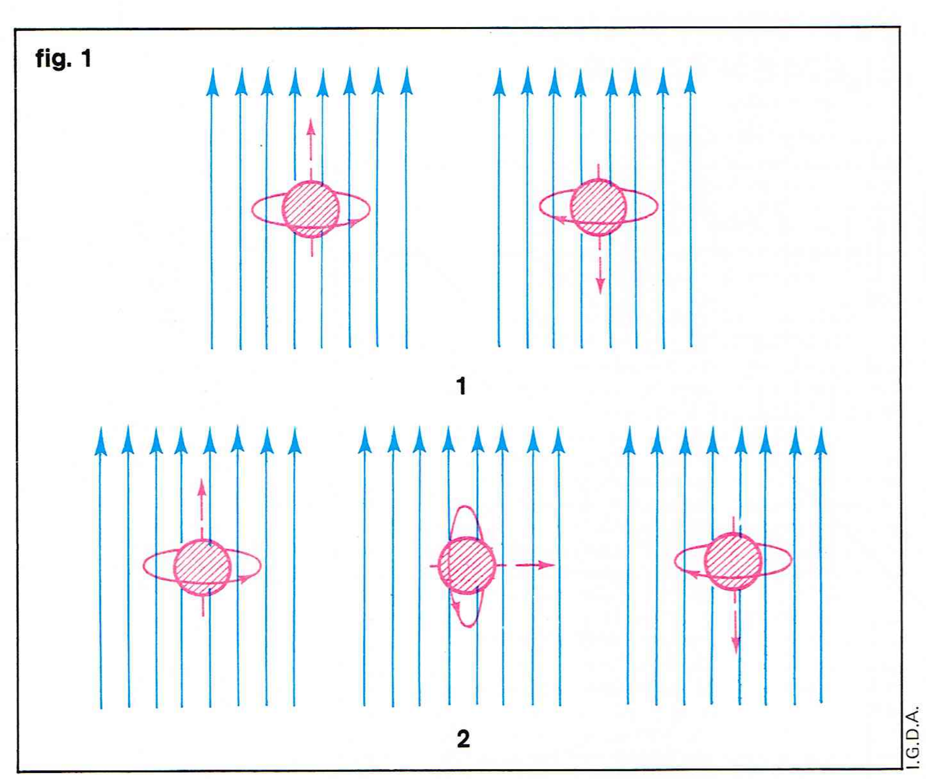
L'électron est connu depuis la fin du XIXe siècle (J. J. Thomson, 1890), et l'on a très tôt mesuré sa masse et sa charge électrique, laquelle est prise négative par une convention qui remonte à un choix de signes fait bien longtemps auparavant en électricité.

En 1905, Einstein put montrer, en analysant les lois expérimentales de l'effet photo-électrique (c'est-à-dire l'éjection d'électrons à partir d'une substance par la lumière), que le rayonnement (lumière visible, rayons X, rayonnement radio, etc.) est lui-même constitué de particules, les *photons*. L'existence de ces photons fut plus tard établie d'une manière expérimentale directe (Compton, 1922). Le *proton* avait été découvert lui aussi au début du XXe siècle, et l'on avait alors mesuré sa masse et sa charge; il était apparu comme beaucoup plus lourd que l'électron (1 830 fois), alors que sa charge électrique, positive, était exactement égale en grandeur à celle de l'électron.

En 1930, Dirac prédit, sur la base d'arguments théoriques, qu'il devait exister une particule très analogue à l'électron, que l'on a appelée l'antiélectron ou *positon*. La masse de ce positon devait être strictement égale à celle de l'électron et sa charge électrique opposée, donc

▼ ***Tableau I :** les trente particules connues en 1957 consistaient en seize baryons et antibaryons, sept mésons, six leptons et antileptons, et enfin le photon. Les particules à interactions fortes (hadrons), sujettes aux forces nucléaires, sont les mésons, les baryons et les antibaryons. Le photon, les leptons et les antileptons ne sont pas soumis aux forces nucléaires. Depuis 1957, le nombre d'hadrons a énormément augmenté (comme le montre le tableau II); pendant ce temps, le nombre de leptons et d'antileptons n'a augmenté que de deux unités, car on a réalisé qu'il existait deux espèces de neutrinos, et non une seule (représentées par les cercles blancs sur ce tableau).*





▲ *Figure 1 : le moment cinétique propre (spin) d'une particule ne peut prendre qu'un certain nombre de positions par rapport à une direction donnée, comme par exemple celle d'un champ magnétique extérieur (dont les lignes de force sont représentées par des flèches bleues). La figure du haut* (**1**) *montre les deux orientations possibles du spin d'une particule de spin 1/2. La figure du bas* (**2**) *montre les trois orientations possibles du spin d'une particule de spin 1.*

positive (d'où le nom de positon). Le positon fut découvert peu après dans les rayons cosmiques (Anderson, 1932).

En 1934, le second constituant du noyau, le *neutron*, fut découvert par Chadwick, et l'on put constater qu'il était neutre (charge électrique nulle) et que sa masse était très légèrement supérieure à celle du proton. L'existence d'une autre particule, le *méson* π, fut prédite ensuite théoriquement (Yukawa, 1937) pour expliquer les propriétés des forces nucléaires qui lient ensemble protons et neutrons à l'intérieur du noyau. On le découvrit dans les rayons cosmiques en 1947, peu après la découverte dans les mêmes conditions d'une autre particule élémentaire (le *muon*).

A la même époque, on s'attendait également à l'existence d'une particule neutre, le *neutrino*, qui ne fut observé réellement qu'en 1958.

Jusqu'à cette époque, il y avait eu dans la découverte des particules élémentaires un va-et-vient remarquable entre la théorie et l'expérience, chaque nouvelle particule permettant de comprendre un peu mieux la structure de la matière. La période qui suivit fut toute différente. Parmi les rayons cosmiques, d'abord, puis parmi les particules produites dans les grands accélérateurs mis en service à partir des années cinquante, on découvrit une multitude de nouvelles particules; d'abord les particules dites étranges, précisément à cause de leur caractère totalement inattendu, puis les très nombreuses particules à très courte vie, ou résonances.

Masse et spin d'une particule

Deux des caractéristiques fondamentales d'une particule sont sa *masse* et son *spin*.

A cause du fait que les particules sont le plus souvent observées avec des vitesses considérables, éventuellement très proches de celle de la lumière, il est nécessaire de décrire leur mouvement par les méthodes de la relativité restreinte. Expérimentalement, on peut mesurer l'énergie E et la quantité de mouvement **p** d'une particule (on reviendra plus loin sur les méthodes que l'on utilise pour effectuer ces mesures). Lorsque la particule est au repos (vitesse nulle), l'énergie est liée à la masse m par la relation d'Einstein :

(1) $$E_0 = mc^2$$

où c est la vitesse de la lumière. Lorsque la vitesse v de la particule est petite en comparaison de c, l'énergie cinétique s'ajoute à l'énergie de masse de telle sorte que :

(2) $$E = mc^2 + \frac{1}{2} mv^2$$

alors que la quantité de mouvement **p** est proportionnelle à la vitesse :

(3) $$\mathbf{p} = mv$$

Lorsque la vitesse v n'est pas petite par rapport à c, les relations qui existent entre l'énergie, la masse, la quantité de mouvement et la vitesse deviennent plus compliquées :

(4) $$E = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}} \quad \mathbf{p} = \frac{mv}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

Il en découle d'ailleurs une relation plus simple entre **E**, m et **p**, qui s'écrit :

(5) $$E = \sqrt{m^2c^4 + \mathbf{p}^2c^2}$$

On observe effectivement que, quelles que soient l'énergie et la quantité de mouvement d'une particule, celles-ci sont toujours bien liées par la dernière relation (**5**) avec une valeur bien déterminée de la masse.

Plutôt que de donner la masse m d'une particule, on convient en général de donner son énergie de repos mc^2, de telle sorte que celle-ci s'exprime en unités d'énergie. L'énergie conventionnellement utilisée est l'électron-volt (1 eV, c'est-à-dire l'énergie d'une charge électrique égale à celle de l'électron soumise à un potentiel de 1 volt) ainsi que les multiples de l'électron-volt (méga-électron-volt ou 1 MeV, soit un million d'eV; giga-électron-volt ou 1 GeV, soit un milliard d'eV). Ainsi, l'énergie de repos d'un électron est approximativement 0,551 MeV, celle d'un proton 938 MeV ou 0,938 GeV, celle d'un neutron 940 MeV.

Il convient de signaler le cas particulier des particules de masse nulle (ou dont la masse est si petite qu'elle n'a jamais pu être mise en évidence). Il existe au moins deux types de ces particules, le photon et les neutrinos. De telles particules ont toujours une vitesse égale à celle de la lumière, ce qui n'a rien pour surprendre puisque le photon est précisément la particule constitutive de la lumière. La relation (**5**) entre l'énergie et la quantité de mouvement devient alors simplement :

(6) $$E = \mathbf{p}c$$

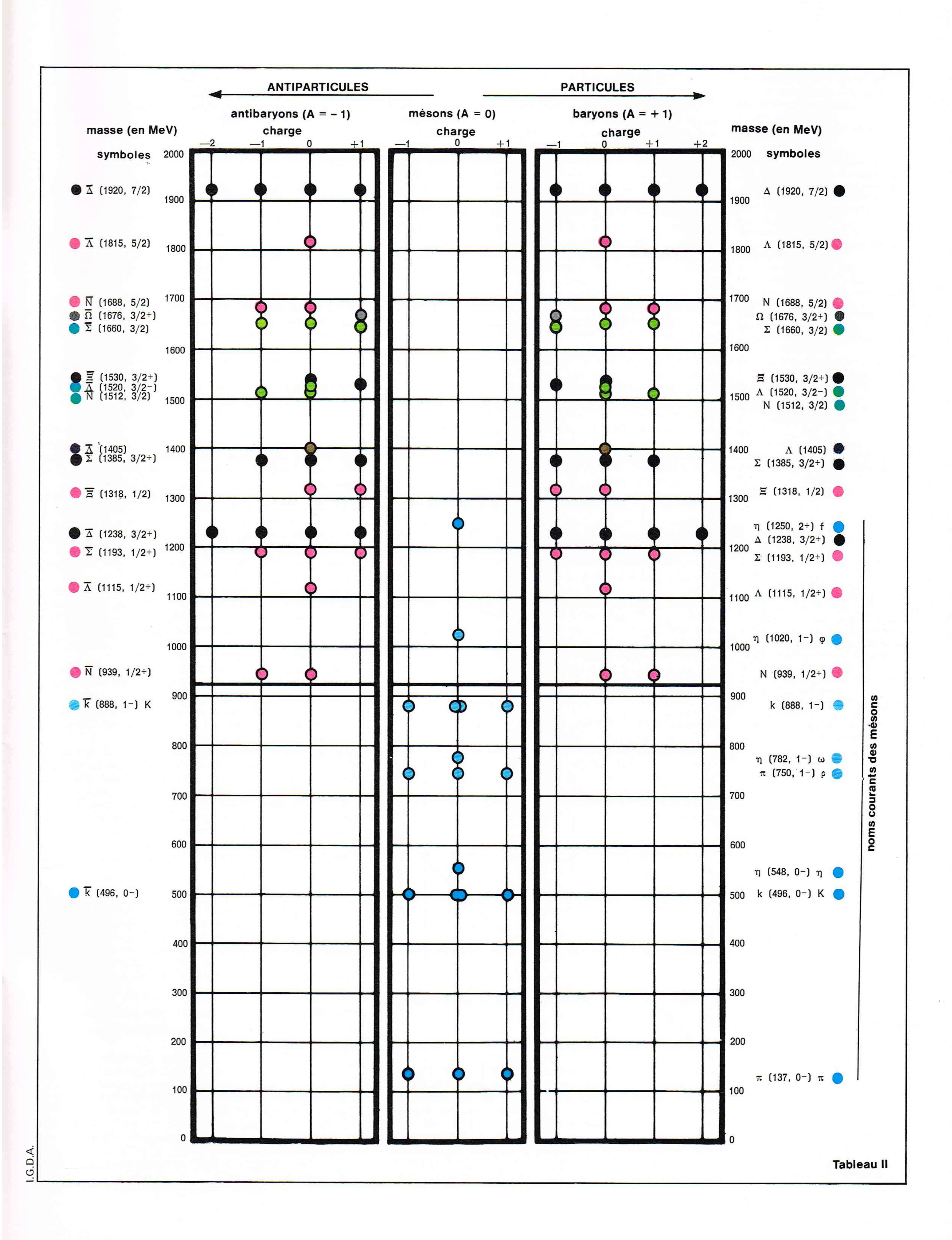
Au contraire de la masse, qui est une notion bien connue de la mécanique classique, le spin est une caractéristique spécifiquement quantique des particules, analogue au moment cinétique propre d'une toupie ou d'un gyroscope. On sait qu'une toupie dont le centre d'inertie est au repos a un moment cinétique propre qui est un vecteur. En mécanique quantique, on établit qu'une particule au repos (de vitesse nulle) a également un moment cinétique propre dont la grandeur est un multiple entier ou demi-entier de la quantité fondamentale $\hbar$ ($\hbar$ étant égale à la constante de Planck h divisée par 2π). Le spin vaut donc $s\hbar$, où s est un nombre entier ou demi-entier (*fig.* 1). C'est ainsi que s vaut 1/2 pour l'électron, le proton, le neutron et le muon, 0 pour le méson π, 1 pour le deutéron (noyau du deutérium), etc.

De la manière dont nous venons de le décrire, le spin est défini pour une particule au repos. Pour une particule en mouvement, il suffit d'imaginer un observateur en mouvement qui se déplace à la même vitesse que la particule et voit donc celle-ci au repos, pour donner une définition du spin qui revient à la précédente. De là même, il résulte que le cas des particules de masse nulle est singulier, puisqu'il n'y a pas d'observateur qui puisse les voir au repos, leur vitesse étant toujours égale à c, quel que soit l'observateur qui la mesure. Il est cependant possible, grâce à une synthèse de la relativité restreinte et de la mécanique quantique, de définir d'une manière à la fois élégante et précise le spin d'une particule quelconque. Dans le cas des particules de masse nulle, on peut alors constater expérimentalement que le spin du photon est 1 et celui des neutrinos est 1/2. (*Nota :* le nom même du spin vient du verbe anglais *to spin* qui signifie tourner sur soi-même.)

Les interactions fondamentales

Pour comprendre comment procède la physique des particules, il convient de réaliser l'extrême ténuité de ses

▶ *La légende du tableau II ci-contre est développée page 252.*



ANTIPARTICULES
PARTICULES
antibaryons (A = − 1)
mésons (A = 0)
baryons (A = + 1)
masse (en MeV)
charge
symboles
Δ̄ (1920, 7/2)
Λ̄ (1815, 5/2)
N̄ (1688, 5/2)
Ω̄ (1676, 3/2+)
Σ̄ (1660, 3/2)
Ξ̄ (1530, 3/2+)
Λ̄ (1520, 3/2−)
N̄ (1512, 3/2)
Λ̄ (1405)
Σ̄ (1385, 3/2+)
Ξ̄ (1318, 1/2)
Δ̄ (1238, 3/2+)
Σ̄ (1193, 1/2+)
Λ̄ (1115, 1/2+)
N̄ (939, 1/2+)
k̄ (888, 1−) K
k̄ (496, 0−)
Δ (1920, 7/2)
Λ (1815, 5/2)
N (1688, 5/2)
Ω (1676, 3/2+)
Σ (1660, 3/2)
Ξ (1530, 3/2+)
Λ (1520, 3/2−)
N (1512, 3/2)
Λ (1405)
Σ (1385, 3/2+)
Ξ (1318, 1/2)
η (1250, 2+) f
Δ (1238, 3/2+)
Σ (1193, 1/2+)
Λ (1115, 1/2+)
η (1020, 1−) φ
N (939, 1/2+)
k (888, 1−)
η (782, 1−) ω
π (750, 1−) ρ
η (548, 0−) η
k (496, 0−) K
π (137, 0−) π
noms courants des mésons
I.G.D.A.
Tableau II

◀ *Page 251, tableau II : masse des particules à interactions fortes (hadrons) selon une classification plus récente. La liste représentée ici est encore incomplète et il conviendrait d'y ajouter, en particulier vers le haut, à l'extérieur du présent tableau, les particules Ψ et Ψ' découvertes en 1974-1975. Les nombres entre parenthèses donnent la masse au repos (en MeV), le spin et la parité (indiquée par un signe + ou —). Les masses indiquées sont les moyennes pour un multiplet de spin isotopique où les particules ne diffèrent que par la charge. Une même lettre est utilisée pour des particules situées sur la même trajectoire de Regge. Les couleurs servent seulement à repérer des particules si proches par la masse qu'elles pourraient être confondues sur la figure. Le nombre A désigne le nombre baryonique.*

objets. Un exemple emprunté à un autre domaine nous permettra d'éclairer le problème.

Imaginons qu'un être gigantesque, pour qui la Terre serait une particule élémentaire, veuille comprendre la nature et la constitution de la Terre. Pour améliorer l'analogie, nous supposerons qu'il a à sa disposition une réserve énorme de Terres toutes semblables par leur masse et leur rotation (leur spin), et, éventuellement, toutes semblables entre elles. De même, il dispose d'une vaste quantité de Lunes, de Vénus, etc. Ces « particules » sont trop petites pour qu'il les observe de près, mais il dispose de canons qui lui permettent de les lancer à grande vitesse, et de détecteurs pour les repérer. Canons et détecteurs sont à l'échelle d'une galaxie et ne lui permettent donc pas de regarder finement les détails. Que pourra-t-il donc apprendre ?

En envoyant des Terres et des Lunes les unes contre les autres à des vitesses relatives diverses, il va réaliser ce qui, pour nous, sera des orbites hyperboliques. Il n'est pas difficile alors de montrer que, étant donné une statistique suffisante de telles expériences, dans lesquelles on mesure les vitesses et la déviation des astres, il est possible de s'assurer que les lois de la mécanique sont celles de Newton et que la force agissante est celle de la gravitation (force en mm'/r^2, r étant la distance relative des astres, m et m' leurs masses). De même, lorsque deux astres entrent en collision, on peut, en étudiant la statistique des fragments, avoir quelque notion des forces de cohésion dans les planètes et de leur constitution interne.

C'est essentiellement cette méthode de la force brute que l'on utilise pour étudier les particules élémentaires. Grâce à des accélérateurs, on produit des particules d'énergie variée que l'on envoie sur d'autres particules (les électrons et les constituants des noyaux d'un matériau cible), et l'on accumule des millions de mesures pour atteindre statistiquement les propriétés des particules et les caractéristiques des forces qui agissent entre elles.

Grâce à ces méthodes, on a pu établir qu'il n'existe vraisemblablement qu'un petit nombre d'interactions fondamentales entre les particules, qui sont les suivantes :
— les interactions gravitationnelles ;
— les interactions faibles ;
— les interactions électromagnétiques ;
— les interactions fortes.

Interactions gravitationnelles

Ce sont les plus faibles de toutes, et, en pratique, on n'a jamais pu les observer directement entre deux particules. Cependant, comme elles s'ajoutent, elles acquièrent une grande importance quand un corps se trouve soumis à l'action gravitationnelle d'un objet formé d'un très grand nombre de particules (il y a environ 4×10^{51} protons et neutrons dans la Terre, par exemple).

Interactions faibles

Ce sont des interactions qui se manifestent surtout par la désintégration des particules. (Ainsi, dans notre exemple, l'observateur patient découvrirait que des forces doivent être responsables de l'explosion de certaines étoiles en supernovae.) Le meilleur exemple de ces phénomènes est fourni par la désintégration même du neutron, lequel, laissé à l'état libre en dehors d'un noyau, se désintègre en moyenne au bout d'un quart d'heure selon la réaction :

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}$$

soit en donnant naissance à un proton (p), un électron (e) et un (anti) neutrino ($\bar{\nu}$).

Interactions électromagnétiques

Ce sont, de loin, les mieux comprises. On les connaît très bien à l'échelle macroscopique où l'on sait exprimer comment des charges électriques interagissent avec le champ électromagnétique. Depuis la découverte de Maxwell, en 1865, des lois fondamentales de l'électrodynamique, on possède une description sans faille connue de ces phénomènes. En pratique, on a constaté que les équations de Maxwell, dûment réinterprétées dans le formalisme de la mécanique quantique, permettent de décrire exactement tous les phénomènes dans lesquels des particules chargées interagissent avec des photons. Cette théorie, que l'on appelle l'électrodynamique quantique, a joué un rôle essentiel, car elle a souvent servi d'inspiration et de guide pour mieux comprendre l'ensemble des autres interactions.

Interactions fortes

Ces interactions sont à la fois les plus intenses et les plus mal connues. Le type en est donné par les forces nucléaires qui lient protons et neutrons à l'intérieur du noyau.

Intensité et portée des interactions fondamentales

Parmi les propriétés qui caractérisent les interactions fondamentales, on doit d'abord mentionner leur intensité et leur portée.

La notion de **portée** apparaît de la manière la plus nette dans le cas des forces nucléaires. Lorsqu'un proton et un neutron sont situés à une distance relative r, on constate (par les méthodes complexes décrites plus haut) que la force qui s'exerce entre eux décroît exponentiellement. Une expression approximative de cette propriété consiste à dire qu'à distance suffisante, il s'exerce entre le proton et le neutron un potentiel de la forme

$$V\,(r) = \frac{G}{r}\, e^{-r/r_0}$$

où r_0 est de l'ordre de 1,2 fermi (soit $1{,}2 \times 10^{-13}$ cm). Cela permet de comprendre pourquoi, dans notre environnement habituel, les forces nucléaires jouent un rôle aussi minime malgré leur grande intensité. Cela tient à ce que, à la distance de 10^{-8} cm qui sépare en général deux noyaux différents dans un solide ou une molécule, l'énergie potentielle V (r) contient un facteur exponentiel de l'ordre de e^{-10^5} qui est bien au-delà, par sa petitesse, de tout ce que nous pouvons détecter. On exprime ce fait en disant que les interactions fortes ont une portée finie de l'ordre de r_0.

Les interactions faibles, quant à elles, ont une portée si petite que l'on n'a pu la mesurer. Tout se passe comme si elles ne s'exerçaient que lorsque deux particules coïncident en position (certaines théories prévoient pour la portée des interactions faibles une distance de l'ordre de 10^{-15} cm, actuellement inaccessible).

Les interactions électromagnétiques et gravitationnelles ne décroissent pas exponentiellement avec la distance, car le potentiel de Coulomb et celui de Newton sont tous deux proportionnels à $1/r$ jusqu'à des distances macroscopiques très élevées, voire même astronomiques. On dit qu'elles sont de portée infinie.

Ayant dégagé cette notion de portée, nous pouvons maintenant préciser celle d'**intensité** des interactions. Imaginons pour cela de placer, par exemple, deux protons au contact. Cela est concevable, car ces particules ont, comme on le verra plus loin, une extension finie de l'ordre de 10^{-13} cm. Comme elles se touchent, toutes les interactions, y compris les interactions faibles, peuvent s'exercer. Cela étant, le rapport des énergies (potentielles) gravitationnelle, faible, électromagnétique et forte est de l'ordre de

$$10^{-37};\ 10^{-10};\ 10^{-2};\ 1$$

Parmi les commentaires que ces chiffres appellent, nous noterons surtout le rapport énorme (10^{-35}) des forces de pesanteur et des forces électriques. Le fait que la pesanteur soit la force dominante dans notre environnement tient à la compensation presque exacte des forces coulombiennes attractives et répulsives dues aux électrons et aux protons.

Interactions et classification des particules

On distingue trois types de particules selon la nature des interactions qu'elles peuvent subir :
a) Les **hadrons** (d'un mot grec signifiant fort) sont toutes les particules qui peuvent subir des interactions fortes. Exemples : proton, neutron, méson π.
b) Les **leptons** (d'un mot grec signifiant faible) sont les particules non hadroniques qui subissent des interactions faibles. Les seules connues sont l'électron, le muon et les neutrinos (ainsi que leurs antiparticules).
c) Le **photon** forme une classe à lui seul. Il ne subit que des interactions électromagnétiques (et gravitationnelles).

Particules et antiparticules

A toute particule est associée une antiparticule, en général différente, de même masse et de charge électrique opposée. Ce n'est qu'à cette condition qu'il est permis de formuler de manière cohérente l'électrodynamique quantique, et ce fait a été vérifié expérimentalement pour presque toutes les particules connues.

L'antiparticule associée à l'électron (noté par le symbole e) est le positon (noté par le symbole $\bar{e}$ ou e^+). Lorsqu'un électron et un positon se rencontrent, ils peuvent s'annihiler en donnant naissance à des photons (notés γ), le plus souvent selon la réaction :

$$e + \bar{e} \rightarrow \gamma + \gamma$$

Les positons sont produits abondamment dans les chocs entre particules. On a observé l'existence d'un atome analogue à l'atome d'hydrogène, le positonium, où le proton habituellement présent dans l'atome d'hydrogène est remplacé par un positon, de sorte que le positonium est un état lié ($e\bar{e}$) d'un électron et d'un positon. Le positonium s'annihile d'ailleurs rapidement en donnant naissance à deux ou trois photons selon le cas.

L'antiproton ($\bar{p}$) a une charge négative opposée à celle du proton (p). Il a été observé en 1955. L'antineutron ($\bar{n}$) est électriquement neutre, comme le neutron. Néanmoins, le neutron et l'antineutron sont des particules distinctes, car, au contraire de deux neutrons, ils s'annihilent le plus souvent quand ils viennent au contact. Une telle annihilation résulte en général en la production d'un certain nombre de mésons π, variable selon les réactions. De même, proton et antiproton (*fig.* 2), proton et antineutron, neutron et antiproton peuvent s'annihiler.

Le méson π se présente sous trois formes distinctes : deux particules chargées π^+ et π^- et une particule neutre π^0. Les deux particules chargées π^+ - π^- forment une paire d'antiparticules, alors que le π^0 est sa propre antiparticule. Cela signifie qu'il n'existe pas une particule $\bar{\pi}^0$ distincte du π^0. Il en est de même du photon qui est également sa propre antiparticule.

En observant les interactions entre particules et antiparticules, on a pu constater qu'elles sont strictement identiques entre des couples de particules (par exemple, p - e, p - π^-) et les couples correspondants d'antiparticules (dans ce cas, $\bar{p}$ - $\bar{e}$, $\bar{p}$ - π^+), sauf le cas particulier des interactions faibles qui requiert plus de précision. Il en résulte donc en principe l'existence possible d'antinoyaux formés d'antiprotons et d'antineutrons, lesquels ont d'ailleurs été produits dans le cas de l'antideutérium et de l'antihélium. De même, on peut concevoir des antiatomes (non observés) où des positons seraient associés à des antinoyaux. On aurait ainsi de l'antimatière qui ne se distinguerait en rien, par ses propriétés optiques, chimiques, nucléaires, etc., de la matière ordinaire. Il a d'ailleurs été suggéré qu'un amas de galaxies sur deux pourrait être constitué d'antimatière.

La notion de charge

Le concept de charge électrique est bien connu, et l'on sait comment, en électrodynamique ordinaire, la charge détermine l'intensité des forces électriques. Dans le domaine des particules élémentaires, la charge apparaît sous un autre aspect qui est celui d'une loi de conservation. On constate en effet que, dans toutes les réactions observées, la charge totale des particules initiales est égale à la charge totale des particules finales. Cela n'est d'ailleurs possible que parce que toutes les charges sont des multiples entiers, positifs ou négatifs, de celle de l'électron. A titre d'exemple, nous donnons quelques réactions observées en indiquant les charges des particules, celle de l'électron étant — 1 par convention :

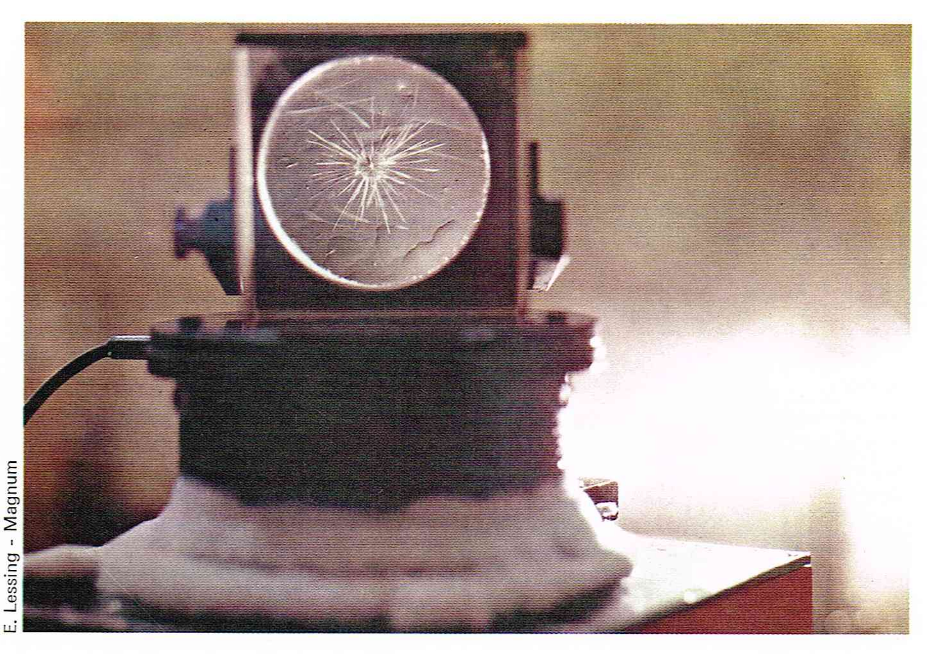
$$\underset{(-1)}{e} + \underset{(1)}{\bar{e}} \rightarrow \underset{(0)}{\gamma} + \underset{(0)}{\gamma}$$

$$\underset{(0)}{n} \rightarrow \underset{(1)}{p} + \underset{(-1)}{e} + \underset{(0)}{\bar{\nu}}$$

$$\underset{(1)}{p} + \underset{(-1)}{\bar{p}} \rightarrow \underset{(1)}{\pi^+} + \underset{(1)}{\pi^+} + \underset{(-1)}{\pi^-} + \underset{(-1)}{\pi^-} + \underset{(0)}{\pi^0}$$

$$\underset{(1)}{p} + \underset{(1)}{\pi^+} \rightarrow \underset{(0)}{n} + \underset{(1)}{\pi^+} + \underset{(1)}{\pi^+} + \underset{(0)}{\pi^0} \quad \text{etc.}$$

Cette loi de conservation de la charge n'est pas la seule de son espèce. On a en effet constaté l'existence de plusieurs autres quantités additivement conservées.



E. Lessing - Magnum

▲ ***Traces de particules α provenant de la désintégration du plutonium, observées en chambre de Wilson.***

Charge baryonique

On peut associer à toutes les particules une « charge » différente de la charge électrique et appelée charge baryonique ou nombre baryonique, qui est conservée dans toutes les réactions observées. Pour les particules les plus connues, on posera pour valeur de cette quantité :

Particules	p	n	$\bar{p}$	$\bar{n}$	π^+	π^-	π	e	$\bar{e}$	μ	$\bar{\mu}$	ν	$\bar{\nu}$
Charge baryonique	1	1	—1	—1	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Exemples :

$$\underset{(1)}{n} \rightarrow \underset{(1)}{p} + \underset{(0)}{e} + \underset{(0)}{\bar{\nu}}$$

$$\underset{(1)}{p} + \underset{(-1)}{p} \rightarrow \underset{(0)}{\pi^+} + \underset{(0)}{\pi^-} + \underset{(0)}{\pi^0} + \underset{(0)}{\pi^0}$$

On appelle *baryons* (du grec lourd) les particules dont le nombre baryonique est différent de zéro, et *mésons* les hadrons de nombre baryonique zéro.

Charge leptonique

Elle vaut + 1 pour l'électron, le muon μ^- et le neutrino ν, — 1 pour le positon, le muon μ^+ et l'antineutrino $\bar{\nu}$ et zéro pour toutes les autres particules. Par exemple :

$$\mu^- \rightarrow e^- + \nu + \bar{\nu}; \; \pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}$$

sont des réactions permises et observées, alors que la réaction

$\mu^- \rightarrow e^- + \nu + \nu$ est interdite et inobservée.

Charges électronique et muonique

On constate en fait qu'il existe deux neutrinos différents ν_e et ν_μ ainsi que les antineutrinos $\bar{\nu}_e$ et $\bar{\nu}_\mu$. On peut assigner deux charges (conservées) qui valent pour la charge électronique :

e^-	e^+	ν_e	$\bar{\nu}_e$	(zéro pour les autres particules)
1	—1	1	—1	

pour la charge muonique :

μ^-	μ^+	ν_μ	$\bar{\nu}_\mu$	(zéro pour les autres particules)
1	—1	1	—1	

On notera que la charge leptonique n'est autre que la somme des charges électronique et muonique.

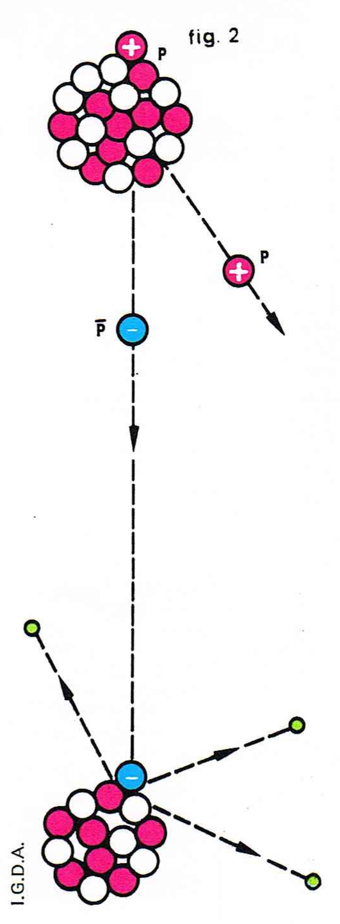
L'étrangeté

Il existe encore un autre type de charge, l'étrangeté (Gell-Mann et Nishijima, 1954), qui est conservée par toutes les interactions, sauf les interactions faibles. Nous en donnons une table partielle :

Particule	p	n	$\bar{p}$	$\bar{n}$	π^+	π^-	π^0	K^+	K^0	K^-	$\bar{K}^0$	Λ^0	Σ^+	Σ^-	Σ^0
Étrangeté	0	0	0	0	0	0	0	1	1	—1	—1	—1	—1	—1	—1

$\bar{\Lambda}^0$	$\bar{\Sigma}^+$	$\bar{\Sigma}^-$	$\bar{\Sigma}^0$	Ξ^-	Ξ^0	$\bar{\Xi}^-$	$\bar{\Xi}^0$
1	1	1	1	—2	—2	2	2

▼ ***Figure 2 :*** ***voir légende page 254.***



I.G.D.A.

Tableau III
Les particules élémentaires les plus importantes

Nom de la famille	Nom de la particule	Symbole	Masses**	Spin	Charge électrique	Antiparticule	Nombre de particules distinctes	Vie moyenne	Mode de désintégration typique
	photon	rayon γ	0	1	neutre	même particule	1	infinie	—
	graviton	—	0	2	neutre	même particule	1	infinie	—
famille électronique	neutrino électronique	ν_e	0	1/2	neutre	ν_e	2	infinie	—
	électron	e^-	1	1/2	négative	e^+ (positon)	2	infinie	—
famille muonique	neutrino muonique	ν_μ	0 (?)	1/2	neutre	ν_μ	2	infinie	—
	muon	μ^-	206,77	1/2	négative	μ^+	2	$2{,}20 \cdot 10^{-6}$	$\mu^- \to e^- + \nu_e + \nu_\mu$
mésons	méson π	π^+	273,2	0	positive	π^-	3	$2{,}55 \cdot 10^{-8}$	$\pi^+ \to \mu^+ + \nu_\mu$
		π^-	273,2	0	négative	π^+		$2{,}55 \cdot 10^{-8}$	$\pi^- \to \mu^- + \nu_\mu$
		π^0	264,2	0	neutre	π^0		$1{,}8 \cdot 10^{-16}$	$\pi^0 \to \gamma + \gamma$
	méson K	K^+	966,3	0	positive	$\bar{K}^+$ négative	4	$1{,}23 \cdot 10^{-8}$	$K^+ \to \pi^+ + \pi^0$
		K^0	974,6	0	neutre	$\bar{K}^0$		$\{0{,}92 \cdot 10^{-10}$* ; $6 \cdot 10^{-8}$*	$K^0 \to \pi^+ + \pi^-$
	méson η	η	1 074	0	neutre	même particule	1	plus de 10^{-22}	$\eta \to \gamma + \gamma$
baryons	nucléons	p (proton)	1 836,12	1/2	positive	$\bar{p}$ négative	4	infinie	—
		n (neutron)	1 835,65	1/2	neutre	$\bar{n}$		1 013	$n \to p + e^- + \nu_e$
	lambda	Λ^0	2 182,8	1/2	neutre	$\bar{\Lambda}^0$	2	$2{,}62 \cdot 10^{-10}$	$\Lambda^0 \to p + \pi^-$
	sigma	Σ	2 327,6	1/2	positive	$\bar{\Sigma}^+$ négative	6	$7{,}9 \cdot 10^{-11}$	$\Sigma^+ \to n + \pi^+$
		Σ	2 342,6	1/2	négative	$\bar{\Sigma}^-$ positive		$1{,}6 \cdot 10^{-10}$	$\Sigma^- \to n + \pi^-$
		Σ	2 333,5	1/2	neutre	$\bar{\Sigma}^0$		environ 10^{-20}	$\Sigma^0 \to \Lambda^0 + \gamma$
	ksi	Ξ	2 584,7	1/2	négative	$\bar{\Xi}$ positive	4	$1{,}7 \cdot 10^{-10}$	$\Xi^- \to \Lambda^0 + \pi^-$
		Ξ	2 572	1/2	neutre	$\bar{\Xi}$		$3 \cdot 10^{-10}$	$\Xi^0 \to \Lambda^0 + \pi^0$
	oméga	Ω	3 280	3/2 (?)	négative	$\bar{\Omega}$ positive	2 / 36	environ 10^{-10}	$\Omega^- \to \Xi^0 + \pi^-$

* Le méson K a deux vies moyennes. Toutes les autres particules n'en ont qu'une.
** En unités de masse électronique.

▲ ***Tableau III :** les particules élémentaires les plus importantes.*

Ainsi les réactions fortes

$$\pi^- + p \to K^- + \Sigma^+$$
$$\pi^- + p \to K^0 + \Lambda^0$$

sont observées, alors que

$$\pi^- + p \to K^+ + \Sigma^-$$

est interdite et inobservée. Par contre, dans des interactions faibles comme

$$K^0 \to \pi^+ + \pi^-$$
$$\Lambda^0 \to p + \pi^-$$

etc., l'étrangeté n'est pas conservée.

On appelle particules étranges celles d'étrangeté non nulle. Ce nom leur vient de ce qu'elles appartiennent aux particules inattendues découvertes vers 1948.

On ne manquera pas de constater l'analogie qui existe entre ces lois de conservation inexpliquées et l'état de la chimie au début du XIXe siècle.

◀ *Page 253, figure 2,* *création et destruction d'un antiproton ; un proton p de haute énergie interagit avec un noyau et produit un nouveau proton p accompagné d'un antiproton $\bar{p}$. Ce dernier en traversant la matière finit par rencontrer un nouveau noyau et s'annihile en détruisant un proton (ou un neutron) et en produisant un certain nombre de mésons.*

La parité

Il existe une autre loi de conservation, la parité, qui est de nature toute différente et directement géométrique. Elle est liée au changement de sens (direct ou rétrograde) d'un trièdre de référence de l'espace. Dans un tel changement, les coordonnées (x, y, z) d'un point sont transformées en leurs opposés ($-x$, $-y$, $-z$). Un vecteur ordinaire (position $\vec{x}$, vitesse $\vec{v}$, quantité de mouvement $m\vec{v}$, champ électrique $\vec{E}$) change alors de signe : on peut dire qu'il a la parité -1. Par contre un « pseudo-vecteur » tel que le champ magnétique $\vec{B}$, le moment cinétique $\vec{x} \wedge \vec{p}$, le rotationnel d'un vecteur ordinaire, etc., ne change pas de signe : on dira qu'il a la parité $+1$. De même, certaines quantités scalaires sont invariantes (comme l'énergie cinétique $\frac{1}{2} m\vec{v}^2$), alors que d'autres (comme le produit scalaire $\vec{E} \cdot \vec{B}$) changent de signe. On dit que ces dernières sont des pseudo-scalaires.

Si les équations de base d'un problème ne dépendent pas du choix que l'on fait pour le sens du trièdre de référence, elles consisteront toujours à égaler un vecteur à un vecteur, un scalaire à un scalaire, mais jamais un vecteur à un pseudo-vecteur, par exemple. En d'autres termes, s'il apparaît dans une expression des termes qui ne changent pas de la même façon par symétrie d'espace, c'est que les équations de base du problème elles-mêmes ne sont pas invariantes dans cette symétrie.

Une autre manière de décrire ce genre de considération, qui parle plus à l'imagination, consiste à comparer deux situations déduites l'une de l'autre par réflexion dans un miroir où, par exemple, une main gauche devient une main droite.

Ce genre de considérations est très utilisé en mécanique quantique, et il est possible de vérifier qu'effectivement, il y a bien invariance par symétrie pour les interactions électromagnétiques et fortes (on dit alors habituellement qu'il y a « conservation de la parité »). Ce fut par conséquent une grande surprise de constater (Yang et Lee, 1956) que la parité n'est pas conservée dans les interactions faibles.

Pour le voir, on peut utiliser la désintégration bêta du cobalt 60 en nickel 60, électron et antineutrino :

$$Co \to Ni + e + \bar{\nu}$$

On dispose en pratique d'un échantillon contenant du cobalt 60, et on ne peut observer que la quantité de mouvement $\vec{p}$ de l'électron (puisque le noyau de nickel

est trop lent pour qu'on le détecte et que le neutrino est en pratique inobservable individuellement). Or, ce que l'on observe est la probabilité pour que l'électron soit émis avec la quantité de mouvement $\vec{p}$ et cette probabilité, mathématiquement, ne peut être que de la forme

$$dP/d^3\vec{p} = A\ (\vec{p}^2)$$

à cause de l'invariance par rotation, A étant une fonction de $\vec{p}^2$. Comme $\vec{p}^2$ ne change pas par symétrie d'espace, il en est de même de la probabilité, et il n'y a pas moyen de détecter une violation sous-jacente de la parité.

On raffine donc l'expérience en polarisant l'échantillon de cobalt. Cela signifie que, par des moyens magnétiques, on aligne les spins des noyaux de cobalt dans une direction donnée de telle sorte que la valeur moyenne du spin $\vec{S}$ (quantité moyenne, donc macroscopique) soit fixée et différente de zéro. Dans ce cas, la probabilité peut s'écrire en général sous la forme

$$dP/d^3\vec{p} = A\ (\vec{p}^2,\ S^2) + \vec{S} \cdot \vec{p}\ B\,(\vec{p}^2,\ S^2)$$

toujours en respectant l'invariance par rotation. Or, $\vec{p}$ est un vecteur ordinaire, alors que $\vec{S}$, comme tout moment cinétique, est un pseudo-vecteur (ainsi, le moment cinétique orbital $\vec{x} \wedge \vec{p}$ est visiblement un pseudo-vecteur). Donc, par symétrie, $\vec{S} \cdot \vec{p}$ est transformé en $-\vec{S} \cdot \vec{p}$. Si donc la probabilité d'émission dans une direction donnée est modifiée lorsque l'on change le signe de $\vec{S}$ (en changeant le signe du champ magnétique polarisant), cela signifie alors que le terme $\vec{S} \cdot \vec{p}$ est présent, et donc que les équations de base du problème (beaucoup plus compliquées en pratique) ne sont pas invariantes par symétrie.

Cette expérience, et d'autres de même nature, ont permis d'établir que la parité n'était pas conservée dans les interactions faibles.

Parité, conjugaison de charge et inversion de sens du temps

Une analyse plus détaillée des interactions faibles a permis de constater qu'elles violent également la conjugaison de charge ou, plus explicitement, que les équations de base de ces interactions ne sont pas invariantes lorsque toutes les particules y sont remplacées par leurs antiparticules, rien n'étant modifié par ailleurs. De plus, il est apparu que, si la parité (P) et la conjugaison de charge (C) sont fortement non conservées, il n'en est pas de même de leur produit (PC), qui est à peu près conservé. En termes imagés, cela signifie qu'un monde, vu dans un miroir et où, de plus, chaque particule est remplacée par son antiparticule, est presque identique au monde réel.

Finalement, en 1964, il est apparu que ce produit PC n'est pas exactement conservé mais que l'énergie (le potentiel ou l'hamiltonien selon les langages) des interactions faibles consiste en réalité en une somme de deux termes. Le premier conserve PC, alors que le second, mille fois plus petit environ, viole la conservation de PC. Pour cette raison, on parle parfois de ce second terme, actuellement très mal connu, comme d'une nouvelle interaction, dite « superfaible ».

Il est intéressant de remarquer à ce propos que, par des arguments théoriques très généraux, on s'attend que le produit PCT des deux transformations déjà rencontrées P et C et de l'inversion de sens du temps T sera conservé. La violation du produit PC par les interactions faibles signifierait alors une violation, minime mais décelable, de l'invariance des équations fondamentales de la physique par changement de signe du temps.

Autres lois de conservation

Les lois de conservation que nous venons de discuter sont faciles à décrire. Il existe cependant d'autres lois de conservation, spécifiques aux interactions fortes, qui ne peuvent être présentées qu'avec un outillage mathématique beaucoup plus poussé. C'est ainsi que l'on sait, depuis 1938, par l'étude des forces nucléaires proprement dites (forces entre protons et neutrons), que ces forces sont invariantes par un ensemble de transformations abstraites où la fonction d'onde d'un proton, par exemple, est remplacée par une combinaison linéaire de fonctions d'ondes de proton et de neutron. L'ensemble de ces transformations constitue un groupe, isomorphe au groupe de rotation, qui laisse invariantes toutes les interactions fortes. On l'appelle souvent groupe du spin isotopique.

Plus récemment (Gell-Mann, Neeman, 1958), on a constaté l'invariance approximative des interactions fortes sous l'action d'un groupe moins évident, le groupe SU (3) des mathématiciens. Sous l'action d'une opération de ce groupe, par exemple, la fonction d'onde d'un proton devient une combinaison linéaire de fonctions d'ondes de proton, neutron, Λ^0, Σ^+, Σ^-, Σ^0, Ξ^- et Ξ^0.

A partir de là, des arguments de simplicité mathématique ont conduit à postuler que tous les hadrons, y compris les résonances, pourraient être des combinaisons de nouvelles particules inobservées, les quarks. Cette spéculation est soutenue par un ensemble impressionnant de prédictions théoriques en accord avec l'expérience, mais tous les efforts accomplis jusqu'à présent pour tenter d'observer les quarks se sont soldés par un échec. Les recherches actuelles tendent donc à voir dans les quarks de nouveaux objets plus fondamentaux qui n'auraient pas toutes les propriétés que l'on rencontre dans les particules plus ordinaires.

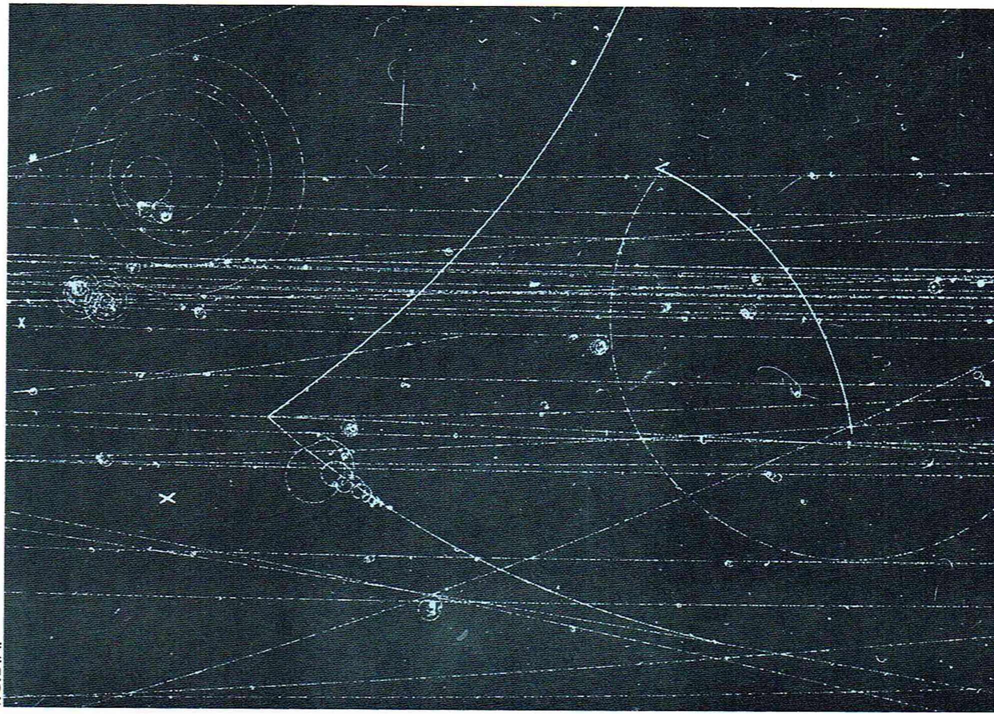
Les résonances

Les premières particules connues étaient stables ou avaient des temps de vie suffisamment longs pour que l'on pût observer leur trajectoire dans un appareil détecteur. En effet, si une particule a une durée de vie τ et qu'elle se déplace à une vitesse proche de c, elle peut parcourir une distance $c\tau$ avant de se désintégrer. $c\tau$ vaut environ 600 m dans le cas du muon, 7 m dans le cas du π^+, 10 cm pour le Λ^0 et peut être d'ailleurs plus élevée par l'effet relativiste de dilatation du temps lorsque la vitesse est très proche de c.

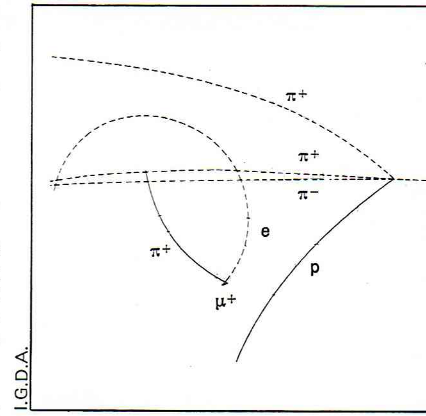
Toutes les particules que nous venons de mentionner ont des temps de vie qui vont de 10^{-6} à 10^{-10} seconde et se désintègrent par interactions faibles. Or, si une particule a le choix entre une désintégration par interaction faible ou par interaction électromagnétique ou forte, elle passera inévitablement par le second mode, beaucoup plus probable à cause de l'intensité des interactions. En contrepartie de cette probabilité de désintégration élevée, sa durée de vie sera beaucoup plus faible.

C'est ainsi que certaines particules se désintègrent sous l'action des forces électromagnétiques. C'est le cas notamment du π^0 ($\tau = 1{,}8 \times 10^{-16}$ s) et du

$$\Sigma^0\ (\tau \simeq 10^{-20}\ \text{s})$$


I.G.D.A.

▲▼ *Photographie (ci-dessus) et schéma d'interprétation (ci-dessous) de traces de particules à la chambre à bulles à hydrogène. A droite, un faisceau de mésons π^+ d'énergie 11 GeV interagit avec les protons de l'hydrogène selon la réaction $\pi^+p \rightarrow p\pi^-\pi^+\pi^+$. La présence d'un champ magnétique fait incurver les traces des particules selon leur signe. A gauche, la désintégration d'un méson π^+ en un méson μ^+ et un électron positif e^+.*

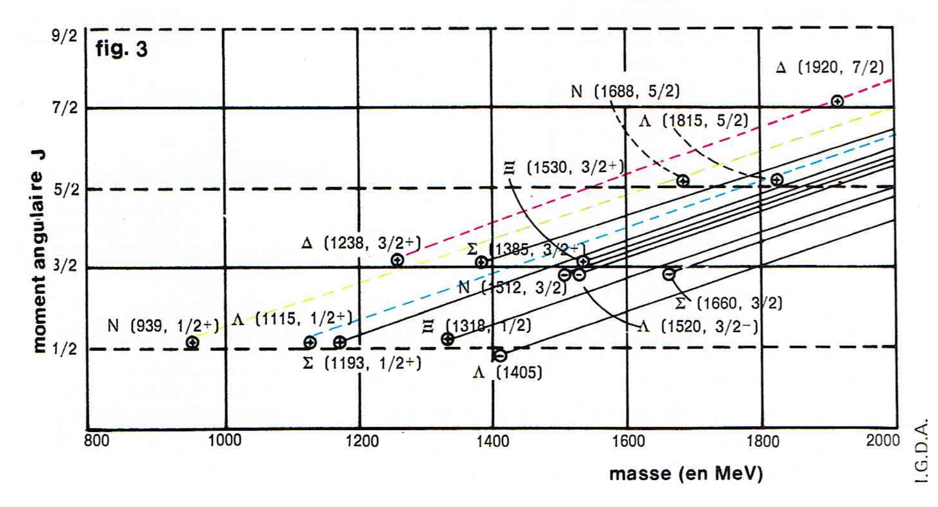


I.G.D.A.

Tableau IV

Interactions		Lois de conservation									
		symétrie SU (3)	symétrie de spin isotopique	étrangeté	nombre baryonique	charge électrique	nombre électronique	nombre muonique	parité	PC (parité × échange particules-antiparticules)	inversion du temps
fortes	très fortes	oui	oui	oui	oui	oui			oui	oui	oui
	moyennement fortes	non	oui	oui	oui	oui			oui	oui	oui
électromagnétiques			non	oui	oui	oui			oui	oui	oui
faibles	faibles			non	oui	oui	oui	oui	non	oui	oui
	superfaibles				oui	oui	?	?	non	non	non

▼ ***Figure 3 :** les* **trajectoires de Regge** *des 14 baryons de masse inférieure à 2 000 MeV. Les lignes colorées relient des particules récurrentes situées sur une même trajectoire. Pour les baryons, le spin est demi-entier (1/2, 3/2, 5/2, ...). Les récurrences peuvent avoir 2, 4 ou 6 unités de spin en plus du spin de la particule fondamentale. Entre parenthèses sont indiqués la masse, le spin et la parité (cette dernière par un signe + ou —).*



On réserve en général le nom de *résonances* à des particules qui se désintègrent par interactions fortes et dont les vies moyennes sont typiquement de l'ordre de 10^{-23} s. Il est clair qu'on ne peut pas les détecter par leurs trajectoires, beaucoup trop courtes (de l'ordre de 10^{-13} cm ; un rayon d'atome !).

La détection de ces résonances doit donc procéder de manière indirecte. Pour cela, on peut considérer leur mode de formation plutôt que leur désintégration. Prenons par exemple le cas du méson π^0 qui se désintègre normalement en deux photons en $1{,}8 \times 10^{-16}$ s selon le schéma :

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$$

Habituellement, on constate la présence du π^0 en mesurant l'énergie et l'impulsion du système des deux photons, et en constatant que leur masse globale est bien celle du π^0. En principe, on pourrait établir l'existence et les caractéristiques du π^0 d'une autre manière (analogue à celle qui a permis de mesurer sa vie moyenne) en le formant à partir des deux photons au lieu de se contenter d'observer sa désintégration. Pour cela, il suffit en principe d'envoyer deux photons l'un sur l'autre (en pratique, on envoie un photon sur le champ électrique d'un noyau, lui-même constitué de photons). Si ces deux photons forment un π^0, celui-ci vivra trop peu de temps pour qu'on le détecte, car il se désintégrera trop vite en deux nouveaux photons. Comment saura-t-on donc que le π^0 existe ? Parce que, à cause de son existence, les deux photons ont « résonné » et que l'on constate que la probabilité de diffusion des photons est incomparablement plus grande, quand leur énergie est celle d'un π^0, que dans toutes les autres bandes d'énergie. Au total, l'existence du π^0 se traduit par l'apparition de la courbe en cloche caractéristique d'une résonance dans la probabilité (ou la section efficace) de diffusion des deux photons. La largeur Γ de la courbe en cloche est d'ailleurs inversement proportionnelle à la durée de vie τ du π^0 ($\Gamma = \hbar/\tau$), ce qui permet de mesurer à la fois la masse et la vie moyenne du π^0.

La même technique s'applique, de manière d'ailleurs plus facile, au cas des résonances proprement dites. C'est ainsi que la particule dite Δ^{++} s'observe par une courbe de résonance dans la diffusion d'un méson π^+ sur un proton.

Bien que l'on ait pu autrefois distinguer « particules » et « résonances » comme des objets de nature différente, les premières étant en quelque sorte considérées comme plus « fondamentales » que les secondes, cette distinction apparaît maintenant comme totalement abandonnée.

Ce sont les résonances qui constituent le plus gros des effectifs des particules élémentaires, et l'on pense généralement que l'on n'en a encore découvert qu'une partie.

Interactions et lois de conservation

Nous pouvons maintenant indiquer dans le *tableau* IV les lois de conservation vérifiées par chacune des interactions fondamentales en laissant de côté le cas des interactions gravitationnelles.

On notera que l'invariance du spin isotopique est vérifiée exactement par les interactions fortes et qu'elle est violée par les interactions électromagnétiques. Si cette invariance était absolument respectée, les particules dont les fonctions d'ondes sont combinées lors d'une transformation devraient avoir strictement la même masse. Ainsi, le proton et le neutron devraient avoir la même masse, de même que le triplet des mésons π (π^+, π^-, π^0) ou celui des baryons Σ (Σ^+, Σ^-, Σ^0). En fait, les masses de ces particules sont effectivement très voisines : en prenant pour unité la masse de l'électron, celle du proton est 1 836,12 et celle du neutron 1 838,65 ; de même, le π^+ et le π^- ont la même masse (car ce sont des antiparticules) égale à 273,2 fois celle de l'électron, alors que la masse du π^0 est très voisine, soit 264,2 masses d'électron. On pense que ces légères différences de masses sont dues à l'effet des interactions électromagnétiques, mais il n'existe pas de calcul entièrement satisfaisant justifiant ce point de vue. Finalement, soulignons que les particules ainsi groupées par l'invariance de spin isotopique ont toutes le même spin (1/2 pour le proton et le neutron, 0 pour les trois mésons π, 1/2 pour les trois baryons Σ, etc.). On dit que ces particules forment un *multiplet*.

De manière analogue, si la symétrie SU (3) était strictement vérifiée, on pourrait grouper les particules en des ensembles plus vastes de particules de même masse et de même spin. Ainsi le proton, le neutron, le baryon Λ^0, les trois membres Σ^+, Σ^-, Σ^0 du multiplet des Σ et les deux membres Ξ^- et Ξ^0 du multiplet des Ξ appartiendraient à un tel ensemble. En pratique, toutes ces particules ont effectivement le même spin, mais leurs masses diffèrent appréciablement.

On peut décrire cette « violation de la symétrie SU (3) » en supposant que l'énergie due aux interactions fortes (ou le potentiel, ou l'hamiltonien selon le langage) consiste en deux parties : les interactions très fortes qui conservent SU (3) et les interactions moyennement fortes (qui seraient environ 10 % des précédentes) qui ne conservent pas SU (3).

La classification actuelle des hadrons

Nous venons de voir que les hadrons peuvent être classés en ensemble de particules de même spin et de masses très voisines (multiplets de spins isotopiques) ou en ensemble plus vaste de particules de même spin et de masses analogues quoique moins proches [multiplets SU (3)]. Cette classification correspond à des relations bien définies entre de nombreuses propriétés de ces particules (masse, temps de vie, modes de désintégration, réactions).

Il est apparu depuis les années soixante qu'il existe une autre manière de classer les particules qui présente également des régularités remarquables. Considérons par exemple la *figure* 3 où l'on a représenté un certain nombre de baryons sur un graphique dans lequel l'abscisse est la masse, et l'ordonnée est le spin (ici noté J). On constate immédiatement que des particules (ou résonances) de même charge ou en multiplets isotopiques de même multiplicité mais de spins différents se situent sur des droites parallèles. Les particules ainsi associées ont leur spin qui diffère de deux unités. Les droites qui interpolent ainsi le spin des particules en fonction de la masse constituent ce que l'on appelle des « trajectoires de Regge ». Il existe également de telles trajectoires pour les mésons, où cependant le spin est une fonction linéaire de la masse au carré et non pas de la masse elle-même. (On sait d'ailleurs interpréter théoriquement cette différence de comportement.) Là encore, un grand nombre de propriétés des particules s'interpolent de manière naturelle sur une même trajectoire de Regge.

On constate donc qu'il y a, parmi la foule des particules et des résonances à interactions fortes, des régularités considérables qui les associent en fait en un très petit nombre de familles. Une famille est constituée par l'ensemble des particules situées sur toutes les trajectoires de Regge dont les premiers éléments (ceux de plus bas spin et de plus basse masse) constituent un multiplet de la symétrie SU (3).

Dans le modèle des quarks, on suggère d'interpréter ces régularités de la manière suivante : il existe trois quarks différents (q_1, q_2, q_3) ainsi que les antiquarks correspondants ($\overline{q}_1$, $\overline{q}_2$ et $\overline{q}_3$). Les trois quarks forment un seul multiplet SU (3), alors que, du point de vue de la symétrie de spin isotopique, les deux quarks (q_1, q_2) forment un doublet de même masse, le quark q_3 formant un singulet de masse légèrement différente. Le spin des quarks est 1/2. Les baryons (tous les baryons) sont des états liés de trois quarks, alors que les mésons sont des états liés d'un quark et d'un antiquark. En permutant le rôle joué dans un baryon ou un méson par chacun des quarks fondamentaux, on engendre toute une famille de multiplets de SU (3). Ainsi un multiplet de SU (3) serait constitué par des « atomes » formés de quarks différents mais ayant les mêmes fonctions d'ondes. Les trajectoires de Regge seraient alors la manifestation d'excitations orbitales de ces « atomes », tout comme, par exemple, un atome ou un noyau présente toujours un niveau fondamental de bas spin et des états excités de spin plus élevé. La linéarité de ces trajectoires manifesterait une simplicité encore mystérieuse de la dynamique des interactions fortes.

Quelle qu'en soit la raison, il semble donc qu'en réalité il règne beaucoup d'ordre et de régularité dans le foisonnement des particules hadroniques, et cela encourage bien des espoirs de pouvoir quelque jour découvrir la clef de cet ordre.

L'état présent de nos connaissances sur les interactions fondamentales

Les interactions fortes

On y a découvert de très grandes régularités dont on ne connaît pas encore l'origine. On sait correler entre eux, par le calcul à 10 % près, un grand nombre de faits expérimentaux, par des méthodes très variées plus ou moins bien reliées entre elles. Cependant, il n'existe pas de méthode sûre et universelle pour calculer les données expérimentales ni pour expliquer l'ensemble de leurs régularités.

Les interactions électromagnétiques

On en connaît très bien les lois fondamentales, ce qui signifie que l'on sait calculer avec une très grande précision les phénomènes dominés par ces interactions. Citons comme exemples les propriétés des atomes (calcul des niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène à près de 10^{-7} près), le moment magnétique de l'électron et du muon (au millionième près), les probabilités de production et d'annihilation de paires e^+ - e^- ou μ^+ - μ^-, la diffusion des électrons sur les positons, sur les électrons ou les protons, des photons sur les électrons, etc. On peut résumer l'ensemble de ces connaissances en disant que, à la limite extrême de la précision expérimentale, les équations de Maxwell quantifiées sont exactement vérifiées jusqu'à des distances d'au moins 10^{-14} cm.

Les interactions faibles

Peu à peu, on a réussi à cerner par un va-et-vient entre la théorie et l'expérience la forme des lois des interactions faibles. Cela signifie à présent qu'une formule d'une ligne exprime l'énergie de toutes les interactions faibles et qu'il est possible, à partir de là, de calculer pratiquement tous les phénomènes qui mettent en jeu des interactions faibles. Cependant, bien que ce qui est acquis soit entièrement digne de confiance, on n'est pas certain de connaître tous les termes de ces lois fondamentales, et la recherche est toujours en cours. Elle devient malheureusement de plus en plus difficile, car les termes mal connus deviennent très difficilement accessibles. Cela tient dans certains cas à des raisons théoriques, car notre ignorance des interactions fortes constitue un obstacle préalable qui nous empêche de démêler les interactions faibles. Parfois aussi, cela tient à des raisons expérimentales : en effet, un bon nombre de propriétés des interactions faibles ne sont démêlables qu'en opérant des expériences sur les neutrinos. Or les neutrinos interagissent en général très peu avec les autres particules (par exemple, un neutrino seulement venant du Soleil sur cent millions subira une interaction en traversant toute la Terre), de telle sorte que l'on doit réaliser des expériences très chères en hommes, en équipement et en temps, pour avancer dans ce domaine de la physique.

Les interactions gravitationnelles

Pour l'instant, elles demeurent essentiellement connues à l'échelle macroscopique où elles semblent bien décrites par la Relativité générale. La synthèse du macroscopique et du microscopique, de la Relativité générale et de la mécanique quantique, se heurte encore à l'heure actuelle à de grosses difficultés, peut-être fondamentales ou peut-être simplement techniques.

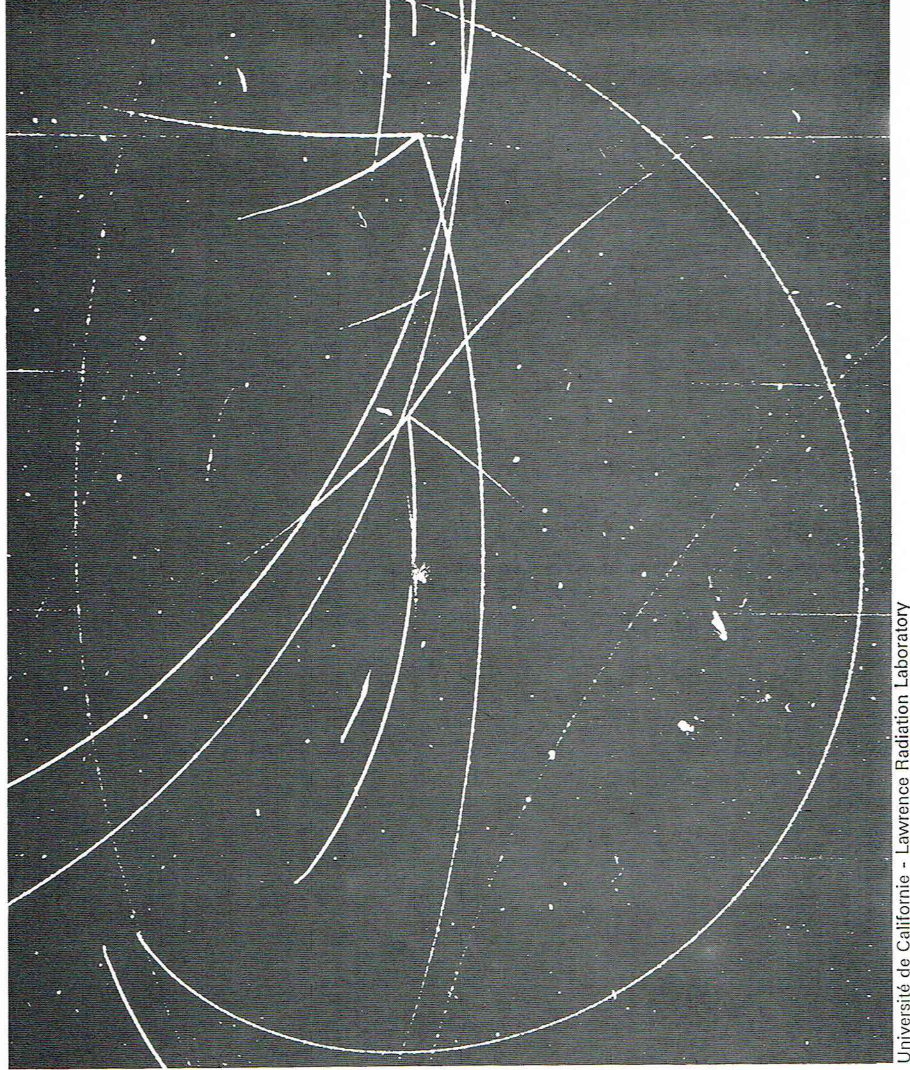
Il convient de souligner qu'aucun autre type d'interaction ou, si l'on préfère, aucun autre type de force ne paraît exister à l'échelle microscopique, de telle sorte que la multitude des forces et des formes d'énergie que nous connaissons à notre échelle dérive entièrement de ces quatre interactions fondamentales.

Quelques particules particulièrement importantes

Le proton et le neutron

Ces deux constituants du noyau, de masses très voisines, forment un doublet isotopique. On les appelle d'ailleurs collectivement les nucléons. Leur spin est 1/2. A relativement basse énergie (moins de 300 MeV d'énergie cinétique totale des deux particules dans le repère du centre de masses), on peut décrire leur interaction par un potentiel. Le potentiel d'interaction proton-proton est le même que celui de l'interaction neutron-neutron (à part la répulsion coulombienne des protons), et cela constitue une confirmation de la symétrie de spin isotopique. Les particules s'attirent lorsqu'elles sont à une

***◀ Page ci-contre, tableau IV : les lois de conservation satisfaites par chacun des types d'interactions ; on a indiqué par* oui *ou* non *les cas où la loi de conservation est satisfaite ou violée ; lorsque rien ne figure dans la case correspondante, cela peut correspondre, selon le cas, au fait que la question n'a pas de sens ou que la réponse n'est pas un simple* oui *ou* non.**



Université de Californie - Lawrence Radiation Laboratory

▲ Interactions de neutrons dans une chambre de Wilson placée auprès du cyclotron de Berkeley (université de Californie, États-Unis). En haut et au centre de la photo, on voit l'explosion de deux noyaux d'oxygène frappés par deux neutrons (dont les traces sont invisibles puisqu'il s'agit de particules neutres). Les traces des particules sont incurvées à cause du champ magnétique dans lequel est placée la chambre de Wilson.

distance comprise entre 0,4 fermi (1 fermi = 10^{-13} cm) et l'infini. Cette force d'attraction décroît exponentiellement avec la distance (c'est l'effet de portée finie des forces nucléaires). Lorsqu'elles sont à moins de 0,4 fermi, les nucléons se repoussent fortement.

En envoyant des électrons se diffuser sur des nucléons, on a pu constater que ces derniers avaient une extension spatiale finie, de l'ordre d'un fermi, et l'on connaît avec précision la répartition de la charge électrique en leur intérieur. Ainsi le neutron, globalement neutre, a-t-il une structure en couches : il a un centre chargé positivement et une périphérie chargée négativement. Le proton est stable, alors que le neutron est instable à l'état libre où il se désintègre avec une vie moyenne de l'ordre d'un quart d'heure selon le schéma

$$n \rightarrow p + e + \bar{\nu}_e$$

($\bar{\nu}_e$ étant l'antineutrino électronique). A l'intérieur d'un noyau, le neutron est stabilisé par l'effet du principe d'exclusion de Pauli (voir le texte de *Physique nucléaire*), car le proton de désintégration ne peut trouver d'état quantique vide où se produire.

Les mésons π

Ils sont au nombre de trois : deux mésons chargés π^+ et π^- qui sont chacun l'antiparticule de l'autre et un méson neutre π^0 qui est sa propre antiparticule. Ils n'existent pas à l'état libre dans la nature, et il faut donc les produire artificiellement. La méthode la plus fréquemment utilisée pour cela consiste à envoyer un faisceau de protons rapides issu d'un accélérateur sur une cible (un bloc de métal, par exemple). Il en résulte la production d'un grand nombre de mésons π que l'on peut sélectionner en énergie et en direction à l'aide de séparateurs magnétiques.

On pense communément que la structure spatiale étendue du proton et du neutron est due à un nuage de mésons π virtuels qui entoure le nucléon. Cette notion de particule virtuelle constitue un aspect assez technique de la mécanique quantique, mais on peut la décrire en termes simples, sinon rigoureux, de la manière suivante. Parmi les relations d'incertitude de Heisenberg, il en est une qui relie l'incertitude sur l'énergie d'un état, soit ΔE, et la durée Δt de l'intervalle de temps correspondant; cette relation s'écrit :

$$\Delta E \Delta t \gtrsim \hbar$$

Imaginons que l'état considéré soit celui d'un nucléon au repos. Si le nucléon émet un méson π, son énergie augmente d'au moins mc^2 l'énergie de masse du méson dont la masse est désignée par m. Mais une telle variation d'énergie

$$\Delta E = mc^2$$

est tolérable pendant un temps inférieur à

$$\Delta t = \frac{\hbar}{\Delta E} = \frac{\hbar}{mc^2}$$

Comme la vitesse de ce méson π est au plus égale à c et qu'il n'existe qu'un temps Δt, il peut tout au plus se trouver à une distance de l'origine donnée par :

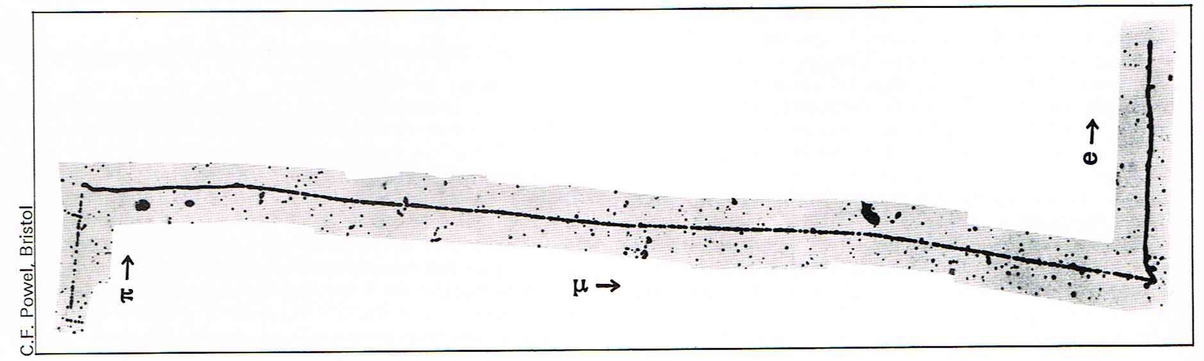
$$r_0 = c\Delta t = \frac{\hbar}{mc}$$

Malgré le caractère quelque peu léger de ce calcul, il n'en donne pas moins une conclusion importante que des calculs plus élaborés confirment : un nucléon contient des mésons π, en perpétuel état d'émission et de réabsorption, qui étalent sur une distance r_0 ($\sim 1{,}2 \times 10^{-13}$ cm) la plupart des propriétés du nucléon et, en particulier, sa charge électrique. On peut ainsi s'expliquer pourquoi la charge du proton et du neutron est étalée. De même, si un second nucléon s'approche du premier, il peut tout aussi bien absorber le méson π émis par le premier nucléon. Cet échange de mésons π entre deux nucléons aboutit en fait à créer un potentiel d'interaction entre eux, qui n'est autre que celui des forces nucléaires.

Ce phénomène est très important en physique des particules. Alors qu'en physique macroscopique, on doit considérer des objets (la Terre et la Lune, par exemple) entre lesquels une force (ici gravitationnelle) agit, en physique des particules, la force elle aussi est identifiable à la présence d'une particule. En d'autres termes : les particules déterminent les forces qui agissent sur elles.

La théorie mésonique des forces nucléaires, que nous venons d'esquisser, permet en fait une étude assez détaillée des potentiels nucléaires. Il est nécessaire pour cela de considérer non seulement l'échange de mésons π virtuels, mais aussi celui de résonances mésoniques (mésons η, ρ, ω, ...).

Les mésons π ne sont pas des particules stables. Les mésons chargés π^+ et π^- se désintègrent avec une vie



C.F. Powel, Bristol

▶ Exemple de désintégration d'un méson π ($\pi \rightarrow \mu \rightarrow e$) dans une émulsion photographique : un méson π se désintègre en un muon et un antineutrino (invisible parce que neutre); après un certain parcours, le muon se désintègre à son tour en produisant un électron, un neutrino et un antineutrino (tous deux invisibles).

moyenne de 2,55 × 10^{-8} s en donnant un muon et un antineutrino muonique (ou les antiparticules) :

$$\pi^- \rightarrow \mu^- + \bar{\nu}_\mu$$
$$\pi^+ \rightarrow \mu^+ + \nu_\mu$$

il s'agit là d'une interaction faible.

Les mésons π neutres se désintègrent électromagnétiquement en deux photons avec une vie moyenne de 1,8 × 10^{-16} s :

$$\pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma$$

On dispose à présent, par des moyens indirects, d'une assez bonne connaissance des interactions entre mésons π.

Les mésons K

Les mésons K sont des particules étranges. Ils forment un doublet isotopique comprenant un méson chargé K^- et un neutre K^0. Les antiparticules correspondantes sont un méson négatif K^- et un autre méson neutre $\bar{K}^0$.

La désintégration du K^0 et du $\bar{K}^0$ est intéressante. Elle procède par interactions faibles. On observe, par une étude détaillée de ces désintégrations, que les combinaisons linéaires d'états

$$K_S^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (K_0 + \bar{K}_0)$$

$$K_L^0 = \frac{1}{\sqrt{2}} (K_0 - \bar{K}_0)$$

ont des vies moyennes très différentes qui sont respectivement 0,92 × 10^{-10} s et 6 × 10^{-8} s. On a également pu mesurer la différence de masse entre le K_S^0 et le K_L^0 qui est très petite mais différente de zéro. Une analyse détaillée de cette mesure, tenant compte du fait que celle-ci a été effectuée dans un laboratoire où agit la pesanteur terrestre, permet de montrer que particule et antiparticule (ici le K^0 et le $\bar{K}^0$) subissent la même force de pesanteur. En d'autres termes, il n'y a pas d'antigravitation pour les antiparticules.

Les muons

Les deux muons μ^- et μ^+ constituent une paire d'antiparticules. Ils ressemblent énormément, hormis par la masse, aux électrons. Ils se désintègrent par interaction faible :

$$\mu^- \rightarrow e + \bar{\nu}_e + \nu_\mu$$
$$\mu^+ \rightarrow \bar{e} + \nu_e + \bar{\nu}_\mu$$

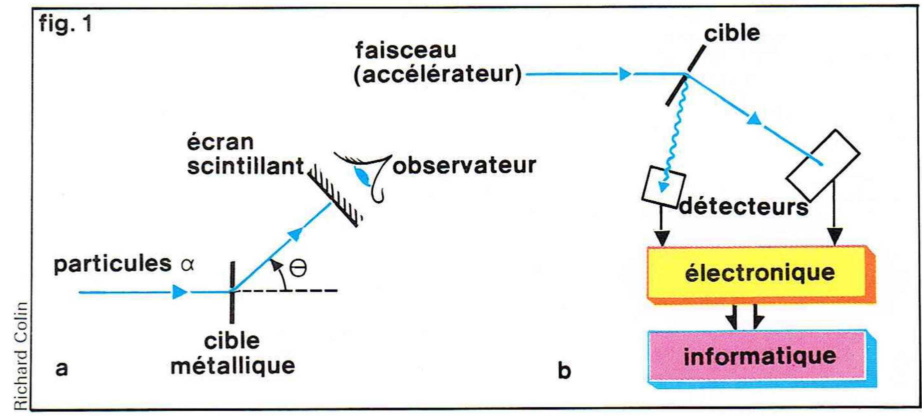
Les neutrinos

Les neutrinos sont au nombre de quatre : neutrinos électronique, muonique et antineutrinos électronique, muonique (ν_e, ν_μ, $\bar{\nu}_e$, $\bar{\nu}_\mu$). Ce sont des particules neutres, de masse probablement nulle et en tout cas très petite. Ils ont été détectés expérimentalement pour la première fois en 1956. A l'heure actuelle, on forme, grâce aux accélérateurs, des faisceaux secondaires de neutrinos qui constituent un moyen puissant d'étude des interactions faibles.

Les neutrinos semblent jouer un rôle très mineur dans la nature, sauf peut-être dans l'explosion des supernovae où ils pourraient être un agent important dans le mécanisme explosif.

BIBLIOGRAPHIE

ADAIR R. K., FOWLER E. C., *Strange Particles*, Interscience Publishers, New York, 1963. - BETHE H. A., *What Holds the Nucleus Together*, in Scientific American, septembre 1963. - DE BENEDETTI S. A., *Mesonic Atoms*, in Scientific American, octobre 1956. - GAMOW G., *The Principle of Uncertainty*, in Scientific American, janvier 1958; *The Exclusion Principle*, in Scientific American, juillet 1959. - GLASER D. A., *The Bubble Chamber*, in Scientific American, février 1955. - HOFSTADTER, *The Atomic Nucleus*, in Scientific American, juillet 1956. - LIVINGSTON M. S., *High-Energy Accelerators*, Interscience Publishers, New York, 1954. - MORRISON P., *The Overthrow of Parity*, Scientific American, mars 1951. - OMNÈS R., *Introduction à l'étude des particules élémentaires*, Ediscience, Paris, 1969. - YANG C. N., *Elementary Particles*, Princeton U. P., Princeton, 1961.



▲ *Figure 1 : schéma simplifié de dispositif d'instrumentation nucléaire ; a, expérience de Rutherford : l'observateur compte les particules diffusées selon un angle θ, en observant* de visu *leur impact sur un écran scintillant ; b, dispositif actuel : le principe reste le même, mais la détection fait largement appel à l'électronique et à l'informatique.*

INSTRUMENTATION NUCLÉAIRE

La physique nucléaire a pris son essor avec les découvertes sur la radio-activité effectuées à la fin du siècle dernier par Henri Becquerel, Pierre et Marie Curie. Cependant, on considère souvent que les travaux de Rutherford et ses élèves (vers 1908) sur la diffusion des particules α par diverses cibles constituent la première expérience de physique nucléaire : ces mesures ont conduit Rutherford à postuler l'existence de ce petit édifice extraordinairement dense et compact que constitue le noyau de l'atome. La *figure* 1a donne un schéma simplifié du dispositif expérimental : un faisceau de particules α émis par une source radio-active naturelle est envoyé sur une cible métallique mince. L'observateur compte les particules diffusées à un angle θ en observant *de visu* leur impact sur un écran scintillant. En près de soixante-dix ans, d'incessants raffinements techniques ont fourni une panoplie extrêmement variée au physicien nucléaire. Aujourd'hui, celui-ci a perdu le contact visuel direct qu'avait Rutherford avec ses manipulations. Cependant, le schéma de principe de la plupart des expériences est demeuré le même (*fig.* 1b) : on bombarde une cible avec un faisceau de projectiles, en général issu d'un accélérateur; on obtient des renseignements à partir de l'étude des particules secondaires émises après interaction entre l'un des ions du faisceau et un noyau de la cible. A cet effet, un ou plusieurs détecteurs sont placés au voisinage de la cible. Le décodage des informations qu'ils fournissent fait un large appel aux techniques de l'électronique et de l'informatique.

Accélérateurs de particules

L'étude du noyau, puis de ses constituants, procède d'une interaction entre l'observateur et les systèmes qu'il étudie. Pour accroître ses connaissances, le physicien s'efforce de provoquer des perturbations sans cesse plus profondes de l'objet sur lequel il concentre ses recherches. C'est le rôle des projectiles de créer ces perturbations. Les forces d'interaction nucléaires ne se manifestent que si les deux partenaires d'une collision sont très près l'un de l'autre, à une distance de l'ordre du fermi

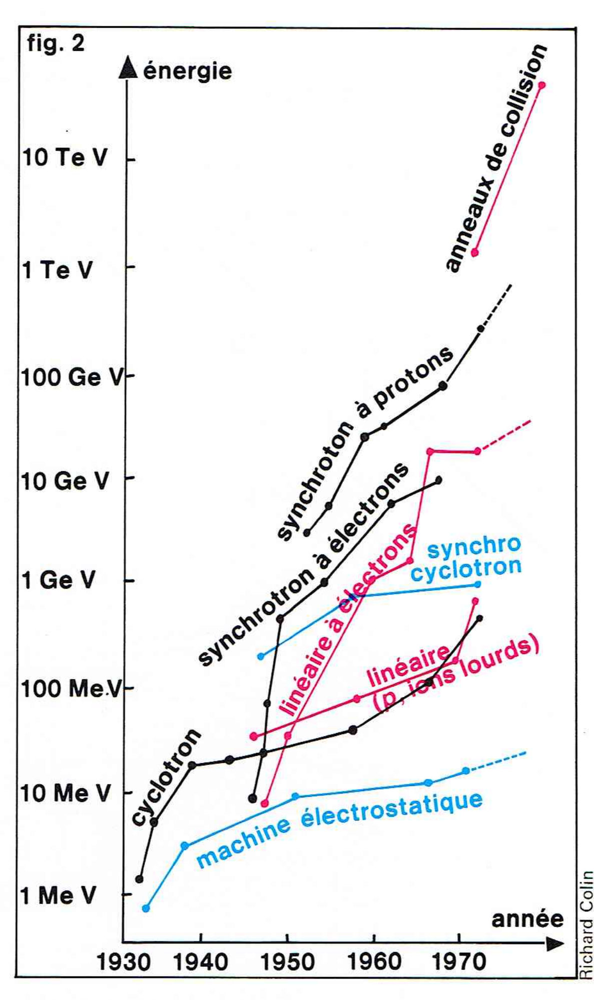
$$(1 \text{ fermi} = 10^{-15} \text{ m})$$

Pour étudier les manifestations de ces forces, il est d'abord nécessaire que les projectiles, lorsqu'ils sont chargés positivement, comme c'est fréquemment le cas, possèdent une énergie cinétique suffisante pour vaincre la force de répulsion électrique (ou barrière coulombienne) créée par le noyau cible. Les particules α émises par les sources radio-actives naturelles ont une énergie comprise entre environ 5 et 8 MeV et ne peuvent franchir la barrière créée par les noyaux les plus lourds (barrière d'environ 22 MeV pour le système $\alpha + {}^{208}_{82}Pb$).

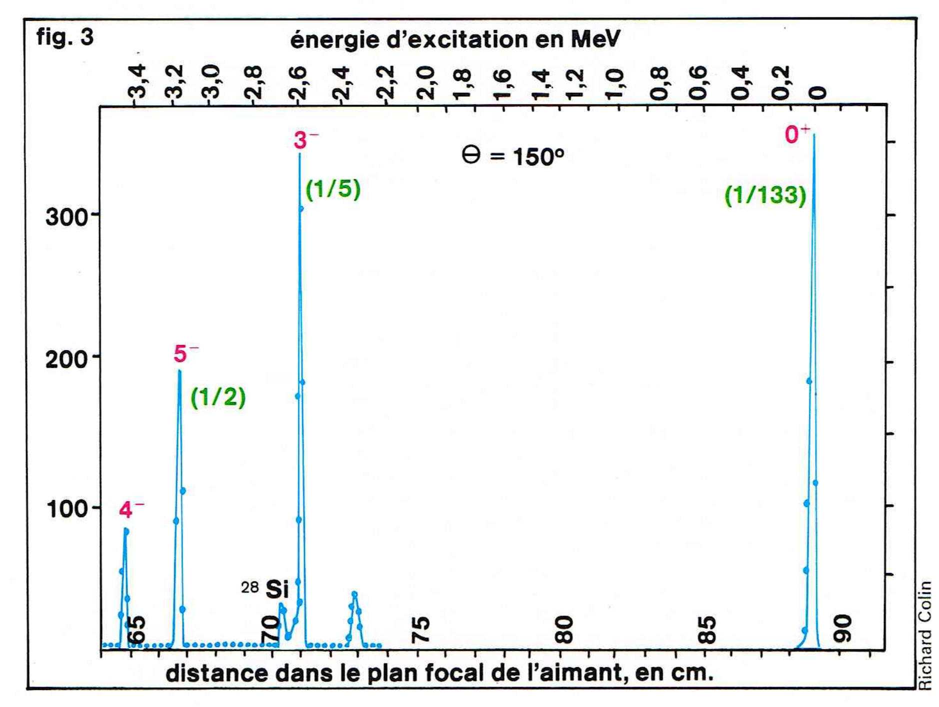
Les différents accélérateurs construits depuis 1930 permettent maintenant l'étude de n'importe quel noyau. La *figure* 2 illustre le domaine d'énergie et le type d'ions accélérés correspondant à chaque type de machine.

Les progrès constants qui ont été réalisés dans la technique des accélérateurs sont liés à une multitude de développements particuliers. Parmi les plus importants,

▶ *Figure 2 : croissance en énergie des différents types d'accélérateurs de particules.*



▼ *Figure 3 : spectre d'énergie de deutons de 13 MeV diffusés élastiquement et inélastiquement sur une cible de ^{208}Pb à un angle θ = 150°. Les particules diffusées sont analysées par un aimant (le pic noté ^{28}Si correspond à une impureté de silicium dans la cible).*



citons les progrès des sources d'ions, les puissances accrues des sources de champ haute fréquence, les performances atteintes sur le vide très poussé (10^{-11} à 10^{-12} torr ou mm de Hg pour les anneaux de stockage du CERN), une maîtrise sans cesse plus grande des trajectoires de particules dans un champ électromagnétique (ce progrès étant tributaire de l'utilisation des ordinateurs, soit pour le calcul préalable des modèles, soit pour le contrôle du processus d'accélération). Les particules légères (protons, deutons puis électrons) ont constitué les premiers projectiles. La première tendance dans les améliorations apportées aux accélérateurs a été d'accroître leur énergie. On dispose ainsi de « sondes » nucléaires de plus en plus précises.

La mécanique ondulatoire, élaborée par Louis de Broglie, nous apprend qu'à une particule de masse *m* et de vitesse *v* on peut associer une onde caractérisée par la longueur d'onde $\lambda = \frac{h}{mv}$, où *h* est une constante appelée constante de Planck. Cette longueur d'onde fournit une bonne estimation de la précision avec laquelle on peut localiser la particule ; pour un proton, elle vaut 3 fermis à 100 MeV, 0,74 fermi à 1 GeV. Dans le même temps, la perturbation créée dans le système étudié devient de plus en plus profonde. Lorsque l'énergie atteint l'ordre de grandeur de l'énergie de masse au repos des constituants du noyau, on peut créer de nouvelles particules et aborder leur fascinante étude.

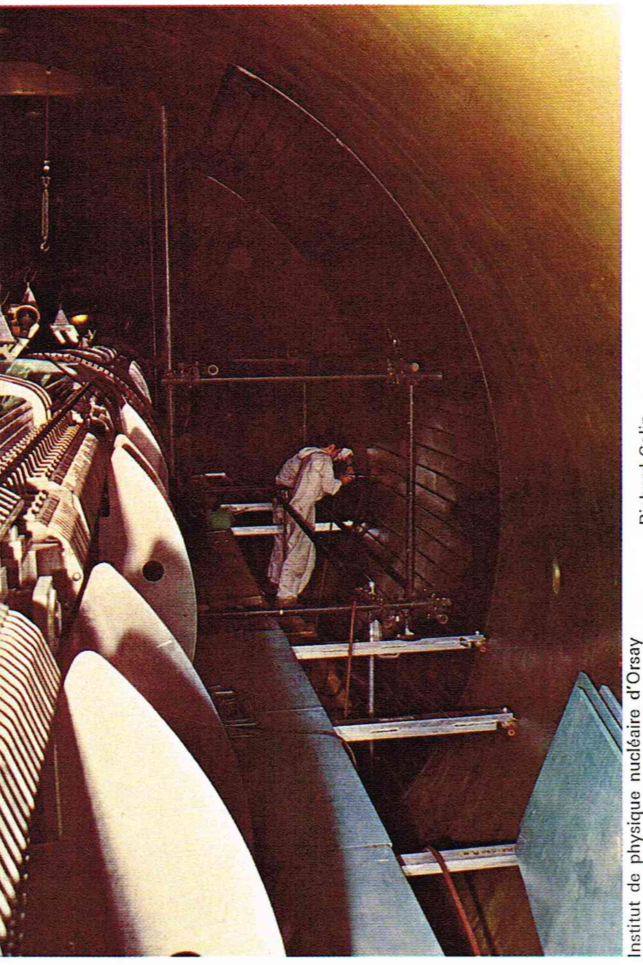
Une deuxième évolution des accélérateurs a consisté dans l'élargissement de la gamme des particules accélérées. On appelle ions lourds les projectiles possédant un nombre de masse A supérieur à 4. L'étude, assez récente, de leur interaction avec d'autres noyaux a ouvert un nouveau champ en physique nucléaire. Il existe, en fonctionnement ou en construction, des accélérateurs potentiellement capables de communiquer à des ions d'uranium une énergie suffisante pour franchir la barrière coulombienne dans une collision uranium + uranium.

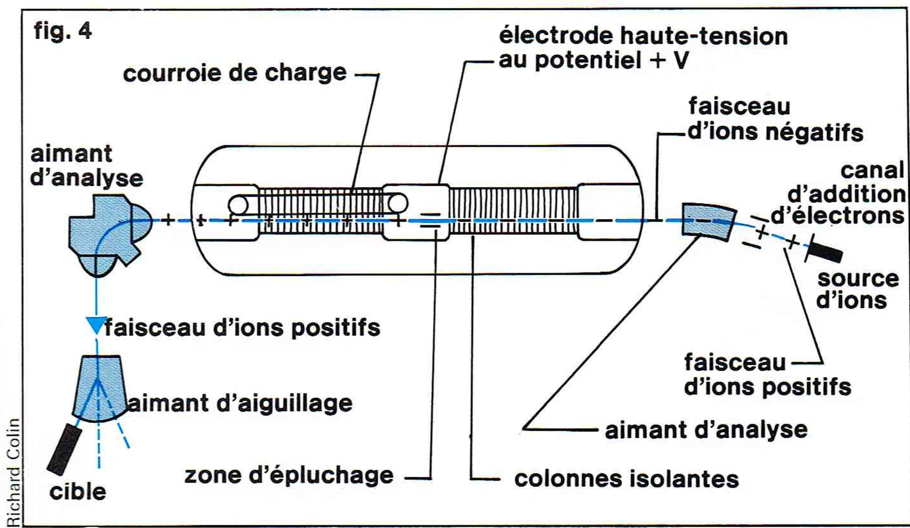
L'énergie finale communiquée à un faisceau d'ions n'est pas la seule caractéristique intéressant le physicien. A titre d'exemple, la *figure* 3 montre le spectre d'énergie de deutons (projectiles formés d'un proton et d'un neutron) diffusés à un angle donné θ sur une cible de ^{208}Pb. Les différents pics visibles sur la figure correspondent à des processus au cours desquels le projectile du faisceau interagit avec un noyau cible et laisse celui-ci soit dans son état fondamental (la diffusion est dite élastique), soit dans un état excité (la diffusion est dite inélastique) ; on peut donc espérer étudier ces différents états quantiques dans lesquels le noyau de plomb est susceptible d'exister ; pour que cette étude soit possible, il est nécessaire que l'énergie E du faisceau incident soit définie avec une incertitude ΔE plus petite que l'écart en énergie entre deux niveaux quantiques voisins. La résolution en énergie $\frac{\Delta E}{E}$ apparaît donc comme une caractéristique importante de l'accélérateur. Elle est de l'ordre de 10^{-2} sur de nombreuses machines, et atteint 10^{-4} sur les accélérateurs électrostatiques. Dans l'expérience schématisée *figure* 3, l'énergie de la particule diffusée varie assez vite en fonction de l'angle θ. Pour que ce dernier paramètre puisse être défini avec précision, il importe que le faisceau incident possède de bonnes qualités géométriques (faible extension spatiale, faible ouverture angulaire).

Les interactions nucléaires entre un projectile et un noyau cible sont des phénomènes très rares, cela en raison de la faible distance à laquelle se font sentir les forces nucléaires et de l'extrême petitesse du noyau, dont le diamètre est environ 10 000 fois plus faible que celui de l'atome. Pour augmenter la probabilité de ces événements, on pourrait songer à accroître l'épaisseur de la cible, c'est-à-dire le nombre de noyaux cibles. On est vite limité : on ne peut, en effet, empêcher les ions du faisceau d'interagir électriquement avec les nombreux électrons qui entourent les noyaux de la cible. Il en résulte une diminution de l'énergie du faisceau et une dégradation de la résolution en énergie. On doit donc, dans de nombreux cas, n'utiliser que des cibles minces. Pour garder un taux assez élevé d'événements intéressants, on s'efforce d'accroître le nombre de particules accélérées. On sait aujourd'hui préparer des faisceaux comportant plus de 10^{12} ions par seconde.

Il existe actuellement une grande diversité de machines, qu'expliquent la maîtrise acquise dans les aptitudes techniques, mais aussi la nécessité d'aborder des voies de recherches très variées, qui exigent des compromis différents parmi les qualités évoquées ci-dessus.

Les **machines électrostatiques** constituent, par leur principe, les plus simples des accélérateurs. Elles compor-





tent une électrode que l'on porte à un potentiel élevé V en la chargeant électriquement (si C est sa capacité et Q sa charge, on a la relation Q = CV). Un champ électrique s'établit alors entre cette électrode et une autre mise à la masse. Ce champ est susceptible d'accélérer une particule de charge q. Comme dans tous les accélérateurs, le faisceau d'ions est conduit dans un tube sous un vide assez élevé (ici de l'ordre de 10^{-7} torr) de manière à éviter que les particules ne dissipent une partie de leur énergie au cours de chocs avec les molécules du gaz résiduel; elles acquièrent ainsi, au terme de l'accélération, l'énergie cinétique $E_c = qV$.

La *figure* 4 illustre le principe de fonctionnement du *tandem Van de Graaff*, le plus utilisé parmi ce type d'accélérateurs, et dans lequel la haute tension accélère deux fois la particule chargée. Le faisceau d'ions portant une charge élémentaire négative pénètre dans l'accélérateur où il remonte le champ électrique. Arrivés à l'électrode haute tension, les ions traversent une feuille mince (par exemple 20 μg/cm² de carbone). Ils y interagissent avec les électrons du milieu, et perdent ainsi un certain nombre d'électrons. Ce phénomène porte le nom *d'épluchage*. Les ions positifs ainsi créés sont à nouveau accélérés par le champ électrique existant entre l'électrode haute tension et l'autre extrémité du tandem mise à la masse. Si z est le degré d'ionisation de l'ion épluché, il a reçu au total l'énergie

(1) $$E_c = (z + 1)\, eV$$

La photographie de la *figure* 5 montre l'intérieur de la cuve d'un tel accélérateur. L'électrode haute tension est chargée par l'intermédiaire d'une courroie isolante elle-même chargée et déchargée par un système de balais. La chute de potentiel entre l'électrode centrale et la masse est réalisée par une chaîne hautement résistive ($R \sim 10^{11}\,\Omega$) répartie le long du tube accélérateur. Le long de ce tube sont répartis des disques métalliques séparés par des zones isolantes (céramique). Ces disques équipotentiels ont notamment pour fonction d'assurer un bon guidage du faisceau (focalisation).

Les possibilités en énergie d'un tel accélérateur sont limitées par la tension positive que peut supporter le terminal. Afin de diminuer les risques de claquage, le système d'accélération est placé dans une enceinte pressurisée remplie d'un gaz électronégatif, par exemple l'hexafluorure de soufre SF_6 sous une pression de l'ordre de 7,5 atmosphères; ce gaz piège les électrons susceptibles d'être produits dans le milieu et empêche le développement d'avalanches qui pourraient provoquer un claquage. Avec un tel dispositif, on peut atteindre une tension de 14 MV au terminal : un ion oxygène ayant perdu 6 électrons par épluchage est alors accéléré à une énergie de 98 MeV. Des améliorations technologiques, portant notamment sur le remplacement du système de charge avec courroie, devraient, dans un proche avenir, permettre d'obtenir des tensions plus élevées ($\geqslant$ 20 MV).

Au terme de l'accélération, le faisceau est défléchi par un aimant d'analyse qui possède une double fonction : il élimine les particules produites après épluchage avec un état de charge différent de celui que l'on désire garder; il est exploité pour stabiliser l'énergie du faisceau. Après déflexion, celui-ci passe entre les deux lèvres d'un diaphragme; si l'énergie diffère un peu de la valeur souhaitée, l'une des lèvres reçoit un excédent de courant par rapport à l'autre. Cette information est utilisée pour corriger la charge de l'électrode haute tension. On peut de cette manière stabiliser cette tension avec une précision relative de l'ordre de 10^{-4}. Cette excellente résolution en énergie fait de ce type d'accélérateurs des machines bien adaptées à une physique nucléaire de précision dans un domaine d'énergie relativement basse.

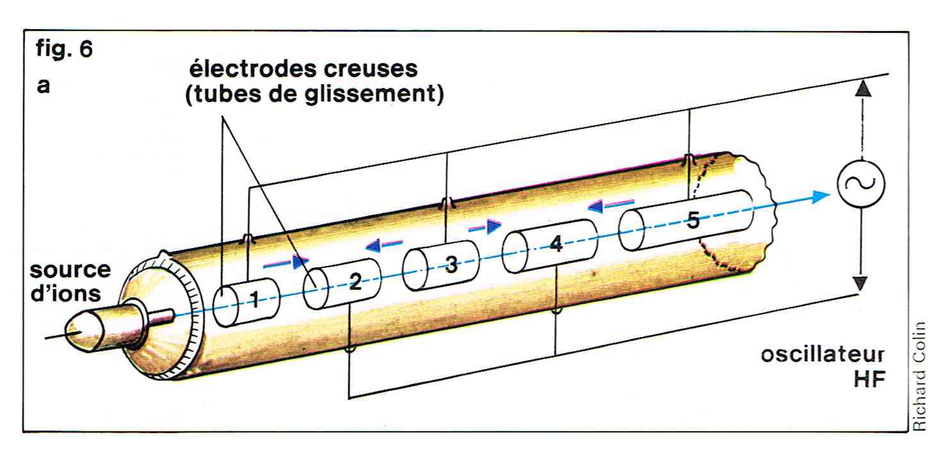
Les autres types d'accélérateurs portés sur la *figure* 2 utilisent le concept d'accélération résonnante : le champ électrique accélérateur est produit par une tension oscillant à grande fréquence, tension qui reste faible en regard de l'énergie finale communiquée aux particules. Celles-ci subissent une série d'accélérations successives et reçoivent à chaque fois un gain d'énergie :

(2) $$E_c = q \cdot V \cdot \sin \Phi$$

Dans cette expression, Φ représente le déphasage entre la tension accélératrice et la particule accélérée. La possibilité de maintenir Φ dans une plage de valeurs assez étroite autour d'une valeur moyenne Φ_0, c'est-à-dire d'assurer la stabilité en phase, explique que l'on puisse atteindre des énergies de l'ordre de la centaine de GeV avec des tensions V de quelques dizaines de kV.

Les **accélérateurs linéaires** imposent aux particules une trajectoire rectiligne. L'accélération est produite par le champ électrique longitudinal existant entre une série d'électrodes excitées à des radiofréquences. Ces accélérateurs exigent une puissance HF importante : par ailleurs, leurs dimensions varient comme la longueur d'onde de la source HF. Aussi leur apparition ne remonte-t-elle qu'aux années 1950, bien que leur principe de fonctionnement ait été bien connu dès 1930 : ils doivent beaucoup aux techniques radar dont les exigences ont nécessité la création de puissantes sources hyperfréquences sur des longueurs d'onde courtes.

◄▲ *A gauche, figure 5 : intérieur de la cuve du* tandem Empereur *d'Orsay (France) en cours de montage; on aperçoit une partie du dispositif d'accélération. En régime de fonctionnement, la cuve (longueur = 25 m, diamètre = 6 m à l'endroit de l'électrode haute tension) est remplie d'hexafluorure de soufre SF_6 sous une pression de 7,5 atmosphères. Ci-dessus, figure 4 : principe de fonctionnement du* tandem Van de Graaff *à deux étages (d'après R. J. Van de Graaff,* Nucl. Instr. Methods, *8, 195, 1960).*



▲ *Figure 6a : principe de fonctionnement de l'accélérateur linéaire à protons et à ions lourds.*

● Les *accélérateurs linéaires construits pour les protons et les ions lourds* comportent une série d'électrodes creuses (*fig.* 6a). Supposons reliées entre elles les électrodes de numéro impair d'une part, celles de numéro pair d'autre part. Si une tension alternative est appliquée entre ces deux séries, un champ électrique longitudinal alternatif apparaît dans chaque intervalle entre deux électrodes successives. Par conséquent, les particules chargées positivement peuvent être accélérées dans ces intervalles. Elles traversent l'intérieur des électrodes sans pratiquement subir de force (d'où le nom de tubes de glissement donné aux électrodes). Pour qu'à chaque passage entre deux électrodes successives il y ait accélération, il faut que la longueur des tubes de glissement soit calculée pour que la particule « voit » un champ électrique constamment accélérateur. La vitesse des particules augmentant cependant que la fréquence du champ électrique demeure constante, cette condition exige des tubes de glissement de plus en plus longs.

On peut voir ceux-ci sur la *figure* 6b qui montre l'intérieur de la cavité accélératrice d'un accélérateur à protons. La structure représentée sur cette photographie est celle le plus fréquemment adoptée : en fait, tous les tubes de glissement sont reliés à l'enceinte métallique de cuivre, qui possède un diamètre de l'ordre du mètre. L'ensemble constitue une cavité résonnante excitée à sa fréquence de fonctionnement à l'aide d'un oscillateur. Il s'établit alors un système d'ondes stationnaires qui présentent un nœud de champ électrique à l'emplacement des tubes de glissement et un ventre dans les intervalles entre électrodes. Ce champ électrique est longitudinal et fournit la force qui accélère les ions.

▼ *Figure 6b : intérieur de la cavité résonnante de l'accélérateur linéaire à protons de Berkeley (États-Unis).*



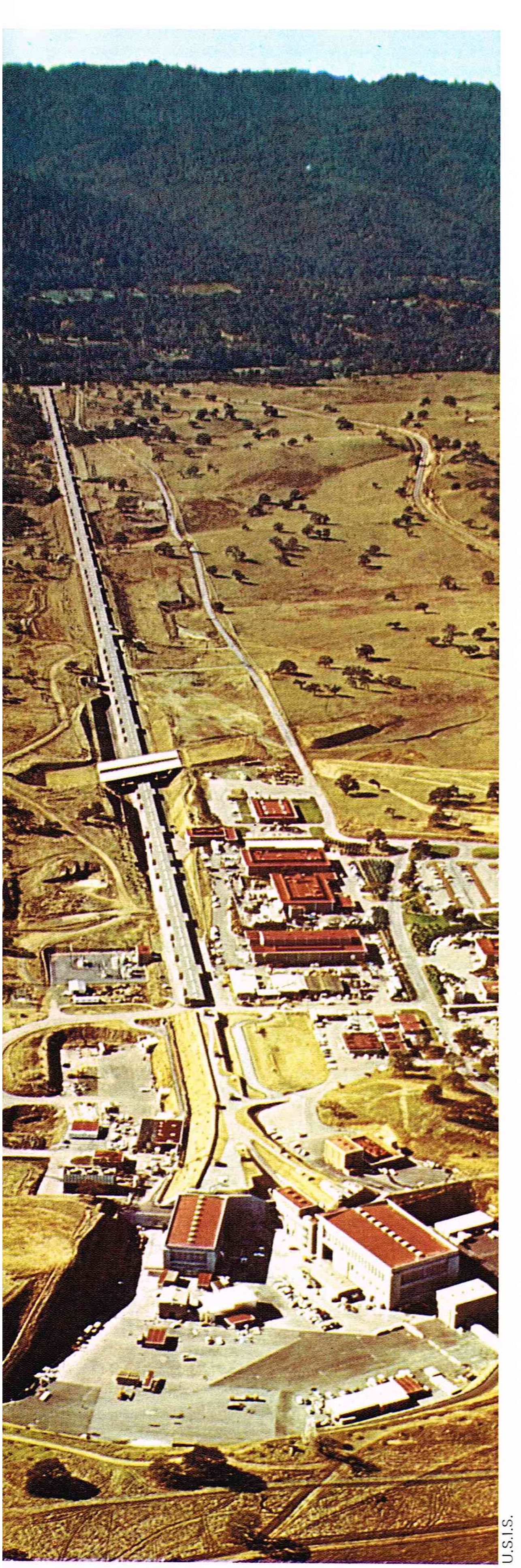
Ce type de machine est exploité pour accélérer les ions lourds à une énergie allant jusqu'à une dizaine de MeV par nucléon, et les protons à une énergie allant jusqu'à une centaine de MeV. En raison de l'excellente qualité optique du faisceau, cet accélérateur est utilisé pour préaccélérer les protons qui sont ensuite injectés dans les synchrotrons, machines circulaires permettant d'atteindre des énergies bien supérieures. Les fréquences HF utilisées s'élèvent à 20 à 100 MHz pour les ions lourds, environ 200 MHz pour les protons.

● Les *accélérateurs linéaires à électrons* communiquent à ces derniers des énergies de l'ordre du GeV ou plus. Or, la relativité nous indique qu'aucune particule ne peut se déplacer à une vitesse supérieure à celle de la lumière, qui, dans le vide, s'élève à $c = 300\,000$ km/s. Quand la vitesse v de la particule croît, il se produit une augmentation de sa masse, égale à $\frac{m_0}{\sqrt{1-\beta^2}}$ où m_0 est sa masse à vitesse nulle, et $\beta = \frac{v}{c}$. Quand v devient comparable à c, la masse croît, mais la vitesse tend vers c et ne varie que lentement. Cet effet relativiste apparaît d'autant plus vite que la masse au repos m_0 est petite. Il se manifeste à basse énergie pour l'électron, environ 1 840 fois plus léger que le proton, et, de ce fait, l'électron acquiert assez facilement une vitesse voisine de celle de la lumière. Le canon à électrons que constitue la source d'ions de l'accélérateur délivre les électrons à une énergie qui vaut couramment 50 keV ; le paramètre β vaut alors 0,4. Quand l'électron atteint une énergie de 2 MeV, on a $\beta = 0{,}98$. Dès lors, il se déplace à une vitesse pratiquement égale à celle de la lumière. Cette propriété entraîne une simplification de la structure accélératrice : celle-ci est constituée d'une cavité cylindrique qui se comporte comme un guide d'onde dans lequel se propage une onde longitudinale. Elle accélère l'électron si elle progresse à la même vitesse que lui. Or, dans un guide d'onde cylindrique, la vitesse de phase de l'onde est supérieure à c. Afin d'obtenir l'égalité entre vitesse de phase de l'onde et vitesse de l'électron, on découpe le tube d'accélération en cellules voisines séparées par des diaphragmes appelés iris, qui ont pour but de diminuer la vitesse de phase. L'intervalle entre ces iris décroît progressivement en début d'accélération, tant que la vitesse de l'électron croît. Puis il demeure constant dès que v devient pratiquement égal à c. La majeure partie de la puissance émise est dissipée dans le guide d'onde. De ce fait, l'énergie est injectée en plusieurs points de l'accélérateur par une série de klystrons dont la phase est synchronisée à celle d'un émetteur principal.

La fréquence d'émission est voisine de 3 000 MHz. Cette valeur conduit à des guides d'onde d'environ 10 cm de diamètre. Le champ électrique accélérateur possède une amplitude de l'ordre de 10 MV/m, ce qui correspond à une longueur du tube d'accélération de 100 m par GeV d'énergie fournie à l'électron.

La photographie de la *figure* 7 montre une vue aérienne du laboratoire de Stanford (États-Unis). On y distingue la construction entourant le tube de l'accélérateur long de 3 km, qui communique aux électrons une énergie finale de 20 GeV, ce qui est en fait, de loin, la machine la plus performante, de ce seul point de vue. L'obtention du champ électrique mentionné ci-dessus nécessite une dépense d'énergie de l'ordre de 1 MW/m. De ce fait, et pour que la puissance moyenne consommée ne soit pas prohibitive, ces machines fonctionnent en régime pulsé : ainsi, dans l'accélérateur de Stanford, la puissance maximale de 13 000 MW n'est dissipée que pendant un peu moins de 1 millième du temps de fonctionnement total, à raison d'impulsions de 2 millioniènes de seconde se répétant 360 fois par seconde. L'intensité du faisceau peut atteindre 30 μA, ce qui correspond à $1{,}8 \times 10^{14}$ électrons par seconde.

Compte tenu de la puissance dissipée par ce type de machine, il serait particulièrement intéressant de construire un accélérateur linéaire supraconducteur. L'emploi de cavités supraconductrices refroidies à l'hélium permettrait d'obtenir une répartition uniforme des particules dans le temps, et de construire un appareil plus compact par l'emploi de champs accélérateurs plus élevés. Des développements technologiques sont poussés dans plusieurs centres, et une maquette fonctionne déjà à Stanford.



U.S.I.S.

◀ *Figure 7 :* ***vue aérienne du laboratoire de Stanford (États-Unis) et de l'accélérateur linéaire à électrons,*** *long de 3 km,* ***qui communique aux électrons une énergie finale de 20 GeV.***

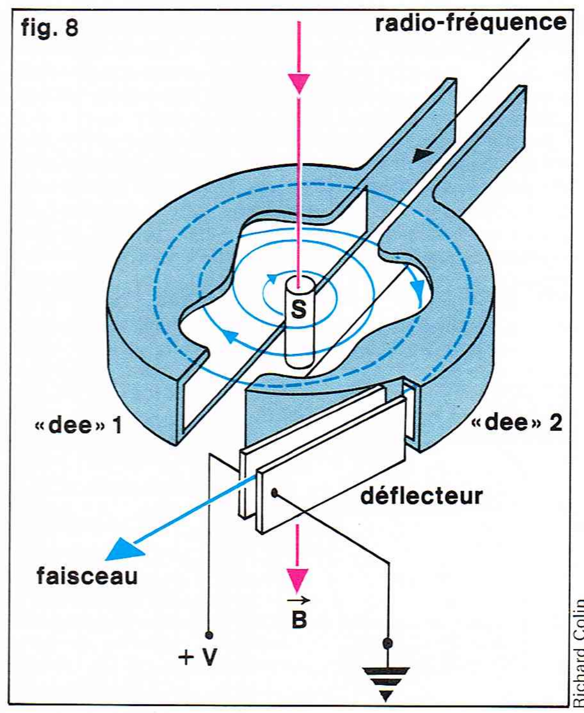
Le **cyclotron,** conçu par Lawrence et Livingston en 1932, constitue l'un des plus anciens outils du physicien nucléaire : le premier accélérateur performant fondé sur l'accélération résonnante. La *figure* 8 permet d'en comprendre le principe de fonctionnement. Dans une chambre d'accélération, sous vide, deux électrodes en forme de D (d'où leur nom « dees ») constituent l'extrémité d'une ligne haute fréquence excitée de façon qu'entre les dees soit créée une tension sinusoïdale de fréquence constante f_{HF} (de l'ordre de la dizaine de MHz). Ces électrodes métalliques sont creuses, de sorte qu'en leur sein le champ électrique est nul. La tension sinusoïdale existant dans l'espace entre les deux dees crée en cette région un champ électrique sinusoïdal de même fréquence. Les ions, portant une charge positive q et issus d'une source d'ions placée au centre de l'accélérateur, traversent plusieurs fois l'espace inter-dees, de façon qu'à chaque passage ils y soient accélérés par le champ électrique et voient leur énergie cinétique augmenter d'une quantité dont rend compte la formule **(2).** Un champ magnétique a pour but de courber la trajectoire des particules et de les obliger à passer dans la zone d'accélération. A cet effet, la chambre d'accélération est placée entre les pôles d'un gros électro-aimant. Celui-ci produit un champ d'induction magnétique B uniforme, perpendiculaire au plan médian horizontal de l'accélérateur qui contient la trajectoire de la particule. Ce champ B ($\mathrm{B} \simeq 1{,}5$ tesla $= 15\,000$ gauss) crée une force, connue sous le nom de force de Laplace, située dans ce plan médian, perpendiculaire à la trajectoire et de module $qv\mathrm{B}$. Elle courbe la trajectoire en un cercle de rayon :

(3)
$$\mathrm{R} = \frac{mv}{q\mathrm{B}}$$

où m et v représentent la masse et la vitesse de l'ion. La fréquence de révolution de la particule sur cette orbite circulaire est donnée par :

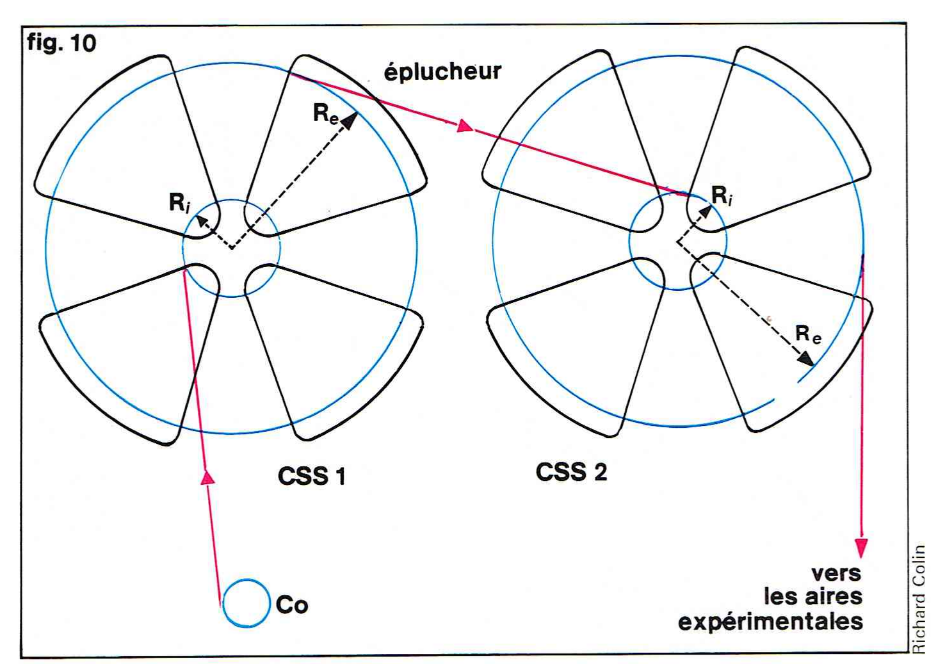
(4)
$$f = \frac{v}{2\,\pi\mathrm{R}} = \frac{q\mathrm{B}}{2\,\pi m}$$

Elle est indépendante du rayon de la trajectoire et de la vitesse du projectile. Cette propriété permet l'accélération résonnante : il suffit que l'on ait $f_{\mathrm{HF}} = f$ pour qu'à chaque passage entre les dees l'ion « voit » un champ électrique accélérateur et gagne de l'énergie. Sa trajectoire comporte alors une succession de demi-cercles de rayon de plus en plus grand. Au terme de l'accélération, le faisceau est extrait de la zone de champ magnétique grâce à un champ électrostatique appliqué entre deux électrodes de déflexion. Puis il est conduit sous vide par guidage électromagnétique jusqu'à l'aire expérimentale.



Richard Colin

◀ *Figure 8 :* ***principe de fonctionnement du cyclotron ;*** *les particules issues de la source* ***S*** *sont accélérées à chaque passage entre les « dees » ; le champ d'induction magnétique* $\vec{\mathrm{B}}$ *(représenté seulement au centre) incurve la trajectoire des particules.*



▲ *Figure 10 : schéma de l'ensemble GANIL, conçu pour accélérer tous les ions lourds depuis le carbone (à une énergie maximale de 100 MeV par nucléon) jusqu'à l'uranium (à une énergie maximale de 8 MeV par nucléon) [d'après M. Lefort, la Recherche, n° 61, p. 967, 1975].*

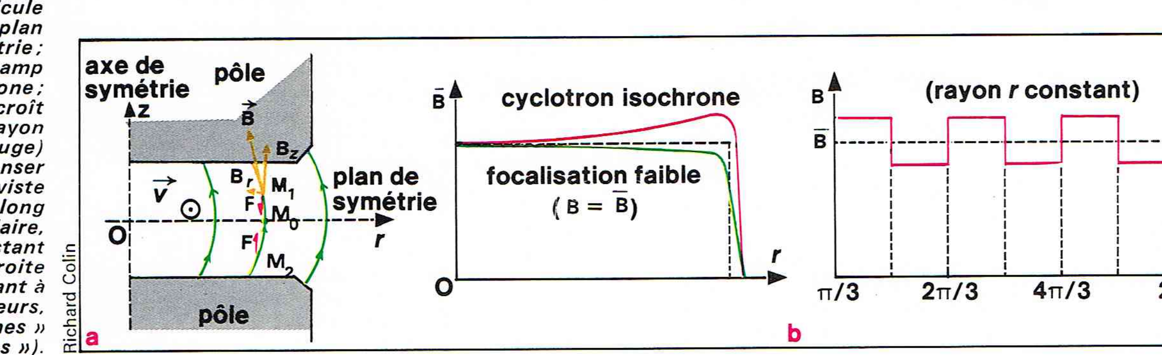
Sur la *figure* 8 est schématisée la trajectoire idéale de la particule accélérée. En fait, la trajectoire réelle peut s'en écarter quelque peu, pourvu qu'on ait donné au champ magnétique une structure telle qu'il existe des forces de rappel : la particule oscille alors autour de la trajectoire moyenne, mais la stabilité dans l'espace du faisceau est assurée. Ce problème du guidage du faisceau au cours de l'accélération est important pour toutes les machines. Dans les premiers cyclotrons, dits à *focalisation faible*, le champ magnétique présente la symétrie de révolution autour de l'axe vertical de la machine, et son module décroît légèrement quand le rayon de la trajectoire augmente. On voit qualitativement sur la *figure* 9a que cette structure entraîne la présence d'une force de rappel sur une particule qui s'écarte du plan médian. Pourvu que la décroissance de B avec R soit assez lente, on peut aussi assurer la focalisation dans le plan horizontal. Cette méthode de focalisation faible limite à environ 20 MeV l'énergie que l'on peut communiquer à un proton : le rayon de la trajectoire augmentant avec la vitesse de l'ion, celui-ci rencontre un champ magnétique de plus en plus faible. Dans le même temps, sa masse croît, comme l'indique la Relativité. Ces deux raisons entraînent une diminution de la fréquence de révolution [voir formule **(4)**]. Dès lors, il n'y a plus synchronisme entre champ accélérateur et particule ; celle-ci prend un retard de plus en plus grand par rapport au champ. La phase Φ qui figure dans la formule **(2)** croît ; lorsqu'elle vaut π, il n'y a plus accélération.

A partir des années 1950 ont été réalisés des cyclotrons, dits *isochrones*, permettant d'atteindre des énergies plus grandes (quelques centaines de MeV). Le principe de fonctionnement demeure le même, mais la structure du champ magnétique est différente (*fig.* 9b). Le champ moyen croît avec le rayon de la trajectoire de manière à conserver constant le rapport $\frac{B}{m}$ et garder l'isochronisme entre le mouvement de rotation de la particule et le champ accélérateur. Si le champ magnétique présentait la symétrie de révolution, il serait défocalisant verticalement et le faisceau éclaterait. Un champ à secteur permet d'éviter cet effet : le long d'un cercle de rayon donné le champ est tantôt plus fort, tantôt plus faible que la valeur moyenne (*fig.* 9b). On montre que cette structure (obtenue en plaçant des morceaux de fer — ou *shims* — sur les pôles de l'électro-aimant) assure la focalisation verticale. La plupart des accélérateurs construits dans le domaine d'énergie de l'ordre de la centaine de MeV utilisent ce procédé de focalisation. Ils permettent notamment d'obtenir une plus grande intensité que les synchrocyclotrons, premier type de machine conçue pour dépasser la limite d'énergie des cyclotrons à focalisation faible.

Une nouvelle génération de cyclotrons voit le jour actuellement, les *cyclotrons isochrones à secteurs séparés*. Ils comportent des secteurs à champ magnétique intense (B $\simeq$ 1,6 tesla = 16 000 gauss) séparés de secteurs sans champ. Ils sont, de ce fait, plus volumineux que les cyclotrons compacts traditionnels, mais les zones sans champ situées entre les aimants offrent plusieurs avantages : on peut y placer le ou les dispositifs haute fréquence, de même que le système d'extraction ; la source d'ions peut, elle aussi, se trouver hors des aimants. En particulier, pour un ensemble comprenant plus d'un accélérateur, cette structure se prête bien à l'injection du faisceau issu d'une autre machine. La *figure* 10 montre le plan très schématique d'un ensemble appelé GANIL (Grand Accélérateur national à ions lourds) conçu en France pour accélérer des ions lourds, et comportant deux cyclotrons à secteurs séparés. Sa réalisation commence actuellement, et il devrait être opérationnel vers 1980. Il comporte trois accélérateurs couplés en série. Les ions, préaccélérés par un cyclotron compact C_0 sont injectés dans un premier cyclotron à secteurs séparés CSS_1. Celui-ci leur communique une énergie suffisante pour que, par traversée d'une mince couche d'épluchage, leur état de charge soit multiplié par 4 (par exemple, l'ion Ar^{4+} devient Ar^{16+}, l'ion U^{8+} devient U^{32+}). Cet ion très chargé est alors injecté dans le second cyclotron à secteurs séparés CSS_2 où il est à nouveau accéléré. Chacun des deux CSS comporte 4 secteurs. Le rayon d'injection a été fixé à R_i = 0,75 m, celui d'extraction à R_e = 4 R_i = 3 m. Un gain d'énergie d'un facteur 16 sera ainsi obtenu dans chacun des deux accélérateurs.

Le **synchrocyclotron** est de conception très semblable à celle du cyclotron. Il comporte les mêmes éléments. Le champ magnétique possède la même structure que dans le cyclotron à focalisation faible ; il décroît donc quand le rayon de la trajectoire augmente.. De ce fait, la fréquence de révolution f de l'ion accéléré décroît quand il acquiert de l'énergie. A la différence du cyclotron dans lequel la fréquence du champ accélérateur f_{HF} est constante, celle du synchrocyclotron est modulée. Il est possible de la faire varier sinusoïdalement grâce à un condensateur variable inclus dans le dispositif HF. L'accélération des particules s'effectue pendant les intervalles de temps correspondant à la diminution de f_{HF}, ce qui permet de respecter la condition d'isochronisme $f_{HF} = f$.

A titre d'exemple, dans le synchrocyclotron d'Orsay, capable d'accélérer des protons à une énergie de 160 MeV, f_{HF} est modulée entre 25 MHz et 20 MHz, à raison de 450 modulations par seconde. La *figure* 11 montre une vue du synchrocyclotron de 600 MeV du CERN.



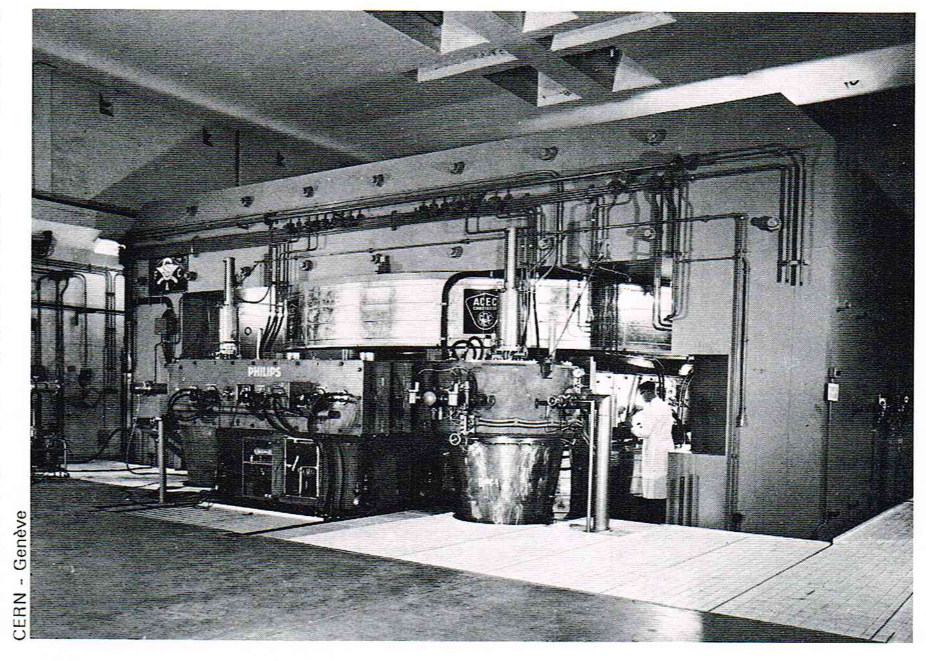
► *Figure 9 : focalisation dans le cyclotron ; a, la forme en « barillet » des lignes de champ correspondant à la focalisation faible fait apparaître une force de rappel lorsque la particule s'écarte du plan de symétrie ; b, carte de champ du cyclotron isochrone ; le champ moyen croît avec le rayon (courbe de gauche en rouge) pour compenser la variation relativiste de la masse ; le long d'une trajectoire circulaire, le champ n'est plus constant (courbe de droite correspondant à un cyclotron à trois secteurs, avec trois « collines » et trois « vallées »).*

Le **synchrotron** est une machine circulaire conçue pour porter les protons à une énergie cinétique supérieure au GeV, correspondant au domaine d'étude des particules élémentaires. Plusieurs synchrotrons ont été également construits pour accélérer les électrons jusqu'à une dizaine de GeV (*fig.* 2).

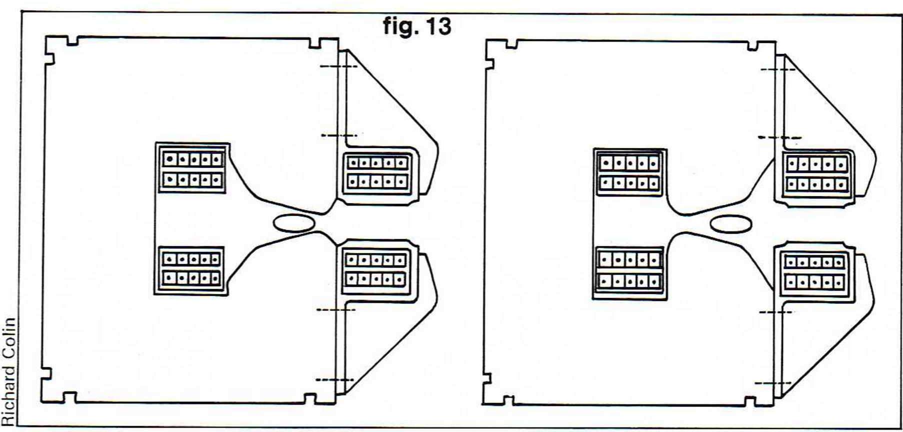
Le rayon de courbure de la trajectoire circulaire d'un proton de 300 GeV (performance maintenant réalisée) dans un champ d'induction magnétique de 1,6 tesla serait de 625 m. On ne peut évidemment envisager de construire un cyclotron ou un synchrocyclotron possédant un électro-aimant de telles dimensions. Dans un synchrotron, l'accélération s'effectue sur une trajectoire de rayon constant. Des électro-aimants disposés le long de ce parcours guident le faisceau ; celui-ci passe fréquemment entre des électrodes accélératrices où il accroît à chaque fois son énergie. Un tel processus devient possible à condition que le champ magnétique B et la fréquence du champ accélérateur f_{HF} soient simultanément modulés pendant l'accélération.

La *figure* 12 illustre la programmation de ces grandeurs correspondant aux premières années de fonctionnement du synchrotron construit au CERN (Centre européen de recherche nucléaire) à Genève, et qui accélère les protons à une énergie de 28 GeV. D'abord accélérés par un accélérateur linéaire qui leur communique une énergie de 50 MeV, les protons sont injectés sur l'orbite du synchrotron de 200 m de diamètre. Le champ magnétique à ce stade de l'accélération n'est que de 148 gauss. Le long de la trajectoire sont réparties 14 cavités accélératrices qui, à chaque tour, augmentent de 54 keV l'énergie des protons. La fréquence f_{HF} de ces cavités est 20 fois plus grande que la fréquence de rotation des particules (harmonique 20) ; on peut de la sorte accélérer simultanément 20 paquets de protons répartis le long de la trajectoire et comprenant chacun 10^{11} projectiles. La courbe de la *figure* 12a indique que la fréquence f_{HF} est modulée entre 2,9 et 9,55 MHz, cependant qu'en fin d'accélération le champ magnétique a atteint la valeur de 14 000 gauss. Le cycle de fonctionnement de la machine est typiquement de 2,4 s.

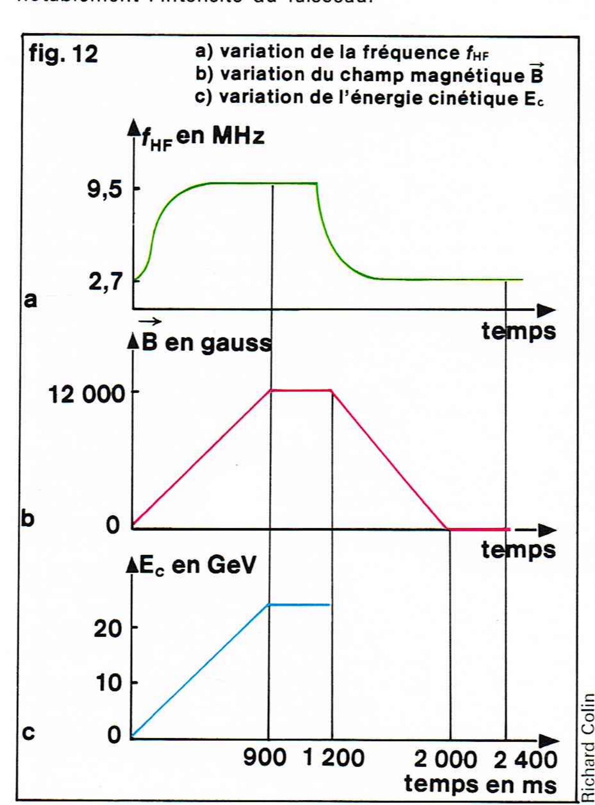
Depuis 1972, les protons sont injectés dans le synchrotron principal à une énergie de 1 GeV, acquise grâce à un accélérateur intermédiaire, le « booster » (ou lanceur) dans lequel les protons pénètrent après accélération par le linéaire. C'est un plus petit synchrotron, constitué de 4 anneaux superposés, qui a été rajouté pour améliorer notablement l'intensité du faisceau.



CERN - Genève



Richard Colin

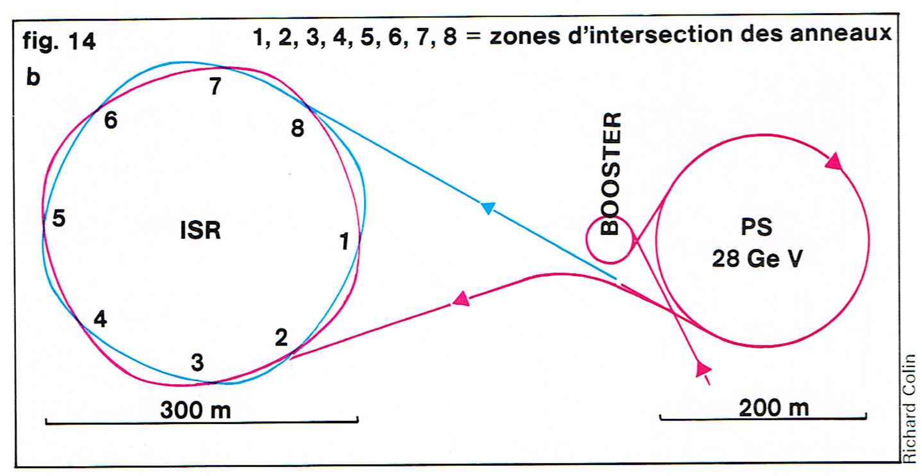


Richard Colin

Pendant leur accélération, les protons parcourent près de 300 000 km et traversent successivement trois machines. Il est remarquable que, sur cette énorme distance, ils ne s'éloignent jamais de plus de quelques centimètres de la trajectoire moyenne. Cette étonnante précision dans le contrôle du parcours permet de les accélérer dans une chambre de dimensions réduites et limite en conséquence la taille des électro-aimants (au CERN, la chambre d'accélération, dans laquelle règne un vide de 2×10^{-6} torr, a une section elliptique de $14{,}5 \times 7$ cm). Cette parfaite maîtrise des trajectoires a été rendue possible par la découverte, en 1950, d'un nouveau procédé de focalisation dit : *focalisation forte ou à gradients alternés*. La *figure* 13 permet d'en comprendre le principe. Elle montre la coupe de deux électro-aimants successifs disposés le long de la trajectoire. L'ellipse est une coupe de la chambre d'accélération que le proton parcourt de l'arrière vers l'avant du dessin, le centre de la trajectoire étant vers la gauche. Sur la trajectoire moyenne, le champ est vertical ascendant. Dans l'électro-aimant de gauche, en raison de la forme donnée aux pièces polaires, le champ magnétique croît en même temps que le rayon de l'orbite. Une particule s'écartant du plan moyen horizontal subit une force qui tend à accentuer l'écart : cet aimant est défocalisant pour les mouvements verticaux. L'effet est inverse dans l'aimant de droite. Ainsi le proton traverse une succession d'aimants qui, pour les mouvements verticaux, sont alternativement focalisants et défocalisants. Il en est de même pour les oscillations dans le plan horizontal autour de la trajectoire moyenne. On montre que l'ensemble est focalisant dans les deux directions. La variation du champ en fonction du rayon (ou encore son gradient) étant importante, il en résulte des oscillations rapides autour de l'axe de la chambre (un

▲ *En haut, figure 11 : une vue du synchrocyclotron de 600 MeV du CERN (Genève). La culasse de l'aimant mesure 11 m × 6,5 m × 6 m ; les pièces polaires ont un diamètre de 5 m ; on aperçoit la bobine d'excitation supérieure mais la bobine inférieure est masquée par le dispositif haute fréquence et par une pompe à diffusion (à droite).*
Ci-dessus, figure 13 : profil de deux aimants consécutifs ; dans le synchrocyclotron du CERN, le long de l'orbite, cent aimants sont disposés ; chacun d'eux pèse 32 tonnes. Leur position est définie avec une tolérance de 0,3 mm verticalement et 0,6 mm horizontalement ; près de la trajectoire des protons, le module du champ varie de 4,4 % par centimètre.

◀ *Figure 12 : exemple de variation de trois paramètres en fonction du temps dans le cas du synchrotron du CERN à Genève.*



▲ *Figure 14*b *: schéma de l'implantation des accélérateurs et des anneaux de stockage du* CERN. *Le schéma ne comporte pas le super-synchrotron de 400 GeV en cours de construction.*

▼ *Figure 14*a *: vue aérienne du* CERN *; vers le centre de l'ensemble, on distingue la partie supérieure du tunnel abritant le synchrotron, et vers la gauche, la partie supérieure du tunnel des anneaux de stockage (*ISR *ou Intersection Storage Ring).*



peu plus de 6 oscillations par tour au CERN) ; mais l'amplitude de ces mouvements est faible. Pour chiffrer le gain apporté par cette focalisation, il suffit de comparer sur le *tableau* I les dimensions de la chambre d'accélération et le poids des aimants de l'accélérateur de Dubna (U. R. S. S.) utilisant, comme les premiers synchrotrons, la focalisation faible, et du synchrotron de Brookhaven (États-Unis) aux caractéristiques comparables à la machine du CERN.

Le gigantisme de ces installations (le diamètre du nouvel accélérateur de Batavia est voisin de celui de la machine en construction au CERN : 2,2 km) explique leur faible nombre, ainsi que le mode de travail des chercheurs qui se regroupent en équipes internationales pour réaliser des expériences à l'aide des faisceaux ainsi obtenus.

Les **anneaux de collision** ont fait leur apparition vers 1969 à Stanford (États-Unis), et peu après à Novosibirsk (U. R. S. S.). Ce type de machine permet de réaliser une collision de plein fouet entre deux particules circulant en sens inverse. Dans une telle interaction, l'énergie disponible est beaucoup plus grande que dans un choc entre un projectile et une particule au repos emprisonnée dans une cible. Dans ce dernier cas, une grande partie de l'énergie du système en interaction correspond à l'entraînement de l'ensemble qui se déplace globalement avant, pendant et après l'interaction : son centre de gravité conserve une vitesse constante. Dans le cas où deux particules de même masse et de même énergie se heurtent frontalement, le centre de gravité du système qu'elles constituent est au repos par rapport au laboratoire. Il n'y a pas dans ce cas d'entraînement global ; dès lors, la somme des énergies de chacune des particules est mise en jeu dans l'interaction. Ainsi, lorsqu'un proton de 28 GeV interagit avec un proton au repos, l'énergie « utile » n'est que de 7 GeV environ ; elle s'élève à peine à 19 GeV si l'énergie du projectile est portée à 200 GeV. Dans une collision frontale entre deux protons de même vitesse, l'énergie « utile » devient 56 GeV dans le premier cas, 400 GeV dans le second. L'accélérateur équivalent (qui donnerait la même énergie utile dans un choc d'un projectile sur une cible au repos) devrait fournir une énergie de 1 700 GeV dans le premier cas et de 80 000 GeV dans le second. Ce gain en énergie est plus important encore avec des électrons : des anneaux de collision entre électrons de 3 GeV équivalent à un accélérateur de 36 000 GeV.

La *figure* 14 montre l'implantation des anneaux de collision protons-protons du CERN. Ils comportent deux chambres toriques dans lesquelles sont injectées les particules issues du synchrotron. Les interactions entre ces particules sont observées aux zones d'intersection des anneaux (au nombre de 8 dans le cas du CERN). Lorsque les particules sont de même masse mais de charges opposées (électrons-positons), les deux faisceaux sont injectés dans la même chambre qu'ils parcourent en sens inverse. Comme dans le synchrotron, le guidage est assuré par des aimants. Un inconvénient de cette méthode réside dans le faible nombre d'interactions observables. Ceci provient de la densité de particules, beaucoup plus faible dans un faisceau que dans une cible. Pour que ce nombre d'interactions soit raisonnable, il est nécessaire que les faisceaux possèdent une grande intensité : des valeurs de l'ordre de l'ampère sont obtenues.

Les faisceaux stockés dans les anneaux sont d'autant plus intéressants que leur durée de vie est grande. Celle-ci est limitée par les collisions des particules des faisceaux avec les molécules du gaz résiduel. Diminuer celles-ci exige un vide très poussé, de l'ordre de 10^{-9} torr ; on l'améliore encore dans les zones d'interaction ($\sim 10^{-10}$ torr), de manière que ces chocs parasites perturbent au minimum les interactions que l'on désire étudier. Avec de telles valeurs du vide, l'intensité des faisceaux de protons stockés dans les anneaux du CERN diminue d'un facteur 2 en 20 heures. Notons que, dans ce dispositif, l'angle des faisceaux à l'intersection est de 15° ; le choc n'est donc pas exactement frontal. Mais la vitesse du centre de gravité des deux protons est faible devant la vitesse de chacun d'eux, et le gain en énergie demeure très substantiel.

Ce gain spectaculaire en énergie apporté par les anneaux de collision ne rend pas caducs les accélérateurs classiques. En effet, outre le taux plus faible d'interactions

mentionné précédemment, on ne peut stocker que des particules stables (protons, électrons). Les expériences mettant en jeu d'autres types de projectiles supposent la préparation de faisceaux secondaires auprès d'accélérateurs. C'est pourquoi la construction de deux synchrotrons de très grande énergie a été récemment menée à bien en même temps que la réalisation de plusieurs dispositifs d'anneaux de collision. On envisage déjà, sur les deux machines de Batavia et du CERN, en disposant des aimants supraconducteurs le long de l'anneau d'accélération, de porter l'énergie des protons à 1 000 GeV.

Les *tableaux* II et III présentent les principaux types d'accélérateurs et leurs caractéristiques.

Systèmes de détection

Étudier une interaction nucléaire entre un projectile et un noyau cible, ou entre deux particules circulant dans des anneaux de collision, nécessite l'identification des produits de la réaction et la mesure de leurs caractéristiques (énergie, angle d'émission, instant d'émission par rapport à l'interaction...). Du nombre et de la précision des grandeurs que l'on peut mesurer dépend la richesse des informations obtenues sur le système étudié.

Une large gamme de détecteurs a été réalisée pour parvenir à ces fins. Un détecteur est, *a priori*, un morceau de matière dans lequel le projectile auquel on s'intéresse interagit et abandonne tout ou partie de son énergie. Les phénomènes ainsi provoqués sont mis à profit pour obtenir des renseignements sur la particule. Le processus le plus fréquent intervenant avec les particules chargées consiste en une *ionisation* des atomes ou molécules du milieu détecteur : des électrons sont arrachés, et l'on produit ainsi des charges positives et négatives. Ces charges peuvent être exploitées de diverses manières.

— Leur collection (avec ou sans amplification) que l'on peut réaliser en des temps très brefs ($\sim$ un milliardième à un millionième de seconde) fournit un signal électrique, ou impulsion, qui est le support de ces informations et qu'une électronique appropriée permet de décoder.

Tableau I

Comparaison entre les accélérateurs de Dubna et de Brookhaven

	Dubna (U. R. S. S.)	Brookhaven (États-Unis)
Focalisation	Faible	Forte
Énergie maximale des protons	10 GeV	33 Gev
Rayon moyen de l'orbite	30,5 m	128 m
Champ maximum sur l'orbite	1,3 tesla	1,3 tesla
Section de la chambre d'accélération	150 × 40 cm	18 × 8 cm
Poids total des aimants	35 000 t	4 000 t

▲ ***Tableau I** : principales caractéristiques des accélérateurs de Dubna (U. R. S. S.) et de Brookhaven (États-Unis).*

— Une autre voie consiste à visualiser par certains phénomènes secondaires la trajectoire des particules. On a alors la possibilité de photographier ces parcours. Toute l'histoire d'une interaction peut ainsi être « enfermée » dans un cliché et reconstituée *a posteriori*.

Un détecteur peut renseigner de manière précise sur l'*énergie* de la particule, sur l'*instant* de la détection (mesuré par rapport à l'instant de détection d'autres particules ou celui où s'est produite la réaction étudiée), et dans quelques cas sur l'*endroit* où la particule a été détectée. Dans le cas de particules chargées, on peut aussi mesurer l'*impulsion* en les défléchissant à l'aide d'un champ magnétique, comme le montre la formule **(3)**. La réalisation des systèmes de détection fait appel à tous les domaines de la physique (électronique, physique des solides, des plasmas...). Les multiples besoins des nombreuses expériences menées à bien ont conduit à une variété extrêmement riche de réalisations. Il ne saurait être

▼ ***A gauche, tableau II** : les principaux accélérateurs à moyenne énergie.*
***A droite, tableau III** : les principaux accélérateurs à grande énergie.*

Tableau II

Les principaux accélérateurs à moyenne énergie

Il existe 12 tandems Van de Graaff du type Empereur, dont la tension au terminal peut atteindre 14 MeV. Deux sont en France (Orsay, Strasbourg).

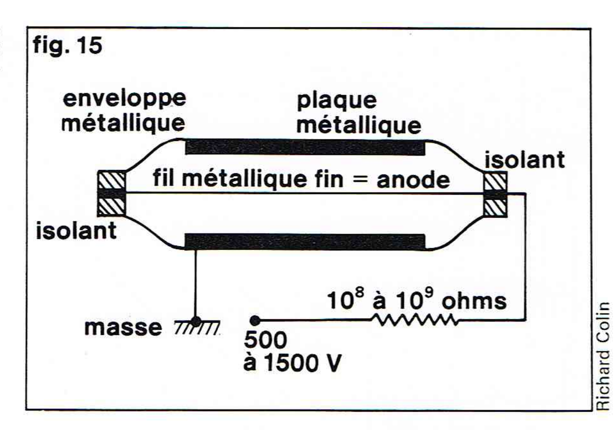
	Lieu	Ions	Énergie maximale	Mise en service
Accélérateurs linéaires	Berkeley (États-Unis)	Ions lourds	9 MeV par nucléon	1974
	Darmstadt (R.F.A.)	Ions lourds	10 à 15 MeV par nucléon	1976
	Los Alamos (États-Unis)	Protons Pions	800 MeV	1974
Cyclotrons isochrones	Plusieurs machines pouvant accélérer des protons jusqu'à une centaine de MeV, dont un cyclotron en France (Grenoble) : protons et ions lourds jusqu'au néon. Ensemble *Alice* (Orsay-France) : accélérateur linéaire injectant dans cyclotron isochrone. Ions lourds, du carbone au krypton.			
Cyclotrons à secteurs séparés	Maryland (États-Unis)	Protons	140 MeV	1969
	Vancouver (Canada)	Protons	550 MeV	1974
	Zurich (Suisse)	Protons	585 MeV	1974
	Indiana (États-Unis)	Protons	200 MeV	1974
Synchro-cyclotrons	Orsay (France)	Protons d, α, ^{3}He	200 MeV	1958 Rénové 1977
	Dubna (U.R.S.S.)	Protons	700 MeV	Rénové 1975
	Columbia (États-Unis)	Protons	550 MeV	Rénové 1974
	CERN (Genève)	Protons	600 MeV	Rénové 1974
	Gatchina (U.R.S.S.)	Protons	1 GeV	1969

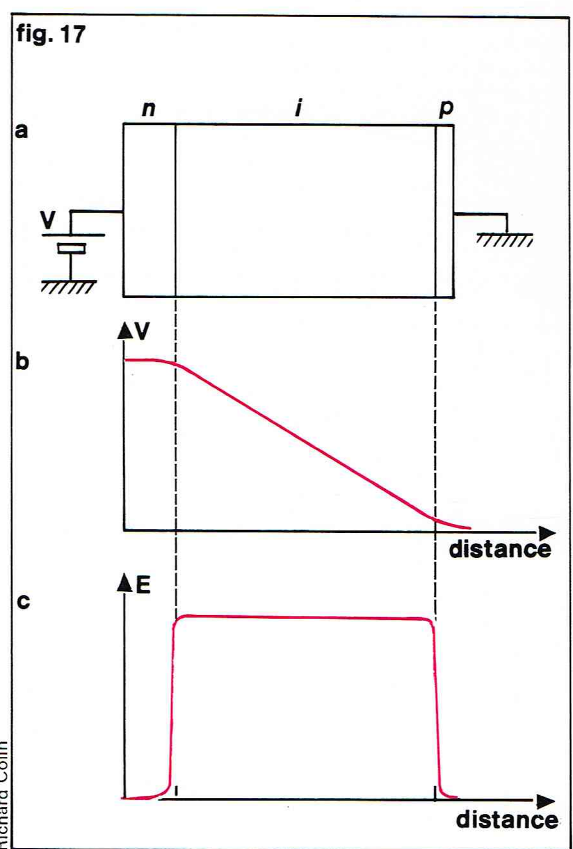
Tableau III

Les principaux accélérateurs à haute énergie

	Lieu [*nom de l'accélérateur*]	Énergie maximale en GeV	Mise en service
Synchrotrons à protons	Saclay (France) [*Saturne*]	3	1958 Rénové 1977
	Berkeley (États-Unis) [*Bevatron*]	6	1955
	Dubna (U.R.S.S.)	10	1957
	Argonne (États-Unis)	12,5	1963
	CERN I (Genève) [*PS*]	28	1959
	Brookhaven (États-Unis)	33	1960
	Serpoukov (U.R.S.S.)	76	1967
	Batavia (États-Unis)	200-500	1972
	CERN II (Genève) [*SPS*]	200-500	1976
Synchrotrons à électrons	Daresbury (Grande-Bretagne) [*Nina*]	5	1966
	Erevan (U.R.S.S.) [*Arus*]	6	1967
	Hambourg (R.F.A.) [*Desy*]	7	1964
	Cambridge (États-Unis)	7	1962
	Cornell (États-Unis)	10	1967
Accélérateurs	Orsay (France)	2,3	1961
	Saclay (France)	0,6	1969
	D'autres accélérateurs existent avec une énergie inférieure à 3 GeV		
	Stanford (États-Unis)	21	1966
Anneaux de collision (énergie des faisceaux supérieure à 1 GeV)	Frascati (Italie) [*ADONE*]	2 × 1,5 (e^{-}-e^{+})	1969
	Cambridge (États-Unis) [*CEAB*]	2 × 3 (e^{-}-e^{+})	1972
	Stanford (États-Unis) [*SPEAR*]	2 × 2,5 (e^{-}-e^{+})	1972
	Hambourg (R.F.A.) [*DORIS*]	2 × 3 (e^{-}-e^{+})	1974
	Novosibirsk (U.R.S.S.) [*VEPP 3*]	2 × 3 (e^{-}-e^{+})	1972
	Novosibirsk (U.R.S.S.) [*VEPP 4*]	2 × 7 (e^{-}-e^{+})	1978 ?
	Orsay (France) [*DCI*]	2 × 1,8 (e^{-}-e^{+})	1976
	CERN (Genève) [*ISR*]	2 × 20 (p-p)	1971

▶ *Figure 15 : schéma simplifié d'un* compteur proportionnel.





▶ *Figure 17 : a, schéma de principe d'un détecteur à semi-conducteur ; b, répartition du potentiel dans le cristal ; c, répartition du champ électrique dans le cristal.*

question d'en effectuer une revue complète dans ces quelques pages. Seul, le principe de fonctionnement des dispositifs les plus employés sera esquissé. Plusieurs techniques ne seront pas évoquées, comme la méthode de séparation de masse en ligne qui a été à l'origine de nombreux résultats concernant des noyaux éloignés de la zone de stabilité.

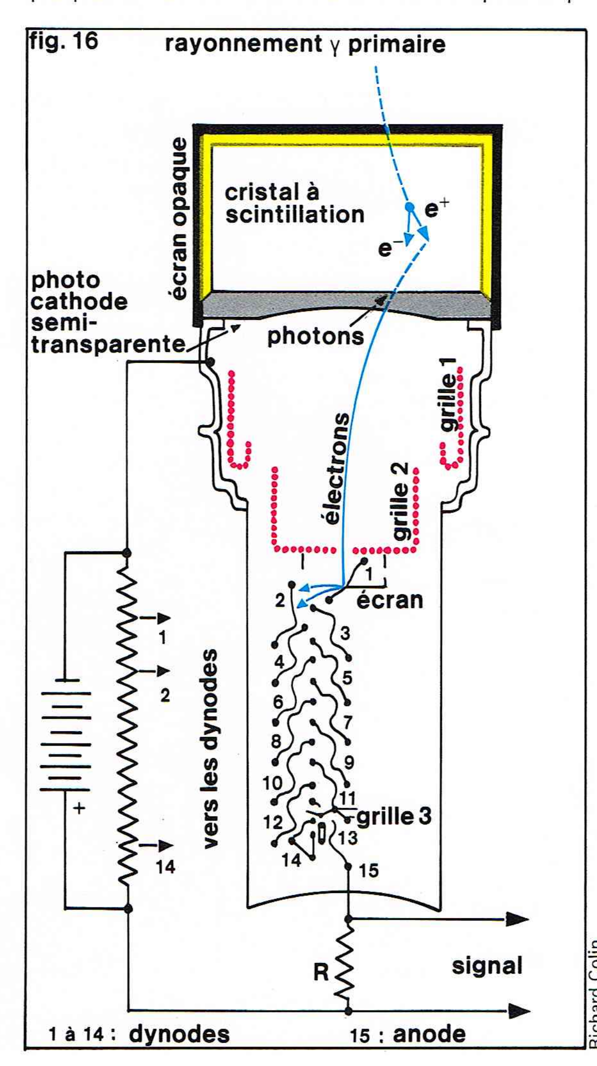
Quelques compteurs

● Les *compteurs à gaz* sont parmi les plus anciens détecteurs. Ils comportent deux électrodes situées dans un milieu gazeux ; le champ électrique établi entre ces deux électrodes assure la collection des charges créées par ionisation du gaz par les particules que l'on souhaite détecter. La *figure* 15 illustre le principe du *compteur proportionnel :* la coque cylindrique de ce détecteur est à la masse, cependant que l'anode, constituée par un fil formant l'axe du dispositif, est portée à un potentiel de quelques milliers de volts. Il s'établit dans l'espace empli de gaz un champ électrique à symétrie radiale dont le module décroît en raison inverse de la distance au filament central. Un électron créé dans le milieu gazeux remonte le champ. Au voisinage du fil, dans la zone où le champ est le plus intense, il acquiert une énergie suffisante pour ioniser à son tour de nouvelles molécules gazeuses. Une amplification interne du nombre initial d'électrons est ainsi obtenue. On règle la valeur du potentiel de façon à éviter que l'avalanche ne conduise à une étincelle. Il apparaît ainsi sur le filament une impulsion dont la hauteur est (à des fluctuations statistiques près) proportionnelle au nombre d'ionisations primaires, c'est-à-dire à l'énergie que la particule a abandonnée dans le milieu gazeux. On peut donc, à partir de cette impulsion, détecter le passage de la particule et mesurer cette énergie. Les électrons sont absorbés par le filament en quelques nanosecondes (1 nanoseconde = 10^{-9} s) ; il devient possible de définir l'instant de la collection avec une précision meilleure que 10^{-9} seconde.

Longtemps supplanté par des dispositifs plus performants, le compteur proportionnel connaît un regain d'intérêt : il est parfois utilisé dans le plan focal d'un aimant pour y détecter l'impact produit par une particule chargée qui a été analysée par l'aimant ; il constitue l'élément de base des chambres proportionnelles multifils, récemment conçues dans le domaine des hautes énergies, et qui ont connu un rapide essor (voir plus loin).

● Le *scintillateur* comporte un cristal scintillant qui émet un rayonnement de fluorescence lorsque les atomes ou molécules qui le constituent sont excités par une particule chargée. Cette particule est le rayonnement que l'on veut détecter, ou résulte de l'interaction d'une particule neutre avec un électron (effet photo-électrique ou effet Compton d'un photon γ) ou un proton (choqué par un neutron) du milieu. Dans le premier cas le détecteur est un plastique scintillant (anthracène, stilbène) ; des cristaux d'iodure de sodium activés au thallium sont employés pour la détection des photons.

Le cristal, transparent au rayonnement de fluorescence qu'il émet, est couplé optiquement à la cathode d'un photomultiplicateur (voir *figure* 16). Ce rayonnement visible ou ultraviolet arrache des électrons à la cathode. Une tension de 1 000 à 2 000 volts répartie entre les différentes électrodes du photomultiplicateur (cathode, dynodes, anode) permet de multiplier ces électrons par



▶ *Figure 16 : schéma d'un* scintillateur ; *cet appareil comprend un cristal à scintillation (ici, pour détecter les photons γ) couplé à un tube photomultiplicateur (*RCA *7046).*

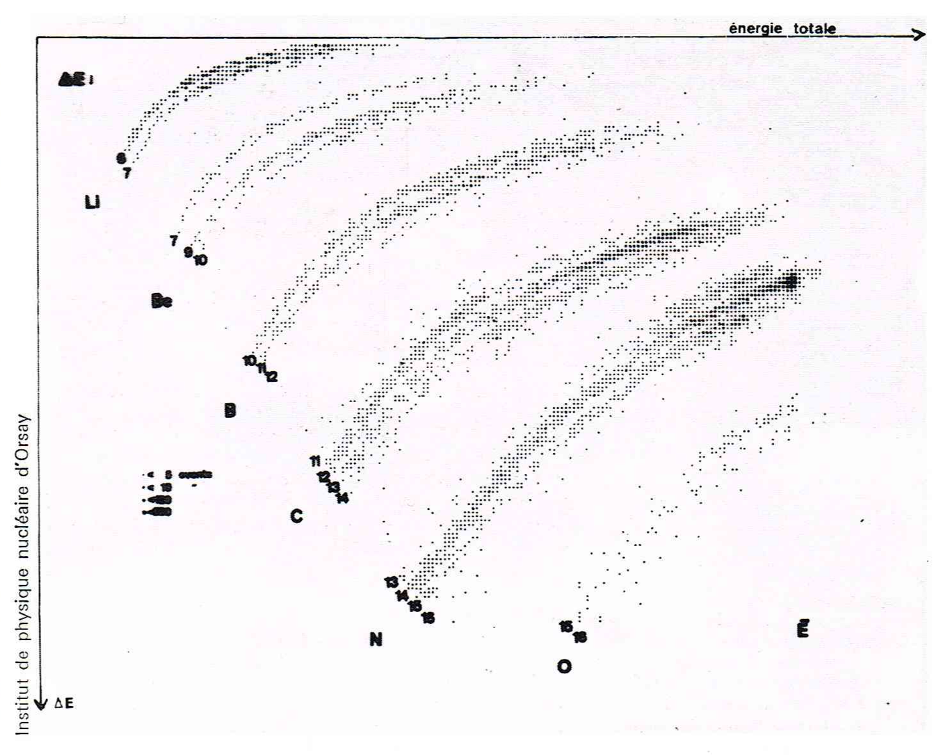
un important facteur ($\gtrsim 10^6$). On recueille ainsi une impulsion à l'anode.

● Les *détecteurs à jonction* sont de conception plus récente. Un tel détecteur est constitué par du matériau semi-conducteur (silicium ou germanium). C'est une diode possédant une zone intrinsèque entre les parties à structure *p* et *n*, et polarisée en non-conduction, comme l'indique la *figure* 17a ; le potentiel et le champ électrique présentent la répartition schématisée sur la *figure* 17b et c. En l'absence de création de charges (ou porteurs) par une particule extérieure, seul existe le courant inverse de la diode, dû aux électrons portés de la bande de conduction à la bande de valence par agitation thermique. On peut diminuer son importance en refroidissant le barreau de silicium ou de germanium ; à cet effet, celui-ci est placé à l'extrémité d'une tige de cuivre qui plonge dans un récipient d'azote liquide. Une particule chargée pénétrant dans le cristal semi-conducteur crée elle aussi par excitation des porteurs de charge. Ceux qui apparaissent dans la zone intrinsèque, ou zone sensible, et dont le nombre est, à de faibles fluctuations statistiques près, proportionnel à l'énergie qu'y abandonne la particule, sont collectés par le champ électrique en un temps $\lesssim 1$ µs. Là encore, une impulsion est ainsi formée, qu'on amplifie et analyse.

Ce type de détecteur est très largement employé en physique nucléaire. En raison de son numéro atomique plus élevé, le germanium est utilisé pour détecter les photons γ, qui interagissent dans le cristal par effet photoélectrique ou effet Compton. Bien que l'on commence à faire appel à du germanium ultra-pur, la zone intrinsèque est en général obtenue en compensant une impureté de type *p* à l'aide de lithium. Il est nécessaire de maintenir en permanence des détecteurs à la température de l'azote liquide. Malgré cet inconvénient, leur avènement vers 1965 a révolutionné l'étude des γ. Les cristaux scintillants d'iodure de sodium NaI avaient fourni le premier moyen d'une étude quantitative des photons — ou rayonnement électromagnétique — qui constituent une source très riche d'informations sur le noyau. Mais la résolution en énergie des NaI reste très limitée (5 à 10 %) et ne permet donc pas la séparation de raies rapprochées. Les détecteurs au germanium offrent au contraire une excellente résolution ($\sim$ 2 keV pour une énergie des γ de 1 MeV). Ils sont par contre moins efficaces.

La détection des particules chargées par des semi-conducteurs s'effectue en général à l'aide de compteurs au silicium dits barrière de surface, obtenus par un contact métal-semi-conducteur. Le semi-conducteur est de type *n*, et une couche d'inversion de type *p* se crée à l'interface métal-semi-conducteur. Une zone sensible — ou zone de charge d'espace — dont la profondeur croît d'une fraction de mm à $\sim$ 1 mm en fonction de la tension de polarisation, se crée autour de la surface de contact. Ces détecteurs permettent une mesure précise de l'énergie des particules. Ils sont très utilisés également pour identifier les projectiles en même temps qu'ils mesurent leur énergie. La *figure* 18 représente un abaque obtenu à l'aide d'un *télescope ;* il s'agit d'un système comportant deux détecteurs que traverse successivement la particule : un détecteur mince dans lequel elle abandonne une fraction ΔE de son énergie E, et un autre détecteur dans lequel elle est stoppée et où elle perd donc le reste de son énergie cinétique, soit ($E - \Delta E$). Dans la représentation bidimensionnelle de la *figure* 18, on voit que chaque type de projectile se regroupe le long d'une hyperbole donnée. On peut ainsi séparer topologiquement les différentes particules secondaires. Pour chacune d'elles, il est ensuite possible de reconstituer le spectre en énergie. On peut affiner l'identification en mesurant une autre caractéristique : le temps de vol ou temps que met la particule pour parcourir une distance connue entre deux détecteurs.

● Les *détecteurs Cerenkov* sont exploités pour étudier les particules chargées de grande énergie, c'est-à-dire des particules pour lesquelles les effets relativistes sont importants. On sait que, dans un milieu caractérisé par l'indice de réfraction *n*, la lumière ainsi que tout rayonnement électromagnétique se propagent à la vitesse $v = \frac{c}{n}$. Une particule traversant ce matériau avec une vitesse supérieure à *v* (donc caractérisée par une valeur



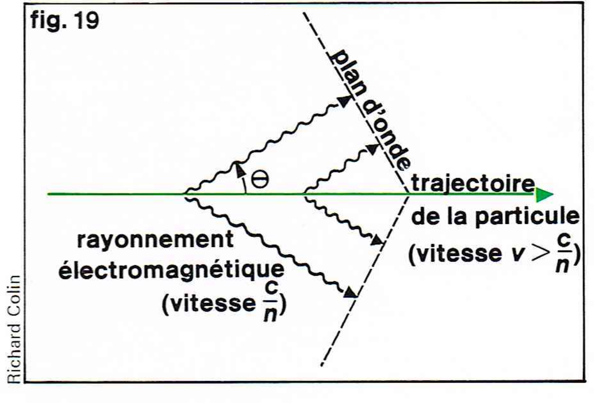
Institut de physique nucléaire d'Orsay

▲ ***Figure 18 :** abaque représentant la variation d'énergie ΔE en fonction de l'énergie totale E pour divers ions de masse comprise entre 6 et 16, observés dans la réaction* ^{14}N *(113 MeV) + Ag. Cet abaque est obtenu grâce à un télescope constitué de deux détecteurs au silicium : le premier (ΔE) présente une épaisseur de 47 µ, le second de 450 µ.*

du paramètre $\beta = \frac{v}{c} > \frac{1}{n}$) perd une partie de son énergie en émettant une radiation lumineuse, dite de Cerenkov. Cette lumière est émise à un angle θ par rapport à la direction de la particule incidente défini par la relation $\cos\theta = \frac{1}{n\beta}$. Elle est focalisée sur une cathode et, par l'intermédiaire d'un photomultiplicateur, convertie en une impulsion électrique.

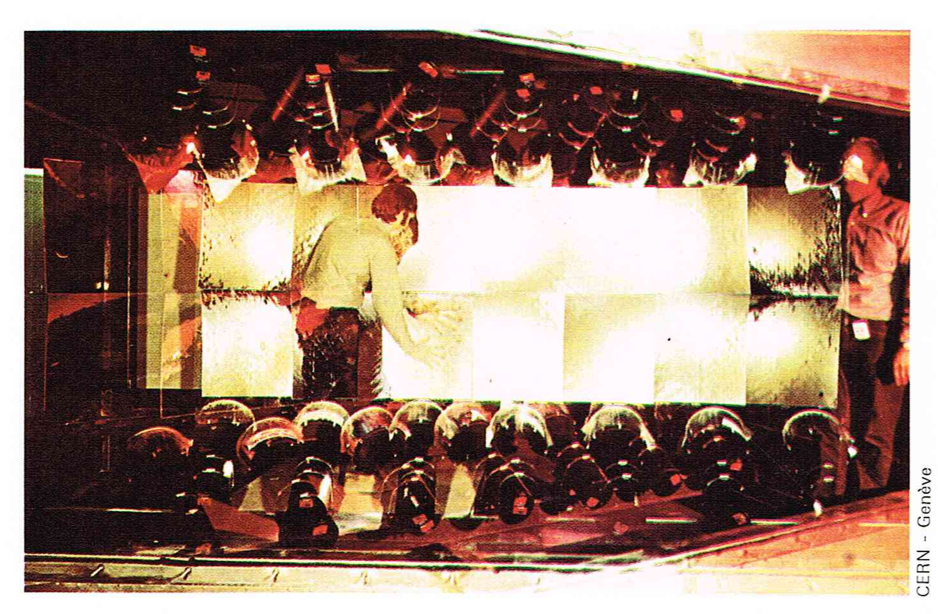
On peut comprendre la formule ci-dessus donnant la direction θ, si l'on admet que, la particule ayant excité les différents centres ralentisseurs du milieu, ceux-ci émettent une onde électromagnétique qui se propage à la vitesse $\frac{c}{n}$, cependant que la particule progresse à la vitesse *v*. L'effet résultant de ces ondes est nul dans une direction quelconque (interférences destructives des ondes issues des divers centres), sauf dans la direction θ où l'ensemble des émissions se trouve en phase pour donner une onde résultante conique (*figure* 19).

Pour une énergie de particule donnée, l'effet Cerenkov est d'autant plus facile à mettre en évidence que la particule est légère, la condition $\beta > \frac{1}{n}$ étant plus vite satisfaite. Le compteur Cerenkov peut être utilisé pour discriminer des particules légères (électrons) et des particules plus lourdes d'énergie comparable. On choisit l'indice du milieu de manière que seules les particules les plus légères donnent naissance à la radiation Cerenkov. Pour des particules ultrarelativistes (c'est-à-dire caractérisées par un paramètre β voisin de l'unité), il faut un indice *n*



Richard Colin

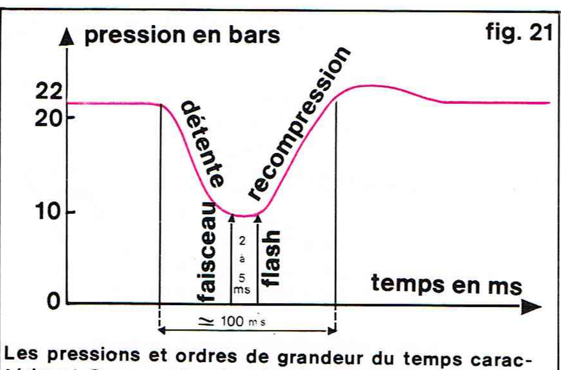
◀ ***Figure 19 :** principe de l'effet Cerenkov.*



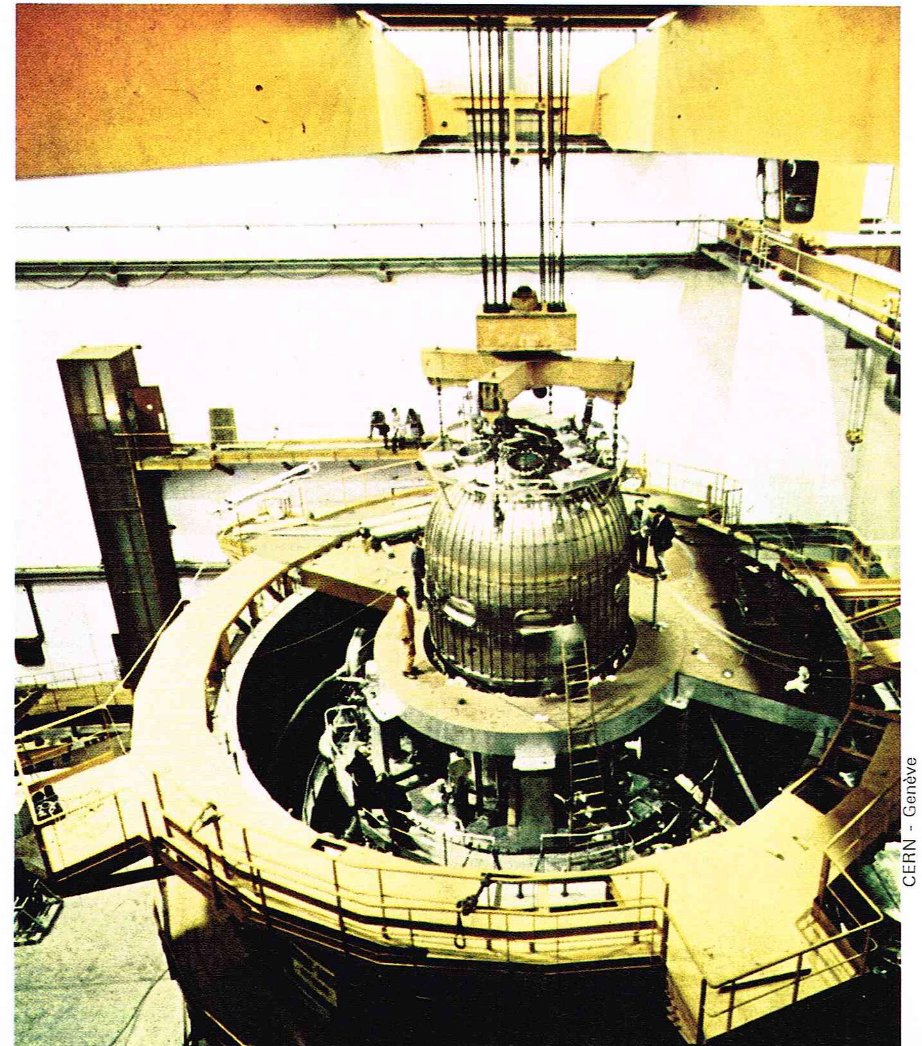
▲ *Figure 20 : installation de miroirs devant constituer des réflecteurs pour un compteur Cerenkov.*

▶ *Figure 21 : cycle de détente et de recompression à 30 °C du fréon.*

▼ *Figure 22 : montage de la chambre à hydrogène liquide* BEBC *(Bigh European Bubble Chamber) au* CERN *: le corps de la chambre est descendu dans l'enceinte.*



Les pressions et ordres de grandeur du temps caractérisent *Gargamelle*, chambre à liquide lourd du CERN



lui-même voisin de 1. Le milieu peut alors être un gaz dont on ajuste l'indice de réfraction en réglant la pression à la valeur convenable. La *figure* 20 montre le montage d'un grand compteur Cerenkov.

Détecteurs de visualisation ou de position

Ils ont été conçus pour obtenir un maximum d'informations sur des événements rares. La plaque photographique fut le premier de ce type de détecteurs. La chambre de Wilson, dont l'apparition remonte à 1912, a fourni aux physiciens nucléaires un outil au maniement certes très délicat, mais qui pendant de longues années a permis de belles observations (découvertes de particules e^+, μ, K...). Elle est devenue aujourd'hui une pièce de musée. Mais l'étude des interactions entre particules a conduit à la réalisation de nouveaux types de détecteurs.

● La *chambre à bulles* comporte un volume de liquide maintenu temporairement au-dessus de son point d'ébullition. Pour obtenir cette condition, on part d'un état initial dans lequel la substance contenue dans la chambre se trouve normalement en phase liquide. Une décompression brutale (qui s'effectue à température pratiquement constante) conduit à une pression telle que le liquide soit surchauffé (la température est supérieure à la température d'ébullition correspondant à la pression atteinte). Le liquide n'est plus alors dans un état stable. Si une particule ionisante le traverse à ce moment, des bulles prennent naissance le long de la trajectoire. En éclairant violemment et en photographiant, on peut ainsi fixer sur un cliché le parcours de la particule à l'intérieur du liquide. Des prises de vue sous différents angles permettent de reconstituer la (ou les) trajectoire(s) dans l'espace.

Afin d'éviter que l'ébullition ne se généralise à toute la chambre, le liquide est à nouveau comprimé à sa pression initiale et reste à l'état liquide (*figure* 21). Le temps de sensibilisation, pendant lequel on peut photographier les bulles, est de l'ordre des millisecondes. La détente et la décompression nécessitent des temps de 50 à 100 ms. Ces chiffres montrent l'impossibilité de déclencher le fonctionnement d'une chambre à bulles par un événement particulier que l'on souhaite étudier (les particules ont des vitesses voisines de celle de la lumière). Une chambre à bulles fonctionne de manière cyclique. La période de répétition, de l'ordre de la seconde, est comparable à celle des synchrotrons. C'est auprès de ces grands accélérateurs que sont exploités ces détecteurs, et leur temps de sensibilisation est synchronisé avec la pulsation du faisceau accéléré.

Malgré les difficultés technologiques qu'il pose (température 248° en dessous de 0 °C), l'hydrogène liquide constitue le matériau utilisé dans de nombreuses chambres (*fig.* 22). Sa structure (le noyau de l'atome d'hydrogène ne comporte qu'un proton) en fait une cible intéressante pour l'étude des interactions entre particules fondamentales. Les chambres à liquide lourd (propane, mélanges propane-fréon...), tirent leur intérêt de leur plus grande densité, qui leur confère un pouvoir d'arrêt plus grand ; elles ont aussi une plus grande efficacité aux γ.

Afin d'observer davantage de phénomènes et d'obtenir plus d'informations sur chacun d'eux, des chambres à bulles de plus en plus grandes ont été réalisées. Il en existe actuellement une quinzaine d'un volume utile supérieur à 100 litres. Le *tableau* IV fournit les principales caractéristiques des plus importantes. Les clichés qu'elles permettent d'obtenir s'élèvent à quelques dizaines de millions par an. Leur analyse a entraîné le développement d'une puissante instrumentation. Des appareillages spécifiques ont été construits, fondés sur l'utilisation de tubes à rayons cathodiques. Ils permettent, non seulement un codage rapide de l'information brute, mais aussi, avec l'aide d'un ordinateur en ligne, la reconnaissance de la forme des traces et leur paramétrisation immédiate.

Chaque chambre à bulles est placée dans un champ d'induction magnétique intense qui courbe la trajectoire des particules chargées et permet ainsi de mesurer leur impulsion. La principale qualité de cet instrument réside dans la finesse des traces grâce à laquelle la trajectoire peut être reconstituée avec une excellente précision, de l'ordre de 50 microns.

● La *chambre à étincelles* est constituée d'une série (2 ou plus) de plaques métalliques planes parallèles placées dans une enceinte remplie de gaz. Entre deux

plaques successives est appliquée une différence de potentiel de quelques kilovolts par centimètre d'épaisseur, un peu inférieure à la tension de claquage. Une particule ionisante pénétrant dans l'espace compris entre ces électrodes y crée des paires d'ions; ceux-ci sont mis en mouvement par le champ électrique intense et provoquent une décharge qui se traduit par l'apparition d'une étincelle située à l'endroit où les ions ont été créés. On dispose ainsi d'un moyen de visualiser l'endroit où la particule a traversé l'espace interplaque; plusieurs plaques permettent de jalonner le parcours de la particule. Dans certains cas, le matériau des plaques peut aussi servir de cible.

Dans la pratique, la tension permettant d'obtenir l'étincelle n'est pas maintenue en permanence entre les plaques : on applique une impulsion de tension lorsqu'un événement intéressant se produit. Cette possibilité de *déclencher* le fonctionnement de la chambre à étincelles résulte de la durée de vie moyenne des charges créées par ionisation (supérieure à la microseconde) qui est très supérieure au temps nécessaire pour établir l'impulsion de tension (quelques nanosecondes). Sur la *figure* 23, qui illustre le principe de fonctionnement de ce détecteur, les compteurs I et II ont pour but de « signer » les événements intéressants; ces détecteurs sont souvent des scintillateurs plastiques. La tension continue V_c, de l'ordre de quelques centaines de volts, a pour fonction d'éliminer les charges créées par l'étincelle ou par une particule n'ayant pas déclenché le détecteur. Cette tension continue (dite de balayage) provoque la migration des ions sur les plaques conductrices.

La *figure* 24 montre une expérience montée dans l'un des halls d'expériences du CERN et utilisant un des faisceaux issus du synchrotron; elle comporte plusieurs chambres à étincelles. Ce type de détecteur, d'emploi assez commode, en raison de la possibilité de le déclencher, de coût relativement faible, a été et reste encore abondamment utilisé. La visualisation de la position de l'étincelle met en œuvre des moyens divers : méthode optique par photographie ou tube de télévision à balayage digitisé, détection du courant sur l'électrode qui est alors morcelée sous forme de fils régulièrement espacés... La précision sur la trace est d'une fraction de mm.

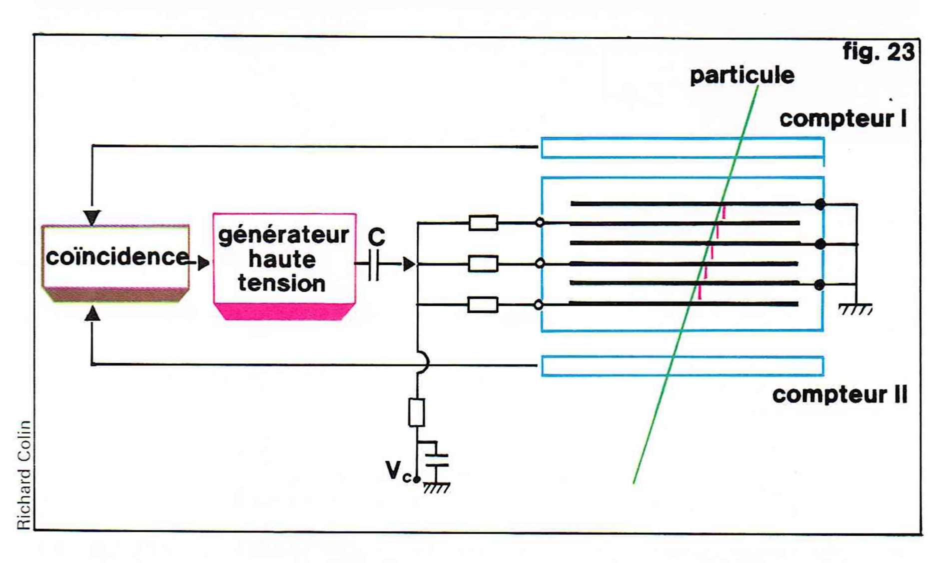
Un type voisin de détecteur est constitué par la *chambre à dard,* de principe similaire, mais dans laquelle une impulsion plus brève de tension est appliquée. L'étincelle ne se produit pas, mais le long de la trace d'une particule ionisante se forme un plasma au voisinage des ions primaires. On peut, grâce à ce dispositif, étudier le parcours d'une particule sur une distance de plusieurs mètres.

● La *chambre proportionnelle multifils* comporte une série de fils parallèles situés à égale distance de deux plaques métalliques (grandeurs typiques : diamètre des fils 20 microns; distance inter-fils 2 mm; distance fils-plaques 5 mm; la surface des plaques peut atteindre plusieurs mètres carrés, et la chambre comporter plusieurs milliers de fils). Les fils sont à la masse, les plaques à un potentiel négatif de 4 à 5 kilovolts. L'espace entre les plaques est rempli d'un gaz comportant une forte proportion d'argon. Le mode de fonctionnement est celui du compteur proportionnel, précédemment décrit : quand une particule ionisante pénètre dans la chambre, il apparaît une impulsion qui est recueillie uniquement par le fil près duquel est passée la particule (la multiplication des charges se produit dans le champ électrique intense régnant au voisinage de ce fil, comme il a été décrit pour le compteur proportionnel). On peut donc localiser le passage de la particule (dans la direction perpendiculaire aux fils) avec une précision meilleure qu'un millimètre. Le signal est amplifié, et un système de lecture à ferrites identifie le fil siège de l'impulsion. Ce détecteur n'est pas déclenché; la tension demeure appliquée en permanence sur les plaques.

L'avantage essentiel de la chambre proportionnelle multifils réside dans sa grande rapidité. Son temps mort (intervalle de temps minimal entre deux événements qu'il permet de séparer) est de quelques dizaines de nanosecondes. Il a de ce fait apporté un gain substantiel en rapidité d'acquisition. Ceci explique la rapide expansion connue par cette technique récente (première réalisation en 1969), malgré un prix de revient assez élevé dû à la nécessité d'équiper chaque fil d'un amplificateur auquel est associé un dispositif de lecture comprenant un retard

Tableau IV
Principales caractéristiques des plus grandes chambres à bulles

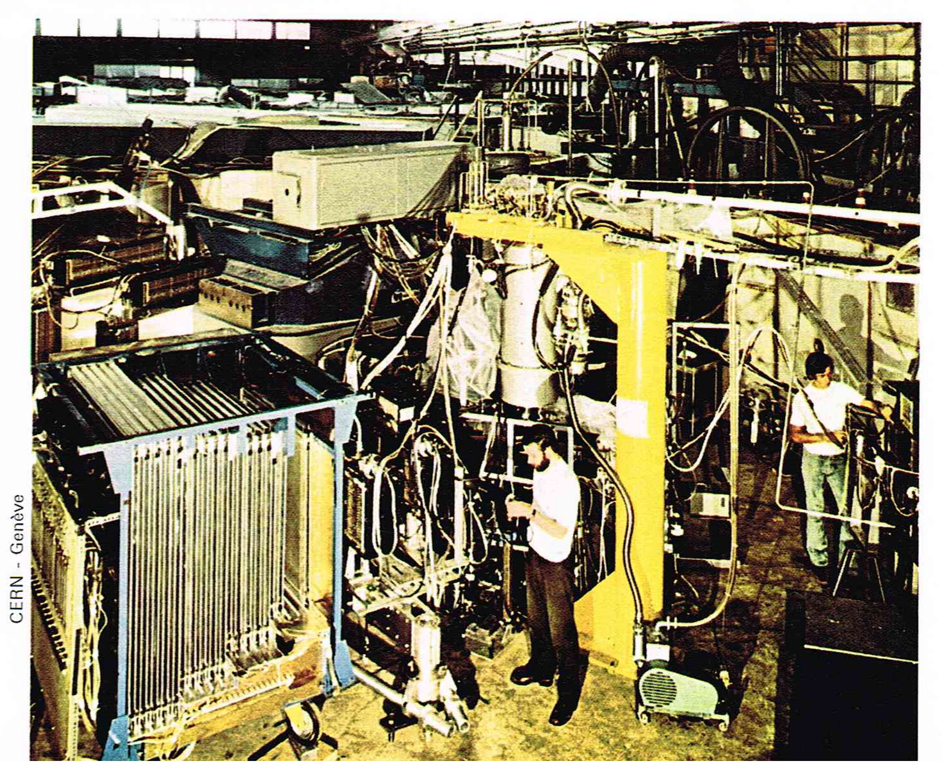
Laboratoire [*nom de la chambre*]	Dimensions en m	Volume en m³ total	Volume en m³ utile	Champ magnétique en teslas	Nombre de caméras	Date de mise en service
Argonne	3,7 (⌀) × 2,5	26	20	2 (supra)	4	1969
Brookhaven	2,1 (⌀) × 3,5	9,5	8	3 (supra)	3	1970
CERN [*BEBC*]	3,7 (⌀) × 4,1	34	20	3,5 (supra)	4	1973
NAL-Batavia	3,8 (⌀) × 4,6	30	25	3 (supra)	6	1973
CERN [*Gargamelle*]	1,9 (⌀) × 4,8	12	10	2 (classique)	8	1971
Serpoukov [*Mirabelle*]	1,6 (⌀) × 4,7	9	6	2 (classique)	8	1971



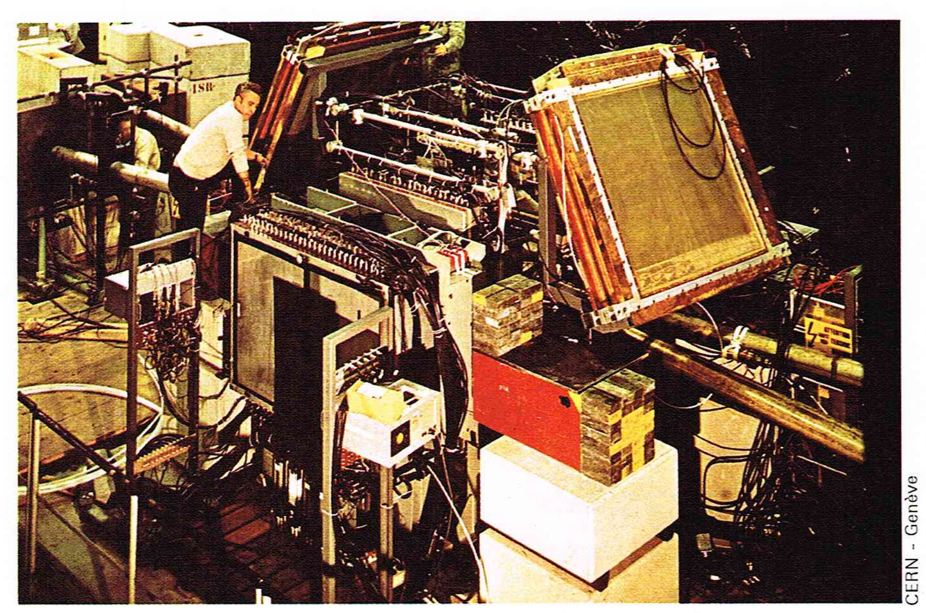
Richard Colin

▲ *En haut, tableau IV : principales caractéristiques des plus grandes chambres à bulles.*
Ci-dessus, figure 23 : schéma de principe de la chambre à étincelles*; on désire obtenir la trace de toute particule ayant traversé les compteurs* I *et* II *: la coïncidence entre les impulsions issues de ces compteurs assure que la condition est bien remplie; on déclenche alors le générateur qui applique la différence de potentiel de fonctionnement entre deux plaques successives.*

▼ *Figure 24 : montage d'une expérience comportant des chambres à étincelles (à gauche).*



CERN - Genève



CERN - Genève

▼ ***Figure 26 :** vue du spectromètre «Oméga», avec un ensemble de chambres à étincelles susceptibles de se déplacer dans l'aimant. D'autres détecteurs (chambres proportionnelles, compteurs Cerenkov) peuvent être disposés dans l'aimant supraconducteur qui produit un champ magnétique vertical d'environ 2 teslas dans un espace de 3 m de diamètre et 1,5 m de haut.*

fixe et une mémoire. Sur la photographie de la *figure* 25, on voit des chambres proportionnelles multifils disposées au voisinage d'une zone d'intersection des anneaux de stockage du CERN.

Spectromètres magnétiques

Les spectromètres magnétiques ont longtemps fourni le seul moyen de mesurer avec précision les spectres d'énergie des particules chargées. Si le développement des détecteurs offre maintenant une autre possibilité d'atteindre ces grandeurs, l'analyse magnétique des produits de réaction reste largement exploitée. Les importants progrès réalisés dans ce domaine sont doubles : une amélioration spectaculaire des qualités optiques des spectromètres a été accompagnée du bouleversement des techniques de détection (la plaque photographique est pratiquement abandonnée au profit de compteurs qui présentent une réponse très rapide tout en permettant une bonne précision de mesure).

Des systèmes de plus en plus complexes ont été réalisés. Pour obtenir tout à la fois une grande efficacité (angle solide important), une résolution et une dispersion en énergie améliorées, on corrige les aberrations que donnerait un seul aimant en mettant en jeu plusieurs constituants. L'un des dispositifs les plus performants, utilisé en physique nucléaire dans le domaine des moyennes énergies, est le système appelé QD3, qui comporte un quadripôle et trois aimants dipolaires : il permet d'analyser les particules émises dans un angle solide de 14 millistéradians avec une résolution en énergie $\frac{E}{\Delta E} = 5\,000$. Des systèmes achromatiques, formés d'un analyseur et d'un spectromètre de dispersions égales et opposées, permettent d'effectuer des mesures de précision à l'aide d'accélérateurs dont le faisceau a une définition en énergie très moyenne.

Dans le domaine de la physique des particules, l'incursion vers les plus hautes énergies exige une puissance accrue de l'analyse magnétique, alors que la mesure doit toujours être effectuée avec précision. La *figure* 26 montre une vue du grand spectromètre « oméga » récemment mis en service au CERN.

Électronique et informatique

Les techniques de détection précédemment esquissées n'ont pu se développer qu'en raison d'un essor parallèle dans les circuits électroniques que comprend toute installation. On place habituellement ceux-ci en deux catégories.

— L'électronique linéaire permet d'amplifier sans distorsion les signaux, en général de faible amplitude, issus du détecteur. Les composants modernes (transistors à effet de champ, circuits intégrés...) y sont largement utilisés.

— L'électronique rapide a pour but d'effectuer certaines fonctions logiques qui interviennent dans le traitement des informations. La tendance est d'utiliser des

CERN - Genève

circuits toujours plus rapides permettant de réaliser des taux de comptages sans cesse plus élevés.

La conséquence naturelle de cette tendance est un usage toujours accru des techniques d'informatique. Le physicien nucléaire n'utilise pas l'ordinateur uniquement pour le calcul scientifique; la réalisation et le dépouillement des expériences nécessitent aussi largement son emploi. L'acquisition d'un maximum d'informations pendant la durée d'une expérience exige de l'ordinateur une grande vitesse d'entrée-sortie. La sélection des informations qui seront gardées et traitées peut actuellement être réalisée en des temps très brefs grâce à l'utilisation de microprogrammes spécialement conçus. Un premier traitement est effectué souvent « en ligne » : les données issues de l'expérience sont fournies, après sélection, directement à l'ordinateur qui les gère en des temps de l'ordre de quelques microsecondes; il peut notamment mener à bien certains contrôles qui sont communiqués au physicien, ce qui permet d'éventuelles interventions sur l'expérience. L'ordinateur est utilisé pour analyser les informations qui ont été stockées sur fichiers.

Il y a une quarantaine d'années, le physicien nucléaire construisait entièrement de ses mains les outils qu'il exploitait. C'est chose impossible aujourd'hui. Les chercheurs travaillant dans le domaine du noyau ou celui des particules sont regroupés autour d'accélérateurs toujours plus importants dans de grands laboratoires, comptant de nombreux ingénieurs et techniciens. Ces recherches ont stimulé le développement de plusieurs activités hors des laboratoires; et le physicien se tourne maintenant vers des entreprises industrielles pour les problèmes d'électronique, d'informatique, pour la construction des machines. Les expériences, préparées, réalisées et analysées par des équipes où chacun prend plus spécialement en charge une partie du travail, sont souvent planifiées et programmées plusieurs mois avant l'obtention du faisceau. Le physicien nucléaire est contraint de se plier à cette planification qui résulte de l'importance des moyens mis en œuvre.

Les énormes accélérateurs modernes constituent la preuve la plus tangible de la rapide et constante expansion d'une discipline encore jeune, puisque son enfance nous ramène à la fin du siècle dernier, dans un hangar de la rue Lhomond à Paris où Marie et Pierre Curie découvraient et séparaient les premiers radio-éléments naturels.

BIBLIOGRAPHIE

ALLKOFER O. C., *Spark Chambers,* Verlag Karl Thiemig KG München. - *Anneaux de stockage à intersections du CERN,* CERN/PIO-oct. 1971. - BAKER W., *Wire Spark Chambers,* Physics Today, 20/7/1967. - BERTOLINI G. & COCHE A., *Semiconductor Detectors,* North-Holland Publishing Company, 1968. - BRUCK H., *les Accélérateurs circulaires de particules,* P. U. F., Paris, 1966. - *Bubble and Spark Chambers,* R. P. Shutt editor, in Pure and Applied Physics, vol. 27, I and II. - CHARPAK G., *Filet à particules,* Sciences, Progrès et découvertes, n° 3441-1972. - CHARPAK G. et al., Nucl. Instr. Meth. 97, 1971, 377. - DEARNELEY G. & NORTHROP D. C., *Semiconductor Counters for Nuclear Radiations,* Spon, 1964. - GARGAMELLE, *Chambre à liquide lourd,* CERN/PIO/RA-av. 1971. - HENDRIE D. L., *Magnetic Detection of Charged Particle,* Nuclear Spectroscopy and Reactions, ed. J. Cerny, Academic Press, 1974. - KEIL E., *Intersecting Storage Rings,* rapport CERN 72-14. - LAPOSTOILE P. & SEPTIER A., *Linear Accelerators,* Amsterdam, North Holland. - LIVINGOOD J. J. ,*Cycle Particle Accelerators,* Van Nostrand, New York, 1961. - LIVINGSTON M. S. & BLEWETT J. P., *Particle Accelerators,* Mac Graw Hill Book Company, New York, 1962. - NETTER F., *l'Accélérateur linéaire à électrons de Saclay à grand cycle utile et forte intensité,* BIST, n° 179, 1973. - PERSICO E., FERRARI E. & SEGRÉ S. E., *Principle of Particle Accelerators;* W. A. Benjamin, New York, 1968. - *Proton Synchrotron of 28 GeV,* Technical notebook, n° 2, CERN, 1970. - ROSE P. H. & GALEJS A., *The Production and Acceleration of Ion Beams in the Tandem Accelerator,* Progress in Nucl. Phys. and Instr., vol. 2, 1967. - ROSENBLATT J., *Particle Acceleration,* Methuen & Co. LTD, London, 1968. - SONDEREGGER P., *Modern Experimental Technics.* - WILSON R. R., *The Batavia Accelerator,* Scientific American, Feb. 1974, p. 72.

LES RADIONUCLÉIDES

Structure atomique et nucléaire

Atomes

L'atome est l'élément d'un corps pur non susceptible de décomposition par les méthodes de la chimie. En fait, au début du XXe siècle, on savait peu de chose sur l'atome; les diverses tentatives expérimentales pour mesurer son diamètre concordaient pour lui attribuer une valeur d'environ 10^{-10} m, mais sa structure interne demeurait inconnue. On savait seulement que l'atome était électriquement neutre. Il fallut attendre les expériences de Rutherford en 1911 et les hypothèses de Bohr en 1913 pour avoir une idée précise de la structure de l'atome.

La théorie de Bohr a subi depuis de nombreux remaniements sous l'influence des travaux expérimentaux et de la mécanique ondulatoire. On peut actuellement considérer que l'atome comprend :

— Un **noyau** placé au centre de l'atome et dont le diamètre est environ de 10^{-14} m. Le noyau est composé de *neutrons* et de *protons* et sa charge électrique est égale à Ze, où Z est le numéro atomique et e la charge électrique élémentaire.

— Un **cortège de Z électrons** qui gravitent autour de ce noyau sur différents niveaux électroniques K, L, M, etc.

Éléments et isotopes

La chimie étudie les *molécules*, qui sont des assemblages d'atomes; la seule propriété des atomes qui intéresse le chimiste est la façon dont ils s'assemblent en molécules, ce que l'on appelle leurs propriétés chimiques. Or ces assemblages d'atomes se font par l'intermédiaire des électrons périphériques : c'est pourquoi les propriétés chimiques d'un atome dépendent uniquement du nombre de ses électrons. On voit donc l'importance du nombre de protons d'un noyau, qu'on appelle *nombre atomique*. C'est lui, en effet, qui impose le nombre des électrons et commande ainsi l'aspect extérieur de l'atome et ses propriétés chimiques. Par suite, tous les atomes qui ont le même nombre atomique, même s'ils diffèrent par le nombre de leurs neutrons, ont les mêmes propriétés chimiques; ils appartiennent au même *élément*, c'est-à-dire au même type chimique d'atome.

La chimie ne permet de distinguer dans la nature que 90 types chimiques d'atomes, les 90 éléments naturels que l'on trouve dans la *table de Mendeleïev*. Chacun de ces éléments est caractérisé par son *nombre atomique :* ${}_{1}H$, ${}_{16}O$, ${}_{26}Fe$.

Il existe cependant des atomes qui ont le même nombre de protons et des nombres de neutrons différents. Ces atomes sont appelés *isotopes*. Ils ont le même nombre atomique, donc la même enveloppe extérieure, et, par suite, les mêmes propriétés chimiques; ils appartiennent au même élément, mais le nombre plus ou moins grand de neutrons présents dans leur noyau modifie profondément leurs propriétés nucléaires.

Par exemple, il y a deux isotopes naturels de l'hydrogène qui ont tous les deux 1 proton, donc 1 électron, et respectivement 0 et 1 neutron :

— hydrogène léger ${}^{1}_{1}H$

— hydrogène lourd ou deutérium ${}^{2}_{1}H$

Dans la nature, aux 90 éléments recensés dans la table de Mendeleïev correspondent 325 isotopes différents; il est donc clair que la classification des atomes en éléments, si elle satisfait le chimiste, ne peut satisfaire le physicien nucléaire.

Nucléides

Ce sont des espèces d'atomes caractérisés par leur nombre de masse, leur nombre atomique et leur état énergétique nucléaire, sous réserve que la vie moyenne dans cet état soit assez longue pour pouvoir être observée.

Les nucléides sont très nombreux, on a identifié 325 nucléides naturels, c'est-à-dire que l'on trouve dans la nature, et plus de 1 200 nucléides artificiels, c'est-à-dire fabriqués par l'homme.

◄ *Page ci-contre, en haut, figure 25 : expérience montée au voisinage d'une des 8 zones d'intersection des anneaux de stockage du* **CERN** *et utilisant des chambres proportionnelles multifils.*

Pour les reconnaître, on a adopté la notation suivante, soit, pour un nucléide de symbole X : ${}^{A}_{Z}X$, A étant le nombre de masse représentant le nombre total de nucléons (neutrons + protons), et Z étant le numéro atomique représentant le nombre d'électrons dans le cortège électronique.

Observons que, si le nucléide X a Z électrons, il y aura dans son noyau Z protons et A — Z neutrons.

Exemples :

${}^{59}_{27}Co$ qui comporte $\begin{cases} 27 \text{ électrons} \\ 27 \text{ protons} \\ 59 - 27 = 32 \text{ neutrons} \end{cases}$

${}^{60}_{27}Co$ qui comporte $\begin{cases} 27 \text{ électrons} \\ 27 \text{ protons} \\ 60 - 27 = 33 \text{ neutrons} \end{cases}$

Les radionucléides

Stabilité et instabilité des noyaux

L'étude de la table de Mendeleïev montre que, pour les isotopes les plus abondants des éléments légers, il y a, dans le noyau, autant de protons que de neutrons :

$$A = 2Z \quad \text{ou} \quad N = A - Z = Z$$

Pour les atomes dont la masse est plus élevée, le nombre de neutrons devient plus élevé que le nombre de protons. Les forces de liaison intranucléides sont proportionnelles au nombre des nucléons, tandis que les forces de répulsion électrostatiques obéissent à la *loi de Coulomb* $\left(F = \frac{qq'}{r^2}\right)$. La force de répulsion qui s'exerce sur un proton est proportionnelle au produit de la charge électrique Ze^+ par la charge e^+ d'un proton, soit au produit Ze^2.

L'énergie correspondant aux forces de répulsion croît donc comme le carré du nombre de protons. Elle varie de 0,1 MeV par particule pour un petit noyau, à 3,5 MeV pour les gros noyaux comme celui du plutonium.

Pour que le noyau reste stable, il faut qu'il contienne suffisamment de neutrons qui apportent des forces de liaison sans apporter des forces de répulsion électrostatique. Le rapport $\frac{\text{nombre de neutrons}}{\text{nombre de protons}}$, qui, pour les éléments légers, est égal à 1, croît progressivement à partir du ${}^{48}_{22}Ti$ pour atteindre 1,5 pour les éléments les plus lourds.

Pour un nombre de masse A donné, le noyau peut être stable pour des proportions légèrement différentes de protons et de neutrons. Ces nucléides ayant même A mais un Z différent sont appelés *isobares*. Les isobares se trouvent sur les droites N + Z = A qui sont perpendiculaires à la droite bissectrice N = Z :

— lorsque A est pair, ce qui est le cas de 166 nucléides naturels, plusieurs nucléides stables peuvent exister ;

— lorsque A est impair, ce qui est le cas de 108 nucléides naturels, il n'existe en général qu'un seul nucléide stable.

Les radionucléides

Quand un noyau est situé hors de la zone de stabilité, il existe une certaine probabilité pour que l'état d'équilibre instable dans lequel il se trouve se rompe ; le noyau peut alors se transformer en noyau stable en expulsant une particule.

Les noyaux instables sont dits *radio-actifs*, et les nucléides correspondants sont appelés *radionucléides* ou, plus improprement, *radio-éléments*.

Nous avons vu que plus de 1 500 nucléides avaient été dénombrés ; sur ce nombre, plus de 80 % sont des radionucléides : sur 325 nucléides naturels, 274 sont des radionucléides, et tous les nucléides artificiels sont des radionucléides.

Propriétés des radionucléides

Radio-activité

Les radionucléides sont donc par essence radio-actifs, c'est-à-dire qu'ils peuvent *spontanément* se transformer en nucléides stables. On peut dire que la différence entre un noyau stable et un noyau radio-actif n'est pas une différence fondamentale. En fait, les noyaux radio-actifs ne sont discernables des noyaux stables qu'au moment même où la radio-activité se manifeste, c'est-à-dire au moment où ils changent de nature.

D'où provient alors la différence entre un nucléide et un radionucléide ?

— la quantité d'énergie contenue dans les noyaux n'est pas la même ;

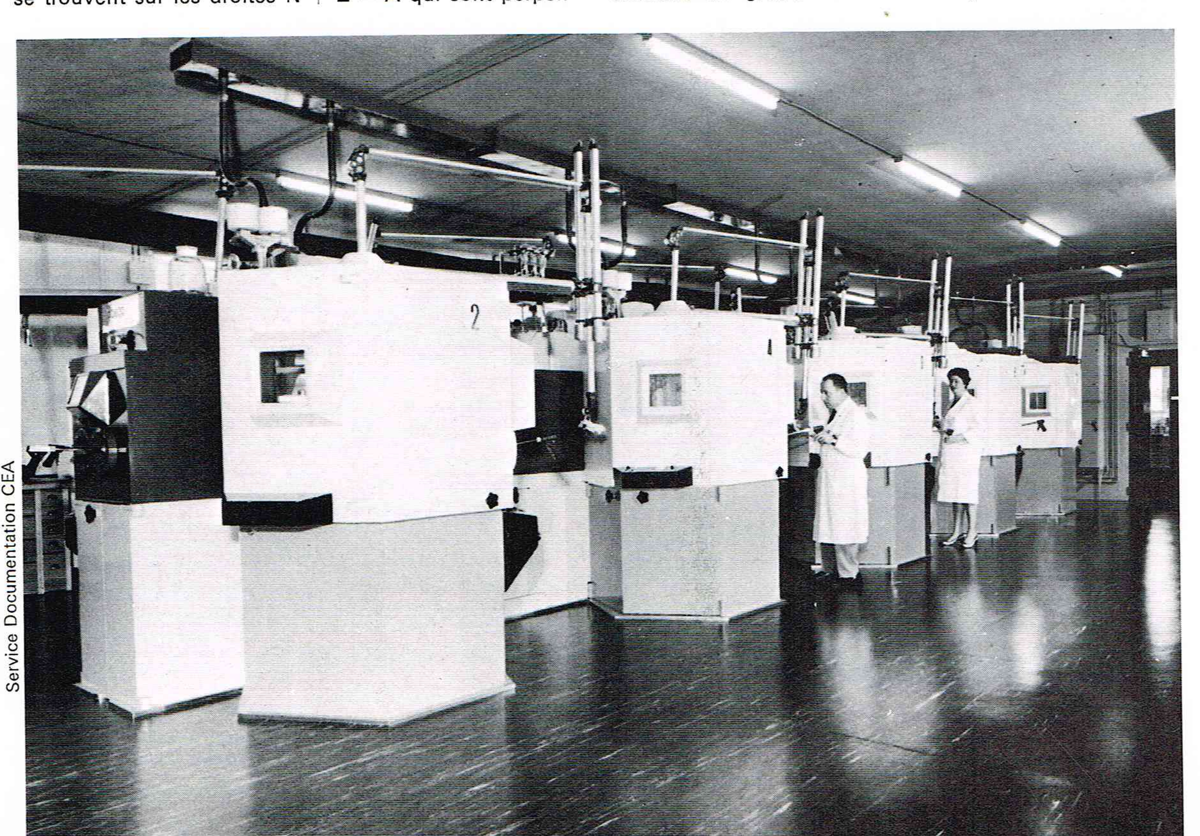
— les noyaux qui ont le plus d'énergie disponible tendent à se transformer en d'autres qui en contiennent moins ;

— les noyaux stables sont simplement ceux qui n'ont plus la possibilité de passer à un état énergétique inférieur.

Pour devenir stables, les radionucléides perdent de l'énergie, cette énergie se retrouvera sous forme de rayonnements, qui sont en quelque sorte les signes extérieurs de la radio-activité.

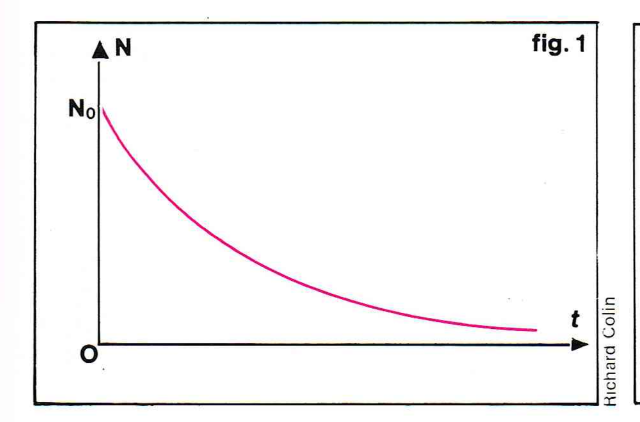
Loi de désintégration

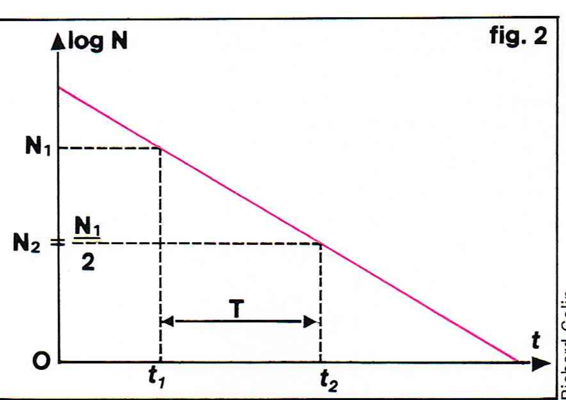
La **loi de désintégration** des radionucléides a été établie expérimentalement en 1902 par Rutherford et Soddy ; elle peut s'énoncer de la façon suivante : *Lorsqu'on examine un grand nombre de noyaux radio-actifs, le*



***▶ Les radionucléides peuvent spontanément se transformer en nucléides stables en perdant de l'énergie qui se retrouve sous forme de rayonnement ;** ils doivent donc être maniés avec précautions : ici, la chaîne Albega de manipulation des radionucléides.*

Service Documentation CEA





◀ ***Figures 1 et 2 : décroissance radio-active d'un radionucléide ; à gauche, en coordonnées cartésiennes ; à droite, en coordonnées semi-logarithmiques.***

nombre de noyaux se désintégrant pendant un court intervalle de temps est proportionnel au nombre de noyaux présents.

Si N est le nombre d'atomes présents à l'instant t, on a :

$$-\frac{dN}{dt} = \lambda N$$

Soit, en intégrant sur un intervalle de temps compris entre 0 et t :

$$\text{Log } N = -\lambda t + c$$

La constante c est déterminée par les conditions initiales, pour $t = 0$, $N = N_0$, donc $c = \text{Log } N_0$. Finalement, nous avons :

(1) $$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

Période du radionucléide (ou demi-vie)

La *période* est le temps T au bout duquel le nombre de noyaux radio-actifs aura diminué de moitié. On a :

$$\frac{N}{N_0} = \frac{1}{2} = e^{-\lambda T}$$

Soit $\text{Log } 2 = \lambda T$

(2) $$T = \frac{\text{Log } 2}{\lambda} = \frac{0{,}693}{\lambda}$$

La période est la caractéristique de la décroissance radio-active la plus employée ; elle est la même pour tous les atomes d'une même espèce ; chaque radionucléide a une période bien précise ; celle-ci est indépendante de l'âge des atomes considérés.

La relation **(1)** peut s'écrire :

$$N(t + T) = N_0 e^{-\lambda(t+T)} = N(t)\, e^{-\lambda T}$$

et, après n périodes, on a :

$$N(t + nT) = N(t)\, e^{-\lambda nT} = N(t)\, (e^{-\lambda T})^n$$

or $$e^{-\lambda T} = c\, 2^{-1}$$

donc $$N(t + nT) = N(t)\, 2^{-n}$$

(3) $N(nT) = N_0\, 2^{-n}$ si $t = 0$

Donc, au bout de n périodes, le nombre de noyaux radio-actifs aura diminué d'un facteur 2^n.

Vie moyenne du radionucléide

On peut définir pour un grand nombre d'atomes radio-actifs identiques une grandeur appelée *vie moyenne* τ égale à la somme des durées de vie de tous les atomes divisée par le nombre initial d'atomes radio-actifs.

Au temps t, il reste N atomes, et, pendant le temps dt (de t à $t + dt$), il y a $-dN = \lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$ atomes qui se désintègrent. Pour cet instant t, la somme des durées de vie est : $t\lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$. En sommant sur tous les temps t, on obtient la somme totale des durées de vie :

$$\int_0^\infty t\lambda N_0 e^{-\lambda t} dt$$

Nous avons donc

$$\tau = \frac{1}{N_0}\int_0^\infty t\lambda N_0 e^{-\lambda t} dt = \int_0^\infty t\lambda e^{-\lambda t} dt$$

(4) $$\tau = \frac{1}{\lambda}$$

La vie moyenne est donc l'inverse de la constante de désintégration ; elle est reliée à la période par la relation : $T = 0{,}693\, \tau$. τ sera le temps au bout duquel le nombre de noyaux radio-actifs aura été divisé par e.

Décroissance radio-active

La *figure* 1 représente, en coordonnées cartésiennes, la décroissance radio-active d'un radionucléide. Cette décroissance suit une loi exponentielle :

(1) $$N = N_0 e^{-\lambda t}$$

λ étant la pente à l'origine.

Par contre, si l'on représente cette décroissance en coordonnées semi-logarithmiques (*fig.* 2), on a :

$$\text{Log } N = -\lambda t + \text{Log } N_0$$

dont la représentation est une droite de pente $-\lambda$ et d'ordonnée à l'origine $\text{Log } N_0$.

Cette représentation est particulièrement commode, car elle permet une détermination immédiate de la période du radionucléide. Si N_1 est le nombre d'atomes radio-actifs présents au temps t_1 et si $N_2 = \frac{N_1}{2}$ est le nombre d'atomes présents au temps t_2, on a la période du radionucléide : $T = t_1 - t_2$

Modes de désintégration des radionucléides

Les radionucléides, pour passer de leur état instable à un état stable, utilisent différents modes de désintégration que l'on peut classer en deux groupes :

— *Les transitions par partition :* ce sont celles pour lesquelles il y a expulsion du noyau de un ou plusieurs nucléons (désintégration α, fission).

— *Les transitions isobariques :* qui ont lieu sans modification apparente de la masse du radionucléide (désintégration β, capture électronique).

Désintégration α - transition par partition

Un radionucléide X se transforme en un nucléide Y, radio-actif ou non, avec émission spontanée d'un noyau d'hélium appelé *particule* α :

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$$

Le processus de désintégration α entraîne donc un changement de A et de Z :

Exemples :
$$^{226}_{88}Ra \rightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}\alpha$$
$$^{239}_{94}Pu \rightarrow {}^{235}_{92}U + {}^{4}_{2}\alpha$$
$$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}\alpha$$

Dans ce dernier exemple, le nucléide formé $^{206}_{82}Pb$ est stable ; par contre, dans les précédents, la désintégration a conduit aux $^{222}_{82}Rn$ et $^{235}_{92}U$ qui sont eux-mêmes des radionucléides, donc instables. Le processus de désintégration n'est donc pas achevé.

Désintégration β - transition isobarique

Un radionucléide X se transforme en un nucléide Y avec émission spontanée d'un électron appelé particule β. Deux cas sont possibles :

● *Émission* β^-. Il y a départ d'un électron négatif ; un neutron se transforme en proton dans le noyau :

Tableau I

Radionucléides de très longue période (T > 2 · 10⁸ ans)

Radionucléide	Abondance isotopique (%)	Période radio-active (T en années)	Principaux rayonnements émis
^{40}K	0,012	$1,3 \cdot 10^9$	β^-, γ
^{50}V	0,25	$\simeq 10^{12}$	
^{87}Rb	27,85	$6,1 \cdot 10^{10}$	β^-
^{115}In	95,80	$\simeq 10^{14}$	β^-
^{130}Te	34,50	$\simeq 10^{21}$	β^-
^{138}La	0,089	$7 \cdot 10^{10}$	β^-, γ
^{144}Nd	23,87	$1,5 \cdot 10^{15}$	α
^{147}Sm	15,07	$6,7 \cdot 10^{11}$	α
^{176}Lu	2,60	$4,6 \cdot 10^{10}$	β^-, γ
^{187}Re	62,93	$4 \cdot 10^{12}$	β^-
^{209}Bi	100	$2,7 \cdot 10^{17}$	α
^{232}Th	100	$1,4 \cdot 10^{10}$	α, γ
^{238}U	99,28	$4,5 \cdot 10^9$	α, γ
^{235}U	0,71	$7,1 \cdot 10^8$	α, γ

Certains nucléides sont également suspectés d'être radio-actifs en tenant compte des considérations de masse et d'énergie ; ce sont : ^{48}Ca, ^{96}Zr, ^{113}Cd, ^{123}Sb, ^{180}Ta, ^{180}W, ^{190}Pt.

▲ *Tableau I : les radionucléides de très longue période (T > 2 · 10⁸ ans).*

$$^1_0n = {}^1_1p + {}^{\ 0}_{-1}e$$

Le processus de désintégration β^- entraîne un changement de Z qui devient Z + 1, mais A ne change pas.

Exemples :

$$^A_ZX \to {}_{Z+1}^{\ \ A}Y + {}^{\ 0}_{-1}e$$

$$^{14}_{6}C \to {}^{14}_{7}N + {}^{\ 0}_{-1}e$$

$$^{60}_{27}Co \to {}^{60}_{28}Ni + {}^{\ 0}_{-1}e$$

● *Émission* β^+. Il y a départ d'un électron positif ; un proton se transforme en neutron dans le noyau :

$$^1_1p \to {}^1_0n + {}^{\ 0}_{+1}e$$

Le processus de désintégration β^+ entraîne un changement de Z qui devient Z — 1, mais A ne change pas.

Exemples :

$$^A_ZX \to {}_{Z-1}^{\ \ A}Y + {}^{\ 0}_{+1}e$$

$$^{30}_{15}P \to {}^{30}_{14}Si + {}^{\ 0}_{+1}e$$

$$^{18}_{9}F \to {}^{18}_{8}O + {}^{\ 0}_{+1}e$$

Capture électronique - Transition isobarique

C'est un processus concurrent de la désintégration β^+. Il se produit quand le radionucléide ne dispose pas de l'énergie suffisante pour créer un électron positif. Dans ce cas, un électron du cortège électronique est absorbé par le noyau, comme dans la désintégration β^+. C'est un proton qui se transforme en neutron à l'intérieur du noyau, mais suivant la réaction ci-après :

$$^1_1p + {}^{\ 0}_{-1}e \to {}^1_0n$$

Le processus de capture électronique entraîne un cnangement de Z qui devient Z — 1, mais A ne change pas. Il n'y a pas de rayonnement nucléaire émis, puisqu'il n'y a pas d'électron de créé, mais la capture d'un électron de l'orbite électronique de l'atome provoque un réarrangement des courbes électroniques avec production de rayons X et d'électrons Auger.

Exemples :

$$^A_ZX + {}^{\ 0}_{-1}e \to {}_{Z-1}^{\ \ A}Y$$

$$^7_4Be + {}^{\ 0}_{-1}e \to {}^7_3Br$$

$$^{58}_{27}Co + {}^{\ 0}_{-1}e \to {}^{58}_{26}Fe$$

Fission - Transition par partition

Sous l'action d'un neutron, ou même quelquefois spontanément, certains noyaux lourds peuvent se scinder en deux ; ce phénomène est accompagné de l'émission de plusieurs neutrons.

● *Fission spontanée* (exemple : ^{252}Cf) :

$$^A_ZX \to {}^{A'}_{Z'}Y + {}^{A''}_{Z''}W + a \cdot {}^1_0n$$

avec $\begin{cases} A = A' + A'' + a \\ Z = Z' + Z'' \end{cases}$

● *Fission induite :*

$$^A_ZX + {}^1_0n \to {}^{A'}_{Z'}Y + {}^{A''}_{Z''}W + b \cdot {}^1_0n$$

avec $\begin{cases} A = A' + A'' + b \\ Z = Z' + Z'' \end{cases}$

Exemple :

$$^{235}_{92}U + {}^1_0n \to {}^{133}_{51}Sb + {}^{101}_{41}Nb + 2\,{}^1_0n$$

Transition isomérique

Ce type de transition a lieu lorsqu'un noyau est dans un état excité et qu'il passe soit à un autre niveau excité, soit à l'état stable. Ce processus est accompagné de photons mais n'entraîne aucun changement de A et de Z.

$$^A_ZX^* \to {}^A_ZX + \gamma$$

Exemple : $^{99}_{43}Tc^m \to {}^{99}_{43}Tc + \gamma$

Les radionucléides naturels

La radio-activité naturelle

Elle a été découverte en 1896 par le physicien français Henri Becquerel qui mit en évidence les rayonnements émis par l'uranium en impressionnant des plaques photographiques. Deux ans plus tard, en 1898, en étudiant les nouvelles propriétés de la matière, Pierre et Marie Curie purent extraire de certains minéraux rares un corps doté de propriétés analogues, mais beaucoup plus intenses : c'était le *radium*.

Depuis la découverte de la radio-activité naturelle, 51 radionucléides naturels ont été dénombrés ; or les radionucléides, en se désintégrant, disparaissent petit à petit, et il est admis que les noyaux de l'Univers se sont formés il y a au moins 6 milliards d'années. Comment se fait-il alors que l'on trouve encore sur la Terre des noyaux radio-actifs ?

Après 30 périodes radio-actives, tous les noyaux d'un radionucléide sont pratiquement désintégrés. Pour avoir subsisté, il faudrait donc que les radionucléides naturels eussent une période supérieure à 200 millions d'années.

Radionucléides naturels ayant une période supérieure à 2 · 10⁸ ans

Le *tableau* I qui recense les radionucléides ayant une période T supérieure à $2 \cdot 10^8$ ans met en évidence que cette règle se vérifie pour les radionucléides de masse moyenne, mais que seulement trois radionucléides de masse élevée répondent à cet impératif :

— l'uranium 238 : $^{238}_{92}U$ $T = 4,5 \cdot 10^9$ ans

— l'uranium 235 : $^{235}_{92}U$ $T = 7,1 \cdot 10^8$ ans

— le thorium 232 : $^{232}_{90}Th$ $T = 13,9 \cdot 10^9$ ans

Les familles radio-actives naturelles

L'identification de radionucléides naturels de masse élevée et de période relativement courte tels que le radium 226 (T = 1 600 ans) ou le polonium 210 (T = 138 jours) semble donc en contradiction avec la limite de $2 \cdot 10^8$ ans définie précédemment.

En fait, l'existence de ces radionucléides s'explique par leur appartenance à trois familles radio-actives naturelles :

— la famille uranium 238 (uranium 1)
— la famille thorium 232
— la famille uranium 235 (actinium U)

Ainsi, ^{238}U engendre en se désintégrant par émission α ^{234}Th, lui-même instable, qui engendre à son tour par émission β^- du ^{234}Pa, et ainsi de suite : il faut 14 désintégrations successives avant d'aboutir à un noyau stable de ^{206}Pb. Si on trouve donc du radium sur terre, c'est qu'il s'en reforme constamment à la suite des désintégrations de l'uranium 238.

Les *tableaux* II, III et IV donnent la composition de ces trois familles radio-actives naturelles et les caractéristiques principales des radionucléides qui les composent.

Les radionucléides produits par réactions nucléaires

Des réactions nucléaires se produisent dans la haute atmosphère sous l'influence des rayonnements cosmiques. Un noyau cible soumis au bombardement d'une particule incidente d'énergie supérieure à 50 MeV émet un jet de particules plus légères et donne naissance à un noyau plus léger que le noyau cible.

Les particules légères émises sont des neutrons, des protons ou des noyaux légers tels que les isotopes de l'hydrogène, de l'hélium ou du lithium (processus de spallation).

Deux radionucléides naturels importants sont produits de cette façon :

— le tritium, ^3H, de période 12,4 ans;
— le béryllium, ^7Be, de période 53 jours.

Des réactions nucléaires classiques se produisent également dans la haute atmosphère, par exemple :

$$^{14}_{7}N + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{14}_{6}C + ^{1}_{1}p$$

qui donne naissance en permanence au carbone 14 de période 5 400 ans.

Ces processus nucléaires expliquent l'existence de certains radionucléides naturels de vie relativement courte. D'autres radionucléides sont également produits par réactions nucléaires induites par les rayonnements cosmiques; ce sont principalement :

^{10}Be (T = $2,7 \cdot 10^8$ ans)	^{22}Na (T = 2,6 ans)
^{32}P (T = 14,3 jours)	^{33}P (T = 25 jours)
^{35}S (T = 88 jours)	^{39}Cl (T = 55 minutes)

Les radionucléides artificiels

La radio-activité artificielle

Elle a été découverte en 1934 par Irène et Frédéric Joliot-Curie qui réussirent à produire du $^{30}_{15}P$ en bombardant de l'aluminium avec des particules α du polonium :

$$^{27}_{13}Al + ^{4}_{2}\alpha \rightarrow ^{30}_{15}P + ^{1}_{0}n$$

Le $^{30}_{15}P$ était le premier radionucléide découvert; il se désintégrait avec une période de 2,5 minutes en émettant des positons :

$$^{30}_{15}P \rightarrow ^{30}_{14}Si + ^{0}_{+1}\beta^+$$

Production des radionucléides artificiels

Radionucléides produits par les réacteurs

La production des radionucléides repose sur le principe suivant : une petite quantité d'un nucléide stable est placée dans le canal d'un réacteur et soumise à un important bombardement de neutrons. Certains de ces neutrons sont capturés par le noyau du nucléide, et il y a formation d'un radionucléide qui se désintégrera selon les lois définies précédemment.

L'activité du radionucléide formé est égale à :

$$A = \frac{0,6 \cdot \Phi \cdot \sigma}{3,7 \cdot 10^{10}\ M} \cdot (1 - e^{-0,693\ t/T})$$

Tableau II
Famille uranium 238

Radionucléide	Abondance isotopique (%)	Période radio-active (T)	Principaux rayonnements émis
^{238}U (U_I)	99,28	$4,49 \cdot 10^9$ ans	α, γ
^{234}Th (UX_1)		24,10 jours	β^-, γ
^{234}Pa (UX_2)		1,175 minute	β^-, γ
^{234}U (U_{II})	0,0058	$2,5 \cdot 10^5$ ans	α, γ
^{230}Th (Io)		$8,0 \cdot 10^4$ ans	α, γ
^{226}Ra		1 622 ans	α, γ
^{222}Rn		3,825 jours	α
^{218}Po (RaA)		3,05 minutes	α, β
^{214}Pb (RaB)		26,8 minutes	β^-, γ
^{218}At		1,5 à 2 secondes	α, β^-
^{214}Bi (RaC)		19,7 minutes	β^-, α
^{214}Po (RaC′)		$1,637 \cdot 10^{-4}$ secondes	α
^{210}Tl (RaC″)		1,5 minute	β^-
^{210}Pb (RaD)		22 ans	β^-, γ
^{210}Bi (RaE)		5,02 jours	β^-, α
^{210}Po		138,3 jours	α, γ
^{206}Tl		4,19 minutes	β^-
^{206}Pb	23,6	Stable	

▲ ***Tableau II :*** ***la famille uranium 238.***

avec : A = activité spécifique (en curies par gramme);
M = masse atomique de l'élément irradié;
Φ = flux de neutron (en $n \cdot cm^2/s$);
T = période radio-active du radionucléide;
σ = section efficace d'activation (en barns);
t = durée de l'irradiation.

La quantité de radionucléide produite dépend donc de nombreux paramètres, dont les principaux sont :

— l'*intensité du flux* de neutrons qui varie de 10^{10} à 10^{15} $n \cdot cm^2/s$ selon les réacteurs;
— la *qualité de la cible;* quand l'abondance isotopique est faible, on utilise des cibles enrichies isotopiquement;
— la *section efficace d'activation,* qui est caractéristique de chaque réaction nucléaire.

Différents types de réactions nucléaires peuvent être produits dans un réacteur, selon que l'on utilise des neutrons thermiques, des neutrons épithermiques ou des neutrons rapides; les principales réactions utilisées sont (n, γ) ; (n, p) ; (n, α).

Exemples :

$$^{50}_{24}Cr + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{51}_{24}Cr + \gamma \quad \text{réaction } n, \gamma$$

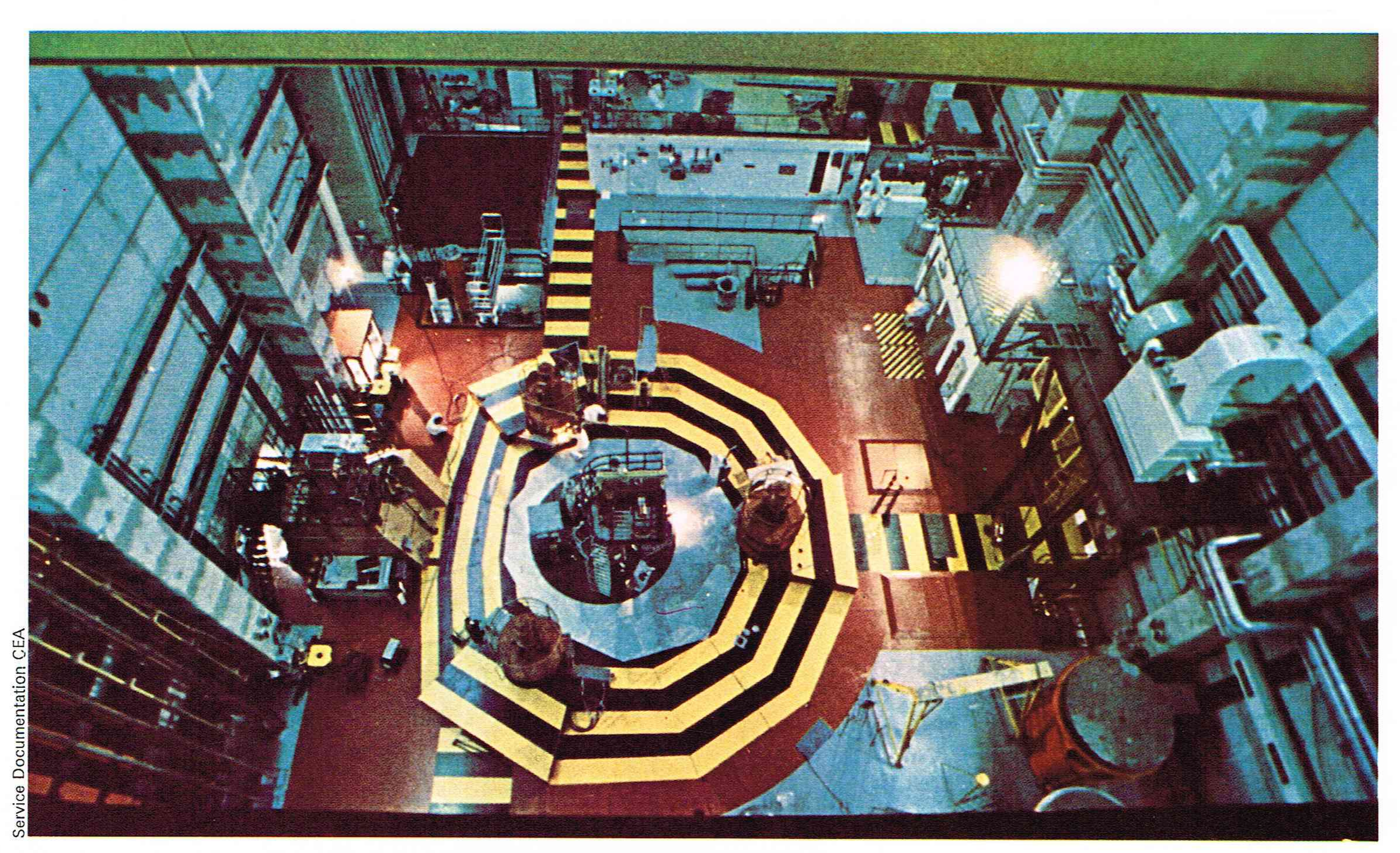
$$^{58}_{28}Ni + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{58}_{27}Co + ^{1}_{1}P \quad \text{réaction } n, \text{P}$$

$$^{62}_{28}Ni + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{59}_{26}Fe + ^{4}_{2}\alpha \quad \text{réaction } n, \alpha$$

Les principaux radionucléides obtenus par irradiation dans un réacteur sont : ^{82}Br, ^{45}Ca, ^{38}Cl, ^{51}Cr, ^{58}Co, ^{64}Cu, ^{198}Au, ^{125}I, ^{131}I, ^{59}Fe, ^{140}La, ^{54}Mn, ^{197}Hg, ^{203}Hg, ^{32}P, ^{42}K, ^{86}Rb, ^{111}Ag, ^{24}Na, ^{35}S, ^{90}Y, ^{65}Zn.

Radionucléides produits par les accélérateurs

Si les accélérateurs, en particulier les cyclotrons, furent très utilisés pendant les années qui suivirent la découverte de la radio-activité artificielle, ils furent rapidement détrônés par les réacteurs. Néanmoins, les réactions obtenues avec les réacteurs sont relativement limitées, car


Service Documentation CEA

▲ *Le cœur de* Phénix, *réacteur nucléaire français mis en service en 1973, qui sert non seulement à la production d'énergie mais aussi à la fabrication de radionucléides par bombardement de nucléides stables par des neutrons.*

▼ *Tableau III : la famille thorium 232.*

Tableau III
Famille thorium 232

Radionucléide	Abondance isotopique (%)	Période radio-active (T)	Principaux rayonnements émis
^{232}Th	100	$1,39 \cdot 10^{10}$ ans	α, γ
^{228}Ra ($MsTh_1$)		6,7 ans	β^-, γ
^{228}Ac ($MsTh_2$)		6,13 heures	β^-, γ
^{228}Th (RdTh)		1,90 an	α, γ
^{224}Ra (ThX)		3,64 jours	α, γ
^{220}Rn (Tn)		54,5 secondes	α
^{216}Po (ThA)		0,158 seconde	α, β^-
^{212}Pb (ThB)		10,6 heures	β^-, γ
^{216}Ac		$\simeq 3 \cdot 10^{-4}$ secondes	α
^{212}Bi (ThC)		60,5 minutes	β^-, α, γ
^{212}Po (ThC′)		$3,04 \cdot 10^{-7}$ secondes	α
^{208}Tl (ThC″)		3,1 minutes	β^-, γ
^{208}Pb	52,3	Stable	

le seul projectile est le neutron. Les besoins de radionucléides de plus en plus sophistiqués ont apporté la renaissance des accélérateurs, qui offrent une panoplie beaucoup plus variée de projectiles.

De nombreux accélérateurs permettent de produire des radionucléides artificiels; c'est le cas des générateurs Cockcroft-Walton, des accélérateurs Van de Graaff et des grandes machines telles que les synchrotrons; mais l'accélérateur le plus intéressant est sans conteste un cyclotron d'énergie 7 à 10 MeV.

La quantité de radionucléide formée est :

$$A = 1,68 \cdot 10^{-16} \frac{nj}{Z} (1 - e^{-\lambda t}) \int_0^{E_m} \sigma (E) \, P (E) \, dE$$

avec : A = activité en μCi;
n = nombre d'atomes par cm^3 de la cible;
j = courant d'ions en μA;
Z = nombre de charges positives de la particule projectile;
λ = constante de désintégration du radionucléide en heures;
t = durée de l'irradiation en heures;
σ (E) = section efficace en barns;
P (E) = parcours de la particule dans la cible;
E_m = énergie de la particule projectile à la surface de la cible.

Les réactions nucléaires les plus importantes pour la production de radionucléides sont celles qui sont produites par les particules chargées positivement : (p, n); (d, n); $(d, 2n)$; (d, α); (α, n). Il faut également noter la réaction (γ, n) et la réaction (d, p) qui produit les mêmes radionucléides que la réaction (n, γ) dans les réacteurs.

Exemples :

$^{6}_{3}Li + ^{2}_{1}d \rightarrow ^{7}_{4}Be + ^{1}_{0}n$ réaction d, n

$^{85}_{37}Rb + ^{2}_{1}d \rightarrow ^{85}_{38}Sr + ^{1}_{0}n + ^{1}_{0}n$ réaction d, 2 n

$^{121}_{51}Sb + ^{4}_{2}\alpha \rightarrow ^{123}_{53}I + ^{1}_{0}n + ^{1}_{0}n$ réaction α, 2 n

$^{52}_{24}Cr + ^{1}_{1}P \rightarrow ^{52}_{25}Mn + ^{1}_{0}n$ réaction p, n

Les principaux radionucléides obtenus par irradiation dans un accélérateur sont : ^{18}F, ^{43}K, ^{123}I, ^{51}Cr, ^{64}Cu, ^{68}Ga, ^{68}Ge, ^{125}I, ^{52}Mn, ^{54}Mn, $^{110}Ag^m$, ^{7}Be, ^{75}Se, ^{85}Sr, ^{65}Zn.

Radionucléides produits par générateurs

Un générateur de radionucléides est un système composé de deux radionucléides dont l'un, qui a une période relativement longue, génère le second, qui a une période plus courte. Les deux radionucléides sont en équilibre radio-actif, et l'activité du générateur décroît avec la période du radionucléide père.

Le principe du générateur consiste à séparer le radionucléide fils, ce qui permet d'employer des radionucléides à très courte période, très utilisés en médecine, en effectuant la séparation père-fils sur le lieu même de l'utilisation.

Dans le cas de deux radionucléides en filiation, le nombre d'atomes B_t du radionucléide fils présent au temps t est obtenu par la formule :

$$B_t = \frac{\lambda_A}{\lambda_B - \lambda_A} A_0 \left(e^{-\lambda_A t} - e^{-\lambda_B t}\right) + B_0 e^{-\lambda_B t}$$

avec : A_0 = nombre d'atomes du radionucléide père à l'instant t_0 ;
B_0 = nombre d'atomes du radionucléide fils à l'instant t_0 ;
λ_A = constante de désintégration du radionucléide père ;
λ_B = constante de désintégration du radionucléide fils.

La séparation père-fils se fait généralement par chromatographie sur colonne, opération qui consiste à fixer le radionucléide père sur un adsorbant minéral ou organique ; le radionucléide fils est séparé par élution.

Les principaux générateurs de radionucléides sont :

$$^{99}_{42}Mo \xrightarrow[67\ h]{\beta^-,\ \gamma} {}^{99}_{43}Tc^m \xrightarrow[6\ h]{\gamma} {}^{99}_{43}Tc$$

$$^{68}_{32}Ge \xrightarrow[280\ j]{C.E.} {}^{68}_{31}Ga \xrightarrow[68\ mn]{\beta^+,\ EC} {}^{68}_{30}Zn$$

$$^{113}_{50}Sn \xrightarrow[118\ j]{C.E.} {}^{113}_{49}In^m \xrightarrow[1{,}7\ h]{\gamma} {}^{113}_{49}In$$

C.E. signifie capture électronique.

Les générateurs actuellement disponibles permettent de produire les radionucléides suivants : ^{38}Cl, ^{42}K, ^{72}As, $^{82}Rb^m$, $^{83}Kr^m$, $^{111}Cd^m$, $^{115}In^m$, $^{125}Te^m$, ^{131}Cs, $^{189}Os^m$, ^{194}Au, ^{222}Rn, ^{28}Al, ^{68}Ga, $^{87}Sr^m$, ^{90}Y, $^{99}Tc^m$, $^{113}In^m$, ^{132}I, $^{137}Ba^m$.

Molécules marquées

Une molécule marquée est une molécule dont l'un des atomes constitutifs a été remplacé par un isotope radio-actif. Les méthodes les plus utilisées pour la préparation des molécules marquées sont :

— la synthèse chimique ;
— la biosynthèse ;
— la synthèse sous radiation.

Exemple :

$$H_3{}^{32}PO_4 + AgNO_3 \xrightarrow{NH_4OH} Ag_3{}^{32}PO_4$$

Le plus grand nombre des molécules marquées sont des composés de ^{3}H, ^{14}C et ^{35}S. Toutefois, ces composés ne conviennent pas très bien au diagnostic médical ; de nombreuses molécules marquées ont été développées ces dernières années, utilisant principalement les radionucléides suivants ^{131}I, ^{125}I, ^{51}Cr, $^{99}Tc^m$, ^{75}Se, ^{57}Co, ^{197}Hg, ^{205}Hg, ^{32}P, $^{111}In^m$.

Procédé Szilard-Chalmers

Quand un noyau d'un atome entreprend une transformation nucléaire, plusieurs processus peuvent affecter la nature chimique du produit ; par exemple, les liaisons peuvent être rompues par l'éjection brutale d'un électron orbital *(effet Auger)*. Dans ce cas, des espèces atomiques et moléculaires d'état énergétique varié sont formées, les atomes de recul séparés permettent d'obtenir une activité spécifique environ 1 000 fois plus grande que par une simple irradiation.

Ce procédé Szilard et Chalmers est très utilisé pour obtenir des radionucléides « sans entraîneur », en particulier après des réactions nucléaires (n, γ) ; $(n, 2n)$; (γ, n).

Fission nucléaire

Certains radionucléides sont également préparés en utilisant le procédé de fission induite, en bombardant une cible d'uranium avec des neutrons. C'est le cas par exemple pour : $U\ (n, f)\ ^{111}Ag$
$U\ (n, f)\ ^{90}Sr \rightarrow {}^{90}Y$
$U\ (n, f)\ ^{140}Ba \rightarrow {}^{140}La$

Ce procédé de préparation des radionucléides nécessite cependant des séparations chimiques relativement complexes pour isoler le radionucléide que l'on veut obtenir des autres produits de fission.

Caractéristiques des principaux radionucléides artificiels

Sur plus de 1 200 radionucléides artificiels, environ une centaine est très utilisée dans les applications médicales et industrielles des radionucléides. Le *tableau* V récapitule les caractéristiques principales de ces radionucléides.

BIBLIOGRAPHIE

EVANS R. D., *The Atomic Nuclears,* Mac Graw Hill, 1955. - HAHN P. F., *The Manual of Artificial Radioisotope Therapy,* Academic Press, New York, 1951. - INGRAND J., HEGESIPPE M., *les Radio-isotopes et le Diagnostic médical,* Masson, 1975. - JOLIOT-CURIE I., *les Radio-éléments naturels,* Hermann, 1946. - LE GALLIC Y., *Bulletin d'informations scientifiques et techniques,* n° 163, octobre 1971. - POURQUIER H., *la Télécobalthérapie en cancérologie,* Masson, 1962. - TUBIANA M., *les Isotopes radio-actifs en médecine et en biologie,* Masson, 1962. - TUBIANA M., DUTREIX J., DUTREIX A., *Bases physiques de la radiothérapie et de la radiobiologie,* Masson, 1963. - *Annual Review of Nuclear Science,* vol. II, p. 221. - *Progress of Nuclear Physics,* vol. I, p. 168.

▶ ***Page 280, tableau V : mode de production, période et énergie des principaux rayonnements des radionucléides.***

▼ ***Tableau IV : la famille uranium 235.***

Tableau IV
Famille uranium 235

Radionucléide	Abondance isotopique (%)	Période radio-active (T)	Principaux rayonnements émis
^{235}U (AcU)	0,715	$7{,}13 \cdot 10^8$ ans	α, γ
^{231}Th (UY)		25,64 heures	β^-, γ
^{231}Pa		$3{,}43 \cdot 10^4$ ans	α, γ
^{227}Ac		22 ans	β^-, α, γ
^{227}Th (RdAc)		18,6 jours	α
^{223}Fr (AcK)		21 minutes	β^-, α, γ
^{223}Ra (AcX)		11,2 jours	α, γ
^{219}Rn (An)		3,92 secondes	α, γ
^{215}Po (AcA)		$1{,}83 \cdot 10^{-3}$ secondes	α, β^-
^{211}Pb (AcB)		36,1 minutes	β^-, γ
^{215}At		$\simeq 10^{-4}$ secondes	α
^{211}Bi (AcC)		2,16 minutes	α, β^-, γ
^{211}Po		25 secondes	α
^{207}Tl		4,79 minutes	β^-, γ
^{207}Pb	22,6	Stable	

TABLEAU V

Radionucléide	Mode de production	Période	Énergie des principaux rayonnements — α MeV	β⁻ max β⁺ max MeV	γ MeV	X keV
Aluminium 26	A	$7 \cdot 10^5$ a		1,16	1,83	1,25
Américium 241	T	433 a	5,44 5,49		0,060	
Antimoine 124	R	60 j		0,21 0,61 0,95 1,60 2,31	0,603 0,646 0,723 1,368 1,692	
Antimoine 125 + Tellure 125 m	R	2,8 a		0,09 0,13 0,30 0,46 0,62	0,176 0,428 0,463 0,600 0,636	27
Argent 110 m + Argent 110 à l'équilibre		250 j		2,23 2,89	0,658 0,706 0,764 0,885 0,937 1,384 1,505	
Argent 111	R	7,5 j		0,69 0,78 1,03	0,243 0,340 0,620	
Arsenic 76	R	26 h		0,58 1,18 1,85 2,41 2,97	0,560 0,657 1,216 1,228 1,438	
Baryum 133	A	7,8 a			0,080 0,276 0,302 0,356 0,382	31
Baryum 140 + Lanthane 140 à l'équilibre	PF	12,8 j		0,47 1,00 1,02 1,36 1,69 2,17	0,163 0,329 0,438 0,487 0,538 0,816 0,925 1,597	
Béryllium 7	A	53 j			0,477	
Bismuth 207	A	30,2 a			0,570 1,063 1,771	75
Brome 82	R	35,3 h		0,44	0,554 0,619 0,698 0,777 0,827 1,044 1,317 1,475	
Cadmium 109 + Argent 109 m à l'équilibre	A	1,3 a			0,088	22
Césium 131	A	9,7 j				30
Césium 134	PF	2,06 a		0,089 0,42 0,66	0,563 0,569 0,604 0,796 0,802 1,167 1,365	32
Césium 137 + Baryum 137 m à l'équilibre	PF	30 a		0,51 1,17	0,662	32
Calcium 45	R	164 j		0,26		
Carbone 14	R	5 730 a		0,16		
Cérium 139	PF A	137 j			0,166	33
Cérium 141	PF	32,5 j		0,44 0,58	0,145	36
Cérium 144 + Praséodyme 144 à l'équilibre	PF	285 j		0,18 0,24 0,32 3,00	0,080 0,134 0,696 1,489 2,186	36
Chlore 36	R	$3 \cdot 10^5$ a		0,71		
Chrome 51	R	27,7 j			0,320	5
Cobalt 56	R	77,3 j		0,42 1,46	0,84 1,03 1,26 1,36 1,77 2,02 2,60 3,26 3,45	6,5
Cobalt 57	A	270 j			0,014 0,122 0,136	6,4
Cobalt 58	R	71,6 j		0,47	0,811 0,864 1,674	6,4
Cobalt 60	R	5,27 a		0,32	1,17 1,33	
Curium 244	T	18,1 a	5,669 5,766 5,808			
Erbium 169	R	9,7 j		0,34	0,008	
Etain 113 + Indium 113 m à l'équilibre	G	115 j			0,393	24
Europium 152	R	12,4 a		0,22 0,36 0,68 1,04 1,46	0,244 0,443 0,869 0,963 1,087 1,112 1,408	
Fer 55	R	2,7 a				5,9
Fer 59	R	44,9 j		0,27 0,47	0,192 0,335 1,10 1,29	6,9
Holmium 166 m	R	$1,2 \cdot 10^3$ a		0,065	0,081 0,184 0,280 0,412 0,532 0,711 0,810 0,830	49,1
Iode 125	R A	60 j			0,035	27,5
Iode 129	PF	$1,6 \cdot 10^7$ a		0,15	0,038	29,8
Iode 131	R PF	8,0 j		0,33 0,60	0,080 0,164 0,284 0,364 0,637 0,722	
Iridium 192	R	74,4 j		0,24 0,54 0,67	0,296 0,308 0,316 0,468 0,604 0,612	
Lanthane 140	R PF	40,2 h		1,25 1,36 1,69 2,17	0,32 0,49 0,81 0,92 1,60 2,52	
Lutétium 176	R	$5 \cdot 10^{10}$ a		0,42	0,088 0,202 0,307	55,8
Lutétium 177	A	6,74 j		0,17 0,38 0,50	0,113 0,208 0,250 0,321	
Manganèse 54	A R	312 j			0,835	5,4
Mercure 197	R	2,7 j			0,077 0,191 0,269	68,8
Mercure 203	R	47 j		0,21	0,279	72,9
Molybdène 99 + Technétium 99 m à l'équilibre	R G	2,7 j		0,45 0,87 1,18	0,181 0,740	
Neptunium 237 + Protactinium 233 à l'équilibre	T	$2,1 \cdot 10^6$ a	4,764 4,769 4,786 4,870	0,15 0,25 0,58	0,030 0,087 0,145 0,198 0,312 0,340	98
Nickel 63	R	100 a		0,066		
Niobium 95	R PF	35,1 j		0,16	0,766	
Or 195	A	183 j			0,030 0,100 0,131	67
Or 198	R	2,7 j		0,28 0,96	0,412 0,676	
Or 199	A	3,1 j		0,25 0,30 0,46	0,050 0,158 0,208	70,5
Phosphore 32	R	14,26 j		1,7		
Plutonium 238	T	87 a	5,46 5,50			
Plutonium 239	T	$2,4 \cdot 10^4$ a	5,105 5,144 5,157			
Polonium 210	R	138,4 j	5,305		0,804	
Potassium 40	N	$1,3 \cdot 10^9$ a		1,30	1,460	
Potassium 42	R	12,4 h		2,00 3,52	1,52	
Praséodyme 143	R	13,8 j		0,93		
Prométhium 147	PF	2,62 a		0,225		
Rhénium 186	R	90 h		0,933 1,071	0,122 0,137	63
Rubidium 86	R	18,7 j		0,71 1,78	1,077	
Ruthénium 103 + Rhodium 103 m à l'équilibre	PF	39,6 j		0,102 0,215	0,040 0,497 0,610	
Ruthénium 106 + Rhodium 106 à l'équilibre	PF	369 j		2,0 2,4 3,1 3,5	0,513 0,624 1,050	
Scandium 46	R	84 j		0,357	0,89 1,12	
Sélénium 75	A	118 j			0,121 0,136 0,265 0,280 0,401	10,5
Sodium 22	A	2,6 a		0,545	0,511 1,275	0,85
Sodium 24	R	15 h		1,39	1,368 2,754	
Soufre 35	R	88 j		0,17		
Strontium 85	A	65 j			0,514	13,4
Strontium 89	R	50,6 j		1,463		
Strontium 90 + Yttrium 90 à l'équilibre	PF	28,2 a		0,54 2,27		
Tantale 182	R	115 j		0,430 0,520	0,068 0,100 1,120 1,190 1,220	59,3
Technétium 99 m	G	6,04 h			0,140 0,142	18,4
Technétium 99	R	$2,1 \cdot 10^5$ a		0,292		
Thallium 204	R	3,85 a		0,764		
Thorium 228 + descendants à l'équilibre	N	1,910 a	5,344 5,427		0,094 0,132 0,214	
Thulium 170	R	127 j		0,886 0,970	0,084	52,4
Tritium	R N	12,37 a		0,018		
Tungstène 185	A	74 j		0,430		
Uranium 232	N	72 a	5,267 5,324		0,058	
Uranium 233	N	$1,6 \cdot 10^5$ a	4,778 4,821		0,029 0,042 0,054 0,097 0,146 0,164 0,291 0,317	
Ytterbium 169	R	32 j			0,063 0,109 0,130 0,177	50,7
Yttrium 88	A	107 j		0,76	0,898 1,836	14
Yttrium 90	G	2,7 j		2,27		
Yttrium 91	A	59 j		1,54		
Zinc 65	A	244 j		0,33	1,115	8,0
Zirconium 95 + Niobium 95 non à l'équilibre	PF	65,2 j		0,36 0,40	0,724 0,756	

Légende — mode de production :

R : réacteur
A : accélérateur
G : générateur
PF : produit de fission
T : transuranien
N : naturel



M. Brigaud - E.D.F.

▲ ***Vue générale de la centrale nucléaire Phénix, à Marcoule.***

LES RÉACTEURS NUCLÉAIRES

La quantité immense d'énergie contenue dans la matière et calculable à partir de l'équation d'Einstein ($E = mc^2$) a fortement passionné les physiciens de l'atome du début du XXe siècle; F. Joliot, en 1935, dans sa conférence à l'occasion de la remise du prix Nobel, suggérait qu'il serait sans doute possible d'obtenir de grandes quantités d'énergie, si l'on connaissait une réaction nucléaire exoénergétique qui produirait des particules de même nature que celles provoquant cette réaction. Ainsi les sous-produits d'une réaction pourraient en engendrer une autre, et ainsi de suite.

Des expériences fondamentales furent conduites par différents chercheurs, tels Hahn et Strassmann qui démontrèrent (1937-1938) l'existence dans les produits de l'irradiation de l'uranium par les neutrons, d'isotopes du baryum, et von Halban, Joliot et Kowarski qui mirent en évidence l'émission de neutrons d'énergie élevée accompagnant la fission de l'uranium.

Dès lors, la fission nucléaire, réaction exoénergétique et capable de se reproduire en chaîne, a été l'objet de multiples applications tant militaires que civiles, dont notre époque est le témoin.

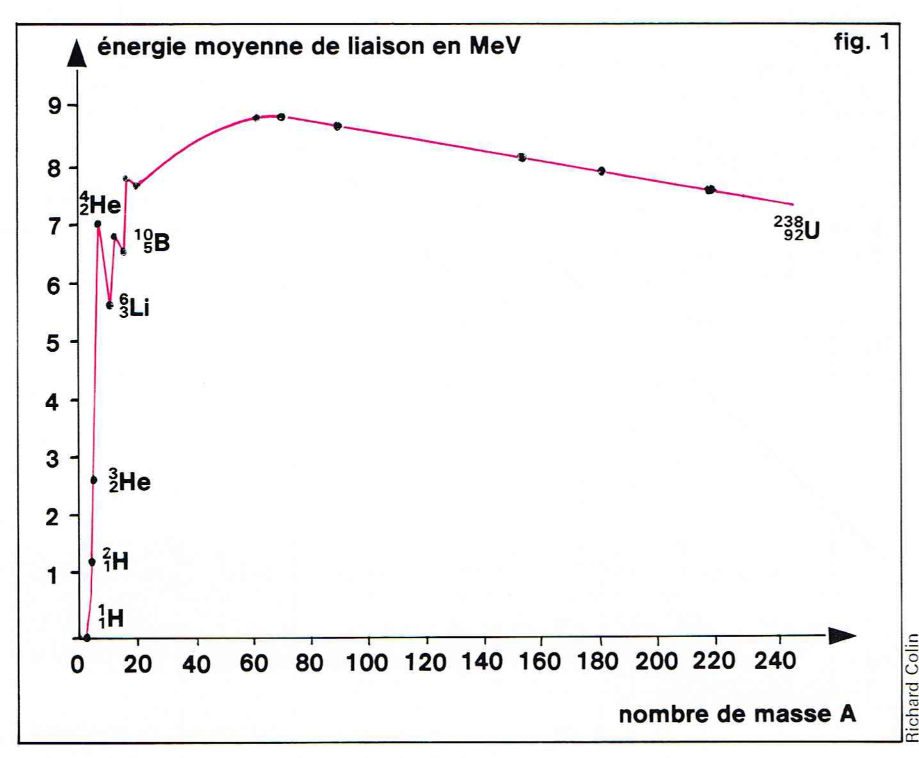
La fission nucléaire

Fission nucléaire et énergie dégagée par fission

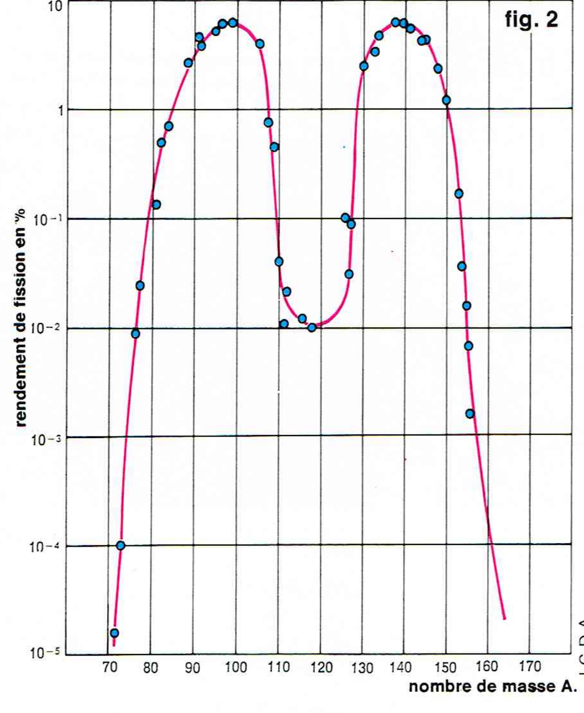
Le noyau d'un atome contient deux sortes de particules ou nucléons : les neutrons et les protons. On appelle nombre de masse A le nombre total de nucléons, et nombre atomique Z le nombre de protons du noyau.

Ces nucléons sont unis entre eux par une énergie de liaison L du noyau qui est l'énergie qu'il faudrait fournir au noyau pour le dissocier en ses constituants élémentaires; en fait, l'énergie de liaison est la différence entre la somme des masses des constituants pris isolément et la masse du noyau correspondant. L'énergie de liaison L augmente avec la masse du noyau, et un noyau est d'autant plus stable que l'énergie de liaison moyenne par nucléon $\frac{L}{A}$ est plus grande. La variation de l'énergie de liaison par nucléons en fonction du nombre de masse est donnée sur la *figure* 1 ; on constate qu'elle diminue lorsque le nombre de masse A du noyau est supérieur à 130 environ.

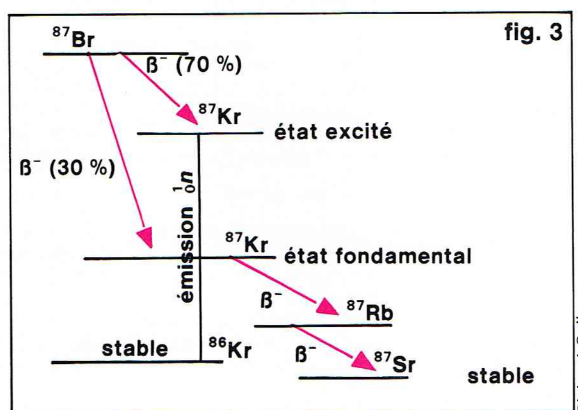
Pour les noyaux lourds, il existe un mode de désintégration qui produit un fort dégagement d'énergie, c'est la fission nucléaire, qui se définit ainsi : c'est la coupure d'un noyau lourd en deux noyaux dont l'ordre de grandeur des masses est la moitié de la masse initiale.



▲ *Figure 1 : représentation graphique de l'énergie moyenne de liaison des nucléons en fonction du nombre de masse.*



▶ *Figure 2 : distribution des fragments de fission en fonction de leur nombre de masse dans le cas de l'uranium 235 frappé par des neutrons thermiques.*



▶ *Figure 3 : exemple de désintégration du Br87, avec émission d'un neutron par désexcitation de Kr87.*

La fission des noyaux lourds est obtenue en les bombardant par des neutrons d'énergie suffisante pour les briser. Par exemple (*fig.* 2), l'uranium 235, sous l'impact de neutrons thermiques, peut se couper d'environ 30 façons différentes, donnant une soixantaine de fragments de fission distincts. Les neutrons émis par la fission nucléaire sont pourvus d'une grande énergie cinétique ; on les appelle neutrons rapides. Au fur et à mesure de leur passage dans le milieu, ils se ralentissent jusqu'à être en équilibre avec le milieu ; on les appelle alors neutrons thermiques. Rappelons que l'uranium naturel est composé principalement de deux isotopes : l'uranium 238 à raison de 99,3 % et l'uranium 235 à raison de 0,7 %.

L'isotope ^{238}U subit aussi la fission par des neutrons rapides ; d'autres noyaux produits artificiellement peuvent être fissionnés par simple absorption de neutrons, tels le plutonium 239 et l'uranium 233. Le phénomène de fission spontanée, sans apport extérieur de neutrons, est assez rare. En même temps que les deux fragments, sont émis plusieurs neutrons rapides, capables de déclencher de nouvelles fissions ; il y a donc une réaction en chaîne possible, exploitée sous contrôle dans les réacteurs nucléaires.

L'énergie produite par la fission de noyaux lourds apparaît en partie instantanément sous différentes formes :

— énergie cinétique des fragments (ou produits) de fission,

— énergie cinétique des neutrons de fission,

— énergie des rayons gamma émis instantanément,

et, avec un certain retard, sous la forme de rayon bêta et de rayon gamma émis par les produits de fission.

La fission d'un noyau d'uranium 235 libère une énergie d'environ 200 méga-électrons-volts ; l'intérêt de ce grand dégagement d'énergie est illustré dans l'exemple suivant : la fission complète de 1 gramme d'^{235}U (contenant $2{,}6 \cdot 10^{21}$ atomes) correspond à $0{,}78 \cdot 10^{11}$ joules, soit presque 1 mégawatt-jour.

La plupart des produits de fission sont radio-actifs, c'est-à-dire qu'ils se décomposent en émettant soit une particule β^- (électron), ou β^+ (positon), soit une particule α (noyau d'hélium), soit un rayon γ (photon). Cette radio-activité est due à un excès de neutrons dans le produit de fission nécessitant plusieurs transitions successives avant que le noyau final devienne stable. Il apparaît, au cours des chaînes de filiations radio-actives, un très grand nombre d'espèces (plus de 200) parmi lesquelles se trouvent des éléments n'existant pas à l'état naturel, par exemple le prométhium, $^{147}_{61}$Pm.

Comme chaîne radio-active intéressante, on peut citer celle du tellure 135 produit par la fission d'^{235}U avec une probabilité de 5,6 %

$$^{135}\text{Te} \xrightarrow[2\ \text{mn}]{} {}^{135}\text{I} \xrightarrow[6{,}7\ \text{h}]{} {}^{135}\text{Xe} \xrightarrow[9{,}2\ \text{h}]{}$$
$$^{135}\text{Cs} \xrightarrow[2 \cdot 10^4\ \text{ans}]{} {}^{135}\text{Ba}\quad \text{(stable)}$$

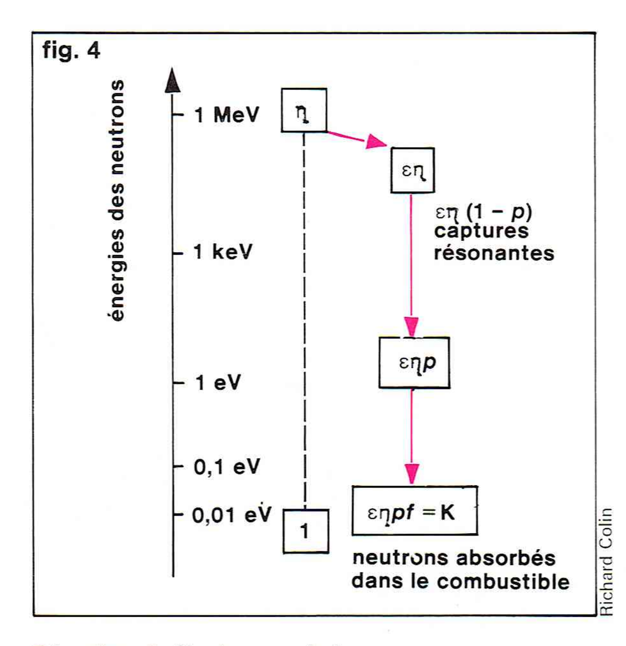
La radio-activité des produits de fission constitue un inconvénient dans l'exploitation de l'énergie atomique.

Le nombre des radio-éléments existant simultanément dans un réacteur est si grand que l'on peut assimiler un réacteur à une source radio-active de forte intensité ; par exemple, le nombre de particules β émises par 1 gramme d'^{235}U, 24 h après avoir subi la fission, est estimé à $9{,}9 \cdot 10^{15}$ par seconde (soit une activité de plus de 200 000 curies).

Neutrons émis par la fission

Environ 99 % des neutrons produits au cours de la fission sont émis instantanément. Ils proviennent des produits de fission, et le temps qui sépare l'impact du neutron de l'émission est compris entre 10^{-16} et 10^{-14} s.

Environ 1 % des neutrons continue à être émis pendant quelques minutes après l'impact. Ce sont les neutrons dits retardés qui sont directement liés à la désintégration radio-active de certains produits de fission. Quel que soit le noyau fissile, il existe cinq groupes de neutrons retardés distingués par leur période, et, dans chaque groupe, l'intensité neutronique diminue exponentiellement en fonction du temps. Par exemple, la *figure* 3 donne la désintégration du ^{87}Br, avec émission d'un neutron par désexcitation de ^{87}Kr. Malgré leur faible abondance, les neutrons retardés sont indispensables pour assurer la stabilité de fonctionnement des réacteurs nucléaires.



Richard Colin

◄ *Figure 4 : schéma de la réaction de fission mettant en évidence les divers phénomènes physiques suivants :* $K = \eta \cdot \varepsilon \cdot p \cdot f$.

Réaction de fission en chaîne

Quand un neutron frappe le noyau d'un atome lourd, il y a une certaine probabilité de fission de ce noyau. Cet événement n'est pas unique ; en effet, le neutron peut être absorbé par le noyau lourd pour donner d'autres éléments (c'est par exemple la formation de Pu^{239} à partir de la capture d'un neutron par l'U^{238}), ou bien le neutron peut être capturé par les matériaux de structure entourant l'uranium, ou bien le neutron peut s'échapper du milieu formé par l'ensemble des matériaux fissiles et de structure.

Pour que la réaction de fission en chaîne puisse se maintenir, il faut qu'il existe un bilan favorable entre les trois processus simultanés suivants :

— production de neutrons par la fission ;
— capture des neutrons sans fission, dans le combustible et les matériaux de structure ;
— fuites de neutrons vers l'extérieur du milieu.

En physique des réacteurs, on a coutume d'exprimer ceci en introduisant le facteur de multiplication K défini comme le rapport entre le taux de neutrons produits et le taux des neutrons absorbés et des fuites :

$$K = \frac{\text{taux des neutrons produits}}{\text{taux (fuites + absorptions)}}$$

Dans le cas d'un milieu infini, où il n'est pas tenu compte des fuites, le facteur de multiplication peut se décomposer en quatre facteurs qui mettent en évidence les divers phénomènes physiques suivants (*fig.* 4) :

$$K = \eta \cdot \varepsilon \cdot p \cdot f$$

η est le nombre de neutrons rapides produits pour chaque neutron thermique absorbé dans le combustible (absorption donnant lieu à fission ou capture).

ε = facteur de fission rapide ; c'est le rapport du nombre total de neutrons rapides produits par fissions dues à des neutrons de toute énergie au nombre de neutrons rapides produits par fissions dues à des neutrons thermiques.

p = facteur de trappe, probabilité pour que le neutron échappe à la capture par l'^{238}U pendant son ralentissement.

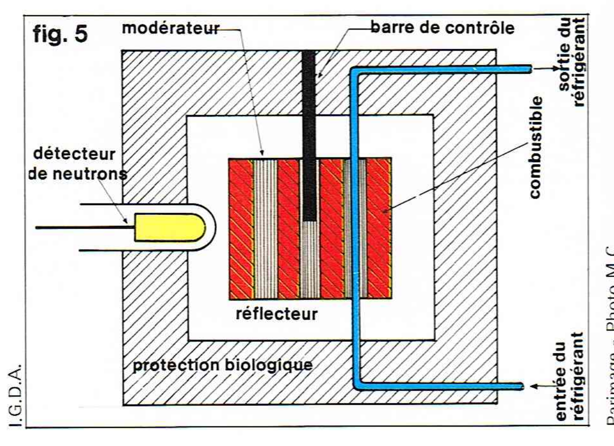
f : facteur d'utilisation thermique, est défini par le rapport du nombre de neutrons thermiques absorbés dans le combustible au nombre total de neutrons thermiques absorbés dans les matériaux constituant le cœur du réacteur.

Si l'on tient compte des dimensions finies du cœur du réacteur, le facteur de multiplication effectif K_{eff} est alors défini par $K_{eff} = \eta\varepsilon p f \cdot F$, F étant la probabilité pour que le neutron émis revienne ou reste dans le milieu multiplicateur.

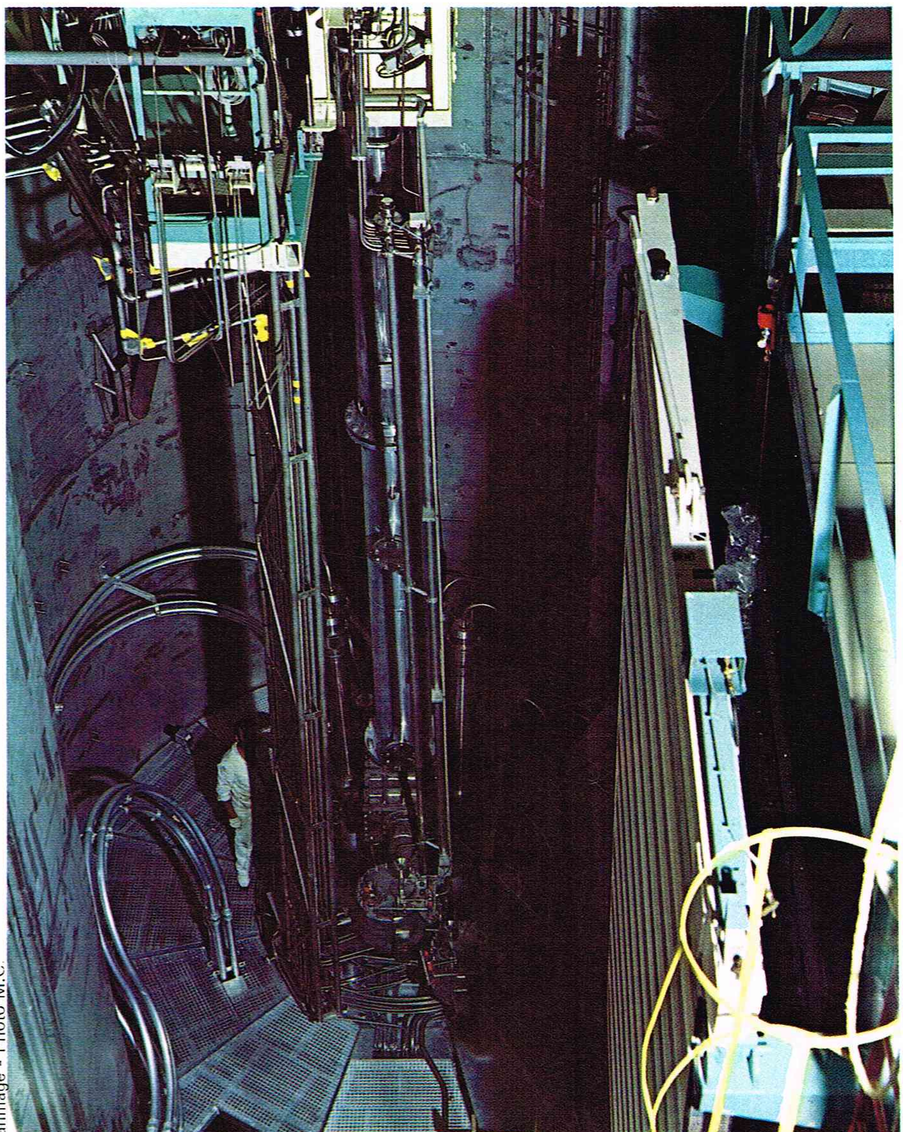
Principe de fonctionnement d'un réacteur

Un réacteur nucléaire est une installation dans laquelle il est possible d'initier, d'entretenir et de contrôler la réaction de fission des noyaux lourds, et de récupérer l'énergie produite au cours de cette réaction.

Le schéma de principe du fonctionnement d'un réacteur nucléaire à neutrons thermiques est indiqué sur la *figure* 5. Au centre se trouve le cœur constitué d'éléments combustibles en uranium, plutonium ou thorium, entourés du modérateur qui sert à ralentir les neutrons de fission : graphite, eau lourde, eau légère ou tout corps constitué d'éléments légers. Dans le cœur se produit la réaction en chaîne, et son contrôle s'effectue au moyen de barres de contrôle. Un matériau réflecteur empêche les neutrons de fuir du cœur. La protection biologique, dont le matériau de base est en général du béton lourd,



I.G.D.A.


Parimage - Photo M.C.

▼ *A gauche, figure 5 : schéma de principe d'un réacteur nucléaire à neutrons thermiques. A droite, vue générale de la cuve d'un réacteur de recherche au Centre d'études nucléaires de Grenoble (C.E.A.).*



▲ ***Grand réflecteur d'eau lourde situé autour du cœur du réacteur (Centre d'études nucléaires de Grenoble - C. E. A.).***

Parimage - Photo M.C.

est destinée à protéger les personnes et aussi les structures des rayonnements ionisants liés à la réaction en chaîne.

Un fluide réfrigérant sert à évacuer les calories produites dans le cœur et à les transmettre par l'intermédiaire d'un échangeur au circuit vapeur qui actionne un groupe turbo-alternateur. Une pompe de circulation est en général nécessaire pour faire circuler le fluide réfrigérant dans le circuit cœur-échangeur.

Les détecteurs de neutrons destinés au contrôle de la réaction peuvent être situés dans le cœur ou la protection biologique. Dans un réacteur, la réaction en chaîne est déclenchée par les neutrons existant initialement; ils proviennent des fissions spontanées de l'uranium ou du plutonium, ou d'une source artificielle de neutrons introduite dans le cœur, et constituent la première génération. Certains de ces neutrons provoquent de nouvelles fissions, et les neutrons produits se ralentissent, diffusent dans le combustible, sont absorbés, s'échappent du cœur ou produisent de nouvelles fissions; ils forment la seconde génération neutronique, ainsi de suite. Ces divers événements se produisent pendant le temps τ : durée de vie d'une génération de neutrons.

Si N représente la population neutronique au début d'une génération, le nombre de neutrons créés au cours d'une génération est égale à $N\,(K_{eff} - 1)$; l'évolution de la population neutronique pendant une génération est alors :

$$\frac{dN}{dt} = \frac{N\,(K_{eff} - 1)}{\tau}$$

A un instant donné, la population neutronique est alors :

$$N = N_0 e^{\frac{(K_{eff} - 1)}{\tau}}$$

N_0 est le nombre initial de neutrons. On pose généralement $T = \frac{\tau}{K_{eff} - 1}$ période du réacteur qui exprime le temps au bout duquel le nombre de neutrons existants est multiplié ou divisé par *e*, base des logarithmes népériens.

Dans le fonctionnement d'un réacteur, les neutrons immédiats et retardés interviennent simultanément; soit β la fraction du nombre total des neutrons de fission apparaissant sous forme de neutrons retardés. On peut considérer le coefficient de multiplication effectif comme étant la somme de $(1 - \beta)\,K_{eff}$, du aux neutrons prompts, et de $K\beta_{eff}$ dû aux neutrons retardés. Supposons que le réacteur diverge ($K_{eff} > 1$), mais que $(1 - \beta)\,K_{eff}$ soit inférieur à l'unité, l'augmentation de la population neutronique est alors due uniquement aux neutrons retardés, elle est donc lente et le contrôle est facile. Cette condition est réalisée par $1 < K_{eff} \leqslant \frac{1}{1 - \beta}$. Si $K_{eff} > \frac{1}{1 - \beta}$, la réaction en chaîne diverge à cause des neutrons prompts, le contrôle est difficile.

Physique des réacteurs

La physique des réacteurs a pour objet la compréhension et la prédiction du comportement des neutrons dans un réacteur nucléaire. Cette connaissance est nécessaire à deux niveaux :

— Pour les études de projet : il s'agit de concevoir, d'optimiser le réacteur et de garantir sa sûreté.

— Pour l'exploitation : il s'agit de prévoir et contrôler le comportement de l'installation et de réaliser le cycle de combustible le plus économique possible.

Malgré la diversité des filières, les problèmes de physique des réacteurs présentent une grande unité. Le problème fondamental est de connaître la distribution énergétique, spatiale et temporelle des neutrons dans le réacteur. Elle est caractérisée par une grandeur appelée *flux neutronique* $\Phi\,(E, \vec{x}, t)$.

L'ensemble des phénomènes mis en jeu est traduit par une équation fondamentale, l'équation du transport, relative au flux neutronique. Cette équation est une *équation de bilan* entre les différents événements que peut « vivre » un neutron : naissance par fission, déplacement au sein du cœur, fuite à l'extérieur du cœur, perte d'énergie par choc sur les noyaux des différents matériaux, absorption, celle-ci pouvant être stérile (capture) ou donner lieu à une nouvelle fission.

L'interaction des neutrons avec la matière est représentée par une grandeur appelée *section efficace* σ qui caractérise la probabilité de la réaction. Une section efficace dépend de trois paramètres $\sigma\,(i, r, E)$; de l'isotope considéré (i), de la réaction (r); dans le cas fréquent où plusieurs réactions sont possibles, chacune possède une section efficace caractéristique, et enfin elle varie suivant l'énergie E du neutron incident. L'unité de section efficace, homogène à une surface, est le barn

$$(1 \text{ barn} = 10^{-24}\,\text{cm}^2)$$

Si l'on désigne par $N\,(i, \vec{x})$ le nombre d'atomes par cm^3 de noyaux i dans un volume élémentaire dV autour du point $\vec{x}$, le nombre total de réactions du type r dans le réacteur est alors pour ce noyau i :

$$T\,(i, r) = \int_V\int_E N\,(i, \vec{x})\,\sigma\,(i, r, E)\,\Phi\,(\vec{x}, E)\,dE\,dV$$

Ce sont des termes de ce type qui interviennent dans l'équation fondamentale citée plus haut.

On voit dès lors apparaître les différentes démarches de la physique des réacteurs :

— Il faut tout d'abord une connaissance précise des propriétés nucléaires des matériaux qui constituent le cœur du réacteur : c'est la physique nucléaire qui apporte les données nécessaires sur les sections efficaces.

— Il faut résoudre l'équation de bilan dans le réacteur pour obtenir le flux neutronique et par suite les différents taux de réactions $T\,(i, r)$.

En fait, il n'est pas possible de se reposer uniquement sur les deux points précédents pour le calcul d'un réacteur. Tout d'abord les mesures de sections efficaces ne sont pas suffisamment précises pour atteindre les précisions demandées par les projets. En outre, les méthodes de calcul raffinées deviennent rapidement inextricables, et il est nécessaire de faire un certain nombre d'approximations (discrétisation en énergie, par exemple).

En conséquence, les études sont orientées vers l'utilisation d'« expériences critiques », réacteurs de puissance nulle, dont le cœur est constitué par le milieu à étudier. Les expériences réalisées mettent en jeu des milieux simples et sont ainsi faciles à analyser. Les résultats expérimentaux obtenus, qui sont des caractéristiques du bilan neutronique, permettent de tester de façon systématique données de base et méthodes de calcul et de les modifier en conséquence pour éliminer les écarts calcul-expérience. En outre, il faut noter que ce type

d'approche est en parfait accord avec les préoccupations de l'ingénieur qui calcule un réacteur : ce qui est important pour lui, c'est de prévoir des taux de réaction.

En résumé, on peut dire que la physique des réacteurs est un intermédiaire indispensable entre la physique nucléaire qui fournit les données de base, la physique mathématique qui élabore les méthodes de calcul et le projet qui utilise un formulaire testé et justifié par la physique des réacteurs.

Nous allons à présent donner un aperçu des problèmes de physique des réacteurs rencontrés dans les différents types de filières.

Physique des réacteurs à eau naturelle

L'eau est le fluide le plus communément utilisé pour le transfert de l'énergie calorifique et sa transformation en énergie mécanique. Contenant une forte densité de noyaux d'hydrogène très efficaces pour ralentir les neutrons par chocs élastiques jusqu'à l'énergie thermique, il semble naturel de l'utiliser comme fluide modérateur et caloporteur dans les réacteurs nucléaires.

Deux modes d'extraction des calories de l'eau, circulant dans le cœur, ont conduit à définir deux types de réacteurs. D'une part les réacteurs à eau sous pression ou PWR (Pressurized Water Reactor) où l'extraction des calories s'effectue en phase liquide; d'autre part les réacteurs à eau bouillante ou BWR (Boiling Water Reactor) où l'extraction des calories s'effectue en phase vapeur.

Sur le plan de la physique, ces deux types de réacteurs ont de nombreux aspects communs. Ce sont des réacteurs à neutrons thermiques. La réaction en chaîne y est entretenue principalement grâce à la fission de l'uranium 235. La section efficace de fission de cet isotope est particulièrement élevée pour les neutrons lents (ou neutrons thermiques). Pour bénéficier de cet avantage, il est nécessaire de ralentir les neutrons jusqu'à l'énergie thermique après quelques chocs diffusants. L'hydrogène de l'eau est en l'occurrence un très bon modérateur. Malheureusement, il a l'inconvénient de capturer facilement les neutrons, imposant ainsi l'utilisation d'uranium enrichi (de l'ordre de 3 %).

Les neutrons évoluent donc dans un milieu composé principalement de noyaux lourds (combustible) et légers (modérateur). Il est avantageux du point de vue du bilan neutronique que ces deux milieux soient séparés. En effet, le principal obstacle au ralentissement des neutrons est la probabilité de capture élevée de l'^{238}U. Pour les neutrons épithermiques, cet isotope présente une section efficace de capture résonnante (véritable piège à neutrons). Il importe donc que le parcours des neutrons dans le modérateur soit suffisamment long pour qu'une grande partie d'entre eux se thermalisent sans rencontrer l'^{238}U. Cela conduit à localiser le combustible sous forme de barreaux cylindriques formant un réseau régulier baignant dans l'eau qui joue alors le double rôle de fluide caloporteur et de modérateur.

Le pas du réseau détermine un paramètre important en neutronique : le rapport de modération (r)

$$r = \frac{\text{nombre de noyaux de modérateur}}{\text{nombre de noyaux de combustible}}$$

En raison de deux phénomènes antagonistes, il existe une valeur optimale de r pour laquelle la réactivité ρ est maximale. En fait, le neutronicien choisit une valeur de r légèrement inférieure à r_{opt} pour satisfaire à un critère de sécurité : le coefficient de température du modérateur $\frac{\partial \rho}{\partial T}$ doit être négatif. Une fois les caractéristiques du réseau fixées, il reste à résoudre de nombreux problèmes.

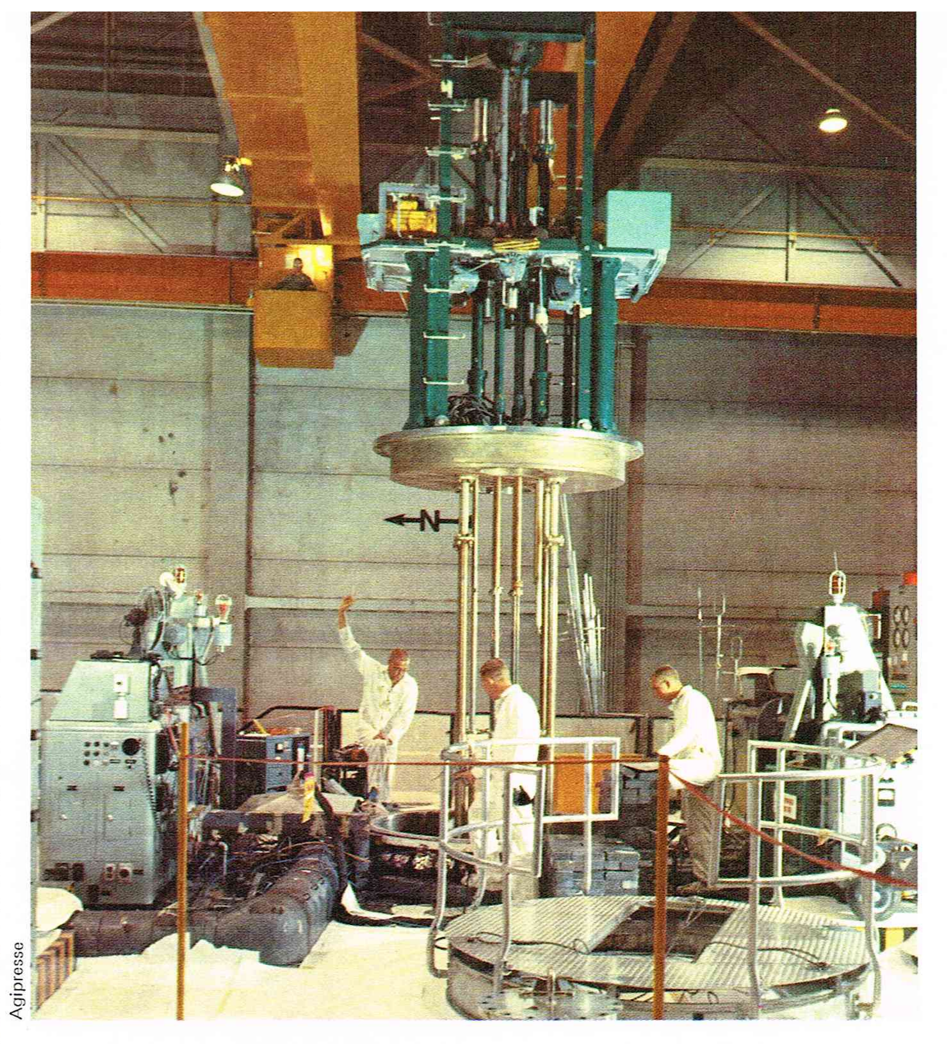
Les propriétés du combustible varient au cours du temps, entraînant une variation du bilan neutronique qui se traduit par une diminution constante de la réactivité. Les phénomènes défavorables sont :

— l'usure du combustible,

— l'apparition de produits de fission très capturants (le plus important étant le xénon 135 qui « empoisonne » le combustible dès le début de vie du cœur). Le seul élément favorable est l'apparition des isotopes fissiles (^{239}Pu et ^{241}Pu) :

$$^{238}\text{U} \xrightarrow{n,\gamma} {}^{239}\text{U} \xrightarrow{\beta^-} {}^{239}\text{Np} \xrightarrow{\beta^-} {}^{239}\text{Pu} \xrightarrow{n,\gamma}$$

$$^{240}\text{Pu} \xrightarrow{n,\gamma} {}^{241}\text{Pu} \xrightarrow{n,\gamma} {}^{242}\text{Pu}$$



Agipresse

▲ ***Système des barres de contrôle d'un réacteur au laboratoire atomique de Los Alamos (États-Unis).***

Il est donc clair que le choix d'une durée de cycle, optimale économiquement, impose un enrichissement au départ pour lequel le cœur a un excédent de réactivité que l'on doit pouvoir contrôler.

Contrôle de la réactivité

On peut distinguer deux sortes de contrôle :

— *Les variations rapides de réactivité*

Elles peuvent être provoquées par des effets de température : passage froid-chaud à puissance nulle, effet de vide, empoisonnement xénon, etc. Ces variations sont contrôlées à l'aide de barres de matériaux absorbants (argent, indium, cadmium) que l'on enfonce plus ou moins dans le cœur. Il existe de plus une réserve d'antiréactivité sous la forme de barres de sécurité qui, en tombant, sont capables à tout moment de rendre le réacteur sous critique.

— *Les variations lentes de réactivité*

Elles sont dues à l'épuisement du combustible. La recherche d'un taux de combustion économiquement intéressant impose le contrôle d'un important excédent de réactivité pour le premier cœur.

Les solutions retenues diffèrent pour les PWR et les BWR, bien que consistant toutes les deux dans l'adjonction d'éléments capturants dans le cœur : les poisons.

— *Pour les PWR.* On utilise un poison soluble. Le bore 10 sous forme d'acide borique dont le titre dans l'eau du circuit primaire est ajusté au cours du temps. Le titre en bore est cependant limité à environ 0,2 % pour que le coefficient de température du modérateur reste négatif. Pour le premier cœur, l'excédent de réactivité est tel qu'il faut souvent adjoindre un autre mode de contrôle : les poisons consommables.

Dans certains assemblages, les vides laissés pour recevoir d'éventuelles barres de commande sont occupés par des crayons de matériaux absorbants (Pyrex) dont l'usure est liée au taux de combustion local. Les caractéristiques de ces crayons et leur position sont étudiées pour compenser l'excédent de réactivité, et en même temps servent à aplatir la distribution de puissance.

— *Pour les BWR.* Le changement de phase de l'eau interdit la solution poison soluble.

Seuls les poisons consommables sont utilisés sous forme de plaques borées entre les boîtiers d'éléments combustibles ou d'oxyde de gadolinium mélangé au combustible.

Distribution de puissance

Elle doit être calculée de façon à respecter les limites technologiques (point chaud à ne pas dépasser) et à utiliser au mieux le combustible chargé (puissance la plus plate possible). Les solutions diffèrent entre les PWR et les BWR et impliquent des stratégies de rechargement différentes (par tiers pour les PWR et par 2/9 pour les BWR).

Thermohydraulique

Les problèmes de neutronique et de thermohydraulique sont intimement couplés, surtout pour les BWR. Le physicien doit être capable de calculer la répartition de la densité du modérateur, d'assurer une bonne distribution du fluide caloporteur.

Il est impératif d'éviter la fusion du combustible, et des considérations de thermohydraulique sur la transmission de chaleur entre le combustible et le fluide caloporteur conduisent à des limitations de la température de l'eau primaire en fonction de la valeur de la pression primaire.

Si l'on examine ce qui se passe lorsqu'un fluide (eau) se déplace dans un canal chauffant, on distingue plusieurs zones qui dépendent de la vitesse massique et de la qualité du mélange eau-vapeur.

Au début, tant que le flux est suffisamment faible pour que la température de gaine (T_g) reste inférieure à la température de saturation (T_{sat}), l'écart de température entre gaine et eau est proportionnel au flux calorifique, l'écoulement s'effectue en phase unique (liquide).

Dès que T_g atteint et dépasse « T_{sat} », des bulles se forment à partir de centres actifs existant sur la paroi à cause de la surchauffe locale; c'est l'ébullition locale. La fraction de vide, c'est-à-dire la fraction de volume occupée par la vapeur, est faible. L'agitation provoquée par la formation des bulles améliore le transfert de chaleur. Dans cette configuration, l'écart entre T_g et T_{sat} est donné par l'expression

$$\Delta T_{sat} = T_g - T_{sat} = 7{,}9\ \Phi^{0,25}\ e^{-P/62,5}$$

(Φ en W/cm² et P en bars)

La température de gaine $T_g = T_{sat} + \Delta T_{sat}$ dépend peu du flux thermique et ne dépend ni de la vitesse ni de la température de l'eau.

Dans cette zone, un effet important peut se produire : si le flux de chaleur est trop grand, le taux de formation de bulles est tel qu'un film de vapeur se forme autour du canal chauffant, empêchant l'eau de mouiller le canal. Le coefficient d'échange thermique est brusquement réduit, une élévation anormale de la température de la gaine en résulte, préjudiciable au comportement du combustible; c'est le phénomène de caléfaction.

Dès que l'enthalpie du liquide atteint l'enthalpie de saturation (ou $T_e = T_{sat}$), les bulles s'élèvent à travers le liquide et occupent tout le canal; la fraction de vide varie très rapidement avec l'enthalpie. Les conditions de transfert de chaleur et ses limites sont les mêmes que pour la zone décrite précédemment.

Les bulles en grand nombre ont tendance à se rassembler en un noyau gazeux continu, et un film liquide tapisse la gaine. C'est la zone d'écoulement annulaire. Des gouttelettes sont emportées dans le noyau gazeux, l'épaisseur du film décroît au fur et à mesure que la qualité de la vapeur augmente. Il peut se produire à la limite une rupture du film liquide, phénomène dit d'assèchement, conduisant aussi à la caléfaction.

Dans la zone d'écoulement à brouillard, la vapeur entraîne des gouttelettes de liquide; on observe une brusque augmentation de la température de paroi. L'écoulement à brouillard est ensuite suivi de l'écoulement à simple phase vapeur comparable à celui des gaz, avec modification brutale des coefficients d'échange thermique.

Les différentes zones jusqu'à celle d'écoulement annulaire se rencontrent dans les réacteurs à eau, la zone à brouillard en étant exclue.

Dans un PWR, on rencontre les deux premières zones (fonctionnement sous-saturé). Une certaine ébullition locale est tolérée au point le plus chaud du combustible, le « ΔT_{sat} » calculé est faible (environ 3 °C en prenant $\Phi = 185$ W/cm² et P environ 155 bars). La fraction de vide est faible, environ 4 à 5 %.

Dans un BWR où l'on rencontre les différentes zones, le « ΔT_{sat} » est d'environ 10 °C; la fraction de vide est en moyenne de 20 % sur tout le canal, et au plus de 75 % à la sortie du canal.

Physique des réacteurs à neutrons rapides

Définition

Le terme réacteurs à neutrons rapides regroupe une grande variété de réacteurs, dont la propriété commune est de ne pas contenir d'éléments légers (carbone, hydrogène), introduits dans les réacteurs thermiques dans le dessein de ralentir les neutrons en dessous de la région des résonances des éléments lourds. Cette caractéristique entraîne deux conséquences :

— Il n'est plus possible de tirer parti des fortes remontées des sections efficaces de fission à très basse énergie (0,025 eV), principe de base des réacteurs thermiques. Le *tableau* I, qui compare ces sections efficaces moyennées sur un flux thermique et sur un flux de réacteur rapide de puissance, illustre bien ce fait.

— Le rapport σ fission $^{235}U/\sigma$ capture ^{238}U est beaucoup plus faible pour un flux rapide ($\simeq 10$) que pour un flux thermique ($\simeq 200$).

En conséquence, il est nécessaire d'enrichir le combustible en isotopes fissiles, l'ordre de grandeur minimal étant d'environ 10 %.

De plus, le tableau ci-dessous montre la supériorité du plutonium 239 comme combustible rapide par rapport à l'uranium 235 : α légèrement plus faible et $\eta - 1$ nettement supérieur.

On peut se demander si la présence d'uranium 238, élément capturant, est bien nécessaire. En fait, elle est essentielle pour quatre raisons principales :

— *La régénération du ^{239}Pu est possible* par capture neutronique dans le ^{238}U par la chaîne suivante :

$$^{238}U + n \rightarrow {}^{239}U \xrightarrow{\beta^-} {}^{239}Np \xrightarrow{\beta^-} {}^{239}Pu$$

Comparaison des sections efficaces moyennées sur un flux thermique et un flux de réacteur rapide de puissance

Isotope	Flux	σ_f en barns	σ_c en barns	ν : neutrons émis par fission	$\alpha = \frac{\sigma_c}{\sigma_f}$	$\eta - 1 = \frac{\nu\sigma_f}{\sigma_c + \sigma_f} - 1$
^{235}U	thermique	582	99	2,42	0,17	1,07
	rapide	1,78	0,50	2,45	0,28	0,91
^{239}Pu	thermique	743	269	2,87	0,36	1,11
	rapide	1,72	0,44	2,93	0,26	1,33

▶ Tableau donnant en comparaison les sections efficaces moyennes sur un flux thermique et un flux de réacteur rapide de puissance.

Elle a deux avantages :

- le plutonium formé pourra servir après retraitement à alimenter de nouveaux réacteurs, de sorte qu'on peut dire que la filière rapide brûle en fait de l'^{238}U ;
- la formation de plutonium dans le cœur minimise les variations de réactivité au cours de la vie du cœur et permet d'envisager des taux de combustion très élevés.

— L'^{238}U apporte la contribution principale au coefficient de température négatif, par effet Doppler, pour la sûreté du réacteur.

— L'^{238}U contribue à 10 % de la puissance par ses fissions rapides au-dessus du seuil de 1 MeV.

— La fabrication d'un combustible plutonium pur est plus difficile.

Description sommaire

En règle générale, un réacteur à neutrons rapides se compose de trois zones. Ce sont, du centre vers la périphérie :

— *Une zone cœur :* c'est la partie fissile du réacteur, en général constituée de deux milieux concentriques d'enrichissements différents, le plus enrichi étant à l'extérieur.

Cette zone externe plus enrichie permet d'obtenir, dans la seconde zone du cœur, pour un niveau de flux donné, plus de fissions, donc plus de puissance à volume constant, et d'obtenir un aplatissement radial de puissance. Le cœur est constitué d'aiguilles de PuO_2/UO_2, gainées en acier inoxydable, disposées dans des tubes verticaux hexagonaux et refroidies par du sodium liquide.

— *Une couverture entourant le cœur :* elle peut avoir deux rôles suivant sa nature :

- rôle de réflecteur qui renvoie les neutrons vers le cœur et permet de réduire la masse critique et d'aplatir la puissance. C'est le cas de l'acier, du nickel ;
- rôle régénérateur : c'est le cas des couvertures d'UO_2 appauvri à 0,4 % d'^{235}U, qui utilisent les neutrons de fuite du cœur pour transformer l'^{238}U en ^{239}Pu. C'est grâce à ces couvertures qu'un réacteur rapide peut devenir surrégénérateur, c'est-à-dire produire plus de ^{239}Pu qu'il n'en consomme.

Le choix entre les deux types de couvertures est un choix économique. Actuellement, pour une meilleure utilisation de l'uranium naturel, le critère de surrégénération est retenu. Les couvertures des réacteurs actuels ou en projet sont en uranium appauvri, qui est un résidu des usines d'enrichissement.

— *Des écrans et des protections biologiques :* par exemple, acier inoxydable refroidi au sodium.

Particularités de la physique des réacteurs rapides

Les deux principales caractéristiques de la filière rapide, grande gamme d'enrichissement possible et fuites importantes hors cœur, font que les spectres de neutrons s'étendent sur un très grand domaine d'énergie, comme le montre la *figure* 6 (1 keV à 10 MeV). Il est donc nécessaire de bien connaître, dans toute cette gamme d'énergie, le bilan neutronique dans le cœur et dans les couvertures. Quatre points sont particulièrement importants dans cette analyse.

— Il est nécessaire de bien connaître le bilan neutronique au démarrage du réacteur. Ceci demande une connaissance approfondie des caractéristiques neutroniques des éléments constituants (PuO_2, UO_2, sodium, acier).

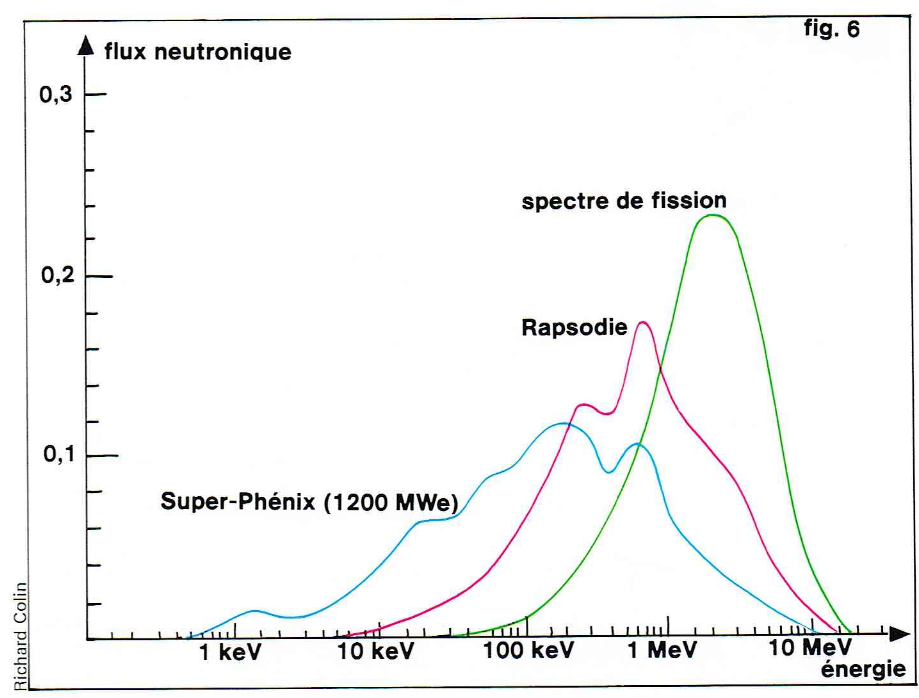
— L'évolution du réacteur au cours du temps doit être correctement prévue. Un réacteur de 1 200 MWe (mégawatts électriques), par exemple, est rechargé par moitié chaque année. Il faut donc bien connaître :

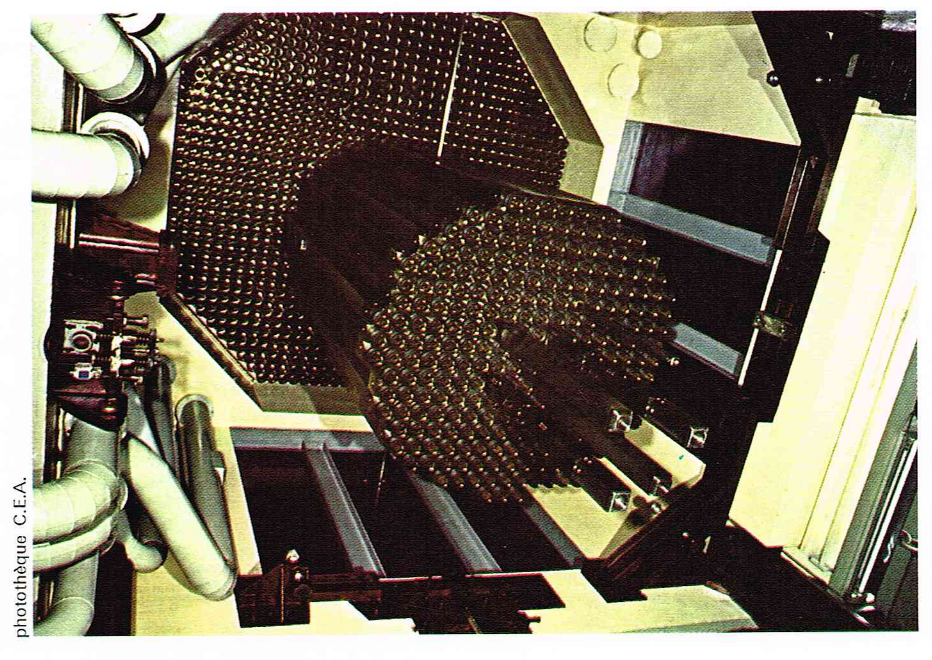
- le gain de régénération, celui du cœur parce qu'il intervient directement pour limiter la perte de réactivité par cycle ; celui de la couverture, car il permet au réacteur d'être surrégénérateur. Un gain de régénération mal défini conduit à une estimation erronée du coût du cycle de combustible et de l'approvisionnement en plutonium pour les cœurs suivants ;
- l'effet dû aux produits de fission, qui sont des éléments capturants et s'accumulent dans le cœur.

— Les problèmes directement liés au projet doivent être bien connus : distributions de puissance, efficacité des barres de commande.

— Au point de vue de la sûreté du réacteur, la possibilité d'une ébullition de sodium impose de pouvoir calculer correctement cet effet qui entraîne un gain de réactivité, quand il se produit dans la partie centrale du cœur.

Toutes ces études ont fait et font actuellement l'objet d'un effort expérimental important sur « expériences critiques ». Parmi celles-ci, on peut citer, en France, le réacteur couplé rapide-thermique Ermine, le réacteur Harmonie et le réacteur Masurca. Les expériences réalisées sur ces installations ont permis la mise au point de la centrale de démonstration Phénix (250 MWe) qui fonctionne depuis 1973.

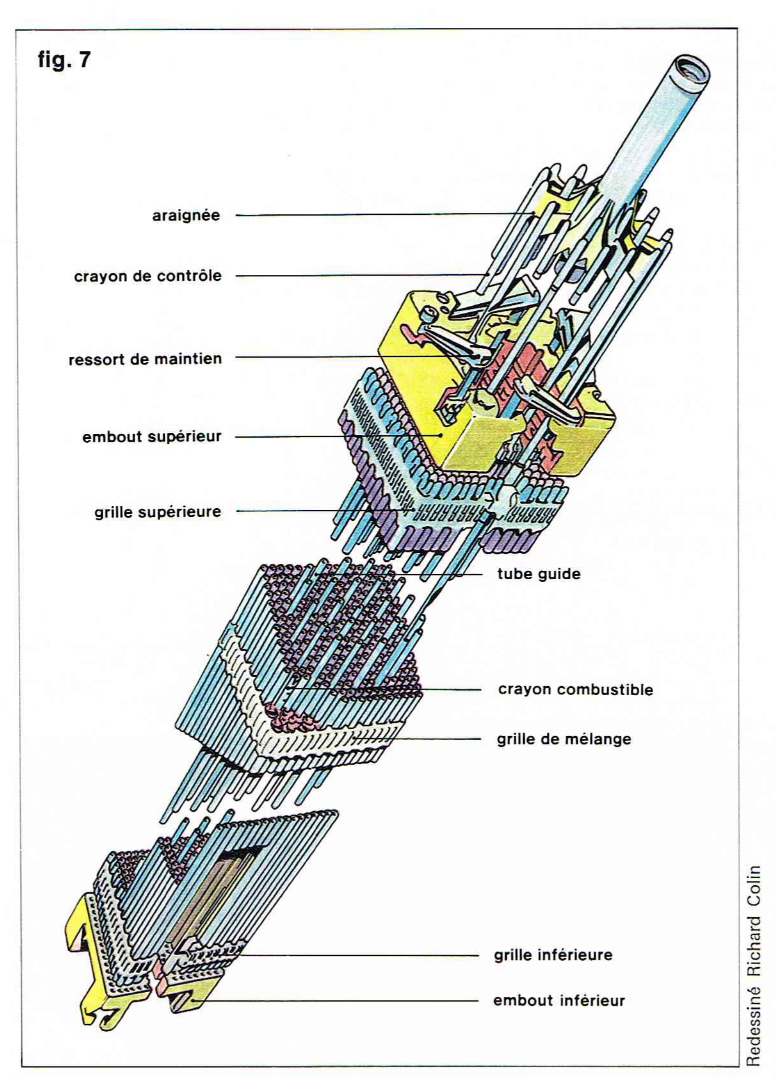


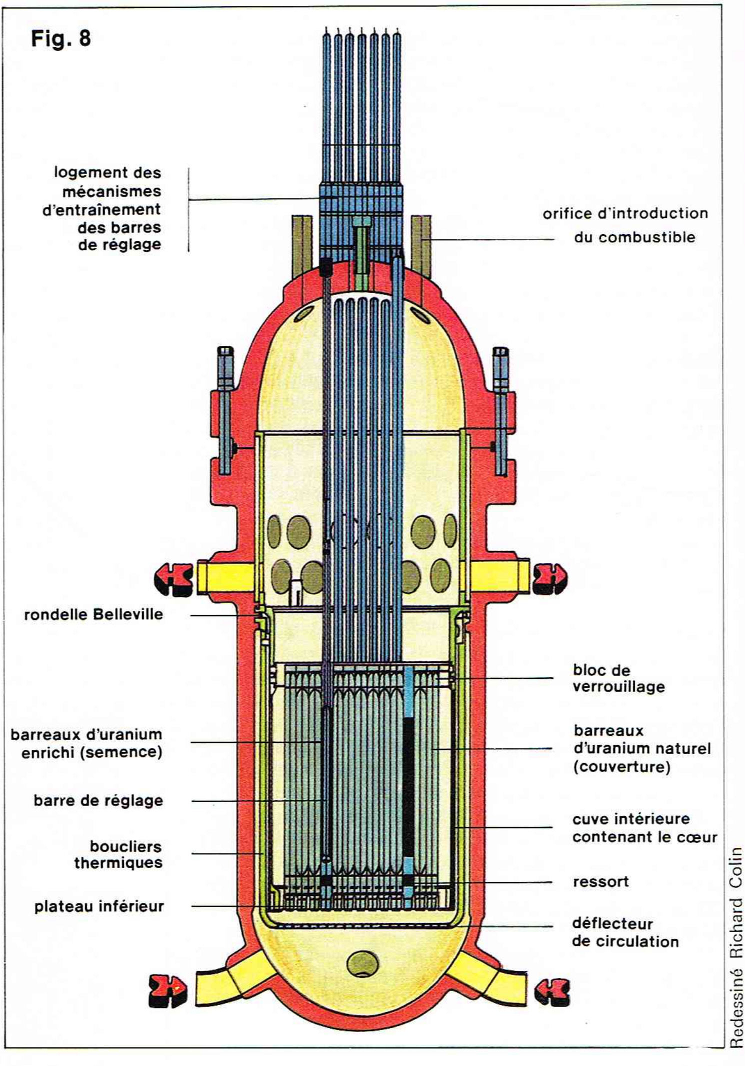


▲ ***En haut, figure 6 : comparaison de spectres de neutrons dans les réacteurs à neutrons rapides. Ci-dessus, le cœur du réacteur** Masurca **(vue de dessous).***

Le combustible

Le combustible nucléaire contient la matière fissile, c'est-à-dire l'uranium 235 ou 233 ou le plutonium, ou encore un mélange d'éléments fissiles et fertiles comme le thorium et l'uranium 238. Une caractéristique importante du combustible est son enrichissement. L'uranium est utilisé sous forme métallique ou céramique (oxyde, carbure), le plutonium est utilisé sous forme d'oxyde mélangé à de l'oxyde d'uranium.





▲ *A gauche, figure 7 : assemblage combustible* PWR *17 × 17 (crayons et grappe de contrôle). A droite, figure 8 : coupe verticale de la cuve d'un* PWR.

Le matériau combustible, sous forme de barreau, tube, pastilles, sphérules, est placé dans une gaine étanche dont le rôle principal est de servir de barrière à la dissémination des produits de fission. Cette gaine doit donc avoir une bonne résistance mécanique sous flux neutronique et thermique, de plus elle doit assurer un bon échange thermique entre le combustible et le fluide caloporteur, et également capturer faiblement les neutrons.

Le choix d'un matériau de gaine résulte d'un compromis entre ces conditions parfois contradictoires. Les matériaux couramment employés sont le magnésium, l'acier inoxydable, l'alliage de zirconium. On trouvera à la suite une description succincte des éléments combustibles des réacteurs à eau sous pression, des réacteurs à haute température et des réacteurs à neutrons rapides.

Assemblage combustible d'un PWR

L'assemblage combustible (*fig.* 7 et 8) est constitué de 264 crayons combustibles réunis en un réseau carré de 17 × 17 crayons. Le squelette de l'assemblage est constitué par les 24 tubes guides des crayons des grappes de contrôle fixés aux pièces d'extrémité inférieure et supérieure et par7 grilles de maintien des crayons combustibles réparties sur toute la hauteur. Un tube central sert de canal à l'instrumentation interne du cœur.

Les caractéristiques essentielles de l'assemblage PWR sont regroupées ci-après :

Longueur hors tout de l'assemblage	4 058 mm
Encombrement	214 × 214 mm
Poids d'un assemblage	environ 640 kg
Nombre de crayons	264
Nombre de grilles	7
Diamètre extérieur de la gaine (Zircaloy)	9,5 mm
Épaisseur de la gaine	0,57 mm
Pas des crayons	12,6 mm
Densité du combustible UO_2	95 %
Diamètre des pastilles	8,2 mm
Nombre de pastilles par crayon	272
Pressurisation des crayons à	30 bars

La pièce d'extrémité inférieure assure la distribution du fluide réfrigérant dans l'assemblage et supporte les charges verticales imposées à la structure. Cette pièce est constituée d'une plaque épaisse de section carrée en acier inoxydable percée d'ouvertures cylindriques et supportée par quatre montants en forme d'équerre.

La pièce d'extrémité supérieure constitue le plénum de sortie du réfrigérant et représente un logement de protection pour les éléments associés à l'assemblage.

Les tubes guides servent de logement aux crayons absorbants, aux crayons à poisons consommables, aux sources de neutrons. Les tubes guides présentent une réduction de diamètre à leur partie inférieure jouant le rôle d'amortisseur hydraulique pour les barres de contrôle arrivant en fin de course.

Les grilles de maintien réparties sur toute la hauteur de l'assemblage supportent les crayons combustibles et assurent un espacement correct entre eux pendant leur séjour dans le cœur. Une grille est constituée d'éléments métalliques minces crénelés formant un réseau carré régulier, et chaque élément de grille peut comporter, suivant le cas, ressorts, bossettes, ailettes de mélange (pour améliorer le mélange du réfrigérant dans les régions chaudes).

Les crayons combustibles sont constitués de pastilles de dioxyde d'uranium contenues dans un tube en Zircaloy 4. Les pastilles, de forme cylindrique, sont formées de poudre d'UO_2 légèrement enrichi, pressées à froid, puis frittées de façon à obtenir la densité requise. Les extrémités des pastilles comportent un évidement sphérique destiné à absorber les effets de l'expansion ther-

mique. Une chambre d'expansion et un espace suffisant pastille-gaine sont ménagés dans le crayon combustible pour tenir compte du relâchement des gaz de fission, de la dilatation thermique différentielle entre gainage et combustible et du gonflement des pastilles dû aux produits de fission.

Le combustible des réacteurs à haute température

La technologie de base du combustible HTR repose sur le concept des particules enrobées.

La particule enrobée

Chaque particule est constituée d'un noyau sphérique de 300 à 800 μm, en carbure ou oxyde d'uranium ou de thorium.

La première couche d'enrobage du noyau est en pyrocarbone (PyC) poreux. Elle a pour rôle d'arrêter les fragments de fission et assure un volume libre pour l'accumulation des gaz de fission; de plus, elle absorbe les variations dimensionnelles du noyau et des enrobages externes ainsi qu'un déplacement éventuel du noyau durant la vie du combustible (effet amibe). Les couches externes — PyC à haute densité et, éventuellement, SiC ou ZrC — jouent le rôle d'enveloppe étanche devant résister à la pression interne des gaz de fission.

Élément combustible

Les particules fissiles et fertiles sont mélangées et réparties uniformément au sein d'une matrice carbonée — poudre de graphite et brai — pour constituer des « compacts ». Les éléments combustibles peuvent se présenter sous diverses formes dont les plus usuelles sont des éléments prismatiques ou des éléments sphériques.

— *Éléments prismatiques*

Les « compacts » ont la forme de bâtonnets de 16 mm de diamètre et 50 mm de haut. Ils sont logés dans des trous borgnes percés longitudinalement dans des briques de graphite. Ces briques qui jouent le rôle de modérateur ont une section droite hexagonale de 793 mm de haut et 360 mm entre plats. Parallèlement aux trous de combustible, sont percés des canaux de 21 mm de diamètre assurant le passage du gaz de refroidissement. Trous de combustible et canaux sont régulièrement distribués pour assurer convenablement le passage de la chaleur du combustible vers le gaz.

Dans le cœur du réacteur, les briques sont empilées les unes au-dessus des autres pour former une colonne le long de laquelle tous les canaux sont alignés grâce à des pions de centrage. Le cœur est formé de la juxtaposition de ces colonnes.

— *Éléments sphériques*

Le « compact » de forme sphérique est enfermé dans une coque de graphite pour former un boulet de 60 mm de diamètre. Le cœur est alors constitué d'un empilement de ces boulets.

Performances du combustible

Les variations dimensionnelles du graphite sous irradiation — effet Wigner — entraînent l'apparition de contraintes, au sein des briques de graphite, qui limitent leur durée de vie dans le cœur et obligent à les renouveler en même temps que le combustible.

Les enrobages des particules sont également soumis à des contraintes dues à l'effet Wigner dans le PyC et à la pression des gaz de fission. A ces contraintes s'ajoute l'effet amibe — déplacement du noyau à travers ses enrobages sous l'effet d'un gradient thermique à haute température — qui diminue la résistance des enrobages. Le dimensionnement des noyaux et des enrobages est calculé pour maintenir intacte l'étanchéité des particules durant toute la vie du combustible.

Élément combustible des réacteurs à neutrons rapides

Le combustible est sous forme de pastilles d'oxyde mixte d'uranium et de plutonium obtenues par frittage (il doit contenir une forte proportion, environ 15 %, de matériau fissile, uranium 235 ou plutonium 239). Malgré sa faible conductibilité thermique qui impose un faible diamètre des pastilles, l'oxyde est préférable à un alliage du point de vue de la tenue sous irradiation, et par conséquent du temps de séjour en pile.

Les pastilles sont contenues dans des gaines étanches en acier inoxydable qui constituent les aiguilles. Un espace libre à l'intérieur de la gaine reçoit les produits de fission gazeux et évite que la pression interne ne devienne trop élevée. Pour permettre leur chargement et leur déchargement, les aiguilles sont groupées par faisceaux dans des assemblages à section hexagonale dont les structures sont également en acier inoxydable. Le nombre d'aiguilles par assemblage est d'environ 250. Le cœur est constitué par la juxtaposition côte à côte, en position verticale, d'autant d'assemblages qu'il en faut pour former un ensemble critique. Les pieds des assemblages sont logés dans les trous d'une plaque appelée sommier.

Le démarrage, le réglage de la puissance et l'arrêt du réacteur sont effectués au moyen de barres de commande contenant un matériau absorbeur de neutrons (carbure de bore enrichi en bore 10), réparties parmi les assemblages et mobiles verticalement.

Autour, au-dessus et au-dessous du cœur, se trouve la « couverture » constituée d'aiguilles d'oxyde d'uranium naturel ou appauvri. Par capture des neutrons s'échappant du cœur, l'uranium 238 de la couverture se transforme en plutonium 239 sous l'effet des neutrons se déplaçant dans le cœur (de même que l'uranium 238 contenu dans les assemblages combustibles).

Transfert de chaleur

La fission des atomes dégage une énergie dont la plus grande part est transformée en chaleur au sein du combustible et du modérateur. Si on exclut la conversion directe en énergie électrique — réacteur thermo-ionique, par exemple — la chaleur est extraite du cœur par circulation d'un fluide.

Différents schémas sont alors possibles suivant que le fluide de refroidissement contient ou non le combustible lui-même (en suspension ou en solution), que ce fluide actionne directement une machine (turbine à gaz, turbine à vapeur, etc.) ou transfère sa chaleur à un fluide secondaire par l'intermédiaire d'un échangeur. Dans certains cas, on interpose entre le circuit primaire et le circuit d'utilisation de la chaleur un circuit intermédiaire pour éviter l'interaction du fluide primaire et du fluide de travail. En bout de chaîne, la chaleur est transformée en électricité ou utilisée en tant que telle pour le chauffage de locaux ou de procédés industriels.

Le fluide primaire doit satisfaire à certains critères :

— *Propriétés nucléaires*

- faible section de capture dans le cas des réacteurs à neutrons thermiques;
- faible pouvoir de modération dans le cas des réacteurs à neutrons rapides;
- faible radio-activité induite par les impuretés et produits de corrosion.

— *Propriétés physiques ou physico-chimiques*

- stabilité sous rayonnement;
- compatibilité vis-à-vis des matériaux de structure et du fluide secondaire;
- points de fusion et d'ébullition, tension de vapeur compatibles avec les pressions et températures d'utilisation.

De plus, le coût et l'approvisionnement ne doivent pas être trop contraignants, et le fluide doit posséder les qualités requises en tant que caloporteur — faible puissance de pompage et coefficients d'échanges élevés.

Pour le choix du fluide, ces qualités se traduisent par une masse volumique ρ_v, une chaleur spécifique C et une conductibilité thermique λ élevées, tandis que la viscosité dynamique doit être la plus faible possible.

En effet, la chaleur extraite peut s'écrire sous forme simplifiée :

$$Q = hS\Delta t \qquad (1)$$

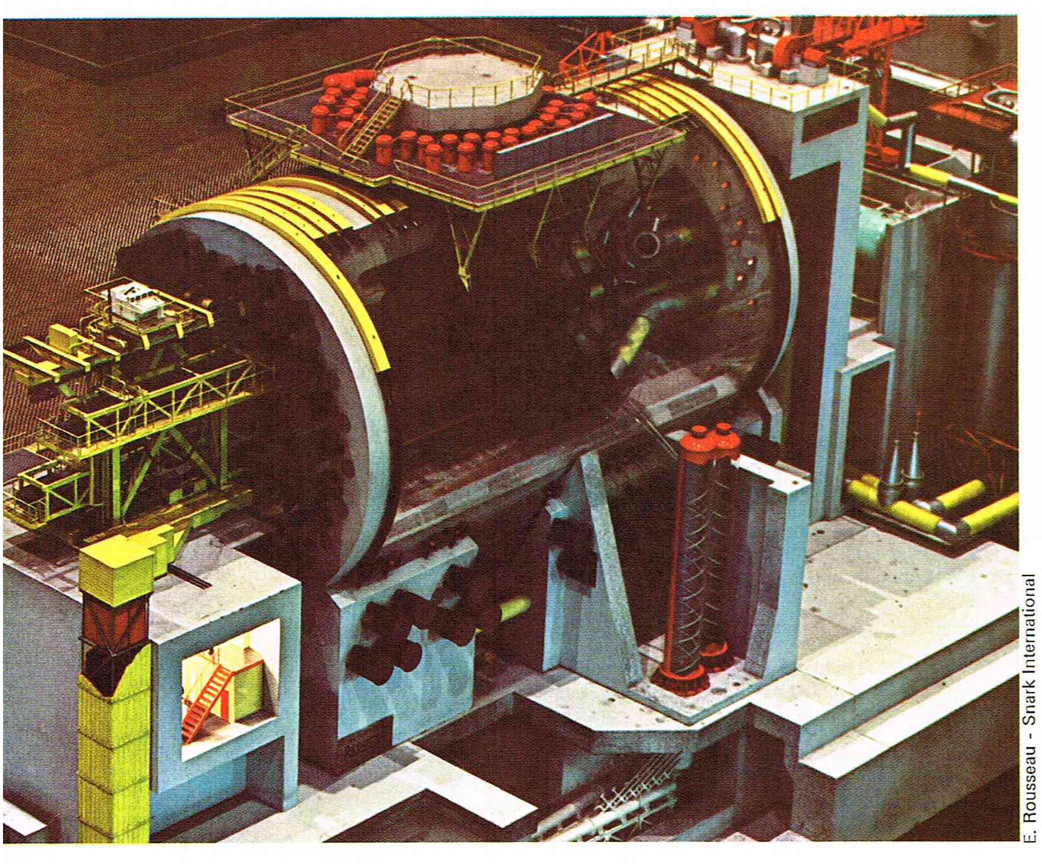
et

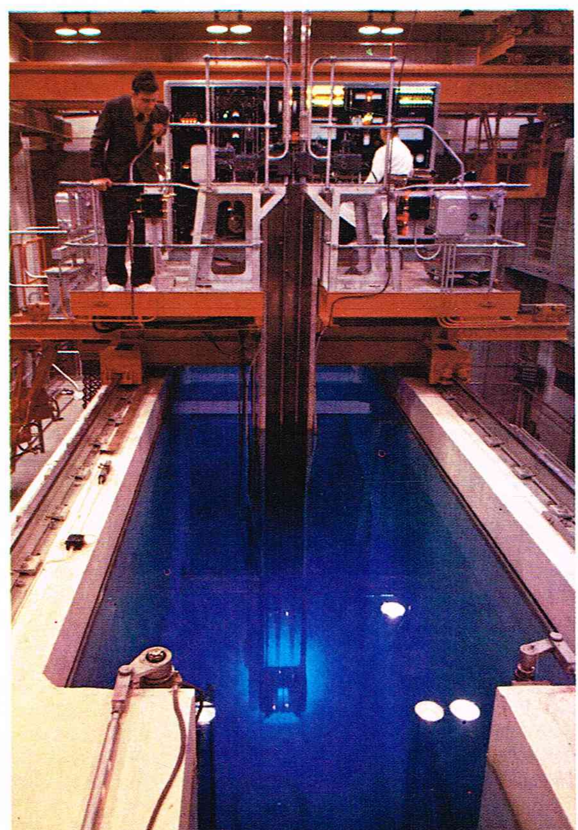
$$Q = qC\Delta\theta \qquad (2)$$

tandis que la puissance de pompage est proportionnelle à $\frac{q^3S}{\rho_v^2A^3}$.

Il peut être intéressant, pour diminuer la puissance de pompage :

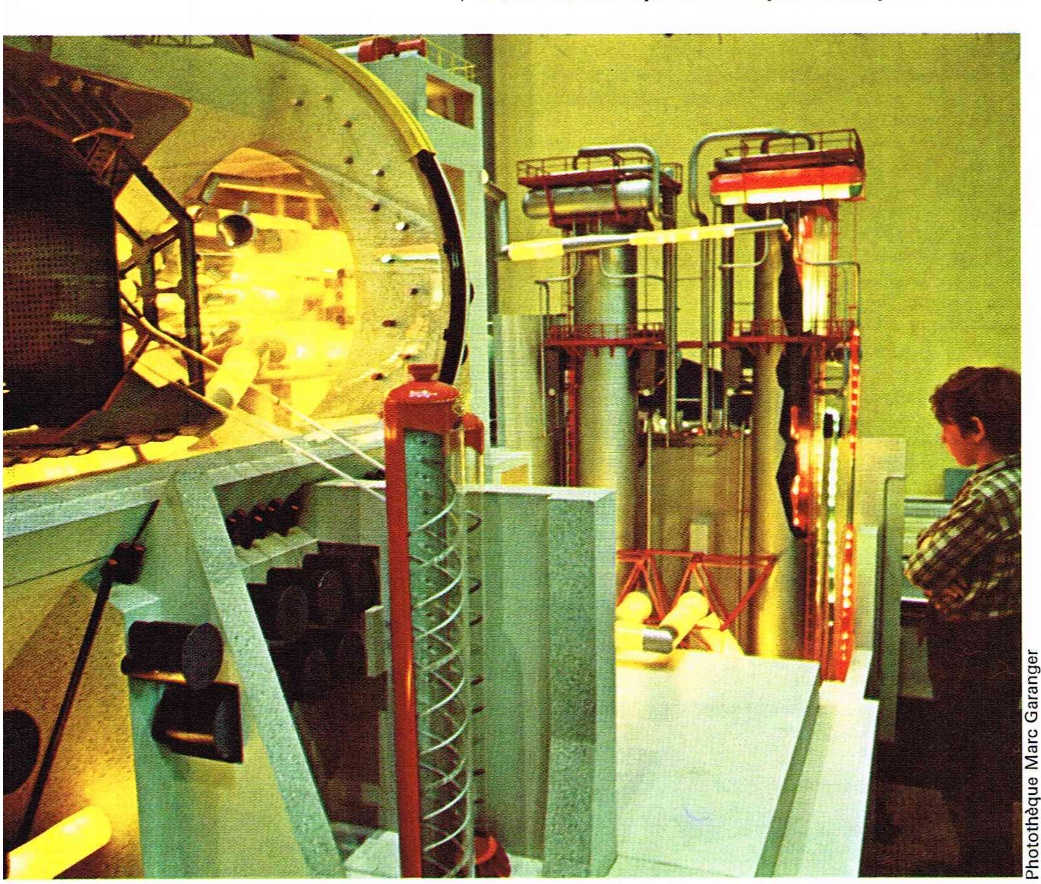
— de diminuer le débit q, mais on devrait augmenter l'échauffement $\Delta\theta$ du fluide dans le cœur, donc la température du combustible;


E. Rousseau - Snark International


Archives Radaelli


▲ *A gauche, maquette d'une pile atomique (type* **UNGG***). A droite, piscine d'un réacteur de recherche; la faible lumière bleutée est due à la radiation connue sous le nom d'effet Cerenkov (U. K. A. E. A.).*


▼ *Détail de la maquette de la pile atomique ci-dessus.*


Photothèque Marc Garanger

— de diminuer la surface d'échange S, mais on augmenterait du même coup l'écart de température entre la surface du combustible et le fluide Δt;

— d'augmenter la section de passage A dans les limites imposées par les aspects neutroniques, mais ceci a pour effet de diminuer le coefficient d'échange h, donc d'augmenter la température du combustible.

Il s'agit en définitive d'optimiser ces paramètres pour minimiser le coût de l'énergie fournie.

Principaux types de réacteurs

Base de classification

Pour les réacteurs nucléaires, nombreux sont les modes de classification; chaque système de classification s'appuie sur des problèmes technologiques particuliers :

— le spectre neutronique (thermique ou rapide),

— le modérateur (eau, graphite, béryllium, etc.),

— le réfrigérant (eau, gaz, sel fondu, métal liquide, etc.),

— l'utilisation du réacteur (expérimental, de propulsion marine, électrogène, chauffage de locaux ou de procédés industriels).

Plus rarement, ce classement fait apparaître :

— l'énergie des neutrons, la puissance du réacteur ou la température du fluide de refroidissement,

— le type de combustible solide (uranium naturel, oxyde ou carbure), en solution dans un sel ou en suspension.

Étant donné la grande diversité des réacteurs, aucun classement n'est simple, mais celui qui s'impose le mieux, car il fait appel à une technologie de base pour l'ensemble du circuit primaire, est le type de réfrigérant — classement à l'intérieur duquel apparaîtraient des sous-classes. Cependant, les réacteurs de recherche, souvent de type piscine, car l'accès au cœur y est plus aisé, sont toujours restés en dehors de ce classement. En dehors de ceux-ci, on pourra citer :

— Les réacteurs à gaz : CO_2, vapeur d'eau, N_2O_4, hélium; ce dernier type est particulièrement adapté pour les très hautes températures au-delà de 600 °C. Ce sont les réacteurs thermiques types UNGG *(Uranium Natural Graphite Gas)*, AGR *(Advanced Gas Reactor)* ou HTR *(High Temperature Reactor)* ou les réacteurs rapides à gaz.

— Les réacteurs à eau, eau légère ou eau lourde, le modérateur pouvant lui-même être du graphite, de l'eau

légère ou de l'eau lourde. Citons les PWR *(Pressurized Water Reactor)* et les BWR *(Boiling Water Reactor)*, le SGHWR *(Steam Generating Heavy Water Reactor)* en Grande-Bretagne ou la filière canadienne CANDU.

— Les réacteurs rapides à métal liquide : sodium ou sodium-potassium.

— Les réacteurs à sels fondus — halogénure de béryllium et lithium au sein duquel est dissous le combustible — à cœur homogène ou hétérogène (modéré au graphite).

— Les réacteurs à liquides organiques dont les études ont été arrêtées.

Nous donnerons seulement ici les caractéristiques des réacteurs expérimentaux; les réacteurs à caractère industriel seront étudiés en *Technologie*.

Réacteurs expérimentaux

Les phénomènes complexes engendrés dans les réacteurs nucléaires ne sont pas encore tous connus de façon très précise, et bon nombre de réacteurs ont été construits dans le dessein d'améliorer la connaissance de ces phénomènes. Parmi les réacteurs expérimentaux, on peut distinguer ceux qui sont destinés à préciser les caractéristiques neutroniques d'un type de réacteur, ce sont des maquettes critiques de très faible puissance, dont un exemple est la pile Minerve, et ceux destinés à l'étude de l'interaction des rayonnements et de la matière, par exemple Osiris. Rappelons enfin les divers réacteurs prototypes construits en vue d'étudier le fonctionnement d'un réacteur de puissance : G1 : pour les réacteurs UNGG (Marcoule) ; PAT : pour les réacteurs de propulsion navale (PWR) (Cadarache) ; EL4 : pour les réacteurs à eau lourde-gaz (Brennilis) ; Rapsodie : pour les réacteurs à neutrons rapides (Cadarache).

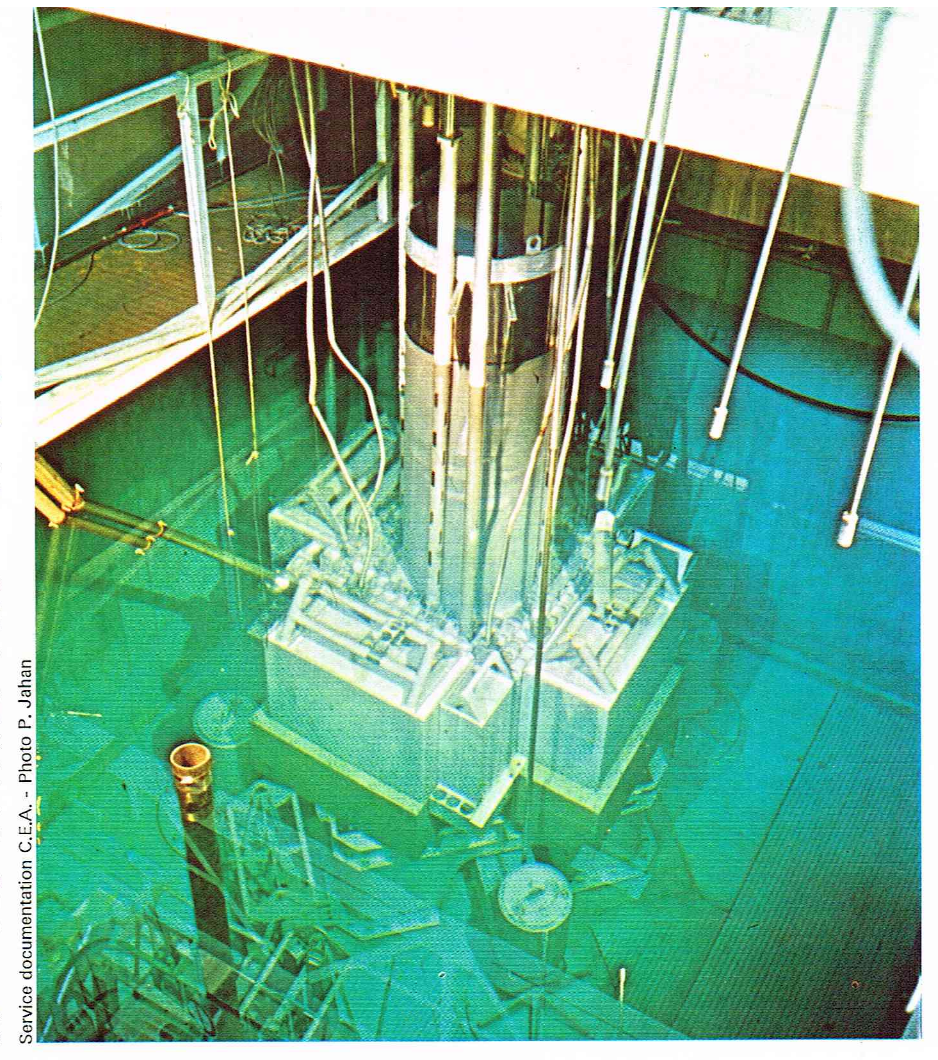
Minerve

Située pour l'instant au Centre d'études nucléaires de Fontenay-aux-Roses avant sa réinstallation au Centre d'études nucléaires de Cadarache, la pile Minerve, réacteur de recherche destiné à des mesures fines de physique, est du type pile piscine avec combustible en plaque d'alliage uranium enrichi-aluminium. Sa principale originalité réside en une cavité centrale carrée de dimensions variables de 0 à 900 mm qui permet d'y effectuer aussi bien des mesures de sections efficaces dans un canal de faible dimension que des études sur des portions de réseaux de réacteurs à neutrons thermiques ou rapides. Le cœur de puissance très faible et immergé sous 3 mètres d'eau est utilisé comme zone nourricière pour les différentes expériences qui sont placées au centre de la cavité (*fig.* 9).

Minerve est destinée essentiellement aux études de neutroniques, particulièrement spécialisée dans la technique d'oscillation délicate et très précise; à cette fin, elle est équipée d'un oscillateur électromécanique vertical à performances élevées, d'un pilote automatique de grande précision de mesure de variation de réactivité. Les autres installations particulières permettent les mesures de l'effet Doppler, les mesures d'indices de spectre, des mesures de phénomènes dynamiques ou aléatoires.

Depuis sa mise en service en 1959, Minerve a servi pour des expériences de détermination de sections efficaces thermiques et d'intégrales de résonance, puis pour des études sur le recyclage du plutonium dans le cadre de la filière des réacteurs à uranium naturel; ces études étaient effectuées dans une portion de réseau à uranium naturel-eau lourde. Ensuite, le réacteur a été utilisé pour des études de la filière à neutrons rapides grâce à la réalisation d'assemblages critiques thermiques-rapides, en particulier pour la mesure des sections efficaces effectives des isotopes supérieurs du plutonium et la capture globale des produits de fission. L'ensemble des résultats fournis est utilisé pour l'amélioration des méthodes de calcul neutronique des projets de réacteurs.

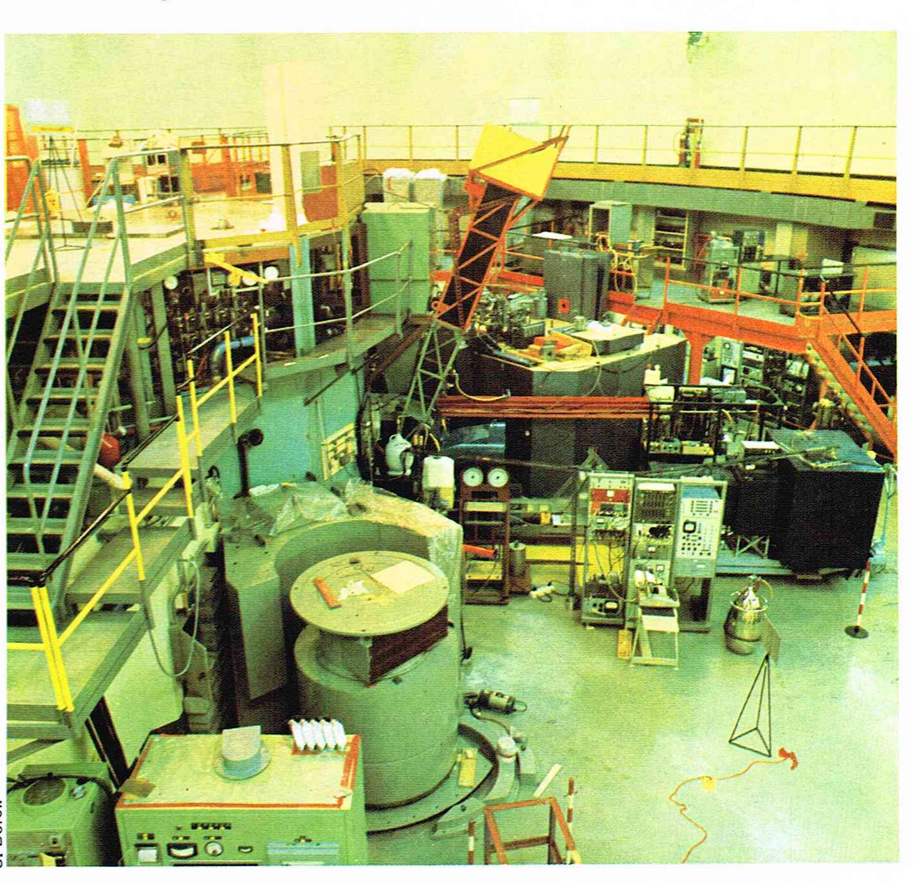
Actuellement, le réacteur est utilisé à 50 % pour des études de la filière à eau ordinaire : mesures de la section globale de capture des produits de fission, études sur les poisons absorbants et sur le recyclage du plutonium dans les réacteurs à eau. La grande variété des études qui se sont développées grâce à Minerve constitue pour les ingénieurs et les physiciens un réel intérêt au niveau de la recherche, et de nombreux étudiants y ont préparé leur thèse. Cet aspect universitaire constitue aussi une part importante des activités.



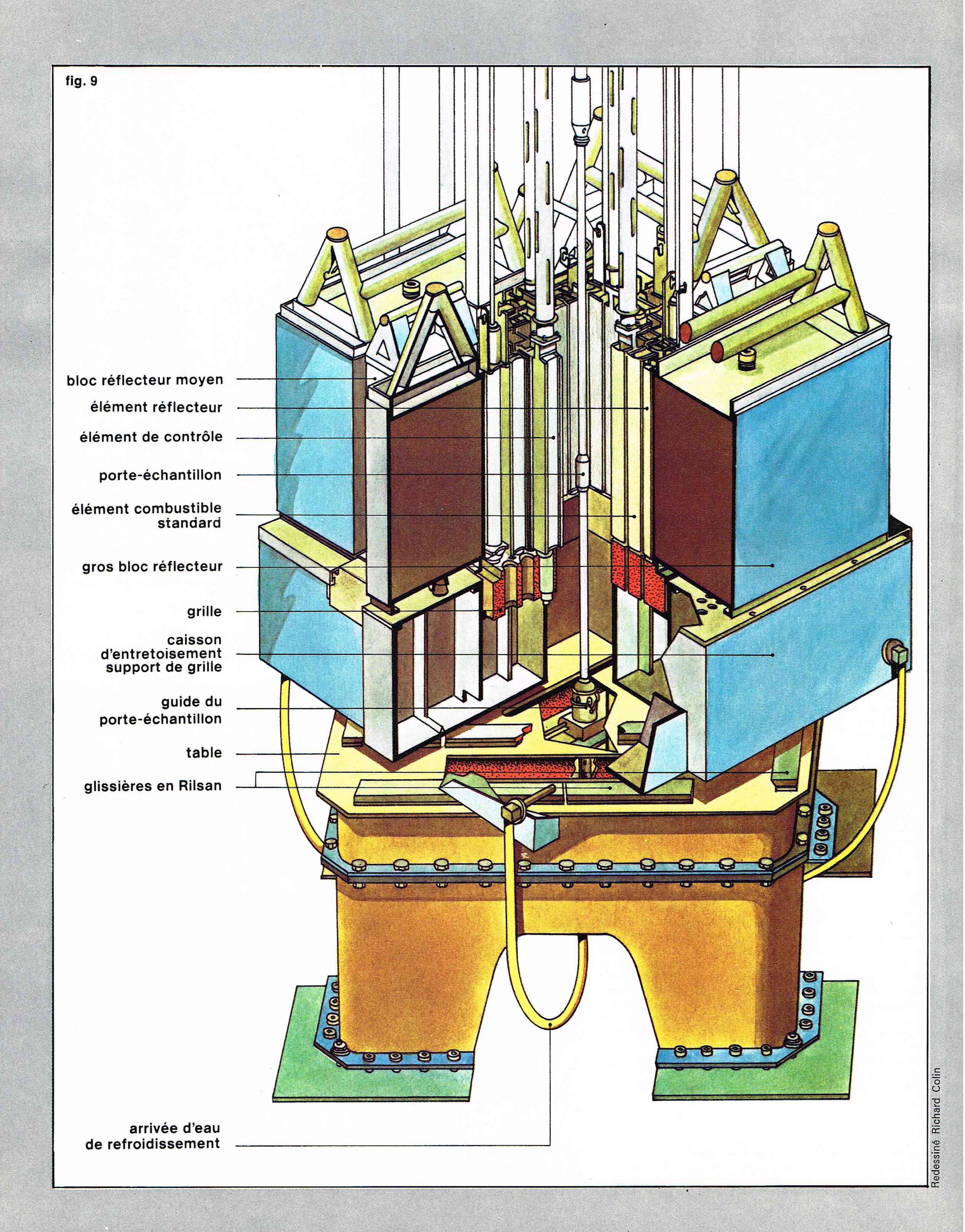
Service documentation C.E.A. - Photo P. Jahan

▲ *La pile* Minerve, *réacteur de recherche destiné à des mesures fines de physique, est du type « pile piscine » avec combustible à plaques d'alliage uranium enrichi - aluminium.*

▼ *Le réacteur* « Ispra I » *est du type thermique électrogène à uranium enrichi, modéré et réfrigéré à l'eau lourde.*



S. Boroli


fig. 9
bloc réflecteur moyen
élément réflecteur
élément de contrôle
porte-échantillon
élément combustible standard
gros bloc réflecteur
grille
caisson d'entretoisement support de grille
guide du porte-échantillon
table
glissières en Rilsan
arrivée d'eau de refroidissement
Redessiné Richard Colin

Osiris

Implanté au Centre d'études nucléaires de Saclay, le réacteur Osiris marque une étape dans la recherche des hautes performances liées à la simplicité d'emploi. Osiris appartient à la famille des « piles piscines » où l'eau sert à la fois de modérateur, de refroidisseur et de protection biologique. Il bénéficie à ce titre de commodités expérimentales propres à ce type de réacteur. Le cœur d'Osiris est refroidi par une circulation ascendante d'eau, séparée de l'eau de la piscine par une cheminée. Cette disposition permet de s'affranchir des limitations de puissance inhérentes aux piles piscines et de mettre ainsi à la disposition des utilisateurs des flux de neutrons particulièrement intéressants :

— la puissance nominale est de 70 MWth ;

— le flux maximal en neutrons thermiques est de $3{,}7 \cdot 10^{14}$ n/cm²/s ;

— le flux maximal en neutrons rapides est de $2{,}6 \cdot 10^{14}$ n/cm²/s.

Le combustible est constitué par de l'uranium enrichi à 93 % en U 235 sous forme de plaques en alliage uranium-aluminium gainées d'aluminium. Le cœur, qui a approximativement la forme d'un cube de 60 cm de côté, est contenu dans un caisson composé de plaques de Zircaloy. Le caisson (il y a 56 alvéoles pour les combustibles, les éléments de contrôle et les expériences) contient en outre les éléments de contrôle et les expériences situées à l'intérieur du cœur. Le bloc cœur et les tuyauteries d'alimentation sont placés dans une piscine de 7 × 6 mètres et de 11 mètres de profondeur.

Osiris est principalement destiné à l'étude du comportement des matériaux de structure et des combustibles sous irradiation neutronique ; à cet égard, il sert de banc d'essai pour les éléments de réacteurs en construction ou en projet pour toutes les filières de réacteurs étudiées par le CEA : les « neutrons rapides », « l'eau légère » et les « hautes températures ». Les échantillons de matériaux à irradier sont placés dans des montages spéciaux qui peuvent se présenter sous deux formes :

— des dispositifs de dimensions assez importantes (boucles, capsules) conçus pour un essai bien déterminé et qui sont démantelés dans les cellules chaudes d'Osiris ;

— des navettes standards de petites dimensions transportées par un procédé hydraulique ou pneumatique vers des laboratoires spécialisés indépendants d'Osiris, tel le Laboratoire d'analyse par activation.

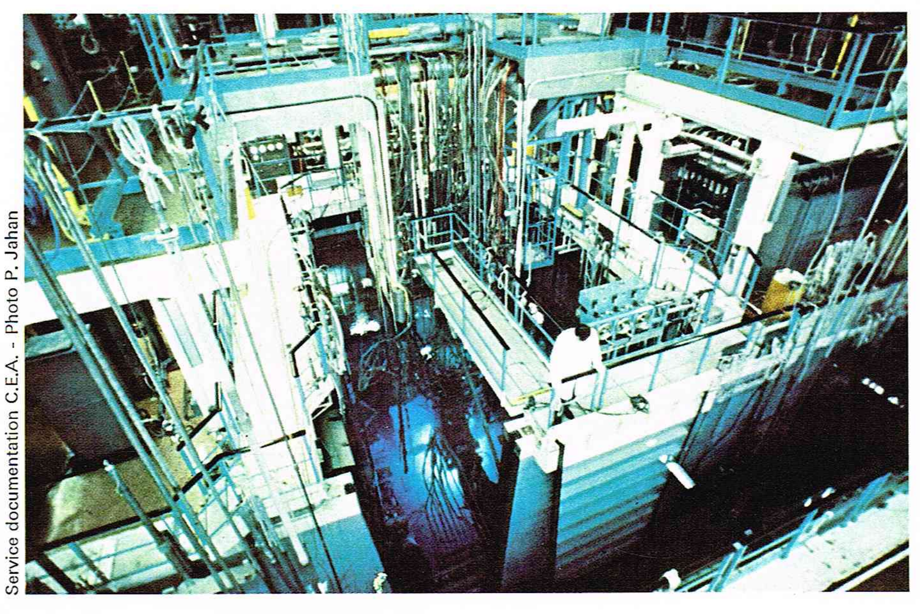
Ces dispositifs peuvent être irradiés dans de nombreux emplacements en pile, soit à l'intérieur, soit en dehors du caisson de cœur.

Osiris sert en outre pour la production de radio-éléments. L'ensemble Osiris comprend également une pile critique *Isis* dont la puissance est limitée à quelques centaines de kW. Isis est destinée à décharger Osiris de tous les essais neutroniques relatifs aux configurations du cœur, à la dosimétrie des expériences, aux mesures de flux et aux effets de réactivité.

Les réacteurs à gaz

Les réacteurs nucléaires à refroidissement par gaz ont été les premiers réacteurs électrogènes développés en France à partir des connaissances acquises par les réacteurs plutonigènes G2 (1959) et G3. Les études de la filière UNGG (combustible : uranium naturel, modérateur graphite, caloporteur gaz carbonique) se sont poursuivies jusqu'en 1968, date à laquelle l'E. D. F. a réorienté son programme nucléaire vers les réacteurs à eau. A l'heure actuelle, le parc de l'E. D. F. compte 5 réacteurs de ce type en fonctionnement en France, Chinon 2 et 3, Saint-Laurent 1 et 2, Bugey 1 et en Espagne Vandellos.

Saint-Laurent 1, situé sur les bords de la Loire, délivre une puissance de 500 MWe. Tout le circuit primaire est intégré dans un caisson en béton précontraint. Les échangeurs de chaleur sont situés sous le cœur qui est supporté par une aire en acier. Reposant sur cette aire, l'empilement est constitué de briques de graphite de section droite hexagonale, clavetées entre elles. Les éléments combustibles sont des barreaux d'uranium (43 mm de diamètre) comportant un noyau central en graphite et gainés d'une enveloppe en magnésium dont la surface est ailetée pour améliorer les échanges thermiques. L'empilement est percé de 3 000 canaux qui comportent chacun 15 éléments combustibles de 600 mm de long.



Service documentation C.E.A. - Photo P. Jahan

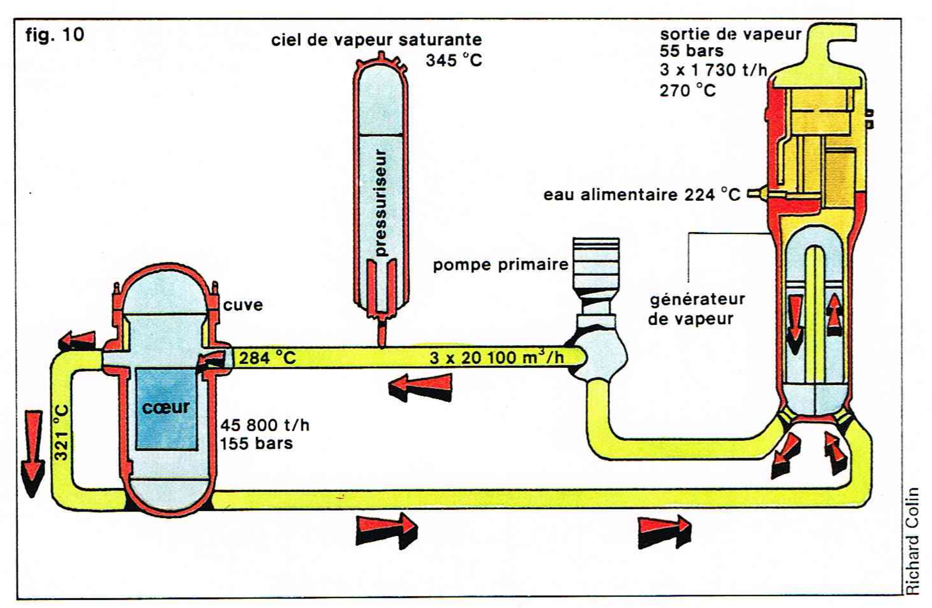
▲ **Osiris** *appartient à la famille des « piles piscines » où l'eau sert à la fois de modérateur, de refroidisseur et de protection biologique.*

◀ *Page ci-contre, perspective éclatée de l'ensemble du cœur du réacteur* **Minerve.**

▼ *Les centrales jumelles de Saint-Laurent-des-Eaux appartiennent à la famille des réacteurs nucléaires à refroidissement par gaz.*

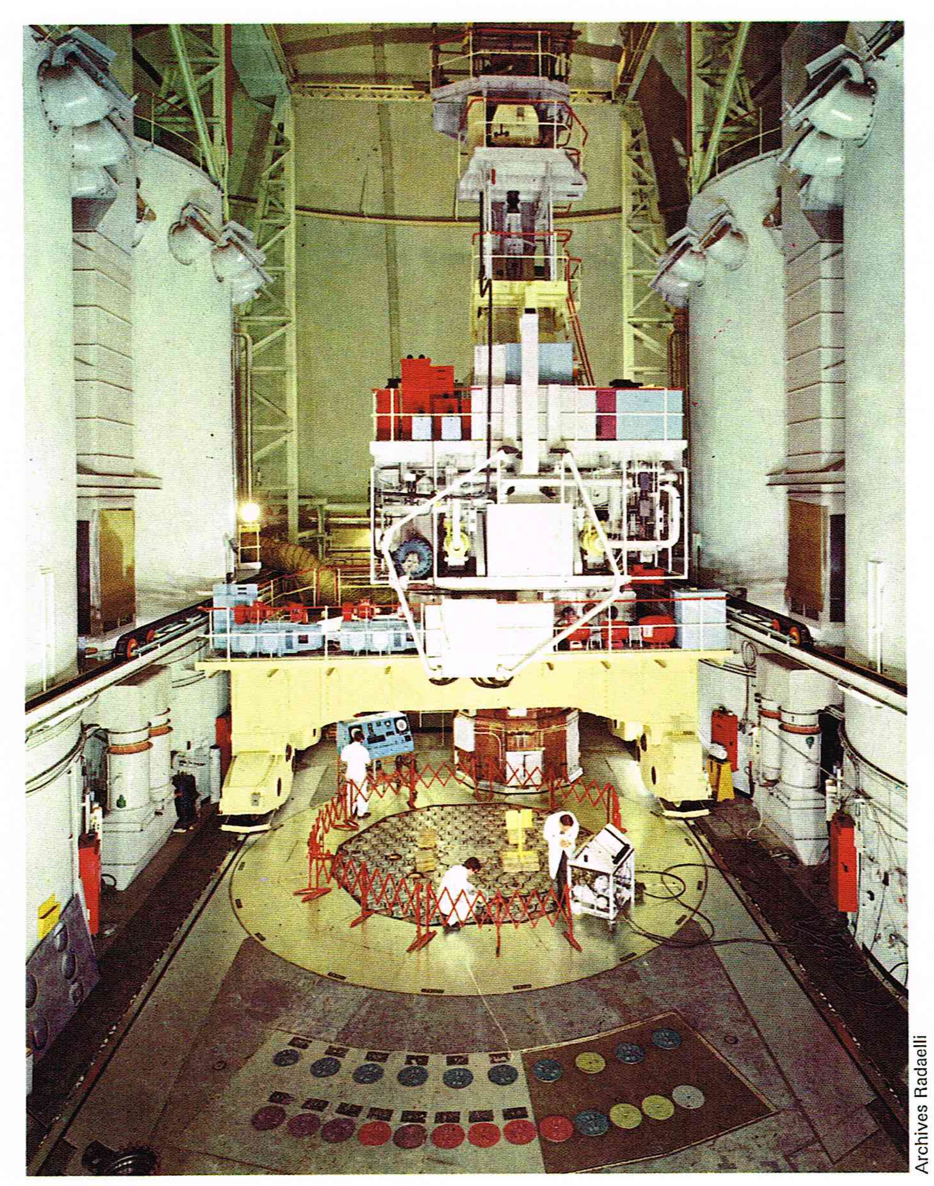


D. Berretty - Rapho



▲ *Figure 10 : représentation schématique d'une boucle du circuit primaire dans une chaudière à eau sous pression.*

▼ *Le réacteur nucléaire AGR de Windscale (Grande-Bretagne) utilise le graphite comme modérateur et le CO_2 comme réfrigérant.*



La chaleur est extraite du cœur par un débit de 350 m³/s de CO_2 sous 28 bars qui s'échauffe de 225 °C à 400 °C. Cette chaleur est cédée à travers les échangeurs au circuit d'eau qui sort du réacteur une vapeur à 390 °C et 36 bars. Cette vapeur est détendue dans la turbine, passe au condenseur et retourne aux générateurs de vapeur, décrivant un cycle thermodynamique dont le rendement brut est de 30 %.

Dans la lignée des réacteurs à gaz, les **réacteurs de type HTR** *(High Temperature Reactor)* virent leur première réalisation dans le réacteur expérimental Dragon à Winfrith en Grande-Bretagne (1964) qui fut construit dans le cadre de l'Euratom. Lui succédèrent les réacteurs AVR en Allemagne (élément combustible à boulet) et Peach Bottom aux États-Unis. Aujourd'hui, le réacteur prototype de Fort-Saint-Vrain (300 MWe) en est à sa phase de démarrage, et, en Allemagne, un prototype (300 MWe) de technologie AVR est en construction.

Les offres qui sont faites actuellement aux producteurs d'électricité (1 200 MWe) reposent sur l'élément combustible prismatique. L'empilement des briques prismatiques, cœur entouré de ses réflecteurs axiaux et latéraux, repose sur le fond du caisson en béton précontraint par l'intermédiaire de gros blocs supportant plusieurs colonnes. Chaque gros bloc est soutenu par des piliers en graphite qui prennent appui sur le calorifuge du caisson (briques de silice fondue). A la partie supérieure, chaque groupe de 7 colonnes est coiffé d'un système permettant de régler le débit localement. L'hélium à 50 bars circule dans le cœur de haut en bas et s'échauffe de 340 à 740 °C.

Les générateurs de vapeur sont situés dans des puits disposés dans l'épaisseur du caisson. A la sortie du cœur, l'hélium est dirigé vers ces échangeurs qu'il traverse avant de retourner à l'entrée du cœur. Tout le circuit primaire est donc intégré dans le caisson, mais selon une disposition qui diffère de celle de Saint-Laurent 1.

Grâce à ces hautes températures, les rendements thermodynamiques sont élevés (39 %), de plus la possibilité du cœur HTR de fournir de l'hélium à très haute température, 1 000 °C et sans doute au-delà, peut être mise à profit en détendant directement l'hélium dans une turbine à gaz, ce qui permet de très haut rendement et une chaleur de rejet à 200 °C, donc encore utilisable pour les besoins industriels ou de chauffage.

Dans les procédés industriels (sidérurgie, gazéification du charbon, raffinage du pétrole, etc.), les HTR sont l'objet d'études avancées qui devraient déboucher dans un avenir proche.

Les réacteurs à eau ordinaire

Réacteurs à eau sous pression

L'extraction des calories de l'eau s'effectue en phase liquide. L'eau circulant dans le cœur est confinée dans un circuit étanche où elle est maintenue à une pression supérieure à la pression de saturation correspondant à sa température moyenne. Dans le circuit primaire, l'eau cède sa chaleur à l'eau du circuit secondaire eau-vapeur à travers un générateur de vapeur.

La *figure* 10 présente un schéma de principe d'une chaudière à eau sous pression : on y observe la cuve et un pressuriseur fonctionnant à vapeur saturante associés à une boucle primaire. La boucle comporte l'ensemble des organes associés à un générateur de vapeur, c'est-à-dire une ou deux pompes de circulation, les tuyauteries primaires correspondantes et éventuellement les vannes d'isolement.

La pression du fluide primaire est de 155 bars pour une température de fonctionnement de 325 °C à la sortie cœur (inférieure de 20 °C à la température de saturation).

Dans le générateur de vapeur, la vapeur produite dans le circuit secondaire est à une température d'environ 270 °C à la pression de saturation qui lui correspond (environ 55 bars), et est ensuite envoyée à la turbine. Ces caractéristiques ont tendance à évoluer vers des valeurs plus élevées.

Le rendement du cycle thermodynamique est inférieur à celui des chaudières classiques malgré une resurchauffe de la vapeur après l'étage haute pression. Le rendement théorique selon le cycle de Carnot serait d'environ 42 %, le rendement réel étant de l'ordre de 33 à 35 %. Il dépend évidemment du site, c'est-à-dire de la température de refroidissement de la source froide (rivière ou tour de réfrigération).

◀ ***Figure 11 : représentation schématique d'un réacteur* BWR *à cycle simple.***

Le principe de confinement du circuit primaire permet d'éviter toute transmission de produits actifs (produits de fission et produits de corrosion) vers la turbine.

Réacteur à eau bouillante

On produit la vapeur dans le cœur du réacteur, et on l'utilise directement dans une turbine, réalisant ainsi un réacteur bouillant à cycle direct.

La *figure* 11 présente un schéma général comprenant une cuve et ses deux boucles de recirculation de l'eau (chaudière à circulation forcée) ; la vapeur est produite à une pression de 70 bars et à la température de saturation de 285 °C.

L'eau entraînée par la vapeur est séparée dans des séparateurs type cyclone. Le circuit d'utilisation de la vapeur est conçu pour faire face aux risques de contamination soit par les produits de fission gazeux entraînés par la vapeur, soit par les produits de corrosion actifs entraînés par l'eau restant dans la vapeur (taux d'humidité 3 °/₀₀, soit 17 t/h d'eau entraînée pour un BWR 980 MWe) ; soit par l'activation de l'oxygène, d'une part celui contenu dans l'eau alimentaire (les spécifications de *General Electric* pour le BWR 6 imposent une teneur < 200 ppb), d'autre part celui provenant de la décomposition radiolytique de l'eau (la quantité de gaz formé est d'environ 3 l/mn — MWe à TPN).

On notera cependant que l'activation de l'oxygène par les neutrons rapides ($O^{16}_{8} + n^{1}_{0} \rightarrow N^{16}_{7} + P^{1}$) conduit à la formation d'azote 16 de demi-vie de 7,3 secondes avec émission de γ très actifs de 6 à 7 MeV (action certaine au niveau de l'étage HP de la turbine).

Le rendement théorique d'un BWR, selon le cycle de Carnot, est comparable à celui d'un PWR (45 %) ; il en est de même pour le rendement réel (34 %).

Ces deux types de réacteur rejettent à la source froide, c'est-à-dire, à l'eau de refroidissement, une plus grande quantité de chaleur que les chaudières classiques. Il en résulte une quantité d'eau de refroidissement nécessaire d'environ 200 l/kWh au lieu de 140 l/kWh ; de plus, la réglementation actuelle, qui limite la température de rejet à 30 °C et l'échauffement à 10 °C, conduit à envisager d'autres moyens de réfrigération que les fleuves (sites en bord de mer, tour de réfrigération).

Compacité des réseaux et puissance spécifique

Comparée à d'autres modérateurs, l'eau a un « pouvoir modérateur » élevé ; par exemple, il faut 7 fois moins de chocs à un neutron de fission (2 MeV) pour être ralenti jusqu'à l'énergie thermique dans l'eau que dans le graphite. Cette qualité permet de réaliser des réseaux compacts où le rapport de volume de modérateur au volume du combustible est relativement faible : 2,15 (PWR) et 2,75 (BWR), la différence est liée à la différence de densité du fluide de refroidissement entre PWR et BWR.

Les puissances spécifiques élevées de 100 MW/m³ (PWR) et 56 MW/m³ (BWR) permettent de réaliser des cuves compatibles avec les possibilités de réalisation industrielle, cuve de l'ordre de 4 m de diamètre et de 12 m de hauteur pour un PWR, et de 5,50 m de diamètre et de 21 m de hauteur pour un BWR, pour des puissances thermiques de 2 700 à 2 900 MWth. Ces cuves, devant résister à la pression, ont des épaisseurs d'environ 13 cm (BWR) à 22 cm (PWR).

Différences entre PWR et BWR

Les différences essentielles tiennent au fait que les PWR sont des réacteurs à cycle indirect, alors que les BWR utilisent un cycle direct.

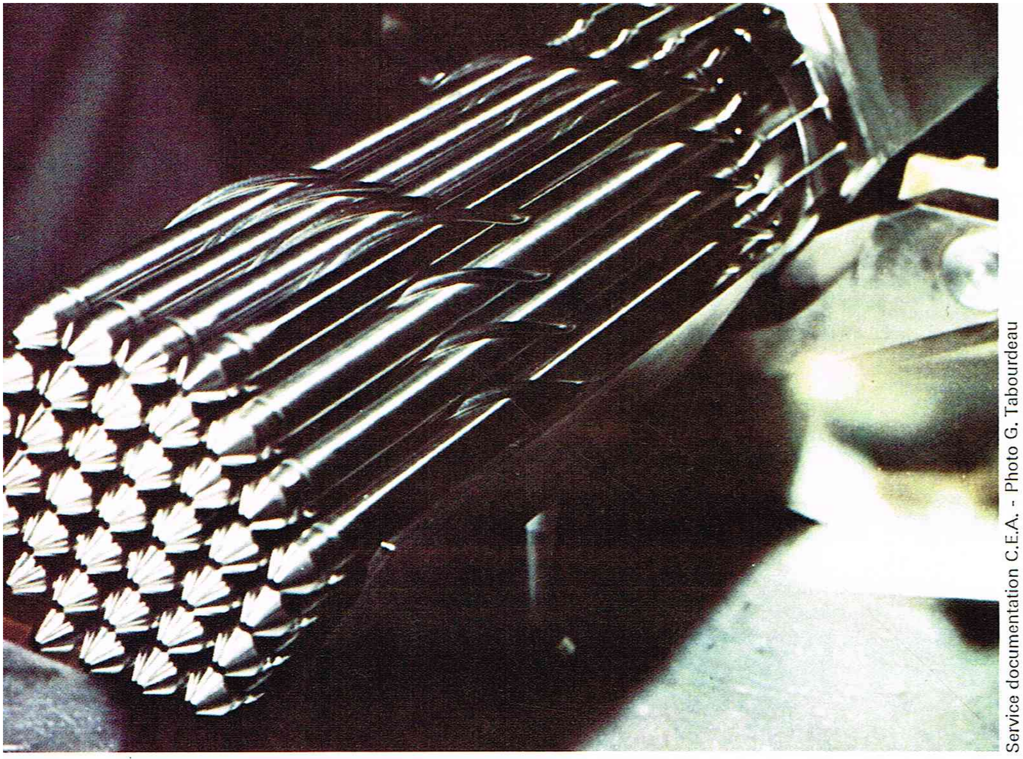
Dans un PWR, l'eau du circuit primaire reste dans un espace limité où l'on peut facilement, en dehors des conditions accidentelles, assurer son confinement ainsi que celui des éléments radio-actifs qu'elle véhicule : cette eau est épurée et conditionnée par maintien à un pH basique et injection d'hydrogène pour limiter la teneur en oxygène formé par décomposition radiolytique de l'eau. On a pu utiliser des gainages inoxydables sans problème à un moment où le zirconium était encore cher, toutefois, pour des raisons d'économie neutronique, les combustibles modernes sont gainés par du Zircaloy. Comme le fluide primaire ne change pas de phase, on utilise un poison soluble pour contrôler la réactivité, le bore : du fait de réactions secondaires conduisant au tritium, ce bore est une source de contamination (quelques centaines de curies par an pour une centrale de 1 000 MW) : les gaz radio-actifs (gaz rares provenant d'un élément combustible défaillant) sont dans leur majorité récupérés dans le circuit de conditionnement d'eau.

Le développement relativement important du circuit primaire rend nécessaire la construction d'une enceinte de grande dimension pour assurer le confinement des produits radio-actifs en cas de ruptures des tuyauteries du circuit primaire.

Dans un BWR, une partie de l'eau circulant dans le cœur se retrouve dans la turbine, traverse le condenseur et divers échangeurs de chaleur avant de retourner dans le cœur : c'est dans le condenseur que l'on retrouve les éventuels produits radio-actifs gazeux provenant du réacteur.

Il y a donc lieu :

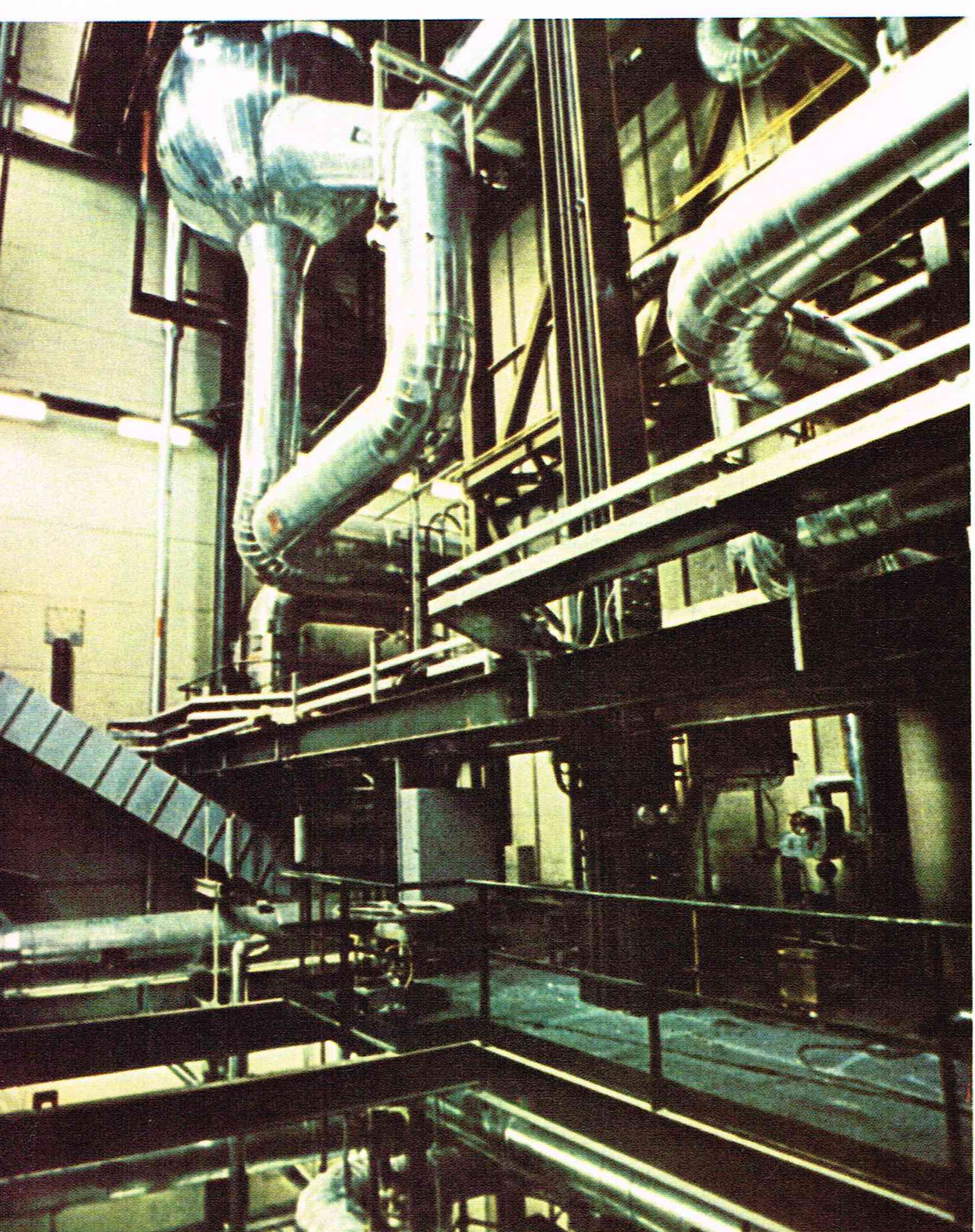
— de protéger la turbine et une partie du poste d'eau qui sont des zones à accès contrôlés ;



Service documentation C.E.A. - Photo G. Tabourdeau

▲ *L'assemblage combustible du surrégénérateur* Phénix, *mis en service en 1973 (France). Partie haute correspondant aux aiguilles fertiles seules.*

▼ Phénix : *le caloporteur est le sodium. Les circuits principaux, qui font circuler le sodium dans le circuit secondaire, sont équipés de pompes mécaniques et d'échangeurs tubulaires de plusieurs centaines de tubes (les échangeurs intermédiaires seuls sont dans la cuve du réacteur).*



Service documentation C.E.A.

— de surveiller l'activité des gaz extraits du condenseur et de prévoir des stockages tampons avant le rejet des gaz à la cheminée ; dans les réacteurs en service, l'activité rejetée par les réacteurs bouillants est supérieure de 2 ou 3 décades à celle des réacteurs pressurisés ; l'activité rejetée reste très largement inférieure aux valeurs autorisées ;

— de procéder à une épuration de la totalité du débit alimentaire pour éviter d'envoyer dans la cuve des corps susceptibles de s'activer.

On procède par ailleurs à une épuration de l'eau de la cuve, mais on ne la conditionne pas ; l'emploi du Zircaloy pour le gainage est pratiquement nécessaire, les essais d'utilisation de l'acier inoxydable ayant donné de mauvais résultats.

Pour permettre le confinement des produits radioactifs, on dispose sur *la tuyauterie vapeur et d'eau alimentaire* de vannes d'isolement à fermeture rapide au passage de l'enceinte. On notera que le développement du circuit primaire extérieur à la cuve est suffisamment limité pour permettre l'utilisation d'une enceinte de dimensions réduites en utilisant le concept de « suppression de pression » qui consiste à envoyer la vapeur dans une piscine pour favoriser sa condensation lors d'une rupture du circuit primaire.

Les réacteurs surrégénérateurs

La surrégénération : son intérêt pour une meilleure utilisation de l'uranium

Les réacteurs surrégénérateurs, à la différence des autres, n'utilisent pas le ralentissement des neutrons pour favoriser le maintien de la réaction en chaîne. Les neutrons à haute énergie non seulement provoquent la fission des atomes d'uranium 235 comme dans les autres réacteurs, mais ils extraient également de l'énergie de l'uranium 238, soit directement par une réaction de fission qui n'est possible qu'au-delà d'un certain seuil d'énergie, soit en le convertissant en plutonium 239 qui est fissile à toutes énergies. La fission de l'uranium 238 ne se produit que dans les réacteurs rapides. La conversion de l'uranium en plutonium existe par contre dans tous les réacteurs. Cependant le taux de cette conversion ne peut être supérieur à l'unité que dans les réacteurs rapides. Ce phénomène est appelé la surrégénération.

La conséquence sur l'utilisation de l'uranium est d'une importance capitale. Les réacteurs thermiques ne peuvent employer pour produire de l'énergie que l'uranium 235 et une faible proportion de l'uranium 238 (au total environ 2 % de l'uranium dans le meilleur des cas, celui des réacteurs à eau lourde), alors que les réacteurs rapides transforment en énergie la totalité de l'uranium. Pouvant extraire de la même masse d'uranium une énergie plus de cinquante fois supérieure, ils permettent d'économiser considérablement les ressources, et en même temps de minimiser l'influence de l'augmentation de prix de l'uranium.

Les caractéristiques fondamentales

Pour que le maintien de la réaction en chaîne soit possible sans que les neutrons soient ralentis, le cœur d'un surrégénérateur doit être constitué de matière fissile très enrichie, environ 15 % pour un grand réacteur. Il faut pour raison économique en extraire une forte puissance. Or, du fait qu'il n'y a pas de modérateur, le volume du cœur est relativement petit. Il découle de ces deux considérations que la densité de puissance est très élevée, environ 500 kW/l.

Cette caractéristique impose le choix d'un caloporteur de hautes performances thermiques. Toutes les réalisations et tous les projets existant actuellement emploient comme réfrigérant le sodium dont les propriétés nucléaires et hydrauliques sont satisfaisantes et les caractéristiques thermiques remarquables. En particulier, sa température d'ébullition étant de 880 °C à la pression atmosphérique, il permet d'obtenir des températures élevées dans des circuits sans pression, en conservant une grande marge de sécurité pour éviter l'ébullition. De cette constatation découlent deux autres caractéristiques des surrégénérateurs refroidis au sodium : du fait de la température élevée, la possibilité de produire de l'énergie électrique avec un rendement excellent, supérieur à 40 %, et du fait de l'absence de pression, la possibilité de construire des centrales de très grande puissance unitaire.

Par ailleurs, comme la surrégénération assure le renouvellement de la matière fissile à mesure qu'elle est brûlée, le temps de séjour en pile des assemblages combustibles n'est limité que par l'importance des dommages qu'ils subissent à long terme du fait de l'irradiation. Pour raison économique également, un taux de combustion élevé, nécessaire pour un long séjour en pile, est une autre exigence des surrégénérateurs. Le but à atteindre se situe vers 120 000 MWj/t ou, si on l'exprime en pourcentage d'atomes brûlés, vers 14 %. Or le flux neutronique est beaucoup plus élevé que dans les autres réacteurs. Les gaines des aiguilles combustibles et les structures de leurs assemblages doivent donc avoir une excellente tenue sous irradiation.

Les caractéristiques technologiques

— *Le caloporteur*

Le caloporteur est, comme il a été dit plus haut, le sodium. Ce métal fond à 98 °C et bout à 880 °C à la pression atmosphérique. Sa chaleur spécifique est 0,3 $cal \cdot g^{-1} \, °C^{-1}$ et sa conductibilité thermique 0,7 $W \cdot cm^{-1} \, °C^{-1}$. A la condition de préchauffer la totalité des circuits, il est facile d'y introduire le sodium à l'état liquide, après quoi il est maintenu en permanence dans cet état.

Le sodium peut être pompé par des pompes mécaniques et aussi par des pompes électromagnétiques qui utilisent le principe du moteur électrique. A cause de leur faible rendement, les pompes électromagnétiques ne sont employées que sur des circuits auxiliaires. Les circuits principaux sont équipés de pompes mécaniques.

Les propriétés nucléaires du sodium sont acceptables, car il ne ralentit pas trop les neutrons et ne les capture pas trop. Cependant, à son passage dans le cœur, il s'active, l'isotope 23 qui constitue la totalité du sodium naturel se transformant en isotope 24 ou, dans une beaucoup plus faible proportion, en isotope 22, tous les deux émetteurs de rayons γ durs, le premier de période 15 heures et le second de période 2 ans et demi.

Pour éviter son oxydation, le sodium doit être tenu à l'abri de l'air et donc couvert par un gaz neutre (argon ou hélium). La réaction chimique du sodium avec l'eau est violente. Les générateurs de vapeur sont construits avec de grandes précautions en utilisant l'expérience acquise au cours de très nombreux essais pour éviter le contact entre l'eau et le sodium. Cependant le risque d'une réaction entre eau et sodium primaire actif n'est pas accepté, on interpose donc des circuits secondaires de sodium assurant le transfert de chaleur entre l'ensemble cœur-circuit primaire du réacteur et les générateurs de vapeur.

L'acier inoxydable est compatible avec le sodium à la condition que celui-ci ne contienne que peu d'impuretés. Une excellente étanchéité des circuits est nécessaire. Un degré satisfaisant de pureté est obtenu par une simple action physique qui consiste à refroidir le sodium à un niveau de température où la solubilité des impuretés est faible et à les filtrer.

— *La cuve et le circuit primaire*

La cuve est cylindrique avec un fond bombé. Elle comporte à sa partie inférieure le sommier qui supporte le cœur. Elle contient les pompes et les échangeurs intermédiaires. Les pompes font circuler le sodium dans le cœur — il passe entre les aiguilles combustibles à l'intérieur des assemblages — et dans les échangeurs intermédiaires. Ceux-ci sont des échangeurs tubulaires de plusieurs centaines de tubes. Le sodium est surmonté par de l'argon. La cuve est fermée à sa partie supérieure par un toit surmonté d'une dalle qui supporte les pompes, les échangeurs, les mécanismes de barres de commande et les dispositifs permettant la manutention des assemblages. Ce concept est dit « intégré », par opposition au concept à boucle où le circuit primaire est extérieur à la cuve du réacteur.

— *Circuits secondaires et générateurs de vapeur*

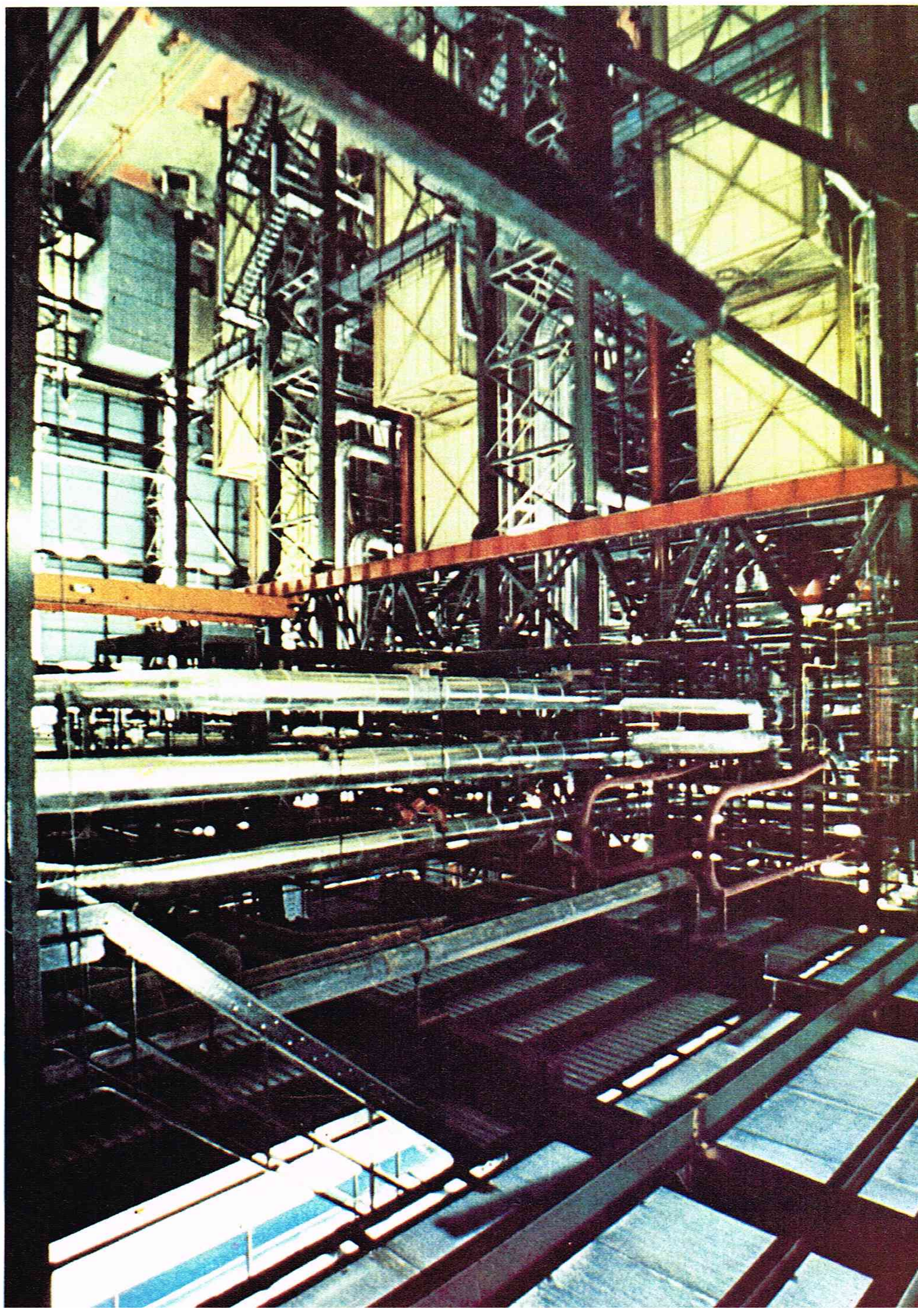
La technologie des circuits secondaires, semblable à celle du circuit primaire, est adaptée aux propriétés du sodium et aux exigences de son emploi qui ont été indiquées plus haut. Les générateurs de vapeur peuvent être de configurations diverses. Cependant, pour toutes les centrales construites ou en projet, ils sont du type à passe unique et à faible réserve de vaporisation.

Des considérations d'ordre technologique, économique et de sécurité portant sur les écarts de température et les surfaces d'échanges conduisent à adopter un cycle vapeur utilisant au mieux les possibilités de températures élevées qu'offrent le combustible et le fluide caloporteur. Le cycle vapeur auquel on aboutit est semblable à celui des centrales thermiques classiques. Les caractéristiques de la vapeur sont 180 bars et 490°, alors que la température du sodium primaire est 530° et celle du sodium secondaire 510°. Avec resurchauffe, le rendement thermodynamique atteint 41 %.

La sûreté

En ce qui concerne la sûreté, les surrégénérateurs ont des caractéristiques qui présentent des aspects très favorables : température de la gaine très inférieure à celle du point de fusion, fonctionnement à la pression atmosphérique; et d'autres qui le sont moins : gaines soumises à un flux intense de neutrons, dimensions réduites des canaux de refroidissement. Les spécifications des projets, les systèmes de surveillance et d'arrêt et les règles d'exploitation tiennent compte de ces particularités.

Pour la prévention des accidents et la protection de l'environnement, les réacteurs à neutrons rapides satisfont aux mêmes impératifs et sont soumis aux mêmes réglementations que les autres.



▼ Phénix : ***les générateurs de vapeur sont pourvus d'un système de détection de fuite d'eau par mesure du taux d'hydrogène dans le sodium. Ces générateurs nécessitent une grande pureté de l'eau d'alimentation dont la totalité passe dans un poste de traitement.***

Service documentation C.E.A. - Photo P. Jahan

Le développement des surrégénérateurs

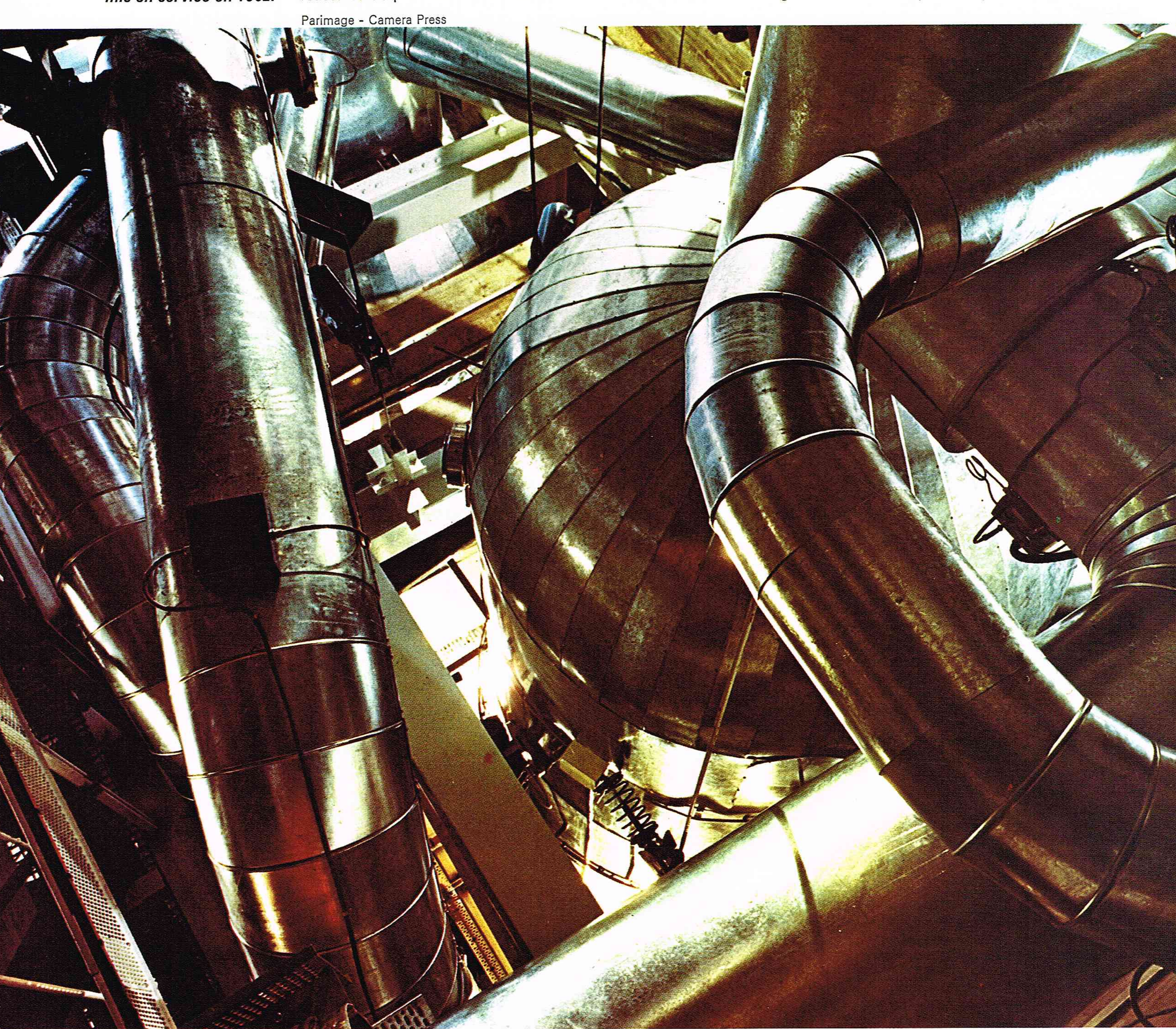
Dans une première phase, les surrégénérateurs doivent utiliser le plutonium fabriqué dans les autres réacteurs. Progressivement, la contribution du plutonium produit par les surrégénérateurs eux-mêmes augmentera. Leur développement cessera d'être lié aux autres filières et deviendra surtout fonction de leur propre « temps de doublement », temps nécessaire pour qu'un réacteur produise la quantité de plutonium nécessaire au fonctionnement d'un autre réacteur identique. On obtiendra très vraisemblablement avant la fin du siècle actuel des temps de doublement inférieurs à 20 ans. Si l'infléchissement prévisible de la courbe de croissance de la demande d'énergie se réalise, les réacteurs rapides pourront alors assurer la quasi-totalité de la production d'électricité nucléaire avec une consommation très faible d'uranium naturel.

D'assez nombreux pays ont déjà construit ou se préparent à construire des réacteurs expérimentaux et des réacteurs de production d'électricité d'environ 300 MW : (U. R. S. S., France, Grande-Bretagne, Allemagne, États-Unis, Japon, Italie, Inde). L'étape suivante sera constituée par des centrales de puissance supérieure à 1 000 MW électriques qui seront mises en service entre 1980 et 1990.

BIBLIOGRAPHIE

BLANC D., *Physique nucléaire*, Masson. - CAHEN et TREILLE, *Précis d'énergie nucléaire*, Dunod. - CHELET Y., *l'Énergie nucléaire*, Seuil, coll. « le Rayon de la science ». - GUÉRON J., *l'Énergie nucléaire*, coll. « Que sais-je? », P. U. F. - THIRIET L., *l'Énergie nucléaire*, Dunod. - *Bibliothèque des sciences et techniques nucléaires*, I. N. S. T. N., P. U. F. - *Bulletin d'informations scientifiques et techniques du C. E. A.*, Dunod, Gauthier-Villars. - *Revue générale nucléaire (R. G. N.) de la S. F. E. N.*

Parimage - Camera Press



▼ ***Circuits des générateurs de vapeur du surrégénérateur de Douneray (Écosse) mis en service en 1962.***

LA SYMÉTRIE EN PHYSIQUE

La symétrie joue un rôle fondamental en physique : elle permet de simplifier, souvent de façon importante, la résolution des problèmes, et de comprendre le sens profond de nombreuses lois fondamentales. Que faut-il entendre par symétrie ? Deux exemples simples vont nous aider à préciser cette notion.

● *Premier exemple*. La résolution d'une équation algébrique. Soit l'équation :

$$f(x) = 6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0$$

qui est de la forme

$$f(x) = ax^4 + bx^3 + cx^2 + bx + a = 0$$

Si dans $f(x)$ on change x en $1/x$, on obtient :

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{6}{x^4} - \frac{35}{x^3} + \frac{62}{x^2} - \frac{35}{x} + 6$$

ou encore, en réduisant au même dénominateur :

$$f\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{1}{x^4}(6 - 35x + 62x^2 - 35x^3 + 6x^4)$$

c'est-à-dire : $f(x) = x^4 f\left(\frac{1}{x}\right)_0$

$x = 0$ n'étant pas solution de l'équation $f(x) = 0$, on en déduit que les équations $f(x) = 0$ et $f(1/x) = 0$ ont les mêmes solutions.

Désignons par x_1, x_2, x_3 et x_4 les quatre racines de l'équation $f(x) = 0$. Le résultat que nous avons obtenu signifie que les quatre nombres $\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}$ et $\frac{1}{x_4}$ sont identiques aux quatre nombres x_1, x_2, x_3 et x_4. Il ne faut, cependant, pas aller trop loin dans nos conclusions. Nous n'avons pas démontré que chaque racine était inchangée, c'est-à-dire que $x_1 = \frac{1}{x_1}$, $x_2 = \frac{1}{x_2}$, etc., mais simplement que l'ensemble $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ était identique à l'ensemble $\left\{\frac{1}{x_1}, \frac{1}{x_2}, \frac{1}{x_3}, \frac{1}{x_4}\right\}$. Nous dirons que la transformation qui à x fait correspondre $1/x$ laisse invariant l'ensemble $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ des solutions de l'équation $f(x) = 0$. Cette *propriété d'invariance* est une propriété de symétrie. Le fait de la remarquer simplifie considérablement la résolution de l'équation. Remarquons pour commencer que la transformation groupe les racines par paires. Si on laisse pour l'instant de côté le cas où une des racines est égale à 1 ou à -1, $1/x_1$ qui est différent de x_1 ne peut être égal qu'à x_2, x_3 ou x_4. Si $\frac{1}{x_1} = x_2$, on a nécessairement $\frac{1}{x_3} = x_4$ et évidemment $\frac{1}{x_2} = x_1$ et $\frac{1}{x_4} = x_3$. Ainsi non seulement l'ensemble $\{x_1, x_2, x_3, x_4\}$ est invariant par la transformation qui change x en $\frac{1}{x}$ mais chacun des couples (x_1, x_2) et (x_3, x_4) jouit de cette propriété.

Ce résultat incite à poser $X = x + 1/x$ et à chercher une nouvelle équation $g(X) = 0$. La raison de cette démarche est que, $x + 1/x$ étant invariant, X correspond à un des couples invariants de racines de $f(x) = 0$, et par conséquent l'équation $g(X) = 0$ aura un nombre de racines deux fois moindre que $f(x) = 0$; $g(X) = 0$ sera donc une équation du second degré. On a en effet :

$$f(x) = x^2\left[6\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) - 35\left(x + \frac{1}{x}\right) + 62\right]$$

$$f(x) = x^2[6(X^2 - 2) - 35X + 62]$$

$$f(x) = x^2 g(X)$$

où $\quad g(X) = 6X^2 - 35X + 50$

L'équation $g(X) = 0$ est facile à résoudre, elle a pour racines 5/2 et 10/3. On en déduit que les racines de l'équation $f(x) = 0$ sont les solutions des équations

$$x + \frac{1}{x} = \frac{5}{2} \quad \text{et} \quad x + \frac{1}{x} = \frac{10}{3}$$

Ces équations sont du second degré. Les racines de la première sont 2 et 1/2 et celles de la seconde 3 et 1/3. Chaque couple de racines est, comme nous l'avions annoncé, invariant par la transformation qui à x fait correspondre $1/x$.

La méthode que nous venons de décrire est générale ; elle s'applique à toutes les équations algébriques de *degré pair*, ayant la propriété de symétrie étudiée. La résolution d'une telle équation se ramène toujours à la résolution d'une équation algébrique de degré moitié.

Si l'équation algébrique de départ est de *degré impair*, la méthode est encore applicable. En effet, si l'équation est, par exemple, de degré 5, elle a cinq racines. Si l'ensemble de ces racines est invariant par la transformation qui à x fait correspondre $1/x$, on peut affirmer que les racines se répartissent nécessairement en couples de racines inverses l'une de l'autre. Le nombre de racines étant impair, il est indispensable qu'une des racines soit sa propre inverse. Cette racine est donc égale soit à 1, soit à -1. On vérifie aisément que seule la valeur -1 convient. Ainsi toute équation de la forme

$$ax^5 + bx^4 + cx^3 + cx^2 + bx + a = 0$$

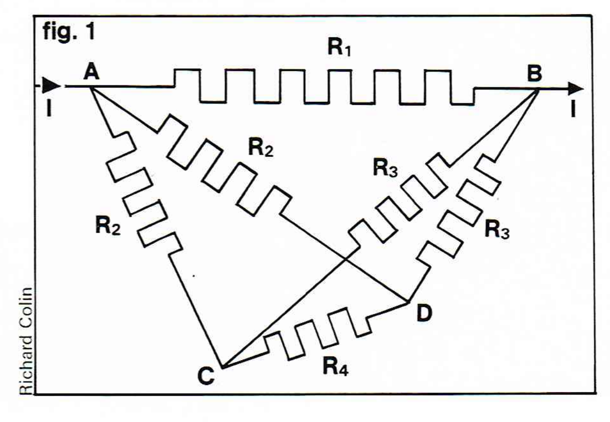
admet -1 comme racine. Pour appliquer la méthode précédente on divise donc le polynôme par $x - 1$ et on se ramène au cas d'une équation de degré pair.

A la lumière de l'exemple que nous venons de discuter, nous dirons qu'une équation jouit d'une propriété de symétrie lorsque l'ensemble de ses racines est invariant par certaines transformations. Cette propriété de symétrie convenablement utilisée simplifie grandement la résolution de l'équation. A titre d'exercice, le lecteur pourra développer une théorie analogue pour les équations algébriques du type : $ax^4 + bx^3 + cx^2 - bx + a = 0$ dont l'ensemble des racines est invariant par la transformation qui à x fait correspondre $-1/x$.

● *Deuxième exemple*. Cet exemple, pris cette fois-ci en électricité, va nous montrer, sous un aspect plus géométrique, l'équivalence entre la propriété d'invariance et la propriété de symétrie, et, comme dans le premier exemple, cette propriété nous permettra de résoudre simplement le problème posé. Considérons un réseau de résistances disposées suivant les arêtes d'un tétraèdre comme l'indique la *figure* 1. Sachant que la différence de potentiel entre A et B est V, quelle est l'intensité I du courant qui arrive en A et repart en B ?

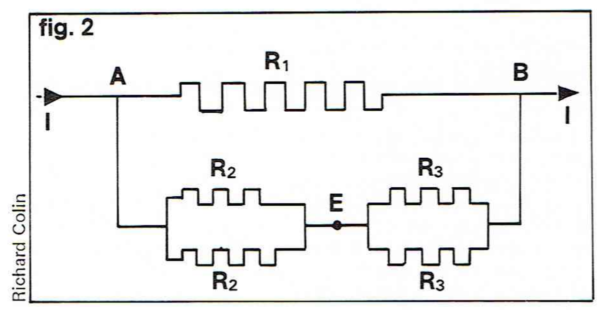
Le problème est essentiellement celui de calculer la résistance équivalente R de ce réseau, l'intensité I étant alors donnée par $I = V/R$. Le réseau n'étant pas plan, on ne peut pas utiliser directement les formules usuelles relatives aux associations de résistances en série et en parallèle. Mais, compte tenu des branches arrivant en A et partant de B, le réseau possède une propriété de symétrie. En effet, le plan passant par A, B et le milieu de CD est un plan de symétrie. Cette symétrie que nous visualisons ici sous forme géométrique peut s'énoncer dans le langage de transformations laissant invariant le réseau. La transformation est définie lorsqu'on sait faire correspondre à chaque branche du réseau une branche déterminée du même réseau. On voit facilement que le plan de symétrie est équivalent à la transformation qui :

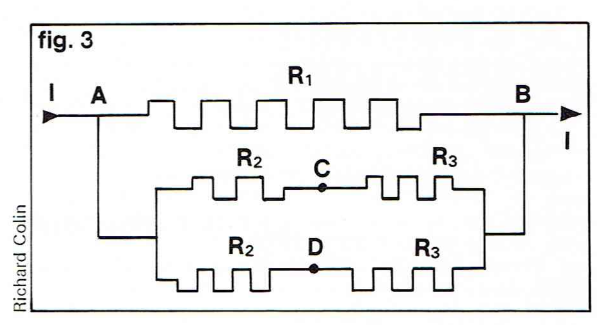
— à la branche AB, fait correspondre la branche AB ;
— à la branche AC, fait correspondre la branche AD ;
— à la branche AD, fait correspondre la branche AC ;
— à la branche CD, fait correspondre la branche DC ;
— à la branche BC, fait correspondre la branche BD ;
— à la branche BD, fait correspondre la branche BC.



◄ *Figure 1 : réseau de résistances placées suivant les arêtes d'un tétraèdre.*

▶ *Figure 2 et figure 3 : représentation de deux réseaux équivalents à celui de la figure 1 et conduisant à la même valeur de* R.





Cette transformation, compte tenu de la valeur des résistances des différentes branches, laisse le réseau inchangé. Remarquons qu'au lieu de définir la transformation comme une permutation des branches, on pourrait aussi bien la définir comme une permutation des sommets,
— au sommet A, on fait correspondre le sommet A ;
— au sommet B, on fait correspondre le sommet B ;
— au sommet C, on fait correspondre le sommet D ;
— au sommet D, on fait correspondre le sommet C.

La propriété de symétrie du réseau étant ainsi précisée, comment en tirer parti pour calculer la résistance équivalente R ? La propriété de symétrie du réseau implique que l'intensité du courant qui passe dans la branche AC soit égale à celle du courant qui passe dans la branche AD ; de même, l'intensité du courant qui passe dans la branche BC est égale à celle du courant qui passe dans la branche BD. L'intensité du courant qui passe dans la branche CD est nécessairement nulle. En effet, l'intensité du courant allant de C vers D doit être égale à celle du courant allant de D vers C. La valeur de R est donc indépendante de R_4 et, pour la calculer, on peut remplacer le réseau étudié par le réseau plan représenté sur la *figure* 2 où les points C et D, au même potentiel, sont confondus en E. On en déduit immédiatement :

$$R = \frac{R_1 (R_2 + R_3)}{2 R_1 + R_2 + R_3}$$

Le réseau représenté sur la *figure* 2 n'est pas le seul réseau équivalent au réseau de départ. Le réseau représenté sur la *figure* 3 lui est aussi équivalent et conduit évidemment à la même valeur de R.

R étant indépendant de R_4, dans le calcul utilisant le réseau de la *figure* 2, on a fait choix de la valeur particulière $R_4 = 0$, alors que, dans le calcul utilisant le réseau de la *figure* 3, on a fait choix de la valeur $R_4 = \infty$.

Groupes de symétrie

On dit qu'une équation ou un système physique possède des *propriétés de symétrie* lorsqu'il existe certaines transformations qui les laissent invariants. Par définition, il y a donc équivalence entre propriétés de symétrie et propriétés d'invariance relativement à des transformations.

Dans les exemples étudiés, le nombre de transformations était égal à deux. En effet, l'ensemble des racines de l'équation $6x^4 - 35x^3 + 62x^2 - 35x + 6 = 0$ est invariant par la transformation qui à x fait correspondre $1/x$, mais aussi par la transformation qui à x fait correspondre x. Cette transformation banale joue un rôle très important, et il convient de ne pas l'oublier. On l'appelle la **transformation identité.** Elle peut toujours être définie. Dans le cas du réseau de résistances de la *figure* 1, la transformation identité est telle que :
— au sommet de A corresponde le sommet A
— au sommet de B corresponde le sommet B
— au sommet de C corresponde le sommet C
— au sommet de D corresponde le sommet D

Il n'est pas difficile d'imaginer des exemples où le nombre des transformations est supérieur à deux. Ainsi l'ensemble des racines de l'équation

$$ax^8 + bx^6 + cx^4 + bx^2 + a = 0$$

est invariant par les quatre transformations qui à x font correspondre respectivement x, $-x$, $1/x$, $-1/x$. Si l'on désigne par t_1, t_2, t_3 et t_4 ces quatre transformations, on a :

$$t_1(x) = x$$
$$t_2(x) = -x$$
$$t_3(x) = 1/x$$
$$t_4(x) = -1/x$$

Il est clair que, si l'ensemble des 8 racines de l'équation précédente est invariant par une quelconque des transformations t_i ($i = 1, 2, 3, 4$), il est aussi invariant si on effectue deux transformations consécutives. Si on effectue par exemple d'abord la transformation t_2 puis la transformation t_3 on a :

$$t_2(x) = -x \text{ et } t_3[t_2(x)] = t_3(-x) = -1/x$$

on trouve : $t_3[t_2(x)] = t_4(x)$

Ce résultat s'écrit : $t_3 * t_2 = t_4$

On dira que t_4 est égal au produit de t_2 par t_3. Plus généralement, le produit de deux transformations de l'ensemble t_1, t_2, t_3, t_4 est une transformation de cet ensemble. On peut le vérifier en contrôlant le *tableau* I où sont rassemblés tous les produits de deux transformations.

Ce résultat est tout à fait normal, car, si les transformations t_2 et t_3 laissent l'ensemble des racines invariant, leur produit $t_3 * t_2$ doit aussi laisser cet ensemble invariant, et, si donc l'ensemble $\{t_1, t_2, t_3, t_4\}$ est l'ensemble de toutes les transformations qui laisse invariant l'ensemble des racines, il est nécessaire que $t_3 * t_2$ soit une des transformations t_i ($i = 1, 2, 3, 4$).

La définition du produit de deux transformations que nous avons donnée est ce qu'on appelle en algèbre une **loi de composition interne** définie sur l'ensemble des transformations t_1, t_2, t_3, t_4. Cette loi de composition possède certaines propriétés que nous allons établir.

— *La loi de composition est associative.* Cela signifie que, t_i, t_j, t_k étant trois transformations, on a :

$$t_i * (t_j * t_k) = (t_i * t_j) * t_k$$

et ceci quels que soient i, j et k. Par exemple :

$$t_2 * (t_3 * t_4) = (t_2 * t_3) * t_4$$

car $t_3 * t_4 = t_2$

d'où $t_2 * (t_3 * t_4) = t_2 * t_2 = t_1$

et $t_2 * t_3 = t_4$

d'où $(t_2 * t_3) * t_4 = t_4 * t_4 = t_1$

— *Il existe un élément neutre pour la loi de composition.* On appelle élément neutre e une transformation telle que, quel que soit i, on ait :

$$e * t_i = t_i * e = t_i$$

On vérifie à l'aide du *tableau* I que l'élément neutre pour la loi de composition est la transformation t_1.

— *Chaque transformation est inversible.* On appelle inverse d'une transformation t_i la transformation t'_i telle que :

▼ *Tableau I : table de multiplication du groupe de symétrie de l'équation $ax^8 + bx^6 + cx^4 + bx^2 + a = 0$.*

Tableau I
Produit de deux transformations

	t_i
t_j	$t_j * t_i$

	t_1	t_2	t_3	t_4
t_1	t_1	t_2	t_3	t_4
t_2	t_2	t_1	t_4	t_3
t_3	t_3	t_4	t_1	t_2
t_4	t_4	t_3	t_2	t_1

$$t_i * t_i' = t_i' * t_i = e$$

On vérifie à l'aide du *tableau* I que chaque transformation est sa propre inverse. On a en effet :

$$t_1 * t_1 = t_1$$
$$t_2 * t_2 = t_1$$
$$t_3 * t_3 = t_1$$
$$t_4 * t_4 = t_1$$

Lorsqu'une loi de composition interne définie sur un ensemble possède toutes les propriétés que nous venons d'établir, on dit que l'ensemble possède une **structure de groupe.**

Ce résultat est général. L'ensemble des propriétés de symétrie d'une équation, d'une figure géométrique ou d'un système physique, c'est-à-dire l'ensemble des transformations qui laissent invariants l'équation, la figure géométrique ou le système physique, possède une structure de groupe.

La *théorie des groupes* a fait l'objet de très nombreux travaux de la part des mathématiciens. Elle constitue l'outil indispensable du physicien qui étudie les problèmes de symétrie. Dans la suite de ce chapitre, nous en donnerons un aperçu. Les chapitres suivants seront consacrés à diverses applications choisies dans différents domaines de la physique.

Le groupe des transformations $\{t_1, t_2, t_3, t_4\}$ que nous venons d'étudier possède la propriété particulière suivante : quelles que soient les deux transformations t_i et t_j on a : $t_i * t_j = t_j * t_i$

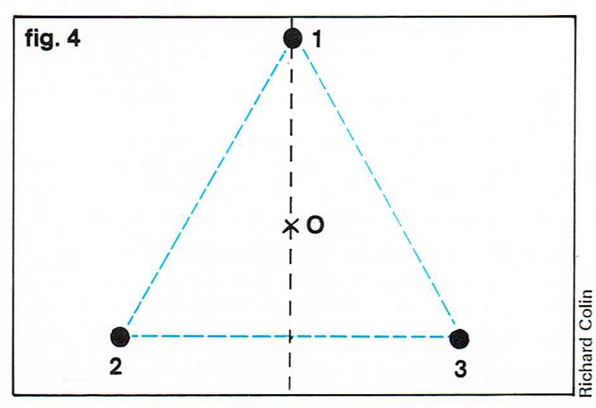
Ce résultat dont on peut contrôler l'exactitude en se reportant au *tableau* I se traduit en disant que le groupe t_1, t_2, t_3, t_4 est *commutatif* ou *abélien*. Cette propriété n'est pas partagée par tous les groupes de symétrie, l'exemple qui suit va nous le montrer.

Considérons un système de trois charges électriques identiques placées aux sommets d'un triangle équilatéral (*fig.* 4). Ce système possède certaines propriétés de symétrie que nous allons étudier.

Pour discerner les trois charges, nous leur attribuerons respectivement les numéros 1, 2 et 3. Si on désigne par O le centre de gravité du triangle équilatéral, on constate qu'une rotation d'$\frac{1}{3}$ de tour (c'est-à-dire d'un angle égal à $\frac{2\pi}{3}$) autour d'un axe passant par O et perpendiculaire au plan de la figure amène le système en coïncidence avec lui-même. Nous désignerons par a cette transformation laissant invariant le système. Une rotation de $\frac{2}{3}$ de tour autour de O amène aussi le système en coïncidence avec lui-même. Il n'est pas nécessaire d'introduire un symbole nouveau pour désigner cette deuxième transformation. On peut la désigner par $a * a$, car elle est le produit de la première transformation par elle-même. Si on appelle e la transformation identité (rotation d'angle nul), on a évidemment

$$a * a * a = e$$

Les trois transformations e, a et $a * a$ ne sont pas les seuls éléments de symétrie du triangle équilatéral. Une rotation d'un demi-tour autour d'un axe passant par le sommet 1 et le milieu du côté joignant les sommets 2 et 3 laisse le triangle inchangé.



◀ ***Figure 4 :* système de trois charges électriques identiques placées aux sommets d'un triangle équilatéral et possédant certaines propriétés de symétrie.**

Nous désignerons cet élément de symétrie par b. Il est clair qu'il existe deux autres axes de symétrie analogues à b ; ce sont les axes passant respectivement par les sommets 2 et 3 et qui joignent les milieux des côtés opposés.

Montrons qu'ici encore il n'est pas nécessaire d'introduire de nouvelles notations pour désigner ces deux dernières transformations.

La première s'écrit $b * a$ et la seconde $b * a * a$. Pour le voir, nous allons introduire une notation permettant de représenter les divers éléments de symétrie du triangle équilatéral de façon très commode.

Chaque transformation qui amène le triangle en coïncidence avec lui-même est une *permutation des sommets*. Ainsi la transformation a amené :

le sommet 1 sur le sommet 2
le sommet 2 sur le sommet 3
le sommet 3 sur le sommet 1

Nous représenterons conventionnellement cette permutation par le symbole :

$$a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

qui indique sur la première ligne la position des trois sommets avant la transformation et sur la deuxième ligne la position des trois sommets après la transformation. Avec cette notation on a :

$$b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

et on en déduit :

$$b * a = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

car a transforme d'abord 1 en 2, puis b transforme 2 en 3, donc $b * a$ transforme 1 en 3, etc. Insistons sur le fait qu'écrire $b * a$ signifie qu'on fait agir d'abord a, puis b. De même, on a :

$$b * (a * a) = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 3 & 1 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix}$$

Ainsi $b * a$ laisse le sommet 2 inchangé et permute les sommets 1 et 3, tandis que $b * a * a$ laisse le sommet 3 inchangé et permute les sommets 1 et 2. Ils correspondent donc respectivement aux axes de symétrie passant par les sommets 2 et 3.

Est-ce que l'ensemble des six transformations

$$\{e, a, a * a, b, b * a, b * a * a\}$$

possède une structure de groupe, et est-ce qu'il n'existe pas d'autres transformations laissant invariant le triangle équilatéral ?

Une manière de répondre à ces questions est de vérifier que tout produit de a et de b appartient nécessairement à l'ensemble précédent. Remarquons pour commencer que $b * b = e$; donc tout produit constitué uniquement de b est égal soit à b, soit à e suivant la parité du nombre de facteurs du produit.

A priori, le produit $a * b$ ne fait pas partie de l'ensemble, mais il est facile de montrer avec notre notation que

$$a * b = b * a * a$$

en effet :

$$a * b = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix} * \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = b * a * a$$

On vérifierait de même que : $a * a * b = b * a$

Ces deux résultats sont importants. Tout d'abord, ils révèlent que le groupe de symétrie du triangle équilatéral n'est pas abélien, car $a * b \neq b * a$.

Ensuite, on peut montrer que tout produit de a et de b, grâce aux résultats que nous venons de trouver, est un des six éléments du groupe :

$$\{e, a, a * a, b, b * a, b * a * a\}$$

Par exemple : $a * b * a * b * a = a$

$$\begin{aligned} \text{car } (a * b) * (a * b * a) &= (b * a * a) * (a * b * a) \\ &= b * (a * a * a) * (b * a) = \\ &\qquad (b * e) * (b * a) \\ &= (b * b) * a = e * a = a \end{aligned}$$

▶ *Tableau II : représentations irréductibles d'un groupe de quatre éléments.*

En vertu de la propriété d'associativité, les parenthèses ne sont pas utiles. Ici elles ne servent qu'à indiquer comment on a groupé les termes pour faire les calculs. Le groupe n'étant pas abélien, l'ordre des facteurs doit absolument être respecté.

La structure du groupe de l'ensemble des éléments de symétrie d'un système physique étant bien établie, nous allons, toujours sur le même exemple, aller un peu plus loin sur la théorie des groupes.

La représentation des opérations de symétrie du triangle équilatéral par des permutations illustre une notion fondamentale en théorie des groupes : l'**isomorphisme.** En effet, en tant que tel, l'ensemble des permutations de trois objets a une structure de groupe identique à celle du groupe des éléments de symétrie du triangle équilatéral. On dit que ces deux groupes sont isomorphes, et la correspondance entre les éléments du premier groupe et les éléments du deuxième est appelée isomorphisme. L'intérêt de cette notion est évident : si deux groupes sont isomorphes, il suffit en effet d'en étudier un seul, car les deux groupes ont exactement les mêmes propriétés mathématiques. En particulier, on peut se contenter d'étudier un groupe d'un point de vue abstrait, purement algébrique, sans chercher à le représenter. Ainsi, le groupe des éléments de symétrie du triangle équilatéral est isomorphe au groupe défini de la manière suivante : soit a et b deux éléments d'un ensemble muni d'une loi interne, notée $*$, associative et telle qu'il existe un élément neutre e et que chaque élément de l'ensemble possède, par hypothèse, un inverse. Si on étudie le groupe engendré dans ces conditions par a et b, sachant, en outre, que

$$a * a * a = b * b = e$$

et que

$$a * b = b * a * a$$

on vérifie aisément qu'il est isomorphe au groupe des éléments de symétrie du triangle équilatéral.

La notion d'isomorphisme n'est pas suffisante pour tirer pleinement avantage de la théorie des groupes. Il nous faut introduire une autre notion très utile, celle d'**homomorphisme.** Si a_1, a_2, a_3, ..., sont les éléments d'un groupe A et b_1, b_2, b_3, ..., les éléments d'un groupe B, nous avons vu que A et B sont dits isomorphes si on a établi une correspondance qui associe, quel que soit i, l'élément a_1 de A à l'élément b_1 de B, et que si $a_1 * a_2 = a_3$ on doit avoir nécessairement $b_1 * b_2 = b_3$.

Il est important de souligner qu'un isomorphisme est une bijection, c'est-à-dire une correspondance qui à deux éléments différents de A associe deux éléments différents de B et réciproquement. On peut imaginer des correspondances qui ne sont pas des bijections et qui, cependant, sont très utiles. Reprenons, par exemple, le groupe $\{t_1, t_2, t_3, t_4\}$ des transformations qui laissent invariant l'ensemble des racines de l'équation

$$ax^8 + bx^6 + cx^4 + bx^2 + a = 0$$

et considérons l'ensemble des deux nombres $\{1, —1\}$. Si à t_1 et t_2 on associe le nombre 1 et à t_3 et t_4 on associe le nombre — 1, la correspondance que nous appellerons f n'est visiblement pas bijective, car

$$f(t_1) = f(t_2) = 1 \text{ et } f(t_3) = f(t_4) = —1$$

Cependant, si à la loi de composition interne $*$ on associe la multiplication dans l'ensemble $\{1, —1\}$ on vérifie que, quelles que soient les transformations t_i et t_j, si $t_i * t_j = t_k$ on a : $f(t_i) \cdot f(t_j) = f(t_k)$.

Vérifions-le pour quelques produits. On a vu que $t_2 * t_2 = t_1$. Or $f(t_2) = 1$ et $f(t_1) = 1$. On vérifie que

$$f(t_2) \cdot f(t_2) = f(t_1)$$

De même $t_3 * t_4 = t_2$. Or $f(t_3) = —1$, $f(t_4) = —1$ et $f(t_2) = 1$. On vérifie à nouveau que

$$f(t_3) \cdot f(t_4) = f(t_2)$$

La correspondance f entre les groupes $\{t_1, t_2, t_3, t_4\}$ et $\{1, —1\}$ est un homomorphisme. Deux transformations différentes n'ont pas nécessairement deux images différentes par f. Toutefois, et ceci est important, chaque transformation a une image et une seule.

Dans la théorie des groupes, les homomorphismes entre un groupe et des groupes de nombres ou plus généralement de matrices jouent un rôle essentiel. Ces homomorphismes sont appelés des représentations linéaires.

Tableau II
Représentations irréductibles d'un groupe de quatre éléments

	t_1	t_2	t_3	t_4
R_1	1	1	1	1
R_2	1	1	- 1	- 1
R_3	1	- 1	1	- 1
R_4	1	- 1	- 1	1

La théorie des **représentations linéaires** a eu depuis les premiers travaux du siècle passé un développement considérable.

Nous ne retiendrons de cette théorie qu'une seule notion, celle de *représentations linéaires irréductibles.* On peut dire que les représentations irréductibles d'un groupe sont les représentations linéaires les plus simples de ce groupe, c'est-à-dire celles qui font correspondre aux divers éléments du groupe des matrices de dimensions les plus faibles. De façon un peu plus précise, on dit qu'une représentation linéaire est irréductible si l'homomorphisme qui à chaque élément du groupe associe une matrice est tel qu'on ne puisse pas trouver une représentation équivalente à l'aide de matrice de dimension moindre. Ainsi pour le groupe des transformations

$$\{t_1, t_2, t_3, t_4\}$$

on sait démontrer qu'il n'existe que 4 représentations irréductibles, toutes de dimension 1 (c'est-à-dire que l'homomorphisme associe à chaque transformation t_i un nombre). Ces diverses représentations sont rassemblées dans le *tableau* II.

On remarquera que la représentation R_1 qui à toute transformation associe le nombre 1 est particulièrement banale. Ce type de représentation irréductible, dite *représentation identité,* existe toujours. La représentation R_2 est celle qui nous a servi à introduire la notion d'isomorphisme.

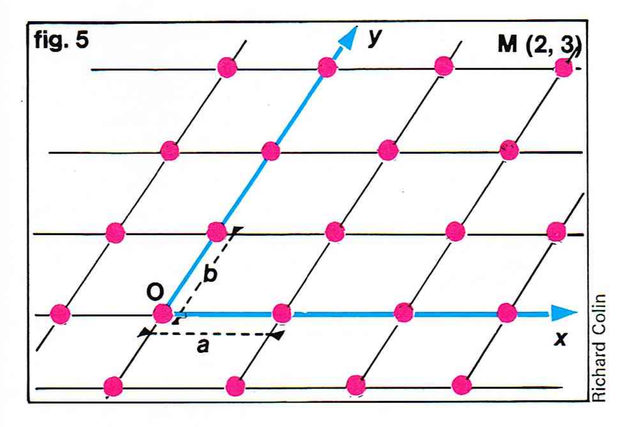
Nous arrêterons là ces considérations générales pour développer dans les chapitres qui suivent quelques exemples pris dans différents domaines de la physique.

Physique de l'état solide

Ordre des axes de rotation d'un réseau cristallin

Les propriétés de symétrie de l'état solide ont été étudiées dès le XVIII[e] siècle. Elles traduisent essentiellement la structure périodique des cristaux à l'échelle atomique dont la preuve expérimentale a été apportée en 1912 par la diffraction des rayons X. Dans un cristal, les atomes sont répartis aux nœuds d'un réseau périodique tridimensionnel.

Sur la *figure* 5, nous avons représenté un réseau périodique à deux dimensions. Chaque nœud du réseau se déduit du nœud origine O, choisi arbitrairement par deux translations successives, la première suivant $\overrightarrow{Ox}$ et la seconde suivant $\overrightarrow{Oy}$. Les translations suivant $\overrightarrow{Ox}$ sont des multiples de la longueur a et celles suivant $\overrightarrow{Oy}$ des multiples de b. Par exemple, le nœud M se déduit de O par une translation de $2\,a$ parallèlement à $\overrightarrow{Ox}$, suivie d'une translation de $3\,b$ parallèlement à $\overrightarrow{Oy}$; un tel nœud est conventionnellement appelé le nœud (2,3).



◀ *Figure 5 : réseau périodique bidimensionnel.*

A trois dimensions (*fig.* 6), tout nœud d'un réseau périodique se déduit du nœud origine O par 3 translations successives suivant $\vec{Ox}$, $\vec{Oy}$, et $\vec{Oz}$. La translation suivant $\vec{Ox}$ est un multiple d'une longueur *a*, celle suivant $\vec{Oy}$ un multiple de la longueur *b* et celle suivant O*z* un multiple de la longueur *c*. Ainsi tout point M a dans ce système d'axes trois coordonnées entières.

Par exemple, sur la *figure* 6, le nœud M se déduit du nœud origine par les translations 2 *a* suivant $\vec{Ox}$, *b* suivant $\vec{Oy}$ et 4 *c* suivant $\vec{Oz}$; M est appelé le nœud (2, 1, 4).

Cette périodicité du réseau cristallin qui exprime la discontinuité de la matière à l'échelle atomique, n'autorise l'existence que de certains éléments de symétrie. Nous allons montrer que seuls sont compatibles avec la structure périodique les axes de symétrie d'ordre 2, 3, 4 ou 6. Les axes de symétrie d'ordre 5 ou supérieur à 6 sont interdits.

Rappelons qu'une figure possède un axe de symétrie d'ordre *n* si elle se superpose à elle-même après une rotation de $2\pi/n$. Un carré, par exemple, possède un axe de symétrie d'ordre 4.

Lors d'une rotation, un nœud M du réseau de coordonnées entières *x*, *y*, *z* vient en M′ de coordonnées *x*′, *y*′, *z*′; M′ est nécessairement un nœud du réseau si la rotation est une opération de symétrie, et donc *x*′, *y*′ et *z*′ sont aussi des entiers. Les coordonnées *x*′, *y*′ et *z*′ s'expriment linéairement en fonction des coordonnées *x*, *y* et *z*, c'est-à-dire :

$$x' = \alpha_1 x + \beta_1 y + \gamma_1 z$$
$$y' = \alpha_2 x + \beta_2 y + \gamma_2 z$$
$$z' = \alpha_3 x + \beta_3 y + \gamma_3 z$$

Les neuf coefficients α_1, β_1, etc., qui caractérisent la rotation de $2\pi/n$ que nous étudions sont nécessairement des entiers, car, quels que soient *x*, *y* et *z* entiers, *x*′, *y*′ et *z*′ doivent être entiers.

Faisons maintenant le choix d'un nouveau système d'axes $\vec{OX}$, $\vec{OY}$, $\vec{OZ}$ orthogonaux entre eux et tels que $\vec{OZ}$ coïncide avec l'axe de rotation. Dans ce nouveau système d'axes, les coordonnées du point M sont X, Y et Z et celles du point M′, X′, Y′, Z′. Ces nouvelles coordonnées n'ont plus de raison d'être des nombres entiers. Dans le cas présent, X′, Y′ et Z′ se déduisent de X, Y et Z par les relations linéaires suivantes :

$$X' = X \cos\frac{2\pi}{n} - Y \sin\frac{2\pi}{n}$$
$$Y' = X \sin\frac{2\pi}{n} + Y \cos\frac{2\pi}{n}$$
$$Z' = Z$$

Dans les deux systèmes d'axes $\vec{Ox}$, $\vec{Oy}$, $\vec{Oz}$ et $\vec{OX}$, $\vec{OY}$, $\vec{OZ}$ la rotation de $2\pi/n$ est caractérisée par des ensembles de coefficients différents. On démontre en algèbre linéaire que, quel que soit le système d'axes, la somme $\alpha_1 + \beta_2 + \gamma_3$ est constante. On a donc :

$$\alpha_1 + \beta_2 + \gamma_3 = 1 + 2\cos\frac{2\pi}{n}$$

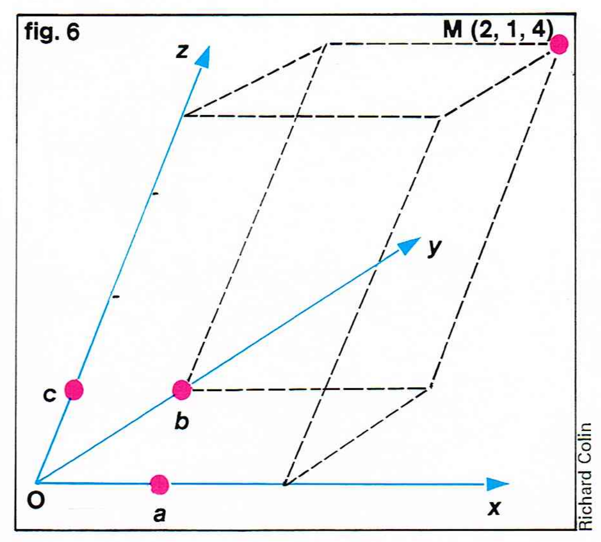
$\alpha_1 + \beta_2 + \gamma_3$ étant entiers, on en déduit que $2\cos\frac{2\pi}{n}$ est un nombre entier. Cette condition restreint considérablement les valeurs de *n*. On vérifie facilement que *n* ne peut prendre que les valeurs 1, 2, 3, 4 ou 6. La valeur 1 correspond à la rotation d'angle nul. Les autres valeurs correspondent respectivement à des angles de rotation de π, $2\pi/3$, $\pi/2$ et $\pi/3$.

Ferro-électricité

Du point de vue de leurs propriétés électriques, ces corps solides peuvent être répartis en deux familles : les *conducteurs* et les *isolants;* les premiers laissant passer facilement le courant électrique tandis que les seconds s'opposent à son passage. Cette division n'est pas absolue; il existe des cas intermédiaires.

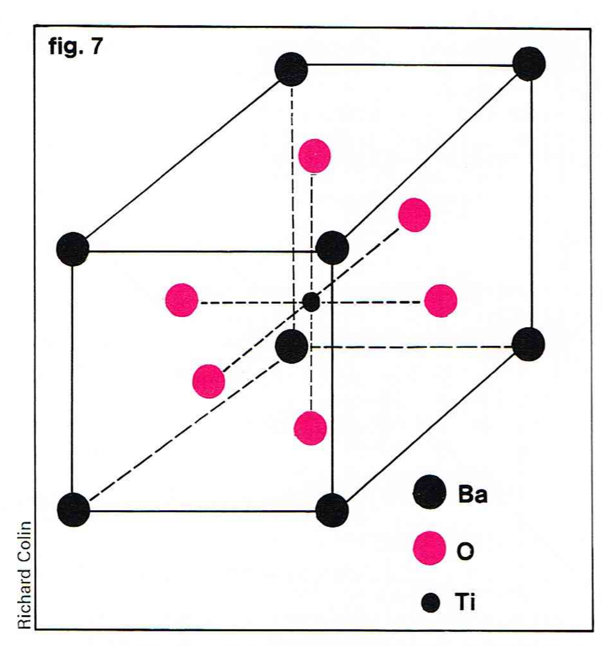
Les isolants, qu'on appelle aussi des *diélectriques*, ont la propriété de se polariser lorsqu'on les place dans un champ électrique, et l'intensité de cette polarisation est proportionnelle à ce champ. Toutefois, certains diélectriques comme le titanate de baryum, $BaTiO_3$, conservent une polarisation $\vec{P}$ lorsqu'on supprime le champ électrique si leur température est inférieure à une température seuil T_0. Dans le cas du titanate de baryum, T_0 est égale à 120 °C. La longueur de $\vec{P}$ est une fonction de la température; elle augmente lorsque celle-ci décroît. Par analogie avec le ferromagnétisme, de telles substances sont appelées des *ferro-électriques*.

Nous allons montrer que l'existence de cette polarisation « spontanée » $\vec{P}$ implique l'absence de centre de symétrie dans la structure du cristal. Rappelons qu'on dit qu'un point O est un *centre de symétrie* si, à tout atome situé au point M, il correspond un atome situé en M′ tel que les vecteurs $\vec{OM}$ et $\vec{OM'}$ soient opposés. Si le cristal ferro-électrique possédait un centre de symétrie, le vecteur polarisation $\vec{P}$, qui est lié au cristal, se transformerait en $-\vec{P}$ dans l'opération de symétrie considérée. Comme, par ailleurs, la structure cristalline est invariante dans cette opération de symétrie, la polarisation ne devrait pas changer. On en conclut que le vecteur $\vec{P}$ est nécessairement nul s'il existe un centre de symétrie. En conséquence, l'existence d'une polarisation spontanée est incompatible avec celle d'un centre de symétrie. Dans le cas du titanate de baryum, si on élève sa température, on constate qu'au-dessus de 120 °C la structure cristalline possède un centre de symétrie. Cette structure cristalline est représentée sur la *figure* 7. Plus exactement, cette figure représente la maille cristalline du titanate de baryum, c'est-à-dire la cellule élémentaire permettant d'engendrer tout le cristal par translation. Comme on le voit, cette maille a toutes les propriétés de symétrie du cube et possède en particulier un centre de symétrie. Lorsque, au-dessous de 120 °C, le titanate de baryum acquiert une polarisation spontanée, il perd son centre de symétrie par suite du déplacement de l'ion titane qui s'écarte du centre du cube. Le passage de l'état sans polarisation à l'état avec polarisation est un changement de phase qui s'accompagne de la perte d'éléments de symétrie.



◀ *Figure 6 : réseau périodique tridimensionnel.*

▶ *Figure 7 : maille cristalline du titanate de baryum* $BaTiO_3$.



De nombreux changements de phase existent en physique ; ils sont aujourd'hui l'objet d'importants travaux.

Optique cristalline

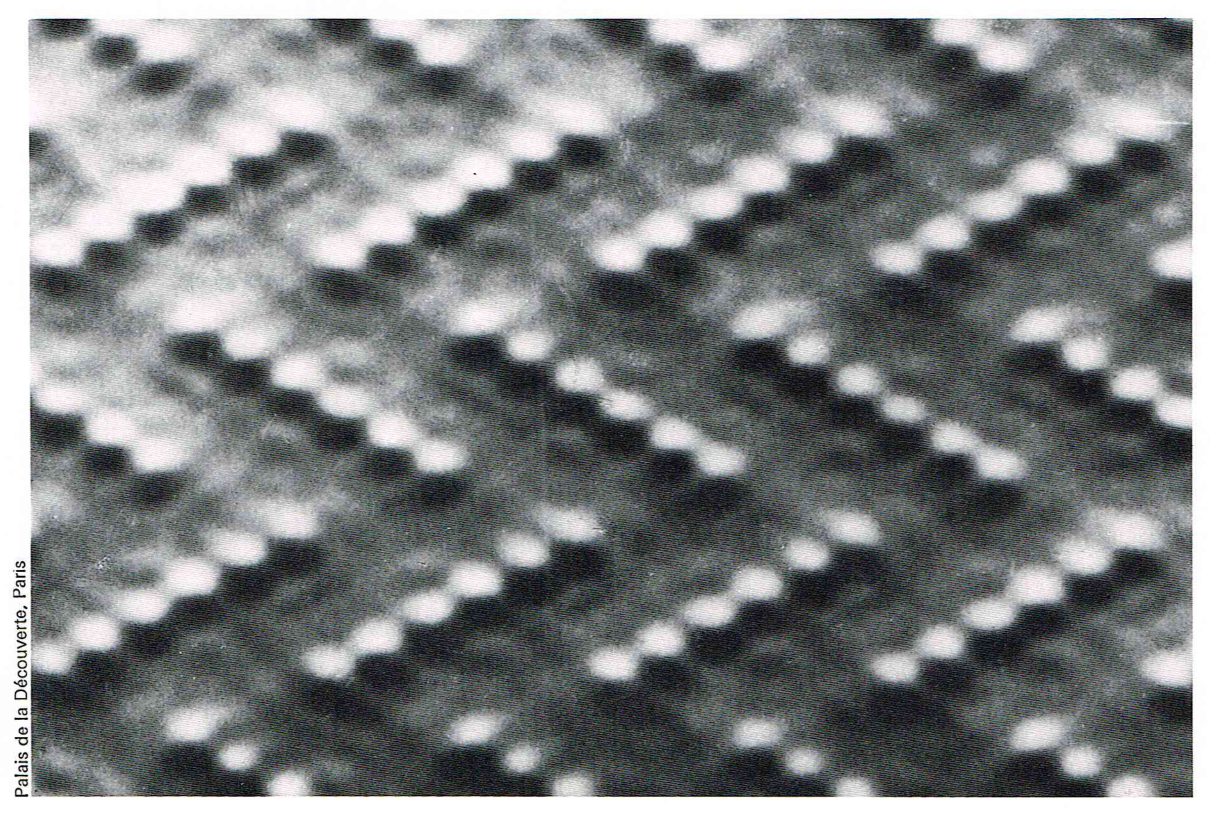
Les propriétés optiques des cristaux sont caractéristiques de leur anisotropie. En effet, la propagation de la lumière à travers un cristal n'est pas la même suivant toutes les directions. Ici encore, nous allons voir que les propriétés de symétrie du cristal se reflètent dans ses propriétés optiques. Un corps transparent isotrope est caractérisé par un indice de réfraction n, c'est-à-dire que la lumière se propage dans toutes les directions à la même vitesse $v = c/n$, où c est la vitesse de la lumière dans le vide. A la suite des travaux de Maxwell prouvant que les ondes lumineuses sont des ondes électromagnétiques, on sait que l'indice de réfraction n est lié à la permittivité diélectrique ε par la formule $\varepsilon = n^2$. Le coefficient ε caractérise les propriétés d'un diélectrique placé dans un champ électrique. En effet, par définition, l'induction électrique $\vec{D}$ est proportionnelle au champ électrique $\vec{E}$ et on a $\vec{D} = \varepsilon\vec{E}$. Cette relation montre que, dans un milieu isotrope, $\vec{D}$ et $\vec{E}$ ont même direction et même sens. Dans un milieu anisotrope, il n'est plus le même en général. Les directions de $\vec{D}$ et de $\vec{E}$ ne sont plus identiques. Cependant les composantes du vecteur $\vec{D}$ s'expriment linéairement en fonction de celle du vecteur $\vec{E}$. En désignant par D_1, D_2, D_3 et E_1, E_2, E_3 les composantes respectives de $\vec{D}$ et de $\vec{E}$ dans un système d'axes $\overrightarrow{Ox_1}$, $\overrightarrow{Ox_2}$ et $\overrightarrow{Ox_3}$, on a :

$$D_1 = \varepsilon_{11}E_1 + \varepsilon_{12}E_2 + \varepsilon_{13}E_3$$
$$D_2 = \varepsilon_{21}E_1 + \varepsilon_{22}E_2 + \varepsilon_{23}E_3$$
$$D_3 = \varepsilon_{31}E_1 + \varepsilon_{32}E_2 + \varepsilon_{33}E_3$$

Dans un milieu anisotrope, la permittivité diélectrique est donc caractérisée par 9 coefficients ε_{ij} $(i, j = 1, 2 \text{ et } 3)$, dont les valeurs dépendent du système d'axes. On démontre cependant que, quel que soit le système d'axes, on a toujours $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$; cette propriété réduit donc à 6 le nombre de coefficients indépendants caractérisant la permittivité d'un milieu anisotrope.

Nous allons montrer que les propriétés de symétrie du milieu permettent de réduire encore davantage ce nombre. Supposons pour commencer que le milieu cristallin possède un plan de symétrie. Nous allons choisir comme système d'axes $\overrightarrow{Ox_3}$ perpendiculaire au plan et $\overrightarrow{Ox_1}$ et $\overrightarrow{Ox_2}$ dans le plan et orthogonaux entre eux. Si le champ électrique $\vec{E}$ est parallèle au plan de symétrie, on a nécessairement $E_3 = 0$, E_1 et E_2 étant quelconques. L'opération de symétrie par rapport au plan laissant le cristal et le champ $\vec{E}$ invariant, quelle est son action sur le vecteur $\vec{D}$? Pour répondre à cette question, étudions comment se transforme un vecteur dans une opération de symétrie par rapport à un plan.

Le résultat de cette opération est représenté sur la *figure* 8, où le plan de symétrie est le plan $\overrightarrow{Ox_1}$, $\overrightarrow{Ox_2}$. On voit que le vecteur $\vec{V}$ se transforme en $\vec{V}'$ dont les composantes suivant $\overrightarrow{Ox_1}$ et $\overrightarrow{Ox_2}$ sont les mêmes que celles de $\vec{V}$, mais dont la composante suivant Ox_3 est opposée à celle de $\vec{V}$. Dans le cas que nous étudions,



▶ *Projection de la densité électronique d'un cristal de dicyanacétylène suivant un axe cristallographique.*

$\vec{D}$ subira donc la transformation que nous venons de décrire. Dans l'opération de symétrie laissant invariants le cristal et le champ $\vec{E}$, $\vec{D}$ doit lui aussi être inchangé. On en conclut que $\vec{D}$ est nécessairement parallèle au plan de symétrie, ce qui implique que sa composante D_3 est nulle. L'existence du plan de symétrie dans la structure cristalline entraîne donc que $D_3 = 0$ si $E_3 = 0$. En reportant ce résultat dans les équations, on a :

$$D_3 = \varepsilon_{31}E_1 + \varepsilon_{32}E_2 = 0 \text{ avec } E_1 \text{ et } E_2 \text{ quelconques.}$$

On en déduit : $\varepsilon_{31} = \varepsilon_{32} = 0$. Compte tenu de la relation $\varepsilon_{ij} = \varepsilon_{ji}$, on a aussi $\varepsilon_{13} = \varepsilon_{23} = 0$. Ces résultats nous montrent que, si on applique un champ $\vec{E}$ perpendiculaire au plan de symétrie, $\vec{D}$ est parallèle à $\vec{E}$.

Appliquons ces résultats à un cristal ayant toutes les symétries d'un cube ; par exemple, le cristal dont la maille élémentaire est représentée sur la *figure* 7. Si l'on choisit les axes $\overrightarrow{Ox_1}$, $\overrightarrow{Ox_2}$, $\overrightarrow{Ox_3}$ parallèles aux arêtes du cube, on constate que les 3 plans $(\overrightarrow{Ox_1}, \overrightarrow{Ox_2})$ $(\overrightarrow{Ox_2}, \overrightarrow{Ox_3})$ et $(\overrightarrow{Ox_3}, \overrightarrow{Ox_1})$ sont des plans de symétrie. On a donc :

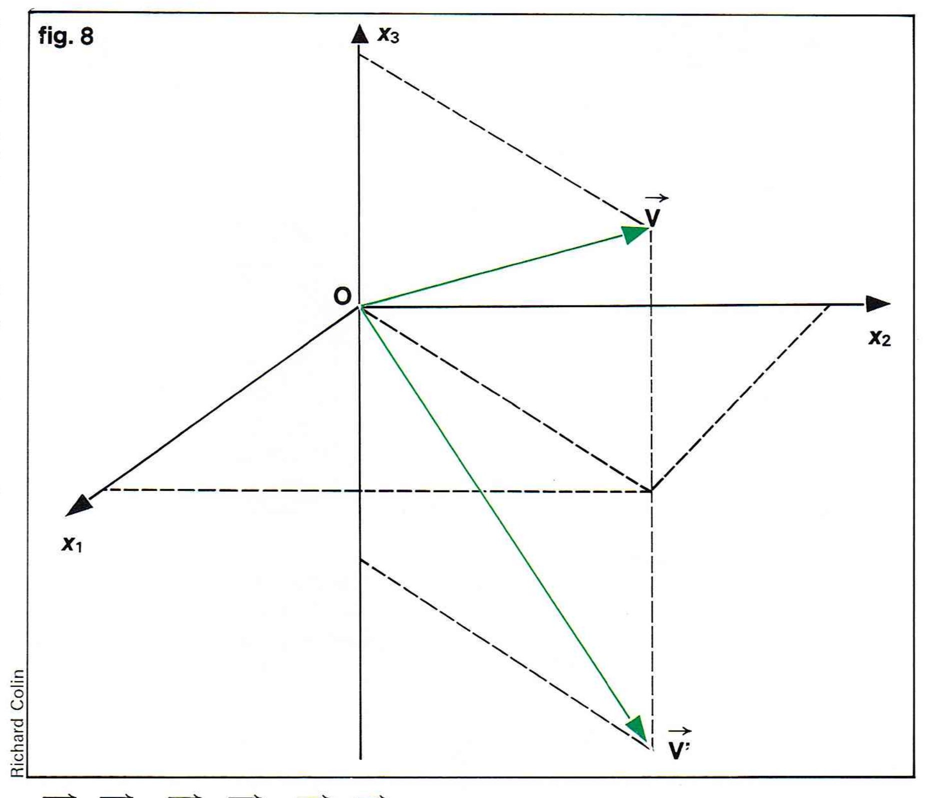
$$\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21} = \varepsilon_{23} = \varepsilon_{32} = \varepsilon_{31} = \varepsilon_{13} = 0$$

Seuls sont différents de zéro ε_{11}, ε_{22} et ε_{33}. Les plans contenant un des axes et la bissectrice des deux autres sont aussi des plans de symétrie. Leur existence entraîne $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = \varepsilon_{33}$. En effet, le plan de symétrie qui passe par $\overrightarrow{Ox_3}$ et la bissectrice des axes $\overrightarrow{Ox_1}$ et $\overrightarrow{Ox_2}$ par exemple, implique que, si $\vec{E}$ est parallèle à ce plan, $\vec{D}$ est aussi parallèle à ce plan. Donc, si $E_1 = E_2$, on a $D_1 = D_2$, c'est-à-dire $\varepsilon_{11}E_1 = \varepsilon_{22}E_2$, soit encore $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22}$. En prenant en compte les autres plans, on arriverait au résultat annoncé.

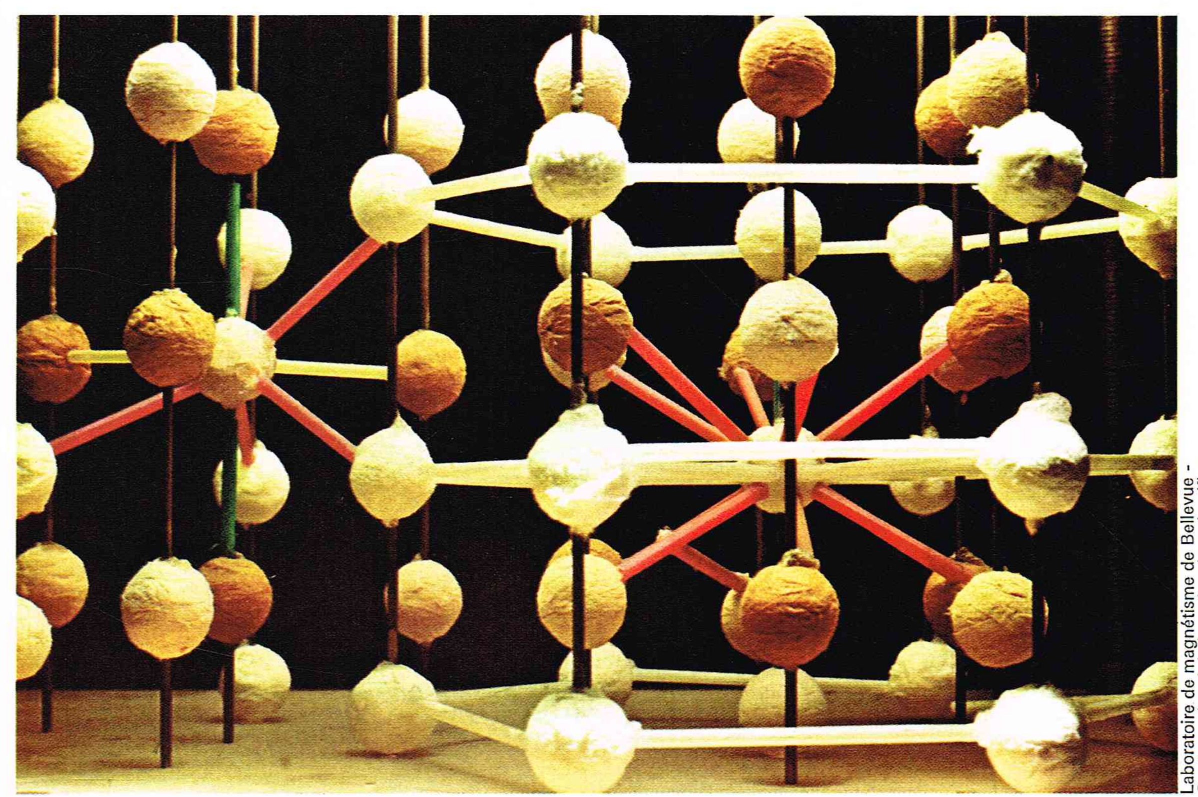
En conclusion, dans un cristal qui a les symétries du cube, les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{D}$ sont toujours parallèles, et du point de vue de ses propriétés optiques un tel cristal se comporte comme un corps isotrope.

On a vu que, juste au-dessous de 120 °C, le titanate de baryum perd son centre de symétrie. L'expérience montre que le titane s'est déplacé légèrement dans une direction parallèle à un des axes du cube. Si on choisit cette direction comme axe $\overrightarrow{Ox_3}$, et $\overrightarrow{Ox_1}$ et $\overrightarrow{Ox_2}$ parallèles aux deux autres arêtes du cube, on constate que les seuls plans de symétrie qui subsistent sont les trois plans $(\overrightarrow{Ox_1}, \overrightarrow{Ox_2})$, $(\overrightarrow{Ox_2}, \overrightarrow{Ox_3})$, $(\overrightarrow{Ox_3}, \overrightarrow{Ox_1})$ et les deux plans passant par $\overrightarrow{Ox_3}$ et contenant les deux bissectrices de l'angle $\overrightarrow{Ox_1}$, $\overrightarrow{Ox_2}$.

Les raisonnements précédents s'appliquent mais, dans ce cas, on trouve : $\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21} = \varepsilon_{23} = \varepsilon_{32} = \varepsilon_{13} = \varepsilon_{31} = 0$, $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} \neq 0$ et $\varepsilon_{33} \neq 0$. Ainsi la perte de certains éléments de symétrie a augmenté le nombre de coefficients de permittivité, et les vecteurs $\vec{E}$ et $\vec{D}$ ne sont plus parallèles. Du point de vue optique, l'expérience confirme que seules les directions $\overrightarrow{Ox_1}$ et $\overrightarrow{Ox_2}$ sont équivalentes ; le cristal est anisotrope.

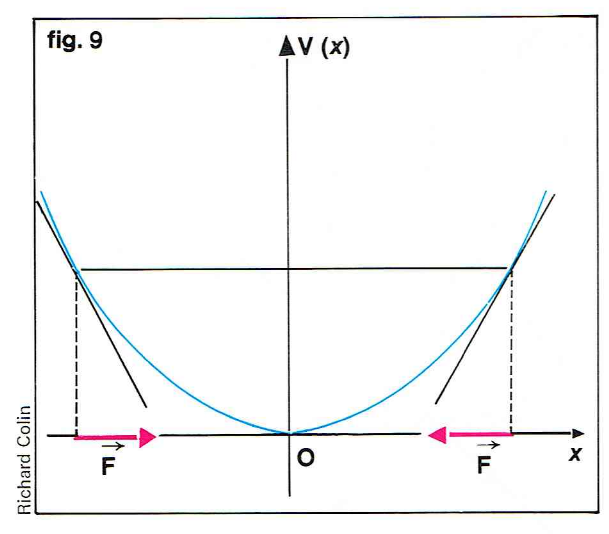


▲ ***Figure 8 : symétrique d'un vecteur $\vec{V}$ par rapport à un plan.***



◀ ***Les propriétés de symétrie du cristal se reflètent dans ses propriétés optiques. Ici, un modèle de structure cristalline.***

▶ *Figure 9 : représentation graphique d'un potentiel pair.*



Mécanique

Particule dans un potentiel pair

Considérons une particule de masse m, en mouvement le long d'un axe $\overrightarrow{Ox}$, dont l'énergie potentielle V (x) est telle que V ($-x$) = V (x). Sur la *figure* 9, nous avons représenté un tel potentiel que nous avons supposé monotone sur chaque demi-axe, ce qui signifie que la dérivée a un signe constant sur chaque demi-axe. Ainsi, pour $x > 0$, elle est toujours positive, alors qu'elle est toujours négative pour $x < 0$. Nous allons étudier qualitativement le mouvement de la particule, d'abord en mécanique classique, puis en mécanique quantique.

L'origine O est un point d'équilibre. En effet, c'est un minimum du potentiel et la force $\vec{F}$ qui s'exerce sur la particule J est nulle $\left(\vec{F} = -\frac{dV}{dx}\right)$. Si on place la particule en ce point sans vitesse initiale, elle y reste indéfiniment. Cet équilibre est stable. En effet, si on écarte la particule de O, elle est alors soumise à une force dirigée vers O et qui tend constamment à la ramener en O. Nous allons montrer que le mouvement autour de O est oscillatoire et qu'il reflète la symétrie du potentiel.

Si on lâche la particule en O avec la vitesse initiale v_0, le mouvement s'effectue à énergie totale E_t constante. On a :

$$E_t = \frac{1}{2} mv^2 + V(x) = \frac{1}{2} mv_0^2$$

où v^2 est le carré de la vitesse au point d'abscisse x. Supposons v_0 positive, la particule s'éloigne d'abord de l'origine ; son énergie potentielle V (x) croît, ce qui entraîne que son énergie cinétique $\frac{1}{2} mv^2$ et donc sa vitesse décroissent. Celle-ci finit par s'annuler au point x_M. De ce point, la particule revient vers l'origine sous l'action de la force de rappel $\vec{F} = -\frac{dV}{dx} < 0$. Dans cette deuxième phase du mouvement, V (x) décroît et la vitesse croît. Quand la particule atteint l'origine, V est nulle et sa vitesse est $-v_0$. Commence alors la troisième phase du mouvement au cours de laquelle la particule s'éloigne de O en se dirigeant vers les points d'abscisses négatives. Puisque V ($-x$) = V (x), son énergie potentielle croît, et donc sa vitesse diminue en valeur absolue jusqu'à s'annuler au point d'abscisse $-x_M$. De ce point, la particule revient vers l'origine sous l'action de la force de rappel $\vec{F} = -\frac{dV}{dx} > 0$. Dans cette quatrième phase du mouvement, V (x) décroît tandis que la vitesse croît jusqu'à atteindre son maximum v_0 quand la particule arrive à l'origine. De là, elle se dirige à nouveau vers x_M et les quatre phases précédemment décrites se reproduisent à nouveau.

Au cours des phases 1 et 2, la particule passe par les mêmes points, ceux dont l'abscisse est comprise entre O et x_M. Cependant, si au point x la vitesse de la particule est v au cours de la phase 1, cette vitesse devient $-v$ au cours de la phase 2. D'après la description faite plus haut, il est clair que les mouvements des phases 1 et 3 sont symétriques par rapport à O. En effet, les points par lesquels passe la particule sont symétriques, et d'autre part en 2 points symétriques les vitesses sont symétriques (elles ont même valeur, mais elles sont dirigées en sens inverse). De même, on peut vérifier que les mouvements des phases 2 et 4 sont symétriques par rapport à O. Ainsi donc, le mouvement de la particule est oscillatoire autour de l'origine, et il reflète la symétrie du potentiel.

La même étude peut s'effectuer en mécanique quantique. On sait que, lorsque l'énergie est fixée égale à E, la fonction d'onde est un état stationnaire (voir *Mécanique quantique*) qui s'écrit $\psi(x, t) = \varphi_E(x)\, e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$ où E et $\varphi_E(x)$ satisfont à l'équation :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2\varphi_E(x)}{dx^2} + V(x)\,\varphi_E(x) = E\varphi_E(x)$$

Quelles vont être les conséquences de la symétrie du potentiel ? Le potentiel étant symétrique autour de $x = 0$, la probabilité pour la particule de se trouver entre x et $x + dx$ doit être égale à celle de se trouver entre $-x$ et $-x - dx$. On doit donc avoir :

$$|\varphi_E(x)|^2 = |\varphi_E(-x)|^2$$

Si la fonction $\varphi_E(x)$ associée à E est unique, on peut toujours la choisir réelle. On en déduit que $\varphi_E(x)$ est soit paire, soit impaire ; c'est-à-dire qu'on a soit $\varphi_E(-x) = \varphi_E(x)$, soit $\varphi_E(-x) = -\varphi_E(x)$. Ce résultat aurait pu être obtenu directement à partir de l'équation ci-dessus. En effet, si on change x en $-x$ dans cette équation, on obtient :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\varphi_E(-x) + V(-x)\,\varphi_E(-x) = E\varphi_E(-x)$$

comme $\qquad V(-x) = V(x)$

et comme $\qquad \varphi_E(-x) = \frac{d^2}{dx^2}\varphi_E(-x)$

l'équation s'écrit :

$$-\frac{\hbar^2}{2m}\frac{d^2}{dx^2}\varphi_E(-x) + V(x)\,\varphi_E(-x) = E\varphi_E(-x)$$

Donc, si $\varphi_E(x)$ est une solution acceptable, $\varphi_E(-x)$ est aussi une solution acceptable. Si, comme nous l'avons supposé plus haut, $\varphi_E(x)$ est unique et réelle, on voit que nécessairement $\varphi_E(-x)$ est proportionnelle à $\varphi_E(x)$. Le facteur de proportionnalité ne peut être égal qu'à 1 ou -1, car ces deux fonctions doivent être normées, c'est-à-dire :

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\varphi_E(x)|^2\, dx = \int_{-\infty}^{\infty} |\varphi_E(-x)|^2\, dx = 1$$

Illustrons ces considérations générales par l'étude d'un exemple simple. Considérons une particule de masse m assujettie à se déplacer sur un axe $\overrightarrow{Ox}$ et soumise au potentiel V (x) suivant :

$$V(x) = \begin{cases} \infty & \text{si } x < -L \\ 0 & \text{si } -L \leqslant x \leqslant L \\ \infty & \text{si } x > L \end{cases}$$

Ce problème a déjà été étudié en mécanique quantique. Les fonctions $\varphi_E(x)$ sont solutions de l'équation :

$$(1) \quad -\frac{\hbar^2}{2m}\varphi_E(x) = E\varphi_E(x) \quad \text{pour } -L \leqslant x \leqslant L$$

Pour $x < -L$ ou $x > L$, $\varphi_E(x)$ est identiquement nulle. La solution générale de cette équation différentielle est $Ae^{ikx} + Be^{-ikx}$ avec $k = \sqrt{\frac{2mE}{\hbar^2}}$.

Pour déterminer les solutions physiquement acceptables, il faut satisfaire aux conditions aux limites en $x = -L$ et $x = L$ qui s'écrivent :

$$Ae^{-ikL} + Be^{ikL} = 0$$
$$Ae^{ikL} + Be^{-ikL} = 0$$

Ces deux conditions déterminent les valeurs acceptables de k et établissent une relation entre A et B. On trouve :

$$k = n\frac{\pi}{2L} \text{ et } A = \pm B,\ n \text{ entier.}$$

Au lieu de procéder de la sorte, on peut utiliser des arguments de symétrie qui simplifient la recherche des fonctions $\varphi_E(x)$. Ainsi, la discussion générale précédente nous ayant montré que ces fonctions $\varphi_E(x)$ sont nécessairement soit paires, soit impaires, il nous suffit de considérer des solutions de la forme $c \sin kx$ (fonction impaire) ou $c \cos kx$ (fonction paire). Ces fonctions ayant une parité déterminée lorsque les conditions de continuité sont satisfaites en $x = L$, elles le sont automatiquement en $x = -L$. On n'a donc plus pour chaque type de fonction qu'une seule condition aux limites à écrire, c'est-à-dire : $\sin kL = 0$ et $\cos kL = 0$. Ce qui entraîne respectivement

$$2\,kL = 2\,p\pi \quad \text{et} \quad 2\,kL = (2\,p + 1)\,\pi$$

p étant entier; ce résultat coïncide évidemment avec le précédent.

– *Remarque* 1. Si la fonction d'onde $\psi(x, t)$ est, à un instant donné, choisi comme origine des temps, une superposition d'états stationnaires de même parité, elle garde cette parité au cours du temps. En effet, à un instant ultérieur t quelconque, la fonction s'écrit :

$$\psi(x, t) = \sum_n c_n \varphi_{E_n}(x)\, e^{-\frac{iE_n t}{\hbar}}, \; c_n \text{ constant}$$

où E_n sont les valeurs possibles de l'énergie, et, quel que soit n, on a $\varphi_{E_n}(-x) = \varepsilon\varphi_{E_n}(x)$, où ε vaut 1 ou -1 pour tout n. Ainsi la parité de $\psi(x, t)$ se conserve au cours du temps. Ce résultat est un premier exemple qui montre qu'une loi de conservation est la conséquence d'une propriété de symétrie du système.

– *Remarque* 2. Les propriétés de symétrie des fonctions $\varphi_E(x)$ peuvent être obtenues systématiquement si on utilise les résultats de la théorie des groupes. Nous nous contenterons ici de faire sentir la démarche. On démontre que les fonctions $\varphi_E(x)$ correspondant à une valeur de E bien déterminée sont associées à une représentation irréductible de groupe d'invariance de l'équation que vérifie $\varphi_E(x)$. Quel est dans le cas présent ce groupe de transformation ? Il comprend deux éléments, l'identité e qui à toute fonction $f(x)$ fait correspondre la même fonction $f(x)$, et l'élément a qui à toute fonction $f(x)$ fait correspondre la fonction $f(-x)$. On peut démontrer qu'un tel groupe n'a que deux représentations irréductibles R_1 et R_2 rassemblées dans le tableau suivant :

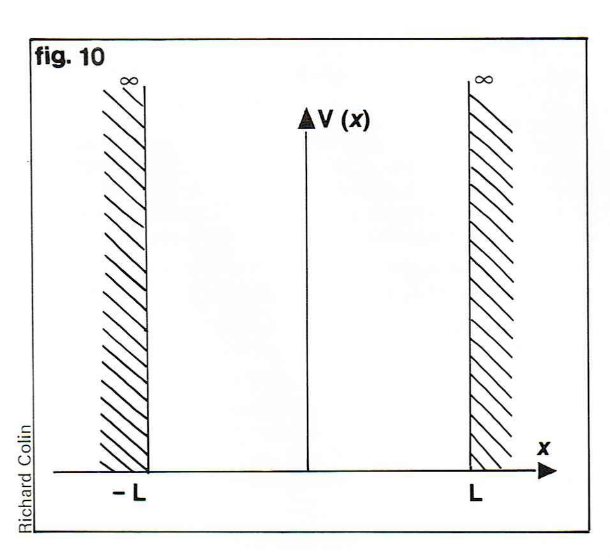
	e	a
R_1	1	1
R_2	1	-1

Quelle que soit la représentation, e est représentée par la multiplication par 1, alors que a est représentée par la multiplication par 1 dans R_1 et par -1 dans R_2. Or, nous avons trouvé que $\varphi_E(-x)$, résultat de l'action de a sur $\varphi_E(x)$, est égale à $\varphi_E(x)$ ou à $-\varphi_E(x)$. Dans le cas où $\varphi_E(x)$ est paire, il faut donc l'associer à la représentation R_1, tandis que, si $\varphi_E(x)$ est impaire, il faut l'associer à R_2.

Dans le cas général où l'équation que vérifie $\varphi_E(x)$ est invariante par les opérations d'un groupe de transformations G, on démontre que la connaissance des représentations irréductibles de G impose des restrictions aux propriétés mathématiques des fonctions $\varphi_E(x)$. Ainsi, dans le cas que nous venons de discuter, la théorie des groupes impose le choix de fonctions $\varphi_E(x)$ de parité donnée.

Particules identiques

Lorsqu'un système physique est constitué de particules identiques, son énergie potentielle présente un type de symétrie qui a des conséquences physiques importantes. Supposons que le système ne soit constitué que de deux particules, et que son énergie potentielle ne dépende que des positions $\vec{r}_1$ et $\vec{r}_2$ des deux particules. Désignons cette énergie potentielle par $V(\vec{r}_1, \vec{r}_2)$. Si on permute les deux particules, l'énergie potentielle devient $V(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$. Les deux particules étant identiques, leur permutation n'entraîne aucune modification du système. Donc



◄ *Figure 10 : représentation graphique d'un puits de potentiel carré.*

$V(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = V(\vec{r}_2, \vec{r}_1)$. Cette propriété s'étend aux cas des systèmes constitués de plus de deux particules identiques.

L'étude d'un exemple simple va nous permettre d'illustrer l'importance de cette propriété de symétrie. Considérons deux particules identiques de masse m, sans interaction entre elles, se déplaçant suivant l'axe $x'Ox$. On affectera respectivement des indices 1 et 2 les grandeurs physiques relatives à la première et à la deuxième particule. Ces deux particules sont placées dans un puits de potentiel carré infini identique à celui représenté sur la *figure* 10. Comme dans les problèmes à une particule, la fonction d'onde $\psi(x_1, x_2, t)$ d'un état d'énergie fixée E est un état stationnaire qui s'écrit :

$$\psi(x_1, x_2, t) = \varphi_E(x_1, x_2)\, e^{-\frac{iEt}{\hbar}}$$

où la fonction $\varphi_E(x_1, x_2)$ et E vérifient l'équation :

$$\textbf{(2)} \quad -\frac{\hbar^2}{2\,m}\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2}\varphi_E(x_1, x_2) + \frac{\partial^2}{\partial x_2^2}\varphi_E(x_1, x_2)\right) = E\varphi_E(x_1, x_2)$$

pour x_1 et x_2 tous deux compris entre $-L$ et L.

Pour les autres valeurs de x_1 et x_2, la fonction $\varphi_E(x_1, x_2)$ est identiquement nulle.

La probabilité de trouver la première particule entre les points x_1 et $x_1 + dx_1$ et la seconde particule entre x_2 et $x_2 + dx_2$ est $|\varphi_E(x_1, x_2)|^2\, dx_1 dx_2$. Si on permute les deux particules, en vertu de la propriété de symétrie, cette probabilité ne doit pas changer. Or, après permutation, cette probabilité s'écrivant $|\varphi_E(x_2, x_1)|^2\, dx_1 dx_2$, on a donc nécessairement $|\varphi_E(x_1, x_2)|^2 = |\varphi_E(x_2, x_1)|^2$ ce qui implique, si les fonctions sont réelles,

$$\varphi_E(x_2, x_1) = \pm\, \varphi_E(x_1, x_2)$$

On dira que la fonction $\varphi_E(x_1, x_2)$ est soit **symétrique** (signe $+$), soit **antisymétrique** (signe $-$). Ce résultat est général et il est indépendant de la forme du potentiel.

Dans le cas particulier que nous étudions, nous allons déterminer explicitement la forme des fonctions $\varphi_E(x_1, x_2)$.

Cherchons une solution de l'équation **(2)** de la forme $f_1(x_1)\, f_2(x_2)$. En reportant dans **(2)**, il vient

$$-\frac{\hbar^2}{2\,m}\left[f_1''(x_1)\, f_2(x_2) + f_1(x_1)\, f_2''(x_2)\right] = Ef_1(x_1)\, f_2(x_2)$$

En divisant les deux nombres de l'équation par

$$f_1(x_1)\, f_2(x_2)$$

il vient :

$$-\frac{\hbar^2}{2\,m}\left(\frac{f_1''(x_1)}{f_1(x_1)} + \frac{f_2''(x_2)}{f_2(x_2)}\right) = E$$

Le premier membre est la somme d'une fonction de x_1 et d'une fonction de x_2. Pour que cette somme soit constante, il faut que chacune de ces fonctions se réduise à une constante. En désignant respectivement par e_1 et e_2 les constantes, les équations auxquelles satisfont $f_1(x_1)$ et $f_2(x_2)$ s'écrivent :

$$\textbf{(3)} \quad -\frac{\hbar^2}{2\,m} f_1''(x_1) = e_1 f_1(x_1) \qquad -L \leqslant x_1 \leqslant L$$

(4) $$-\frac{\hbar^2}{2m} f_2''(x_2) = e_2 f_2(x_2) \quad -L \leqslant x_2 \leqslant L$$

et $E = e_1 + e_2$.

Ces équations ne sont valables que si x_1 et x_2 appartiennent à l'intervalle — L, L ; en dehors de cet intervalle les fonctions f_1 et f_2 doivent être nulles. Les équations **(3)** et **(4)** sont identiques à l'équation **(1)** que nous avons déjà résolue. On a donc pour $i = 1$ ou 2 :

$$f_i(x_i) = c \sin k_i x_i \quad \text{avec} \quad k_i L = p\pi$$

ou $$f_i(x_i) = c \cos k_i x_i \quad \text{avec} \quad k_i L = (p + 1/2)\pi$$

Dans ces expressions, p est un entier, et la constante e_i est égale à $e_i = \frac{\hbar^2 k^2}{2m}$.

En vertu des propriétés de symétrie, nous savons que $\varphi_E(x_1, x_2)$ est nécessairement soit symétrique, soit antisymétrique. On en déduit que les fonctions $\varphi_E(x_1, x_2)$ sont nécessairement de la forme :

$$\varphi_E(x_1, x_2) = f_1(x_1) f_2(x_2) + f_1(x_2) f_2(x_1) \quad \text{(symétrique)}$$

ou $$\varphi_E(x_1, x_2) = f_1(x_1) f_2(x_2) - f_1(x_2) f_2(x_1) \quad \text{(antisymétrique)}$$

Ces deux fonctions, symétrique et antisymétrique, correspondent toutes deux à la même valeur $E = e_1 + e_2$ de l'énergie. Étudions les premiers niveaux dans les deux cas :

— *Fonctions symétriques :*

E	$\varphi_E(x_1, x_2)$
$\frac{\hbar^2\pi^2}{4mL^2}$	$2c^2 \cos \frac{\pi}{2L} x_1 \cdot \cos \frac{\pi}{2L} x_2$
$\frac{5\hbar^2\pi^2}{8mL^2}$	$c^2 \left(\cos \frac{\pi}{2L} x_1 \cdot \sin \frac{\pi}{L} x_2 + \cos \frac{\pi}{2L} x_2 \cdot \sin \frac{\pi}{L} x_1\right)$
$\frac{\hbar^2\pi^2}{mL^2}$	$2c^2 \sin \frac{\pi}{L} x_1 \cdot \sin \frac{\pi}{L} x_2$
$\frac{10\hbar^2\pi^2}{8mL^2}$	$c^2 \left(\cos \frac{\pi}{2L} x_1 \cdot \cos \frac{3\pi}{2L} x_2 + \cos \frac{\pi}{2L} x_2 \cdot \cos \frac{3\pi}{2L} x_1\right)$

— *Fonctions antisymétriques :*

E	$\varphi_E(x_1, x_2)$
$\frac{5\hbar^2\pi^2}{8mL^2}$	$c^2 \cos \frac{\pi}{2L} x_1 \cdot \sin \frac{\pi}{L} x_2 - \cos \frac{\pi}{2L} x_2 \cdot \sin \frac{\pi}{L} x_1)$
$\frac{10\hbar^2\pi^2}{8mL^2}$	$c^2 \left(\cos \frac{\pi}{2L} x_1 \cdot \cos \frac{3\pi}{2L} x_2 - \cos \frac{\pi}{2L} x_2 \cdot \cos \frac{3\pi}{2L} x_1\right)$

Ces tableaux montrent que certaines valeurs de l'énergie autorisées pour les fonctions symétriques sont interdites pour les fonctions antisymétriques. C'est le cas des valeurs $\frac{\hbar^2\pi^2}{4mL^2}$ et $\frac{\hbar^2\pi^2}{mL^2}$. Ces valeurs correspondent aux cas $e_1 = e_2$ qui entraînent que les fonctions antisymétriques correspondantes sont identiquement nulles, et donc inacceptables. Ce résultat est général : dans une assemblée de particules identiques, si la fonction d'onde du système est antisymétrique, deux particules ne peuvent pas être dans le même état. Ce résultat très important est un aspect du principe de Pauli qui s'applique à certaines particules.

La discussion précédente montre qu'un système de particules identiques n'a pas les mêmes propriétés suivant que la fonction d'onde est symétrique ou antisymétrique. On appelle *bosons* les particules dont les fonctions d'onde sont symétriques, et *fermions* celles dont la fonction d'onde est antisymétrique. Dans une assemblée de fermions, deux particules ne peuvent pas être dans le même état, tandis que, dans une assemblée de bosons, aucune interdiction de cet ordre n'existe. Les électrons, les protons, les neutrons sont des fermions, les photons sont des bosons.

Notons, et ceci est un complément à la discussion précédente, que deux particules ne peuvent pas se trouver au même point si $\varphi_E(x_1, x_2)$ est antisymétrique. En effet, $\varphi_E(x_1, x_2)$ s'annule lorsque $x_1 = x_2$. Ce résultat n'est plus valable si $\varphi_E(x_1, x_2)$ est symétrique.

Conservation de l'impulsion

Considérons une particule de masse m placée dans un potentiel V (x, y, z), x, y, z étant les coordonnées de la particule dans un système d'axes $\overrightarrow{Ox}$, $\overrightarrow{Oy}$, $\overrightarrow{Oz}$. Supposons que le potentiel ne dépende pas de x. On en déduit que $\frac{\partial V}{\partial x} = 0$, ce qui implique que la composante F_x suivant l'axe $\overrightarrow{Ox}$ de la force $\vec{F}$ agissant sur la particule est nulle. L'équation fondamentale de la dynamique projetée sur l'axe $\overrightarrow{Ox}$ donne :

$$m \frac{d^2x}{dt^2} = F_x = 0$$

c'est-à-dire :

$$\frac{d}{dt}\left(m \frac{dx}{dt}\right) = \frac{d}{dt}(p_x) = 0$$

On en déduit que p_x composante suivant $\overrightarrow{Ox}$ de l'impulsion $\vec{p}$ ($\vec{p}$ est aussi appelé quantité de mouvement) est constante. Cette loi de conservation d'une composante de l'impulsion est une conséquence d'une propriété de symétrie du potentiel : en effet, le potentiel V ne change pas si on change x en $x + a$, a étant une longueur quelconque. On dit encore que le potentiel est invariant par translation suivant l'axe $\overrightarrow{Ox}$. De façon générale, si le potentiel est invariant par translation suivant une direction $\overrightarrow{Ou}$, la composante de l'impulsion suivant $\overrightarrow{Ou}$ est constante au cours du mouvement. L'énergie potentielle de gravitation est un exemple d'un tel potentiel. Elle s'écrit en effet mgh où m est la masse du point matériel, h sa hauteur par rapport au sol et g l'accélération de la pesanteur.

Si on admet que g est constant, cette énergie potentielle ne dépend que de la position du point matériel par rapport au sol et est invariante dans toute translation selon un axe horizontal. On en déduit que les composantes horizontales de l'impulsion du point matériel restent constantes au cours du mouvement.

Un système physique constitué de deux points matériels dont l'énergie potentielle d'interaction ne dépend que de la distance r entre les deux points matériels est un autre exemple de potentiel invariant par translation. En effet, si on déplace suivant une direction et d'une même quantité les deux points, l'énergie potentielle reste constante. De cette invariance du potentiel dans toute translation du système physique on déduit que l'impulsion totale du système, c'est-à-dire la somme $\vec{p_1} + \vec{p_2}$ des impulsions $\vec{p_1}$ et $\vec{p_2}$ des deux particules, reste constante au cours du mouvement. Ce résultat est très important pour l'étude du choc de deux particules. Il s'étend facilement aux systèmes composés d'un grand nombre de points matériels. En mécanique quantique, le problème se présente sous une forme différente, mais les conclusions sont les mêmes.

On trouve en mécanique classique et quantique un grand nombre de lois de conservation. Toutes ces lois de conservation sont liées à des propriétés de symétrie du système. Ainsi, l'énergie se conserve si l'énergie d'interaction est invariante par translation dans le temps, le moment cinétique se conserve si l'énergie d'interaction est invariante par rotation, etc. Dans tous les cas, la prise en compte de la symétrie du système physique facilite son étude.

BIBLIOGRAPHIE

HAMERMESH M., *Group Theory,* Addison-Wesley Publishing Company, London-Paris, 1962. - WEYL H., *The Classical Groups,* Princeton University Press, 1946.

LEXIQUE DE PHYSIQUE

SUPPLÉMENT AUX VOLUMES XIV ET XV DE LA GRANDE ENCYCLOPÉDIE ALPHA DES SCIENCES ET DES TECHNIQUES

ABRÉVIATIONS

adj.	adjectif	*n.*	nom	*p. ex.*	par exemple
ex.	exemple	*par ext.*	par extension	syn.	synonyme

A

abaque. *n.* Système de courbes (en général des segments de droite) tracées sur un plan, correspondant à une équation donnée et qui en donne la solution graphiquement.

aberration chromatique. Phénomène parasite, provenant de la variation de l'indice des milieux transparents avec la longueur d'onde de la lumière, et dont la conséquence est qu'un système optique fournit autant d'images qu'il y a de longueurs d'onde dans la lumière qui le traverse.

aberration des étoiles. Mouvement circulaire apparent des étoiles au zénith, de diamètre angulaire 40,5″ et de période une année.

absorption acoustique. Le coefficient d'absorption est le rapport de l'énergie sonore absorbée à l'énergie incidente.

accélérateur. *n.* Machine utilisée pour accélérer des particules élémentaires et pouvant leur communiquer des énergies de plusieurs centaines de milliards d'électron-volts.

accélérateur linéaire. Accélérateur dans lequel la trajectoire de l'ion est rectiligne et qui utilise le concept d'accélération résonnante.

accélération de Coriolis. Accélération qui, ajoutée aux accélérations relative et d'entraînement, permet de calculer l'accélération absolue. Seuls les corps en mouvement dans un référentiel en rotation subissent l'accélération de Coriolis.

accommodation. *n.* Changement des propriétés optiques du cristallin de l'œil permettant la formation de l'image d'un objet exactement sur la rétine à condition que cet objet soit situé entre le *ponctum remotum* et le *ponctum proximum*.

acoustique. *n.* Science des phénomènes sonores. On désigne par acoustique physique l'extension des phénomènes sonores aux phénomènes inaudibles, c'est-à-dire finalement à l'ensemble des vibrations dans les milieux élastiques.

action dérivée. Signal correcteur d'un système, fonction linéaire de la dérivée de l'écart entre la sortie réelle et la sortie désirée.

action intégrale. Signal correcteur d'un système, fonction linéaire de l'intégrale de l'écart entre la sortie réelle et la sortie désirée.

action proportionnelle. Signal correcteur d'un système, fonction linéaire de l'écart entre la sortie réelle et la sortie désirée.

adaptatif. *adj.* Qualifie un organe technologique automatique lorsqu'il a la possibilité de modifier son modèle de l'environnement afin de mieux accomplir l'objectif qui lui a été fixé.

adaptation. *n.* Faculté d'un organisme de tenir compte de modifications internes ou externes afin de continuer son existence.

adaptation d'impédance. Association d'une source et d'une charge ayant des impédances d'entrée et de sortie imaginaires conjuguées (parties réelles identiques, parties imaginaires de signe opposé). C'est lorsque cette condition est remplie que le générateur délivre dans la charge une puissance maximale.

adapter une charge Z_t à une ligne d'impédance caractéristique Z_0. Faire en sorte que le générateur qui alimente la ligne « voie » la charge Z_0.

adiabatique. *adj.* Une transformation est dite adiabatique quand le système considéré n'échange pas de chaleur avec l'extérieur.

aérodynamique. *n.* Partie de la mécanique des fluides consacrée à l'étude des mouvements de l'air.

aimantation. *n.* Moment magnétique par unité de volume acquis par un milieu matériel soumis à l'influence d'une induction magnétique.

aléatoire. *adj.* Se dit d'une grandeur qui peut prendre un certain nombre de valeurs à chacune desquelles est attachée une probabilité.

amorphe. *adj.* Caractérise une substance non cristallisée, c'est-à-dire ne présentant aucun ordre cristallin à longue distance. *Ex.* Les verres.

amortissement. *n.* Phénomène ayant pour effet de diminuer l'amplitude des oscillations d'un système jusqu'à les faire cesser complètement.

analyse fréquentielle. Méthode d'analyse d'un système linéaire consistant à étudier l'évolution du gain et du déphasage sortie-entrée en fonction de la fréquence d'un signal sinusoïdal appliqué en entrée.

anéchoïde (chambre). Local dépourvu de réverbération. En général, une chambre anéchoïde possède de grandes dimensions.

anémomètre. *n.* Instrument servant à la mesure de la vitesse d'un courant gazeux. L'anémomètre à fil chaud utilise la variation de résistivité d'un fil chaud refroidi par le fluide en mouvement.

angle de Brewster. Angle d'incidence d'une lumière polarisée sur un miroir donnant une intensité nulle par réflexion.

angle de diffusion. Angle que font entre elles les directions de la vitesse d'une particule avant et après un choc.

angle de perte d'un miroir magnétique. Valeur minimale de l'angle sous lequel une particule peut aborder la direction locale du champ magnétique pour être réfléchie dans un miroir magnétique.

angles d'Euler. Angles permettant de définir sans ambiguïté la position relative de deux référentiels ayant la même origine. Les angles d'Euler constituent des coordonnées généralisées commodes pour les problèmes concernant des solides en rotation.

angström. *n.* Unité de longueur de la physique atomique ; il vaut 10^{-10} m ou 10^{-4} μ. En abrégé, Å.

anisotrope. *adj.* Qui n'est pas identique dans toutes les directions de l'espace.

anneaux de stockage ou **de collision.** Dispositif permettant de réaliser une collision entre deux particules circulant à grande vitesse en sens inverse. Dans le cas où les deux particules ont même charge (par exemple deux protons), l'ensemble comporte deux chambres toriques dans lesquelles circulent les ions dont on observe les interactions aux zones d'intersection. Lorsque les particules sont de même masse mais de charge opposée (électrons-positons), les deux faisceaux sont accélérés dans la même chambre.

aplanétisme. *n.* Propriété d'un système optique d'être stigmatique pour tous les points situés dans une petite portion d'un plan perpendiculaire à l'axe optique.

arbre électrique. Dispositif constitué par deux machines asynchrones dont les stators sont montés en parallèle et les rotors montés en série. Il permet de transférer de l'énergie mécanique d'une machine à l'autre par une simple liaison électrique d'où la dénomination tirée de l'analogie avec un arbre mécanique de transmission.

asservissement. *n.* Système automatique avec rétroaction susceptible de corriger les écarts existant entre la sortie réelle et la sortie désirée.

automatique. *n.* Branche de la science et de la technologie dont le but est le développement d'outils et de systèmes capables de se gérer sans intervention humaine et pouvant effectuer des tâches analogues à celles conçues par l'esprit humain.

axe principal. Les axes principaux d'un solide sont des axes tels que la matrice d'inertie, calculée dans le repère constitué par ces axes, soit diagonale.

B

Balmer (série de). Ensemble des raies dans le visible et le proche ultra-violet émises par les niveaux excités de l'atome d'hydrogène vers le niveau $n = 2$. C'est aussi le nom donné à la formule qui donne l'inverse des longueurs d'onde de ces raies.

balourds. *n.* Petites masses que l'on fixe sur les systèmes mécaniques tournant à grande vitesse afin de réaliser l'équilibrage dynamique du système.

bande passante. Domaine des fréquences correctement transmises par un appareil. La bande passante de l'oreille humaine s'étend entre 20 et 20 000 Hz.

barre de commande. Nom générique regroupant l'ensemble des éléments de commande. Parmi les barres de commande, on distingue les barres de réglage et les barres de sécurité. Les barres de réglage comprennent les barres de compensation et les barres de pilotage, elles permettent le fonctionnement normal du réacteur. Les barres de sécurité sont destinées à arrêter rapidement un réacteur nucléaire en cas de nécessité.

barre de contrôle. Expression employée pour barre de commande.

barrière coulombienne. Action répulsive qu'un noyau exerce sur une particule chargée positivement, en raison de sa charge. Les deux ions ainsi chargés doivent posséder une énergie cinétique suffisante pour s'approcher assez près et permettre aux forces de nature nucléaire de se manifester.

bascule. *n.* Circuit électronique pouvant se trouver dans deux états discrets. On distingue les bascules bistables, monostables ou astables suivant que des deux états, un seul ou aucun peut se maintenir indéfiniment (tant que les conditions extérieures sont inchangées).

base de temps. Circuit fournissant les tensions en « dent de scie » assurant le balayage linéaire du tube cathodique dans un oscilloscope ou un téléviseur.

bâtonnet. *n.* Un des deux types de cellules nerveuses de la rétine sensibles à la lumière; les bâtonnets servent à la vision nocturne; ils ne donnent pas d'impression colorée.

battement. *n.* Variation périodique de l'intensité sonore, due à la superposition de deux sons de fréquences voisines. La fréquence du battement est la différence de ces deux fréquences.

bel. *n.* Unité de mesure du niveau d'intensité sonore. Le bel est le logarithme décimal du rapport de l'intensité mesurée à une intensité de référence de 10^{-12} watt/m². Cette intensité standard correspond environ au seuil de l'audition à 1 000 Hz.

binaire. *adj.* Composé de deux symboles.

bionique. *n.* Discipline cherchant à créer dans l'électronique et l'informatique des dispositifs imités du vivant. La bionique cherche en particulier à créer des dispositifs dont le comportement ressemble à celui du cerveau humain.

biréfringence. *n.* Propriété de certains cristaux qui donnent deux rayons réfractés à partir d'un rayon incident.

bit. *n.* Unité de mesure de l'information correspondant à l'utilisation des logarithmes à base 2 dans la formule de Shannon.

Bohr (modèle de). Modèle semi-classique de l'atome d'hydrogène et des ions hydrogénoïdes (à un seul électron). Il ajoute une hypothèse de quantification à la mécanique classique.

brillance. *n.* Ancien terme qui servait à désigner la luminance énergétique.

De Broglie (longueur d'onde de). Longueur d'onde de l'onde associée à une particule de vitesse parfaitement définie ($\lambda = h/mv$).

bruit. *n.* Signal ne transportant pas d'information utile : une écoute très confortable est obtenue avec un rapport du signal utile au bruit de 60 décibels.

C

caléfaction. *n. (burn-out).* Apparition d'une pellicule ou gaine de vapeur entre une surface chauffante et un liquide. Dans un réacteur à fluide de refroidissement liquide, vaporisation locale du fluide au contact de la gaine d'un élément combustible, provoquant à cet endroit un échauffement excessif endommageant cet élément.

canal. *n.* Organe d'un système de communication par lequel l'information est transmise.

canonique. *adj.* Un système canonique est un système fermé.

capacité *n.* 1° Valeur maximale de l'information transmise par un canal. Ce maximum est pris par rapport aux probabilités des caractères d'entrée. 2° La charge Q d'un condensateur (charge de son armature positive) est proportionnelle à la différence de potentiel U entre ses armatures. Le quotient $\frac{Q}{U}$ caractérise le condensateur; on l'appelle sa capacité. Elle varie en raison inverse de la distance des armatures, et dépend de la nature du diélectrique. La capacité est exprimée en farad (F), mais on préfère généralement à cette unité trop grande certains de ses sous-multiples : µF (10^{-6} F), nF (10^{-9} F), pF (10^{-12} F).

capacité calorifique. Produit de la masse d'un corps par sa chaleur spécifique.

capteur. *n.* Organe physique saisissant une grandeur sur un système. *Ex.* Capteur de pression. Un grand nombre de capteurs convertissent la grandeur mesurée en signal électrique.

caténaire. *n.* Câble d'alimentation électrique aérien des locomotives.

central (potentiel). Potentiel à symétrie sphérique (mais non coulombien) qui intervient dans le modèle à électrons indépendants. Il représente l'énergie d'interaction d'un électron avec les Z — 1 autres électrons de l'atome.

centre de gravité ou **centre de masse.** La position du centre de gravité d'un système de particules (et, en particulier, d'un solide) est donnée par la relation

$$\vec{R} = \frac{\sum_i m_i \vec{r_i}}{\sum_i m_i}$$

où les m_i sont les masses des particules et $\vec{r_i}$ leurs positions. Le mouvement du centre de gravité d'un ensemble de points matériels est le même que celui d'un point matériel unique soumis à la résultante des forces extérieures et dont la masse serait égale à la somme des masses constituant le système.

centre guide. Point de l'espace par rapport auquel un système de coordonnées, tournant à la fréquence cyclotron dans un plan perpendiculaire au champ magnétique, fait apparaître une particule comme libérée du mouvement cyclotron. En pratique, pour un champ variant lentement dans l'espace et dans le temps, c'est le centre du cercle, trajectoire instantanée de la particule.

Cerenkov (compteur). Détecteur dans lequel on décèle le passage d'une particule chargée relativiste grâce à l'émission d'une lumière, dite radiation Cerenkov. Cette émission intervient si la vitesse v de la particule vérifie la relation $v > \frac{c}{n}$ où c est la vitesse de la lumière dans le vide et n l'indice de réfraction du milieu détecteur.

chaleur latente. Quantité de chaleur qui doit être absorbée pour transformer une masse donnée d'une phase en une masse équivalente d'une autre phase quand les deux phases sont en équilibre.

chaleur spécifique. Rapport d'une quantité de chaleur reçue par un système à l'accroissement de sa température.

chambre à bulles. Détecteur dans lequel on peut visualiser la trajectoire de particules chargées, grâce à de petites bulles qui jalonnent leur parcours. Pour obtenir ces bulles, on porte le milieu liquide du détecteur dans un état surchauffé grâce à une brusque détente. Après détente et photographie du milieu, le liquide est à nouveau comprimé et retrouve son état normal.

chambre à étincelles. Détecteur constitué d'une série de plaques métalliques; pour visualiser le passage d'une particule chargée entre deux de ces plaques, on applique entre elles une impulsion de tension. Les ions créés par la particule entraînent l'apparition d'étincelles qui jalonnent la trajectoire.

champ électrique. On appelle champ électrique toute région de l'espace où une charge électrique est soumise à une force électrique. Le champ électrique en un point M est caractérisé par le vecteur champ électrique $\vec{E}$, défini par la relation $\vec{F} = q\vec{E}$, $\vec{F}$ étant la force qui s'exerce sur la charge q placée au point M. L'intensité du vecteur $\vec{E}$ s'exprime en volt par mètre (V/m).

champ magnétique. On appelle champ magnétique toute région de l'espace où une petite aiguille aimantée est soumise à un système de forces magnétiques. Il est caractérisé en tout point par un vecteur induction magnétique $\vec{B}$. L'existence d'un champ magnétique est liée au mouvement de charges électriques.

champ sonore. Volume de matière dans lequel se propage l'onde sonore.

champ tournant. C'est un champ d'induction magnétique produit par un système polyphasé (en général triphasé) de courants alternatifs et qui se déplace globalement avec une vitesse angulaire de rotation dépendant de la fréquence du réseau et du nombre de pôles de l'armature polyphasée.

champs self consistants. Champs électromagnétiques produits par les particules chargées et leur mouvement dans un plasma.

charge électrique. L'électrisation se caractérise par l'apparition de forces (attractives ou répulsives) entre des corps voisins. Cette propriété est liée au développement, à la surface des corps, de petites quantités d'électricité, encore appelées charges électriques. Les charges positives sont liées au noyau atomique; l'électron constitue le porteur de charge négative, la valeur absolue de sa charge représentant la charge élémentaire :

$$e = 1{,}602 \cdot 10^{-19} \text{ coulomb.}$$

chemin optique (entre deux points A et B du parcours d'un rayon lumineux). C'est le chemin que parcourerait la lumière dans le vide pendant le temps qu'elle met pour aller de A à B en traversant des milieux d'indices différents.

chimioluminescence. *n.* Émission de lumière monochromatique lors d'une réaction chimique.

choc (onde de). Surface de discontinuité pour les grandeurs thermodynamiques et hydrodynamiques à l'intérieur d'un fluide, se propageant à la vitesse du son.

chute ohmique de potentiel. Différence de potentiel aux bornes d'un circuit purement résistif.

circuit fil fin. Dans un wattmètre, correspond à la partie de circuit, très résistante, qui mesure la tension.

circuit gros fil. Dans un wattmètre, correspond à la partie du circuit, peu résistante, qui mesure le courant.

circuit oscillant. Circuit formé d'une self et d'une capacité dont le comportement est celui d'une résistance pure pour une fréquence bien particulière appelée fréquence de résonance $f = 1/2\pi\sqrt{LC}$.

circuits intégrés. Association sur une même plaquette de silicium d'un grand nombre de transistors et résistances interconnectés par des métallisations superficielles et formant un circuit complexe.

cisaillement. *n.* Généralement employé dans le sens de contrainte tangentielle.

classification périodique. Voir *Mendeleïev (table de).*

codage. *n.* Opération réalisant la transcription de messages d'un alphabet à un autre selon les règles d'un code. Le codage peut ajouter des propriétés aux messages originels (possibilité de détection ou de correction d'erreurs).

code. *n.* Règles d'équivalence entre deux ensembles de messages.

codeur. *n.* Organe réalisant l'opération de codage.

coefficient de couplage (noté C). Caractérise, dans un coupleur directif, la fraction de puissance désirée P_c prélevée sur la puissance incidente P_i :

$$C = 10 \log \frac{P_i}{P_c}$$

coefficient de frottement de glissement statique. Valeur limite du rapport de la composante tangentielle à la composante normale de la réaction qu'exerce un solide sur un autre au point de contact; au-delà de cette valeur, il se produit un glissement des solides l'un sur l'autre.

coefficient de frottement de pivotement statique. Valeur limite du rapport de la composante normale du couple appliqué à la composante normale de la réaction qu'un solide exerce sur un autre au point de contact; au-delà de cette valeur, il se produit un pivotement des solides l'un par rapport à l'autre.

coefficient de qualité. Grandeur caractérisant la capacité d'un oscillateur d'emmagasiner l'énergie qui lui est apportée à la fréquence propre de cet oscillateur.

cohérence spatiale. Propriété de deux éléments d'une source lumineuse ou de deux sources différentes d'émettre des vibrations dont le déphasage ne dépend pas du temps.

cohérence temporelle. Propriété d'une source lumineuse d'émettre une vibration dont la phase ne varie pas avec le temps.

cohésion. *n.* Force agissant entre les atomes ou molécules d'une substance liquide ou solide et assurant les diverses liaisons entre eux.

collimateur. *n.* Instrument d'optique servant à effectuer des visées.

collision élastique. Collision dans laquelle l'énergie cinétique totale des particules est conservée.

communication. *n.* Relation dynamique entre deux organes ou systèmes. On parle de théorie de la communication pour grouper toutes les formulations y afférant.

comparateur. *n.* Organe d'une chaîne de mesure réalisant la comparaison entre deux grandeurs.

compteur proportionnel. Détecteur comprenant deux électrodes situées dans un milieu gazeux. L'électrode haute tension est un filament au voisinage duquel existe un champ électrique important. Celui-ci permet de multiplier par ionisations successives les ions primaires produits par la particule ionisante; on recueille ainsi une impulsion électrique.

compteur proportionnel multifils. Ensemble de détection comportant un grand nombre de fils parallèles situés entre deux électrodes planes, le milieu entre ces électrodes étant rempli de gaz (il peut y avoir plusieurs milliers de fils). Chaque fil se comporte comme le filament central d'un compteur proportionnel. Quand une particule ionisante traverse le compteur, on obtient une impulsion électrique sur le fil dont elle s'est le plus approchée, ce qui permet ainsi de la localiser dans une direction.

condensateur. *n.* Un condensateur est un système constitué par deux conducteurs voisins, ou armatures, séparés par un isolant ou diélectrique. Il est caractérisé par sa capacité, rapport de la charge acquise Q à la tension appliquée U. L'énergie électrique emmagasinée par le condensateur a pour expression :

$$W = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} CU^2$$

Le condensateur joue un rôle important en courant alternatif. En haute fréquence, il se comporte comme un court-circuit.

conducteur. *n.* On appelle conducteur tout corps qui permet l'établissement d'un courant électrique. La conduction est assurée par des porteurs de charges mobiles, qu'un champ électrique, si faible soit-il, met en mouvement : électrons libres dans le cas des conducteurs métalliques, ions dans celui des liquides.

conductivité (notée σ). *n.* Pour un grand nombre de matériaux, c'est le coefficient de proportionnalité entre la densité de courant de conduction $\vec{C}$ lié aux électrons libres — et dû à l'application d'un champ électrique $\vec{E}$ et ce champ. On pose : $\vec{C} = \sigma\vec{E}$. Le phénomène correspondant s'appelle conductibilité.

conductibilité électrique ou **thermique.** Propriété physique que possèdent les corps de transmettre l'électricité ou la chaleur.

conductivité électrique. Grandeur qui caractérise la conductibilité électrique d'une substance. Elle est définie comme le rapport de la densité de courant dans ce corps au champ électrique qui lui est appliqué.

conductivité thermique. Grandeur définie comme le rapport entre l'énergie transmise par unité de temps à travers une surface de 1 cm^2 d'un corps solide et le gradient de température.

cône. *n.* Un des deux types de cellules nerveuses de la rétine, sensibles à la lumière. Il en existe trois sortes dont les maximums de sensibilité se trouvent respectivement dans le bleu, le jaune, le rouge; elles permettent la vision des couleurs.

configuration. *n.* Désigne un état de l'atome dans le modèle à électrons indépendants. Elle est caractérisée par les valeurs des nombres quantiques *n* et *l*.

conformateur à diodes. Circuit à diodes transformant un signal triangulaire en une sinusoïde. Ce circuit est très utilisé dans les générateurs BF car les signaux triangulaires sont très faciles à fabriquer, surtout aux fréquences très basses où la génération directe de sinusoïdes devient difficile.

conique. *n.* Courbe dont l'équation en coordonnées cartésiennes est du second degré. Il y a trois sortes de coniques : les ellipses, les hyperboles et les paraboles.

conservatif. *adj.* Une force est dite conservative si elle effectue un travail nul lorsque son point d'application décrit un circuit fermé. *Ex.* Les forces électriques, les forces de gravitation sont conservatives.

constante de propagation à la coupure β_c. Détermine la longueur d'onde λ_c à laquelle la propagation le long d'une ligne cesse :

$$\left(\lambda_0 = \lambda_c,\ \beta_c = \frac{2\pi}{\lambda_c}\right)$$

Elle ne dépend que des caractéristiques géométriques de la section droite de la ligne, du mode envisagé, et des constantes ε et μ du milieu de propagation. Elle est reliée aux constantes de propagation guidée et dans l'espace libre par la relation $\beta_g^2 + \beta_c^2 = \beta^2$.

constante de propagation dans l'espace libre (notée β ou β_0). C'est le rapport de la pulsation ω de la source divisée par la vitesse de propagation de l'onde électromagnétique dans un milieu infini caractérisé par ε et μ réels. β ou $\beta_0 = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}$.

constante de propagation le long d'une ligne (notée β_g). Caractérise la propagation résultante le long de l'axe, de la ligne. Elle est reliée à la longueur d'onde λ_g par la relation $\beta_g = \frac{2\pi}{\lambda_g}$.

constante de temps. Temps au bout duquel un phénomène décroissant exponentiellement a vu son amplitude diminuée d'un facteur égal à $1/e$.

continu. *adj.* Qui n'est pas séparé dans le temps ou dans l'espace; qui forme un tout composé de parties non séparées. Quand les dimensions des systèmes sont grandes devant les distances intermoléculaires, on peut considérer un fluide comme un milieu continu.

contrainte. *n.* Force s'exerçant sur un élément de surface, rapportée à l'aire de cet élément de surface.

convertisseur analogique digital. Circuit transformant une tension analogique en une série de 0 et 1 constituant un mot digital (ce mot est, par exemple, un nombre binaire pur). Le convertisseur A → D constitue le cœur des voltmètres numériques.

convertisseur photo-voltaïque. Des cellules photo-sensibles regroupées constituent un générateur d'électricité convertissant l'énergie solaire en énergie électrique. Le dispositif s'appelle convertisseur photo-voltaïque.

coordonnées généralisées. Grandeurs, longueurs, angles..., qui caractérisent la position d'un système mécanique dans l'espace. Pour décrire complètement l'état d'un système, elles doivent être en nombre égal au nombre de degrés de liberté du système.

corrélateur. *n.* Appareil capable de calculer et de visualiser la fonction de corrélation de deux signaux. Cette fonction est une caractéristique chiffrée de la dépendance de ces deux signaux l'un par rapport à l'autre.

couplage en étoile. Type de branchement des différentes phases d'un transformateur triphasé tel que chacune d'elles soit disposée entre un fil de ligne et un point commun appelé neutre.

couplage en triangle. Type de branchement des différentes phases d'un transformateur triphasé tel que chacune d'elles soit disposée entre deux fils de ligne.

couplage en zigzag. Type de branchement des différentes phases d'un transformateur hexaphasé (chaque enroulement triphasé est divisé en deux enroulements indépendants électriquement mais disposés sur le même noyau magnétique).

coupure. *n.* Condition conduisant à un indice optique nul, c'est-à-dire à une onde qui ne se propage plus dans le plasma.

courant électrique. Lorsqu'une différence de potentiel est établie entre deux points d'un même conducteur, celui-ci n'est plus en équilibre électrostatique; les charges électriques se déplacent d'un mouvement d'ensemble. Si la différence de potentiel est indépendante du temps, le régime de déplacement des charges est alors stationnaire : le courant est dit *continu.* D'autres courants électriques, dits *alternatifs*, inversent continuellement leur sens de parcours. Les plus utilisés sont les courants alternatifs sinusoïdaux : l'intensité est une fonction sinusoïdale du temps.

courbe d'équilibre des phases. Courbe des valeurs de température et de pression pour lesquelles les deux phases peuvent coexister en équilibre.

cristal. *n.* Substance minérale solide dont l'arrangement atomique ou moléculaire présente un caractère périodique. A l'échelle macroscopique, il affecte une forme géométrique bien définie.

cristal liquide. Nom donné à des substances organiques qui, dans un certain domaine de températures, présentent une phase intermédiaire (appelée phase mésomorphe), caractérisée par un ordre suivant une ou deux directions.

cybernétique. *n.* Science constituée des théories de la communication et du contrôle s'appliquant aussi bien au vivant qu'à la machine.

cycle de Carnot. Cycle d'un système qui subit des transformations réversibles.

cyclotron. *n.* Accélérateur circulaire dans lequel les particules décrivent une trajectoire spiralée; un champ magnétique courbe la trajectoire, cependant que leur énergie cinétique s'accroît à chaque passage dans l'intervalle séparant deux électrodes (ou dees) entre lesquelles on établit une tension sinusoïdale à haute fréquence (de l'ordre de la dizaine de mégahertz).

D

décibel. *n.* Unité de mesure objective de l'intensité sonore, valant un dixième de bel.

décodage. *n.* Opération inverse du codage.

découplage. *n.* Mise en parallèle sur les deux bornes d'un circuit d'un condensateur de forte valeur dont l'impédance devient négligeable aux fréquences élevées.

décrément logarithmique. Grandeur caractéristique d'une oscillation à amortissement visqueux; c'est le logarithme népérien du rapport des amplitudes de deux maximums successifs.

dee. *n.* Nom anglais de la lettre D donné, en raison de leur forme, aux électrodes accélératrices d'un cyclotron.

déformation. *n.* Modification des distances mutuelles des différents points d'un corps.

déformation élastique. Déformation réversible d'un solide soumis à une force extérieure (étirage, cisaillement).

déformation plastique. Déformation irréversible d'un solide, qui peut aller jusqu'à la rupture.

dégénérescence. *n.* C'est le nombre d'états distincts (ou de fonctions d'onde indépendantes) associés à un niveau d'énergie (c'est-à-dire à une énergie donnée).

degré de liberté. Le nombre de degrés de liberté d'un système mécanique est le nombre de paramètres caractérisant la position du système que l'on peut faire varier sans détruire ce système.

densité de courant. Quotient de l'intensité du courant circulant dans un conducteur par l'aire de la section droite.

densité d'états. Nombre d'états accessibles d'un système isolé d'énergie E par unité d'énergie.

déphasage. *n.* Grandeur caractérisant le retard entre la réponse d'un oscillateur à une sollicitation alternative et cette sollicitation elle-même.

déplacement virtuel. On appelle déplacement virtuel d'un solide en équilibre un petit déplacement compatible avec les liaisons. Dans un tel déplacement, le travail de toutes les forces autres que les forces de contact est nul (principe des travaux virtuels).

dérive. *n.* Mouvement du centre guide de la trajectoire d'une particule chargée, placée dans des champs électriques et magnétiques.

description. *n.* Il existe en mécanique des fluides deux types de description des systèmes hydrodynamiques. 1) *Description eulérienne :* évolution dans le temps d'un champ de scalaires ou de vecteurs. 2) *Description lagrangienne :* trajectoire d'un élément de volume du fluide.

désintégration radio-active. Diminution d'une substance radio-active due à l'émission nucléaire de particules alpha ou bêta, de rayons gamma ou de positons.

détection. *n.* Opération qui consiste à fabriquer une tension continue proportionnelle à l'amplitude d'un signal alternatif.

diagramme de Kapp. Construction dans le plan de Fresnel des vecteurs représentatifs des courants et des tensions d'un transformateur. Cette construction fait l'hypothèse simplificatrice de l'absence de courant magnétisant. Ce diagramme permet de prévoir la chute de tension lorsque le transformateur est chargé.

diamagnétisme. *n.* Qu'il possède ou non un moment magnétique permanent, tout atome sera perturbé par un champ magnétique quelconque, cette perturbation suffisant pour qu'une aimantation apparaisse. L'atome acquiert ainsi un moment magnétique induit. Ce phénomène porte le nom de diamagnétisme. L'aimantation, en sens contraire du champ magnétisant, est toujours très faible.

diapason. *n.* Instrument formé de deux barres métalliques, encastrées à l'une de leurs extrémités, servant à produire par leur vibration un son de fréquence déterminée.

diélectrique. *n.* Les diélectriques, encore appelés isolants, sont le siège, en présence d'un champ électrique, du phénomène de polarisation. Les centres de gravité des charges positives et négatives, confondus à l'état normal, s'écartant l'un de l'autre, la substance diélectrique devient équivalente à un ensemble de dipôles orientés dans la même direction. Les diélectriques sont utilisés dans la réalisation des condensateurs.

différence de potentiel. La différence de potentiel électrique (d.d.p.) $V_A - V_B$ entre deux points A et B est, par définition, le travail des forces électriques lorsqu'une charge électrique de un coulomb est déplacée de A à B. $V_A - V_B$ s'exprime en volts.

diffraction. *n.* Perturbation provoquée par l'interaction de l'onde avec un objet de dimensions comparables à la longueur d'onde, responsable d'importantes modifications de sa propagation.

diffusion d'une onde électromagnétique. Interaction non résonnante d'une onde électromagnétique avec les atomes (ou de très petites particules). Elle se traduit par une faible réémission dans toutes les directions. On distingue la diffusion Thomson (rayons X) et la diffusion Rayleigh (aux environs du spectre visible).

diffusion de particules. Collision sans création ni annihilation de particules. C'est le cas des collisions à basse énergie.

dilatance. *n.* Propriété qu'ont certains corps d'augmenter de volume sous l'action d'un état de contrainte de cisaillement.

dilatation. *n.* Augmentation des dimensions d'un système recevant de la chaleur.

diode. *n.* Composant ne laissant passer le courant que dans un seul sens. Ceci n'est rigoureusement vrai que pour les « diodes à émission thermo-électronique dans le vide ». Pour les diodes à semi-conducteur, un courant très faible peut circuler dans le sens « bloquant » : c'est le courant de fuite inverse dû aux porteurs minoritaires.

diode tunnel. Diode à jonction PN dont la caractéristique présente dans la zone conductrice une partie de résistance différentielle négative. Les diodes tunnel constituent de très bons oscillateurs jusqu'à des fréquences de plusieurs gigahertz.

dioptre. *n.* Surface de séparation entre deux milieux transparents.

dipôle. *n.* Ensemble de deux charges électriques *e* (ou masses magnétiques *m*) de signe opposé, séparées par une distance *l* caractéristique. Un dipôle est caractérisé par son moment dipolaire électrique (ou magnétique), défini comme le produit de la charge électrique (ou masse magnétique) par la distance *l*.

directivité. *n.* Caractérise la dépendance angulaire de la sensibilité (ou de l'intensité sonore émise) par rapport à l'axe d'un récepteur (ou d'un émetteur) sonore.

discontinuité d'absorption des rayons X. Brusque augmentation de l'absorption des rayons X qui se produit lorsque la fréquence devient assez grande pour ioniser l'atome à partir d'une nouvelle couche profonde (effet photo-électrique).

dislocation. *n.* Défaut de structure du réseau cristallin.

dispersion. *n.* Variation de la vitesse de propagation avec la fréquence.

distance de Debye. Distance sur laquelle la répartition des particules chargées dans un plasma fait écran au champ électrique de l'une d'entre elles.

distorsion. *n.* Déformation d'un signal introduite lors de sa reproduction. La distorsion d'amplitude est la conséquence de la non linéarité de la relation entre l'entrée et la sortie du système de reproduction. La distorsion de fréquence traduit la dépendance en fréquence de cette relation.

distribution canonique. Distribution de probabilités suivant laquelle la probabilité P_i de trouver un système dans un état d'énergie E_i est proportionnelle à $e^{-\beta E_i}$.

ditherme. *adj.* Un système parcourt un cycle ditherme lorsqu'il se trouve successivement au cours de ce cycle en contact avec deux sources de chaleur à des températures différentes.

Doppler (effet). [électromagnétique]. Changement de la fréquence d'une onde électromagnétique qui interagit avec un atome en mouvement, dû au passage dans le référentiel de l'atome. En physique atomique, il se traduit souvent par un élargissement des raies (de l'ordre de $\Delta\nu/\nu = 10^{-6}$) du fait de la répartition aléatoire des vitesses des atomes dans un gaz.

Doppler-Fizeau (effet). [acoustique]. Écart entre la fréquence apparente d'une onde sonore perçue par un observateur avec la fréquence réelle émise par une source en mouvement relatif avec celui-ci.

doublet. *n.* En mécanique des fluides, un doublet est l'ensemble constitué par une source et un puits ayant la même intensité.

drain. *n.* L'une des électrodes d'un transistor à effet de champ joue un rôle analogue au collecteur d'un transistor, ou l'anode d'une triode ou d'une pentode.

ductile. *adj.* Caractérise un solide présentant une zone de déformation plastique importante. La plupart des monocristaux (surtout les métaux) sont ductiles.

dynamique. *n.* Branche de la mécanique qui étudie le comportement des corps en mouvement.

dynamique (gamme). Rapport, souvent exprimé en décibels, des intensités sonores extrêmes correctement traitées par un appareil. La dynamique de l'oreille humaine est de l'ordre de 150 à 200 décibels.

E

éclairement. *n.* Quantité d'énergie lumineuse reçue par un récepteur rapporté à l'unité de surface.

écouteur. *n.* Petit haut-parleur, placé contre l'oreille, produisant un champ sonore dans le voisinage immédiat de celle-ci.

écran (coefficient d'). Nombre que l'on retranche du numéro atomique Z d'un atome. Il traduit la diminution de la force d'attraction qui s'exerce sur un électron, diminution provoquée par la présence d'autres électrons (qui font « écran ») entre le noyau et l'électron considéré.

effet amibe. Modification dimensionnelle du noyau (combustible ou fertile) d'une particule enrobée au cours de la vie d'un combustible HTR.

effet Compton. Diffusion (avec changement de longueur d'onde) des photons par des particules; observé primitivement lors du choc des photons d'un faisceau de rayon X sur des électrons au repos.

effet gyroscopique. Effet, d'apparence paradoxale, dont les corps symétriques en rotation rapide autour de leur axe sont le siège. Cet effet a de très nombreuses applications, qui vont du fonctionnement de la bicyclette aux systèmes de guidage par inertie.

effet Landau. Amortissement d'une onde électronique dans un plasma sans effets dissipatifs.

effet de peau. Un champ électromagnétique ne peut pénétrer dans un conducteur parfait. Si la conductibilité est finie, le champ pénètre mais est très vite atténué. A la distance de la surface appelée profondeur de peau δ, l'amplitude du champ est multipliée par $\frac{1}{e}$ où e vaut 2,718...

effet photo-électrique. Émission d'électrons par certaines surfaces métalliques lorsqu'elles reçoivent un faisceau d'ondes électromagnétiques.

effet Purkinje. Déplacement du maximum de la sensibilité de l'œil vers le bleu lorsque l'œil est adapté à la vision nocturne.

effet Raman. Diffusion avec changement de longueur d'onde. Lorsqu'un faisceau de lumière monochromatique frappe une molécule, une partie de l'énergie lumineuse est diffusée sans changement de longueur d'onde, une autre partie est diffusée avec changement de longueur d'onde, la différence d'énergie servant à activer ou désactiver la molécule.

effet Ramsauer-Townsend. Brusque diminution de la section efficace à très faible énergie dans certaines collisions. L'onde associée à la particule est déphasée de 2π au cours de la collision, et l'état final est donc identique à l'état initial : c'est un effet purement quantique.

effet Stark. Déplacement d'un niveau d'énergie et levée de la dégénérescence (en général partielle) sous l'effet d'un champ électrique.

effet de vide. Effet sur la réactivité d'un accroissement du volume de la vapeur présente dans le cœur d'un réacteur. Le coefficient de vide est négatif dans les réacteurs à eau bouillante.

effet Wigner. Changement des propriétés chimiques et physiques du graphite dans un réacteur nucléaire en raison de la création de défauts dans le réseau cristallin. Cet effet se traduit notamment par une accumulation d'énergie stockée dans le graphite, par le changement des dimensions du réseau cristallin et par la modification des dimensions extérieures. Le graphite peut reprendre ses propriétés initiales par un recuit approprié. Ce terme est étendu aux changements de propriétés de matériaux autres que le graphite lorsqu'ils sont soumis à l'action des rayonnements.

élasticité. *n.* Tendance d'un corps à reprendre la forme et les dimensions qu'il avait avant l'application d'une contrainte ou d'une déformation, après que l'on ait cessé la sollicitation.

électret. *n.* Matériau capable de créer autour de lui un champ électrique permanent, et, plus généralement, tout corps dont les propriétés électriques ont été modifiées par l'action combinée d'un champ électrique et de la température.

électromagnétisme. *n.* On appelle électromagnétisme l'ensemble des phénomènes liés aux interactions d'un champ électrique et d'un champ magnétique : action d'un champ magnétique sur un courant, champ magnétique créé par un courant, induction électromagnétique, magnétisme (théorie ampérienne), création et propagation des ondes électromagnétiques.

électron. *n.* L'électron est une petite particule ayant une charge négative unité, une masse et un diamètre faibles. Sa charge vaut

$$(1{,}60207 \pm 0{,}00007)\ 10^{-19}\ \text{coulomb},$$

sa masse est $\frac{1}{1\,837}$ fois celle de l'atome d'hydrogène et son diamètre est d'environ 10^{-14} m. Chaque atome est constitué d'un noyau et d'un ou plusieurs électrons. Les rayons cathodiques et les rayons bêta sont des électrons.

électron-volt. *n.* Unité d'énergie. Un électron-volt (eV) est l'énergie que prend un électron (ou toute particule simplement chargée) accélérée dans le vide sous une différence de potentiel de 1 volt

$$(1\ \text{eV} = 1{,}602 \cdot 10^{-19}\ \text{J}).$$

élément actif. Un élément actif d'un circuit nécessite la présence d'une source d'énergie extérieure (alimentation). La puissance du signal de sortie peut être supérieure à celle injectée à l'entrée. La puissance supplémentaire ainsi obtenue est fournie par l'alimentation.

élément capturant. Substance qui, dans un processus nucléaire, a la propriété d'acquérir une particule supplémentaire. L'hydrogène, par exemple, capture un neutron pour donner du deutérium.

élément passif. Élément dont le fonctionnement ne nécessite pas de source d'alimentation. Les résistances, selfs et capacités sont des composants passifs.

ellipsoïde d'inertie. A tout solide, on peut associer un ellipsoïde d'inertie construit de la façon suivante : sur chaque droite Δ passant par l'origine, on porte deux points dont la distance à l'origine est égale à $1/\sqrt{I_\Delta}$, où I_Δ est le moment d'inertie du solide par rapport à la droite Δ. L'ensemble des points ainsi construits constitue l'ellipsoïde d'inertie, dont les axes de symétrie sont les axes principaux du solide.

émission spontanée. Désexcitation d'un atome avec émission d'un photon, en l'absence de toute perturbation extérieure. L'inverse de la probabilité par seconde d'émission spontanée est la durée de vie.

émission stimulée ou **émission induite.** Désexcitation d'un atome avec émission d'un photon, provoquée par l'interaction de l'atome avec un premier photon déjà présent. Les deux photons ont absolument les mêmes caractéristiques (fréquence, direction, polarisation) : le rayonnement qui leur est associé est dit « cohérent ».

émittance. *n.* L'émittance M d'une source en un point O, est le flux lumineux dF émis par une petite portion de cette source $d\Sigma$ située en O, rapporté à l'unité de surface.

$$M = dF/d\Sigma\ \text{(unité : le lumen).}$$

émittance énergétique. Même définition que pour l'émittance mais en considérant l'énergie rayonnée (unité : watt $\cdot$ m^{-2}).

énergie. *n.* C'est la capacité de fournir du travail. L'*énergie potentielle* est l'énergie résultant de la position d'un corps par rapport à un autre ou de deux parties relatives d'un même corps. L'*énergie cinétique* est l'énergie due au mouvement. Unité MKSA : le *joule* qui est l'énergie dépensée quand une force de un newton agit sur une distance de un mètre.

énergie cinétique. Grandeur dont la variation au cours du mouvement est égale au travail des forces appliquées, que celles-ci soient conservatives ou qu'elles ne le soient pas.

enthalpie libre. Un système en contact avec une source de chaleur à température constante T' et à pression constante *p'* a une enthalpie libre G définie par : $G = \bar{E} - T'S + p'V$ où E est l'énergie moyenne, S l'entropie, et V le volume du système.

entropie. *n.* Information moyenne fournie par une source. En thermodynamique, l'entropie exprime le principe de dégradation de l'énergie.

équation de bilan. Équation représentant le décompte des neutrons produits et des neutrons perdus par absorption ou par fuite dans un réacteur nucléaire. Dans la pratique, ce décompte est rapporté à un nombre déterminé de neutrons d'une génération, par exemple 100. Cette équation concrétise le bilan neutronique dans le cœur du réacteur.

équation de Clausius-Clapeyron. Équation qui relie la pente de la courbe d'équilibre des phases à la variation d'entropie ΔS et à la variation de volume ΔV entre les deux phases à température et pression données.

équation d'état. Relation reliant le volume, la pression moyenne et la température absolue d'un système macroscopique donné.

équation de Klein-Gordon. Analogue de l'équation de Schrödinger en mécanique quantique relativiste.

équilibrage dynamique. Opération mécanique qui consiste à amener le moment cinétique d'un solide symétrique tournant à grande vitesse à être parallèle à l'axe de rotation.

équilibrage statique. Opération mécanique qui consiste à amener le centre de gravité d'un solide symétrique tournant à grande vitesse sur l'axe de rotation.

équilibre. *n.* État d'un système macroscopique qui ne tend pas à évoluer au cours du temps.

équilibre entre phases. Deux phases sont en équilibre lorsque les enthalpies libres de chacune d'elles sont égales.

espace de configuration. Espace mathématique dans lequel l'état d'un système à N degrés de liberté est représenté par un point unique dont les coordonnées sont les coordonnées généralisées du système. L'espace de configuration d'un système mécanique à N degrés de liberté est donc un espace à N dimensions.

espace des phases. Espace vectoriel qui, pour chaque particule, comprend trois coordonnées de position et trois coordonnées de vitesse.

état. *n.* Pour un système, ensemble des valeurs prises par les variables d'état à un instant donné.

état accessible. État d'un système isolé dont l'énergie E, connue avec la précision δE, est comprise entre E et $E + \delta E$.

état stationnaire. État qui ne dépend pas du temps.

éther. *n.* Au XIX[e] siècle, on pensait que les ondes lumineuses se propageaient dans un certain « milieu » appelé éther. L'éther avait des propriétés remarquables, il remplissait l'espace tout entier y compris le vide, il n'avait pas de poids et était parfaitement élastique. L'expérience de Michelson-Morley prouva de façon irréfutable que l'éther n'existait pas.

excentricité. *n.* Grandeur caractéristique d'une conique et qui détermine sa nature : si l'excentricité est supérieure à 1, la conique est une ellipse; si elle est égale à 1, c'est une parabole; si elle est inférieure à 1, c'est une hyperbole.

excitation compound. Certaines machines à courant continu comportent deux bobines d'excitation créant le champ d'induction : l'une est alors montée en série avec l'induit, l'autre est disposée en shunt, c'est-à-dire en parallèle sur l'induit.

excitation série. Dans certaines machines à courant continu, le circuit d'excitation est monté en série avec l'induit. Ces machines sont surtout utilisées pour la traction électrique.

excitation shunt. Dans certaines machines à courant continu, le circuit d'excitation est monté en parallèle sur l'induit. Ces machines présentent une grande facilité de réglage de la vitesse et du couple.

excitron. *n.* Redresseur à vapeur de mercure monoanodique commandé par une grille, alors que l'igniteur est toujours alimenté et maintient l'ionisation locale du mercure.

exclusion (principe d'). Autre énoncé du principe de Pauli. Il postule que deux particules ayant tous leurs nombres quantiques identiques ne peuvent se trouver au même point de l'espace.

expérience « par la pensée ». C'est une expérience qui pourrait être faite en principe mais qu'en pratique on ne peut réaliser de cette façon. Cette notion, qui a un grand intérêt pédagogique, fut introduite pour la première fois par A. Einstein.

extension en phase. Volume d'un domaine dans l'espace des phases.

F

facteur d'absorption. Rapport entre le flux d'énergie absorbé par un corps et le flux d'énergie de rayonnement reçu par ce corps.

facteur de Boltzmann. Facteur $e^{-\beta E}$ où β est le paramètre de température et E une énergie.

famille logique. Ensemble de circuits logiques construits autour du même schéma de base. Les éléments d'une même famille sont toujours compatibles entre eux.

fermé. *adj.* Un système fermé échange, avec l'extérieur, de l'énergie mais pas de matière.

fermi. *n.* Unité de longueur adaptée à la physique nucléaire et à la physique des particules :

$$1\ \text{fermi} = 10^{-15}\ \text{mètre}.$$

ferroélectrique. *adj.* Un composé ferroélectrique est un composé qui possède une polarisation électrique en l'absence de champ électrique appliqué.

ferromagnétisme. *n.* Dans les corps ferromagnétiques, un couplage apparaît entre les moments magnétiques permanents, suffisamment intenses, des atomes. Ainsi, le ferromagnétisme est-il caractérisé par l'existence d'une aimantation spontanée même en l'absence de champ magnétique extérieur. Les ferromagnétiques acquièrent une aimantation très importante dans un champ magnétisant et en conserve une partie après sa disparition.

fertile. *adj.* Qualificatif s'appliquant à un atome susceptible d'être transformé en atome fissile par réaction nucléaire (capture d'un neutron). *Ex.* Uranium 238 et thorium 232.

F. E. T. ***(field effect transistor).*** Transistor à effet de champ. Tripôle dans lequel la conduction entre deux électrodes (source et drain) est commandée par la tension appliquée à une troisième électrode appelée grille ou porte. L'ensemble est l'équivalent à l'état solide d'une pentode.

fissile. *adj.* Qualificatif s'appliquant à un atome susceptible de subir la fission nucléaire par des neutrons lents. *Ex.* Uranium 233, uranium 235, plutonium 239.

fission. *n.* La fission nucléaire est la division d'un noyau lourd en deux parties (rarement plus) dont les masses sont du même ordre de grandeur, habituellement accompagnée de l'émission de neutrons, de rayons gamma et, rarement, de petits fragments nucléaires chargés. La fission peut se produire spontanément ou sous l'effet d'un bombardement neutronique (fission provoquée).

fluide. *n.* Corps qui ne peut rester en équilibre que lorsque l'état de contrainte imposé est sphérique.

fluide caloporteur. Fluide (liquide ou gaz), appelé aussi fluide de refroidissement, circulant dans un réacteur nucléaire pour en évacuer la chaleur. Généralement, un fluide de refroidissement primaire traverse le cœur du réacteur; la chaleur de ce fluide est extraite par un fluide de refroidissement secondaire (situé à l'extérieur du cœur et donc non actif) utilisé pour la production d'énergie. Dans les réacteurs à cycle direct, le fluide de refroidissement primaire est utilisé directement pour la production d'énergie.

fluide modérateur. (Voir **modérateur**). Les qualités essentielles d'un bon fluide modérateur sont d'être un bon ralentisseur de neutrons et d'induire le minimum de captures possibles. L'eau lourde (D_2O) possède ces qualités et permet l'emploi de l'uranium naturel. L'eau légère (H_2O) est un bon ralentisseur, mais par contre, l'hydrogène induit une forte capture de neutrons, son emploi oblige à utiliser des combustibles à uranium enrichi. On peut aussi employer comme fluide modérateur certains liquides organiques.

fluidique. *n.* Application de la dynamique des fluides, principalement de l'air, à la réalisation d'automatismes utilisant des interactions entre des écoulements, ou entre un écoulement et une paroi.

fluorescence. *n.* Réémission à la même longueur d'onde, mais dans toutes les directions de l'espace, d'une onde électromagnétique absorbée par un atome.

flux lumineux. Grandeur définie par rapport à un récepteur déterminé (l'œil, par exemple) et proportionnelle à l'énergie transportée par la lumière; le facteur de proportionnalité est l'efficacité lumineuse. Pour l'œil, cette efficacité est nulle pour les rayonnements invisibles.

focalisation forte ou **à gradients alternés.** Procédé de guidage d'un faisceau de particules chargées qui consiste à faire subir à celles-ci l'action de champs magnétiques successifs alternativement focalisants puis défocalisants dans une direction donnée. L'effet global est focalisant.

fonction de distribution. Grandeur proportionnelle au nombre des particules dans un élément donné de l'espace des phases, c'est-à-dire dont la position et la vitesse ont des valeurs données.

fonction d'état. Variable qui dépend uniquement de l'état du système.

fonction génératrice. Fonction caractéristique d'une transformation canonique, telle que la différence entre le nouvel hamiltonien et l'ancien hamiltonien soit égale à la dérivée par rapport au temps de la fonction génératrice.

fonction de transfert. Pour un système linéaire, rapport des transformées de Laplace de la sortie et de l'entrée du système, lorsque les conditions initiales sont nulles. C'est la transformée de Laplace de la réponse impulsionnelle.

fondamental. *adj.* Se dit du son ayant la fréquence la plus basse pouvant être émise par un système résonnant donné.

force centrale. Une force centrale est une force qui est portée par la droite joignant son point d'application à un point fixe donné, quel que soit son point d'application. *Ex.* Les forces de gravitation, les forces coulombiennes sont des forces centrales.

force centrifuge. Force d'inertie à laquelle est soumis un solide fixe par rapport à un repère en rotation uniforme; elle tend à éloigner le point matériel du centre de rotation.

force contre-électromotrice (f.c.é.m.). On appelle force contre-électromotrice E′ d'un récepteur (moteur, électrolyseur) le quotient de la puissance électrique P′ qu'il consomme autrement que par effet Joule par l'intensité I du courant qui le traverse

$$E' = \frac{P'}{I}$$

force de Coriolis. Produit, changé de signe, de la masse du point matériel par l'accélération de Coriolis. Elle est responsable de la déviation vers l'Est des corps en mouvement par rapport à la Terre.

force électromotrice (f. é. m.). Lorsqu'un générateur maintient un courant constant dans un circuit, la puissance électrique qu'il fournit est proportionnelle à l'intensité du courant qui le traverse. On appelle force électromotrice E le rapport de la puissance électrique P à l'intensité I

$$E = \frac{P}{I}$$

Comme une différence de potentiel, dont elle a les dimensions, E s'exprime en volts.

force d'inertie. Force qu'il faut ajouter aux forces réelles appliquées à un corps si l'on veut appliquer le principe fondamental de la dynamique dans un repère non inertiel.

force d'oscillateur. Nombre sans dimension qui caractérise l'intensité d'une raie atomique; il est égal à la probabilité d'absorption, en mécanique quantique, divisée par la probabilité d'absorption en théorie classique du rayonnement.

forces généralisées. Grandeurs (forces, couples, etc.) qui caractérisent les sollicitations auxquelles est soumis un système mécanique.

Fourier (série de). La décomposition en série de Fourier d'un son complexe fournit l'amplitude de chacun des sons purs qui le composent.

fovéa centralis. Petite région de la rétine située sur l'axe optique de l'œil, particulièrement sensible à la lumière.

foyer. *n.* Dans un système optique, point conjugué d'un point à l'infini.

fréquence. *n.* C'est le nombre de révolutions ou de cycles effectués en une seconde par un corps animé d'un mouvement circulaire uniforme ou d'un mouvement périodique. Unité MKSA : cycle par seconde ou hertz (Hz).

fréquence cyclotronique ou **gyrofréquence.** Fréquence de rotation d'une particule chargée, placée dans un champ magnétique.

fréquence propre. C'est la fréquence à laquelle vibre un oscillateur harmonique laissé à lui-même.

fusion. *n.* Passage d'un corps solide à l'état liquide, sous l'effet de la chaleur. Les solides cristallins possèdent une température de fusion bien définie pour laquelle l'enthalpie présente une discontinuité, appelée « chaleur latente de fusion ».

G

gain. *n.* Rapport sortie-entrée d'un système linéaire soumis à une entrée sinusoïdale. C'est généralement une fonction de la fréquence. Pour une entrée quelconque, on parle du gain comme du rapport sortie-entrée en régime permanent.

gain transducique (noté G_T). Rapport de la puissance dissipée dans la charge terminale Z_L divisée par la puissance maximale disponible à la source.

galvanomètre. *n.* Appareil utilisé pour mesurer des courants très faibles.

galvanoplastie. *n.* Dépôt électrolytique d'un métal sur un corps conducteur.

gaz. *n.* Tout corps qui se présente à l'état de fluide compressible et expansible aux conditions normales de température et de pression.

géoïde. *n.* Forme moyenne de la Terre; le géoïde coïncide approximativement avec un ellipsoïde de révolution aplati aux pôles, d'excentricité 1/297.

géostationnaire. *adj.* Se dit d'un satellite qui paraît rester immobile dans le ciel; sa vitesse angulaire est donc égale à celle de la Terre. De tels satellites sont particulièrement précieux dans le domaine des télécommunications.

gravitation. *n.* C'est l'attraction universelle existant entre tous les corps matériels. La force d'attraction entre deux masses m et m' séparées par la distance r est : $F = G \frac{mm'}{r^2}$, G étant la constante d'attraction universelle.

groupe (vitesse de). Vitesse de propagation de la modulation d'amplitude d'une onde, et donc de l'information transportée par celle-ci. Vitesse de groupe et vitesse de phase sont identiques si la longueur d'onde est proportionnelle à la fréquence (c'est-à-dire que la vitesse de phase ne dépend pas de la fréquence).

gyroscope. *n.* Solide symétrique possédant un point fixe et maintenu en mouvement de rotation rapide autour de son axe.

H

hamiltonien. *n.* Fonction utilisée pour décrire l'évolution d'un système mécanique, et qui s'identifie à l'énergie totale du système si les forces mises en jeu sont conservatives.

harmonique. *n.* Son dont la fréquence est un multiple entier de celle du fondamental. On appelle ordre de l'harmonique l'ordre de cette multiplicité.

hartley. *n.* Unité d'information correspondant à l'utilisation de logarithmes de base 10 dans la formule de Shannon.

Heisenberg (inégalités d'). Inégalités qui fixent une limite inférieure au produit des écarts quadratiques moyens de deux variables conjuguées en mécanique quantique. *Ex.* $\Delta x \cdot \Delta p_x \geqslant \hbar/2$.

holographie. *n.* Procédé de reproduction photographique utilisant des sources de lumière cohérentes, dans lequel on enregistre l'intensité et la phase de l'onde et permettant de reproduire le relief des objets.

homéostat. *n.* Système complexe contrôlant lui-même son fonctionnement d'après un objectif préalablement fixé.

Hund (règle de). Règle qui dit que le niveau d'énergie le plus bas issu d'une configuration donnée est celui pour lequel le spin total est le plus grand (compte tenu du principe de Pauli).

hydraulique. *adj.* Mu par l'eau ; qui utilise la force motrice de l'eau (*ex.* turbine hydraulique, usine hydraulique) ou, par extension, d'un liquide (*ex.* presse ou frein hydraulique).

hydraulique. *n.* Science relative à l'écoulement et à l'utilisation de la force motrice de l'eau.

hydrodynamique. *adj. et n.* Relatif aux mouvements des fluides ; partie de la mécanique consacrée à l'étude des mouvements des fluides.

hypersonique. *adj.* Très grand devant la vitesse du son ; en aérodynamique, le régime hypersonique est caractérisé par des nombres de Mach très supérieurs à 1, en général de l'ordre de 10 ou supérieurs.

hyperstatique. *adj.* Un système mécanique en équilibre est dit hyperstatique s'il n'est pas possible de calculer toutes les réactions des appuis à partir des équations de la statique des solides indéformables.

hystérésis. *n.* Phénomène de retard observé entre l'excitation magnétique et l'induction magnétique.

I

identification. *n.* Processus par lequel on arrive à mettre un modèle mathématique sur le comportement d'un système.

identiques (particules). Se dit de particules ayant tous leurs nombres quantiques internes égaux. La mécanique quantique postule que tout état d'un système est invariant par échange de deux particules identiques. Il faut en tenir compte dans l'écriture des fonctions d'onde, le calcul des dégénérescences, etc. (voir principe de Pauli).

ignitron. *n.* Redresseur à vapeur de mercure monoanodique commandé directement par l'igniteur : l'ionisation du mercure est produite par effet de champ lorsque le redresseur doit devenir passant.

image réelle. Image formée par la convergence des rayons provenant des différents points d'un objet (après passage dans un système optique approprié).

image virtuelle. Image formée par un système optique et d'où semblent provenir les rayons lumineux au sortir du système.

impédance. *n.* Les lois énoncées pour les courants continus sont applicables aux valeurs instantanées, ou efficaces, des courants alternatifs. Ainsi la loi d'Ohm U = RI devient-elle $u = Zi$ ou $U_{eff} = ZI_{eff}$, la résistance R étant remplacée par l'impédance Z de la portion de circuit. Pour un circuit RLC (résistance, inductance, capacité) :

$$Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}$$

ω étant la fréquence angulaire du courant ; comme la résistance, l'impédance s'exprime en ohms.

impédance acoustique. Quotient de la pression acoustique et de la vitesse de déplacement du fluide mesurées au même point.

impédance caractéristique ou **itérative** (notée Z_0). C'est le rapport de la tension entre les deux conducteurs d'une ligne bifilaire parcourue par une onde progressive, divisée par le courant passant dans ces conducteurs, en un point d'abscisse donnée. En conséquence, une ligne d'impédance caractéristique égale à Z_0 et fermée par une charge Z_0, est le siège d'une onde progressive. Elle diffère de l'impédance d'onde par un facteur, fonction uniquement de la géométrie de la ligne.

impédance d'onde ou **intrinsèque** (notée η). Pour une direction de propagation donnée, c'est le rapport des amplitudes complexes de la composante transversale du champ électrique divisée par la composante transversale du champ magnétique. Elle est réelle pour une onde progressive, imaginaire pour une onde évanescente.

impulsion. *n.* L'impulsion d'une particule matérielle est le produit de sa masse par sa vitesse.

incompressible. *adj.* Qui ne peut être comprimé. En mécanique des fluides, un milieu incompressible est caractérisé par une masse volumique qui a une divergence nulle.

indice. *n.* Caractéristique d'un milieu transparent. Rapport de la vitesse de la lumière dans le vide à la vitesse de la lumière dans ce milieu.

inductance de fuite. Inductance traduisant dans le schéma équivalent d'un transformateur ou d'une machine asynchrone le fait qu'une partie du flux du primaire ne se retrouve pas au secondaire à cause d'une dispersion du champ magnétique (fuite).

inductance de lissage. Inductance disposée en aval d'un redresseur pour filtrer le courant débité.

induction électromagnétique. Lorsque le flux d'induction magnétique qui traverse un circuit varie, ou lorsqu'une partie du circuit, dans son déplacement, coupe un flux d'induction magnétique, il apparaît dans le circuit un courant induit. Le sens de ce courant est tel que, par ses effets, il s'oppose à la cause qui lui a donné naissance (loi de Lenz). Le phénomène est appelé *auto-induction* lorsque l'induction magnétique variable est créée par le circuit lui-même.

information. *n.* Élément pouvant être transmis par un signal pris au sens large du terme. L'aspect mathématique afférant est regroupé sous le nom de théorie de l'information dont le créateur fut Shannon.

infrason. *n.* Son de fréquence inférieure à la limite audible par l'homme (20 Hz), mais ayant parfois des effets physiologiques qui lui sont préjudiciables.

intégrateur. *n.* Organe dont la sortie est l'intégrale de l'entrée.

intensité acoustique. Flux d'énergie transporté par l'onde sonore traversant une surface unité pendant l'unité de temps.

intensité lumineuse. Pour une source ponctuelle, l'intensité lumineuse dans une direction est le rapport du flux lumineux dF envoyé dans cette direction dans un angle solide élémentaire $d\Omega$ à la valeur de cet angle : $I = dF/d\Omega$ (unité : candela, Cd).

interaction newtonienne. Interaction entre deux corps caractérisée par le fait que la force exercée sur chacun des corps est portée par la droite joignant les deux corps, et que son module est inversement proportionnel au carré de la distance séparant les deux corps.

interférence. *n.* Interaction de deux ondes cohérentes, caractérisée par des renforcements et affaiblissements localisés de l'intensité résultante (franges d'interférence).

interféromètre. *n.* Appareil destiné à réaliser des interférences.

intermodulation. *n.* Distorsion caractérisée par l'adjonction de fréquences, combinaisons linéaires des fréquences originales à reproduire.

intervalle. *n.* Mesure de la différence de fréquence entre deux sons purs, habituellement représentée par le rapport de leurs fréquences, ou le logarithme de ce rapport.

intervalle de temps impropre. Intervalle de temps entre deux événements, mesuré dans un référentiel où les événements n'ont pas lieu au même point.

intervalle de temps propre. Intervalle de temps entre deux événements, mesuré dans le référentiel où les événements ont lieu au même endroit.

invariant relativiste. Expression mathématique invariante par transformations de Lorentz.

inversion de populations. On appelle ainsi, pour un système à deux niveaux, une situation hors de l'équilibre thermodynamique dans laquelle le niveau le plus haut en énergie est plus peuplé que le niveau le plus bas (« température négative »). L'émission stimulée est alors supérieure à l'absorption, autorisant l'amplification de l'onde électromagnétique.

ionophone. *n.* Système haut-parleur dans lequel la pression acoustique est obtenue par les brusques variations de la température de l'air, dues à la modulation de la haute tension qui l'ionise.

ions (haut-parleur à). Sorte de ionophone dans lequel la modulation de l'ionisation de l'air est obtenue à l'aide d'une électrode supplémentaire.

iris. *n.* Diaphragme disposé le long du tube d'un accélérateur linéaire à électrons afin que l'onde associée au champ électrique accélérateur ait une vitesse de phase égale à la vitesse des électrons accélérés.

irrotationnel. *adj.* Dont le rotationnel est nul. En mécanique des fluides, les écoulements dont le champ de vitesse dérive d'un potentiel sont des écoulements irrotationnels (source, puits, tourbillon, ...).

isobare. *adj.* A pression constante. S'applique en particulier à la pression magnétique.

isochrones (cyclotrons). Cyclotrons dans lesquels la fréquence constante du champ électrique accélérateur reste toujours égale à la fréquence de rotation de la particule accélérée (à de petites fluctuations de phase près).

isolant. *n.* Certains corps électrisés par frottement portent des charges électriques seulement au point frotté, les forces de liaison dues à la structure du milieu rendant difficile le déplacement des porteurs de charge : ce sont des isolants. *Ex.* L'ébonite, le verre, la résine, l'ambre, etc. Du point de vue de l'électrocinétique, un isolant présente une résistance ohmique élevée.

isomorphisme. *n.* (algèbre). Deux ensembles munis de lois internes sont isomorphes s'il est possible d'établir une bijection qui respecte les lois internes.

isotherme. *adj.* Lorsqu'une transformation physique ou chimique s'effectue à température constante, cette transformation est dite isotherme.

isotrope. *adj.* Qui est identique dans toutes les directions de l'espace. La pression hydrostatique est isotrope.

J - K

jonction (détecteur à). Détecteur constitué de matériau semi-conducteur (silicium ou germanium), ayant la structure d'une diode polarisée en non conduction et comportant une zone intrinsèque entre les parties de type N et P. Les porteurs créés dans la zone intrinsèque par une particule chargée engendrent une impulsion électrique.

Kellog (réseau de). Réseau de caractéristiques décrivant l'évolution du courant de sortie d'un quadripôle en fonction de la tension de sortie pour diverses valeurs de la grandeur d'entrée la plus caractéristique : courant base pour un transistor, tension grille pour un tube électronique ou un transistor à effet de champ.

L

lagrangien. *n.* Fonction mathématique qui est égale à l'énergie cinétique du système considéré, diminuée de son énergie potentielle.

lame quart d'onde. Lame cristalline dont l'épaisseur est telle que placée sur le trajet d'un rayon lumineux, elle augmente le chemin optique d'un quart de longueur d'onde.

laminaire. *adj.* En mécanique des fluides, un écoulement laminaire est caractérisé par le glissement des couches de fluide les unes sur les autres. Le régime laminaire est opposé au régime turbulent.

laser. *n.* ***(light amplifier by stimulated emission of radiation).*** Désigne le plus souvent un oscillateur émettant un faisceau de lumière cohérente, de grandes directivité et monochromaticité. Il existe aujourd'hui (1977) des lasers de l'ultra-violet proche à l'infra-rouge très lointain.

L. E. D. ***(light emitting diode).*** Diode électroluminescente. Composant ayant la structure d'une diode à fonction PN qui émet de la lumière quand il est traversé par un courant passant dans le sens direct. Les L. E. D. ont une très grande durée de vie et remplacent de plus en plus les voyants lumineux à incandescence.

liaison galvanique. Liaison électrique directe en général constituée par un fil de cuivre.

liaison de télé-affichage. Transmission d'un angle à distance.

libre parcours moyen. Dans un gaz, distance que parcourt une molécule entre deux chocs sur d'autres molécules.

linéaire. *adj.* Se dit d'un système dont la sortie peut s'écrire comme produit de convolution de l'entrée avec une fonction particulière appelée réponse impulsionnelle.

liquide. *adj. et n.* Qui coule ou qui tend à couler. Tout corps qui se présente à l'état fluide.

loi de composition interne. (algèbre). Étant donné un ensemble, on dit qu'il est muni d'une loi interne si on sait faire correspondre à deux éléments de l'ensemble un troisième élément.

loi de Dulong et Petit. La chaleur spécifique molaire des solides est indépendante de la température et égale à trois fois la constante R des gaz parfaits, à condition que la température soit suffisamment élevée.

loi de Mariotte. Le produit de la pression d'une masse donnée de gaz parfait par son volume ne dépend que de la température.

loi de Stefan-Boltzmann. La densité d'énergie émise par un corps noir varie comme la puissance quatrième de la température de ce corps.

longueur d'onde (notée λ ou λ_0). Distance dont une onde plane doit se propager dans l'espace libre pour subir un changement de phase égal à 2π radians. Elle est reliée à la constante de propagation dans l'espace libre notée β ou β_0 par la relation

$$\beta = \frac{2\pi}{\lambda} \text{ ou } \beta_0 = \frac{2\pi}{\lambda_0}.$$

lorentzienne. *n.* ou **courbe lorentzienne.** Fonction mathématique qui intervient de façon très générale dans les phénomènes de résonance, dans l'expression de la puissance absorbée par le résonateur en fonction de la fréquence.

luminance. *n.* Si un élément d'une source lumineuse $d\Sigma$ émet une intensité dI dans une direction inclinée d'un angle α sur sa normale, la luminance est définie par : $L = dI/dZ \cdot \cos\alpha$ (unité : candéla/m²).

luminance énergétique. Même définition que pour la luminance mais à partir du flux énergétique et non du flux lumineux.

L, S (couplage). Également appelé couplage de Russel-Saunders. C'est un couplage entre électrons d'un atome dans lequel on couple entre eux les moments orbitaux d'une part (pour donner L) et les moments de spin d'autre part (pour donner S).

M

machmètre. *n.* Instrument servant à mesurer le nombre de Mach d'un avion, c'est-à-dire le rapport entre la vitesse de l'avion et celle du son.

macroscopique. *adj.* Très grand devant les dimensions atomiques.

magnétisme. *n.* On appelle magnétisme la propriété de la matière de s'aimanter sous l'action d'un champ magnétique. Elle est liée à l'existence, dans toute substance, des atomes formés d'électrons pivotant sur eux-mêmes et tournant autour du noyau. Chaque atome possède, de ce fait, un moment magnétique permanent, ou peut acquérir un moment magnétique induit sous l'action d'un champ magnétique.

magnétohydrodynamique. *n.* Partie de la mécanique des fluides consacrée à l'étude des écoulements de fluides conducteurs en présence d'un champ magnétique.

maser. *n.* ***(microwave amplification by stimuled emission of radiation).*** Source de rayonnement électromagnétique, monochromatique et cohérente dans le domaine des micro-ondes.

masque (effet de). Phénomène auditif subjectif ayant pour effet de privilégier la perception d'un son de forte intensité sur celle d'un son plus faible émis simultanément.

masse. *n.* Quantité inaltérable de matière. Les physiciens lui ont attribué deux propriétés plus précises : l'inertie ou la résistance à l'accélération et la gravitation.

masse effective. Masse apparente d'une particule qui se déplace dans un cristal. Cette masse, différente de la masse réelle d'une particule libre, intervient dans les propriétés de transport de ce cristal.

masse gravitationnelle. Masse mesurée à partir de l'attraction gravitationnelle exercée sur le point matériel considéré par une autre masse. On démontre l'identité de cette masse avec la masse inerte.

masse inerte. Rapport de la force exercée sur un point matériel à l'accélération résultant de cette force.

matrice de distribution ou **de répartition** (notée [S]). Tableau à n lignes et n colonnes reliant l'amplitude complexe des ondes réfléchies (b_i) à l'amplitude complexe des ondes incidentes (a_i)

$$n = 2, \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

avec $$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix}$$

matrice d'inertie. Matrice liant les composantes du vecteur instantané de rotation d'un solide au moment cinétique de celui-ci.

mécanique. *n.* Science qui étudie la relation entre forces et mouvements.

méga-électron-volt (MeV). *n.* Unité d'énergie adaptée à la physique nucléaire :

$$1 \text{ MeV} = 1{,}6 \times 10^{-13} \text{ joule.}$$

mélangeur. *n.* Circuit non linéaire qui, recevant deux signaux de fréquences différentes, génère des signaux dont les fréquences sont des combinaisons linéaires des deux premières. Les battements somme $(f_1 + f_2)$ et différence $(f_1 - f_2)$ sont les plus importants parmi ces signaux.

mémoire. *n.* Circuit électronique pouvant conserver une plus ou moins grande quantité d'informations sous forme binaire. Une mémoire est formée par l'association de cellules du type bascule bistable. Chacune de ces cellules peut stocker un bit. Sur un seul circuit, les mémoires les plus performantes actuellement peuvent contenir jusqu'à 16 384 cellules (16 K).

Mendeleïev (table de). Classification des éléments suivant la périodicité des propriétés chimiques et physiques. Cette périodicité reflète celle du remplissage des couches électroniques des atomes.

méson. *n.* Deux types de particules de masse comprise entre celle de l'électron et celle du proton ont été découvertes dans le rayonnement cosmique et au laboratoire. L'une des particules de masse environ 215 fois la masse de l'électron (215 m_e) est appelée *méson* μ ou *muon* ; l'autre, de masse environ 280 m_e, est le *méson* π. Des mésons de charges positive et négative ont été découverts, et il y a des preuves expérimentales raisonnables de l'existence de mésons neutres. Les deux types des mésons se désintègrent spontanément.

microcanonique. *adj.* Un système microcanonique est un système isolé, c'est-à-dire qu'il n'échange avec l'extérieur ni énergie, ni matière.

microphone. *n.* Appareil détectant la pression acoustique et la transformant en signal électrique.

microscopique. *adj.* Petit, de l'ordre des dimensions atomiques.

miroir. *n.* Surface réfléchissante.

miroir ou **bouteille magnétique.** Configuration magnétique présentant un accroissement de l'induction magnétique, qui entraîne la réflexion des particules chargées abordant cette région sous un angle suffisant.

mobilité électronique. Caractérise la facilité avec laquelle les électrons se déplacent dans un réseau sous l'effet d'un champ électrique. Elle est définie comme le rapport entre la vitesse de l'électron et le champ électrique appliqué.

mode de propagation. Configuration géométrique du champ électromagnétique.

mode transverse électrique (noté TE ou H). Mode de propagation pour lequel $E_z = 0$.

mode transverse électromagnétique (noté TEM). Mode de propagation pour lequel $E_z = H_z = 0$

mode transverse magnétique (noté TM ou E). Mode de propagation pour lequel $H_z = 0$.

modérateur. *n.* Substance utilisée dans les réacteurs nucléaires pour réduire, au moyen de chocs, de collisions, de diffusion et sans capture appréciable, l'énergie cinétique des neutrons de façon à les amener dans une gamme de vitesses où la probabilité de fission sera la meilleure. C'est un ralentisseur de neutrons qui peut être solide ou liquide : graphite, eau lourde, eau légère, béryllium, par exemple.

modulation. *n.* Modification des caractéristiques d'un signal de haute fréquence (porteuse) au rythme d'un signal de fréquence plus basse. Cette modification peut porter sur l'amplitude (modulation d'amplitude, la plus courante), la fréquence (F.M.) ou la phase.

mole. *n.* Quantité de substance contenant N (nombre d'Avogadro = $6{,}02252 \cdot 10^{23}$) molécules.

moment cinétique. Le moment cinétique d'une particule matérielle est le produit vectoriel du vecteur position de la particule par son impulsion.

moment d'une force. Le moment d'une force par rapport à un point O est le produit vectoriel de la force par le vecteur joignant son point d'application au point O.

moment d'inertie. Le moment d'inertie d'un ensemble de points matériels par rapport à un point, une droite ou un plan est la somme des produits de la masse de chacun de ces points matériels par le carré de la distance de chacun d'eux au point, à la droite ou au plan considérés.

moment magnétique. Vecteur qui caractérise les propriétés magnétiques d'une particule chargée en mouvement, d'un circuit électrique parcouru par un courant, ou d'un matériau magnétique plus complexe.

monochromatique. *adj.* Se dit d'une radiation constituée d'ondes de même fréquence.

monotherme. *adj.* Un système qui décrit un cycle monotherme, c'est-à-dire avec une seule source de température, ne peut d'après le second principe de la thermodynamique fournir de travail.

montage en parallèle. Des conducteurs sont montés en dérivation ou en parallèle quand ils partent tous d'un même point A pour aboutir à un même point B. Ils sont ainsi tous alimentés sous la même différence de potentiel $V_A - V_B$.

montage en série. Lorsque plusieurs conducteurs sont en série, ils sont tous parcourus par le même courant. La différence de potentiel aux bornes de l'ensemble est la somme des différences de potentiel entre les extrémités de chaque conducteur.

M. O. S. ***(métal oxyde semi-conduction).*** Sigle réservé aux composants utilisant l'effet d'un champ électrique créé à la surface d'un semi-conducteur par une électrode métallique isolée du semi-conducteur par une mince couche de silice. Les transistors a effet de champ de structure M. O. S. ont une impédance d'entrée extrêmement élevée.

Moseley (loi de). Cette loi dit que la racine carrée de la fréquence de la discontinuité d'absorption X relative à une couche électronique déterminée (K, ou L, etc.) est une fonction linéaire du numéro atomique Z.

mot-code. *n.* Suite de caractères de l'alphabet du codage associé à un message à coder.

moyenne quadratique. Valeur obtenue en prenant la racine carrée de la moyenne des carrés de la valeur instantanée de la grandeur à mesurer.

multivibrateur. *n.* C'est une bascule astable passant continuellement d'un état à l'autre. Les multivibrateurs sont les plus simples des générateurs de signaux « rectangulaires ».

muon. *n.* Voir *méson.*

N

NAND ou **NON-ET.** Opération logique $\overline{A \cdot B}$. Le résultat ne vaut zéro que si A et B valent 1.

nat. *n.* Unité d'information correspondant à l'utilisation de logarithmes népériens dans la formule de Shannon.

neutrino. *n.* Particule élémentaire neutre électriquement, de masse au repos très faible (probablement nulle) et de nombre quantique de spin $\frac{1}{2}$. Quand le spin est orienté parallèlement au moment linéaire, la particule est un antineutrino. Quand le spin est orienté antiparallèlement au moment linéaire, la particule est un neutrino. Son existence fut postulée par Pauli pour expliquer les processus de désintégration bêta, et fut détectée par Reines et Cowan.

neutron. *n.* Particule élémentaire neutre de nombre de masse 1. C'est l'un des constituants de tous les noyaux de nombre de masse supérieur à un. Il est instable par rapport à la désintégration bêta avec une durée de vie d'environ 12 minutes. Il ne produit pas d'ionisation primaire détectable dans son passage à travers la matière, mais il interagit avec la matière surtout par collisions et parfois magnétiquement. Quelques propriétés du neutron sont : masse = 1,00894 masse atomique, charge 0, nombre quantique de spin $\frac{1}{2}$.

neutrons épithermiques. Neutrons d'énergie cinétique supérieure à celle de l'agitation thermique; l'emploi de ce terme est souvent limité aux énergies juste au-dessus du domaine thermique, c'est-à-dire aux énergies comparables à celles des liaisons chimiques.

neutrons rapides. Neutrons produits par la fission, non ralentis, d'énergie cinétique supérieure à une certaine valeur spécifiée. Cette valeur peut varier assez largement et dépend du domaine intéressé. En physique des réacteurs, cette valeur est souvent fixée à 0,1 MeV.

neutrons thermiques. Neutrons essentiellement en équilibre thermique avec le milieu dans lequel ils se trouvent. Ce sont les neutrons arrivés au stade ultime de ralentissement par l'effet du modérateur.

newtonien. *adj.* En rhéologie, un fluide newtonien est un fluide dont la viscosité est constante quel que soit le gradient de vitesse.

niveau métastable. Niveau excité qui ne peut se désexciter radiativement par un processus direct, à cause des règles de sélection. Il possède de ce fait une durée de vie naturelle très longue, c'est-à-dire supérieure à la milliseconde.

niveau virtuel. Cette expression désigne un état perturbé d'un atome de durée de vie très courte, par suite de la violation de la loi de conservation de l'énergie. Un tel état a une énergie très mal définie, du fait de l'inégalité de Heisenberg temps-énergie.

nombre d'Avogadro. Nombre de molécules contenues dans une mole de corps pur (environ $6 \cdot 10^{23}$).

nombre d'onde. Inverse de la longueur d'onde.

nombre quantique magnétique. C'est la projection sur un axe arbitraire dit axe de quantification (en unité de $\hbar$) du moment cinétique de la particule.

nombre quantique orbital. C'est, en unité de $\hbar$, la grandeur du moment cinétique orbital (c'est-à-dire lié au mouvement du centre de gravité) de la particule.

nombre quantique principal. C'est le nombre qui caractérise les énergies (quantifiées) d'un électron plongé dans un potentiel coulombien et formant un état lié.

NOR ou **NON-OU.** Opération logique $\overline{A + B}$. Le résultat vaut zéro si A ou B (ou les deux) vaut 1.

normal. *adj.* Orthogonal à une surface. La contrainte normale est la projection de la contrainte sur la normale à la surface sur laquelle elle s'applique.

nutation. *n.* Mouvement de rotation, généralement de faible amplitude, qu'effectue l'axe d'un gyroscope autour de la direction perpendiculaire au plan constitué par l'axe du gyroscope et la verticale.

Nyquist (critère de). Critère permettant de prévoir la stabilité ou l'instabilité d'un circuit bouclé à partir de son comportement en « boucle ouverte ».

O

objectif. *n.* Nom donné au système optique d'une lunette qui se trouve tourné vers l'objet à examiner.

octave. *n.* Intervalle de fréquence séparant deux sons de fréquences dont l'une est double de l'autre.

oculaire. *n.* Dans un instrument d'optique, lentille ou système de lentilles près duquel on applique l'œil.

onde. *n.* Perturbation progressive qui se propage dans un milieu par la vibration périodique des particules du milieu. Une *onde transverse* est telle que la vibration des particules est perpendiculaire à la direction de propagation. Une *onde longitudinale* est telle que la vibration des particules est parallèle à la direction de propagation.

opposition de phase. On dit que deux phénomènes oscillatoires sont en opposition de phase s'ils sont décalés dans le temps d'une demi-période.

optimisation. *n.* Calcul du programme, du modèle, rendant maximum (ou minimum) un critère fixé comme objectif.

optique. *n.* Ensemble des phénomènes mettant en jeu la lumière.

optique géométrique. Branche de l'optique fondée sur la notion de rayon lumineux, sur l'étude de sa propagation dans les milieux transparents, de sa réfraction et de sa réflexion.

ordre. *n.* Pour un système linéaire, degré du dénominateur de la fonction de transfert.

oscillateur harmonique. Système mécanique caractérisé par le fait que, si on l'éloigne de sa position d'équilibre, il est soumis à une force proportionnelle à l'écart par rapport à l'équilibre et tendant à le faire revenir à sa position initiale. De tels systèmes, très usuels dans tous les domaines de la physique, peuvent être le siège d'oscillations.

oscillation forcée. Oscillation dont est le siège un oscillateur qui subit une sollicitation alternative; cette oscillation a la même fréquence que la sollicitation.

oscillation de relaxation. Phénomène dont est le siège un oscillateur que l'on a écarté de sa position d'équilibre et que l'on laisse revenir de lui-même à l'équilibre; les oscillations de relaxation ont pour fréquence la fréquence propre de l'oscillateur.

oscilloscope. *n.* Instrument permettant la visualisation d'un signal électrique variant dans le temps ou d'un signal électrique fonction d'un autre signal électrique.

P

paléophone. *n.* « la voix du passé ». Première description d'un appareil d'enregistrement et de reproduction des sons, dû à l'inventeur et poète Charles Cros (1877).

panchromatique. *adj.* Sensible à toutes les longueurs d'onde de la lumière visible.

paquet d'ondes. Superposition d'ondes monochromatiques représentant une particule localisée dans l'espace (et donc d'impulsion mal définie du fait des inégalités d'Heisenberg).

paradoxe. *n.* Contradiction à laquelle aboutit dans certains cas un raisonnement. Quelques paradoxes célèbres en physique : le *paradoxe de Gibbs* en thermodynamique, le *paradoxe des jumeaux* en Relativité.

paradoxe de Venturi. Baisse de la pression au sein d'un fluide en mouvement dans un conduit si celui-ci est rétréci.

parfait. *adj.* **(fluide).** Se dit d'un fluide pour lequel la viscosité est nulle. Le fluide parfait est opposé au fluide visqueux. Il n'a aucune existence réelle.

paramagnétisme. *n.* Les atomes de certaines substances, dites paramagnétiques, possèdent un moment magnétique permanent. Ces aimants élémentaires ne réagissent pas les uns sur les autres, et l'agitation thermique impose une répartition statistique uniforme; la matière n'est donc pas spontanément aimantée. Mais sous l'action d'un champ magnétique extérieur, les petits aimants tendent à s'aligner dans la direction du champ magnétisant. Un moment magnétique résultant apparaît alors.

paramètre extensif. Paramètre macroscopique décrivant un système en équilibre et ayant une valeur égale à la somme de ses valeurs pour chaque partie du système.

paramètre intensif. Paramètre macroscopique décrivant un système en équilibre et ayant la même valeur pour toute partie du système.

paramètre de température. Ce paramètre noté β est égal à l'inverse du produit kT où k est la constante de Boltzmann et T la température absolue.

particule résonnante. Particule dont la vitesse est proche de la vitesse de phase d'une onde dans un plasma.

particules sans corrélation. Des particules sont dites sans corrélation si la probabilité de trouver l'une d'entre elles dans un état donné est indépendante de la probabilité d'en trouver une autre dans un état quelconque.

pavillon acoustique. Tube de section régulièrement croissante permettant d'adapter l'impédance acoustique d'une source (ou d'un récepteur) avec celle du milieu de rayonnement (ou de réception), afin d'augmenter les échanges d'énergie.

pentode. *n.* Tube électronique possédant cinq électrodes : une cathode, une anode et trois grilles intermédiaires. La grille la plus proche de la cathode commande le courant anodique comme dans la triode, les deux autres jouent le rôle d'un blindage électrostatique entre l'entrée et la sortie.

période. *n.* Intervalle de temps séparant deux états identiques d'un phénomène périodique. La période est l'inverse de la fréquence.

permanent. *adj.* Qui ne varie pas dans le temps. Un écoulement permanent est un écoulement dans lequel le champ de vitesse n'est pas fonction du temps.

phase. *n.* Forme particulière, solide, liquide ou gazeuse d'assemblage des molécules d'une substance.

phonautographe. *n.* Premier dispositif permettant l'enregistrement des sons, inventé par L. Scott de Martinville en 1859. La trace des vibrations sonores était conservée sur un rouleau enduit de noir de fumée.

phone. *n.* Unité de mesure subjective de l'intensité sonore correspondant par définition à l'unité de mesure objective (décibel acoustique) pour la fréquence de 1 000 Hz.

phonographe. *n.* Première réalisation pratique d'un appareil d'enregistrement et de reproduction des sons, d'un principe entièrement mécanique, due à l'américain Thomas Edison (1877).

phonon. *n.* Analogie mécanique du photon, le phonon est la quantification de l'énergie de vibration des atomes. Sa masse est nulle et son énergie est égale au produit de la constante de Planck par la fréquence de la vibration considérée. Les ondes sonores peuvent être décrites au moyen de la propagation des phonons.

photocathode. *n.* Plaque métallique ayant la propriété de libérer des électrons sous l'influence d'un rayonnement lumineux (effet photo-électrique). Ces électrons sont recueillis par une anode portée à un potentiel positif par rapport à la plaque précédente ; l'ensemble est placé dans une ampoule vidée d'air.

photocoupleur. *n.* Association d'une source lumineuse commandée par le signal d'entrée et d'un photodétecteur délivrant le signal de sortie. Le photocoupleur permet de réaliser un isolement galvanique parfait entre l'entrée et la sortie.

photodiode. *n.* Diode à jonction polarisée dans le sens bloquant, dont le courant de fuite augmente avec l'éclairement reçu. Cette augmentation est due à la création par la lumière de paires électrons-trous dans la zone intrinsèque de la jonction.

photoluminescence. *n.* Phénomène consistant en l'absorption d'énergie lumineuse puis en sa rediffusion sur une longueur d'onde différente.

photomultiplicateur. *n.* Dispositif dans lequel on établit une tension entre plusieurs électrodes successives afin de multiplier le nombre d'électrons émis par une photocathode.

photon. *n.* Quantum de lumière ou grain de lumière. Plus petite quantité d'énergie lumineuse pouvant exister ; sa grandeur dépend de la fréquence de la vibration ν : $\omega = h\nu$ (h constante de Planck).

photorésistance. *n.* Élément semi-conducteur se comportant comme une résistance pure dont la valeur est fonction de l'éclairement reçu. Sous l'influence de la lumière, les variations de résistance sont malheureusement lentes, et ceci d'autant plus que l'éclairement est faible.

photosensible. *adj.* Sensible au rayonnement lumineux.

piézo-électricité. *n.* Ensemble des phénomènes liant les déformations mécaniques d'un corps à la modification de ses propriétés électriques. Les effets peuvent être linéaires (piézo-électricité vraie) ou quadratiques (électrostriction).

piézo-transistor. *n.* Semi-conducteur dont la résistivité est très sensible à une déformation mécanique.

pile piscine. Réacteur nucléaire où le cœur est plongé dans une piscine de grandes dimensions. L'eau de la piscine sert à la fois de modérateur, de refroidisseur et de protection biologique (hauteur d'eau au-dessus du cœur de 8 à 10 mètres). Cette configuration permet de grandes commodités expérimentales.

pincement (tension de). Valeur minimale de la tension grille source assurant, quelle que soit la tension drain source, l'annulation du courant drain d'un transistor à effet de champ.

pion. *n.* Voir *méson*.

plan focal. Portion de plan, lieu géométrique des foyers d'un système optique.

plan de symétrie. Une figure possède un plan de symétrie si à tout point P on peut associer un point P' de telle façon que tous les segments PP' aient même plan médiateur. Ce plan médiateur est le plan de symétrie.

Planck (constante de). Constante fondamentale de la physique microscopique ; c'est elle qui fixe beaucoup d'ordres de grandeur (moments cinétiques, longueurs d'onde, etc.). Elle vaut

$$h = 6{,}626 \cdot 10^{-34}\ \text{J.s ou } 6{,}626 \cdot 10^{-27}\ \text{erg.s.}$$

On utilise aussi souvent $\hbar = h/2\pi$.

plastique. *adj.* Se dit des déformations permanentes d'un solide et du comportement de ce solide lorsqu'il reçoit des déformations permanentes.

point aveugle. Partie de la rétine correspondant au départ du nerf optique et dépourvue de cellules nerveuses sensibles à la lumière.

point fixe. Repère utilisé pour déterminer une échelle de températures. La température de fusion de la glace et la température d'ébullition de l'eau à la pression atmosphérique sont souvent utilisées.

point matériel. Particule de matière sans dimension mais possédant une masse. Il s'agit là d'une notion idéale sans réalité physique, mais justifiée par le fait que le mouvement du centre de gravité d'un solide est le même que celui d'un point matériel de même masse que le solide.

point triple. État d'une substance tel que les trois phases solide, liquide et gazeuse coexistent.

poison. *n.* Substance qui, par suite de sa section efficace d'absorption des neutrons élevée, réduit la réactivité d'un réacteur nucléaire. *Ex.* Xénon, gadolinium, cadmium, etc.

poison consommable. Poison nucléaire introduit à dessein dans un réacteur pour contribuer à la compensation des variations à long terme de la réactivité au moyen de sa combustion progressive.

polarimètre. *n.* Appareil destiné à étudier le pouvoir rotatoire des substances.

polarisation. *n.* Pour une onde électromagnétique, caractérise l'évolution de l'orientation du vecteur champ électrique au cours du temps. On distingue : les ondes polarisées rectilignement (le vecteur garde une direction fixe) et elliptiquement (l'extrémité du vecteur décrit une ellipse).

polarisation d'un circuit. Application d'une tension aux bornes du circuit. La valeur de cette tension ainsi que le courant correspondant définissent dans un plan d'ordonnée I et d'abscisse V un point appelé point de polarisation.

pôles lisses. Conception de rotor de machine synchrone telle que les pôles formant l'inducteur ne présentent pas d'excroissances importantes. On trouve ce type de montage dans les turbo-alternateurs.

pôles saillants. Conception de rotor de machine synchrone telle que les pôles formant l'inducteur sont bien individualisés. On trouve ce type de montage dans les alternateurs des centrales hydrauliques.

polycristallin. *adj.* Caractérise un solide constitué par un agglomérat de monocristaux microscopiques sans orientation préférentielle.

ponctum proximum. Point le plus proche de l'œil sur lequel celui-ci peut accommoder. Pour un œil normal jeune, il est situé à une vingtaine de centimètres de l'œil.

ponctum remotum. Point le plus éloigné de l'œil que l'on peut voir nettement sans accommoder. Pour un œil normal, il est situé à l'infini.

pont de Wheatstone. Montage constitué de quatre résistances, destiné à mesurer l'une d'entre elles initialement inconnue.

pont de Wien. Circuit constitué par deux résistances et deux condensateurs et utilisé comme filtre sélecteur de fréquence dans certains oscillateurs basse fréquence.

portance. *n.* Action de porter. En aérodynamique, la portance est la composante normale au mouvement des forces qui s'exercent sur une surface (portance d'une aile d'avion).

positon. *n.* Particule de même masse et de charge électrique positive de même valeur que celles de l'électron (qui est parfois appelé négatron). Les positons sont créés soit par désintégration radioactive de certains noyaux instables, soit en même temps qu'un électron, dans une collision entre un photon énergétique (plus qu'un MeV) et une particule chargée électriquement (ou un autre photon). Il ne se désintègre pas spontanément mais, lorsqu'il subit une collision avec un autre électron, la paire électron-positon est annihilée.

postulat. *n.* Principe premier indémontrable directement, mais vérifié par l'ensemble de ses conséquences.

potentiel. *n.* ou **énergie potentielle.** Grandeur dont la variation lors du déplacement du point d'application d'une force conservative est égale au travail effectué par cette force durant ce déplacement. En conséquence, la force est égale au gradient du potentiel.

potentiel électrique. Dans un champ électrique, on appelle potentiel en un point M la fonction $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r} + C^{te}$ dont dérive le champ (ε_0 est la permittivité du vide, q la charge électrique, source du champ). Par convention, lorsqu'il n'y a pas de charges à l'infini, on donne à la constante la valeur nulle. Le potentiel est alors le travail qu'il faut effectuer pour amener de l'infini à la distance r la charge de un coulomb.

poussée. *n.* En hydrostatique, analogue à la portance (voir ce mot) ; force verticale due à une différence de masse volumique entre un corps et le milieu qui l'entoure (poussée d'Archimède).

pouvoir de résolution. Pour un appareil dispersif : $R = \lambda/\Delta\lambda_m$. λ étant une longueur d'onde et $\Delta\lambda_m$ le plus petit intervalle de longueur d'onde distingué à travers l'appareil au voisinage de la longueur d'onde λ.

pouvoir rotatoire. Propriété qu'ont certaines substances de faire tourner le plan de polarisation de la lumière polarisée rectilignement qui les traverse.

pouvoir séparateur. Plus petit intervalle de longueur d'onde distingué à la sortie d'un appareil dispersif.

préaimantation. *n.* Champ magnétique de fréquence ultrasonique superposé au champ de modulation d'un magnétophone pour améliorer la qualité de l'enregistrement.

précession. *n.* Mouvement de rotation de l'axe d'un gyroscope autour de la verticale.

précession de Larmor. Mouvement de rotation uniforme du moment cinétique d'une particule magnétique autour de la direction du champ magnétique.

pression. *n.* Contrainte normale à un élément de surface et orientée en sens contraire à la normale à cet élément de surface.

pression acoustique. Écart de la pression instantanée en un point du milieu de propagation avec la pression moyenne existant en l'absence de l'onde sonore.

pression magnétique. Un plasma placé dans un champ magnétique subit une pression dite pression magnétique, perpendiculaire à ce champ, et dont l'intensité est proportionnelle au carré de l'induction magnétique.

pression de radiation. Pression créée par le choc de photons ou de phonons sur une surface.

primaire. *n.* Dans un transformateur, c'est l'enroulement relié à la source d'énergie.

principe de correspondance. C'est un principe qui établit un lien entre la physique quantique et la physique classique. Il dit qu'aux grands nombres quantiques, les lois de la physique quantique se confondent avec les lois de la physique classique.

principe d'Heisenberg. Ce principe d'incertitude indique qu'on ne peut connaître avec exactitude la position et la quantité de mouvement d'une particule.

principe de Pauli. Il détermine l'état d'un ensemble de particules identiques. Dans l'échange de deux particules, l'état doit être symétrique, c'est-à-dire ne pas changer de signe, dans le cas de bosons (particules de spin nul ou entier) ; il doit être antisymétrique, c'est-à-dire changer de signe, dans le cas de fermions (spin demi-entier).

principe de Relativité. Principe fondamental de la physique, selon lequel toutes les expériences de physique donnent des résultats identiques dans des référentiels en translation rectiligne et uniforme les uns par rapport aux autres.

probabilité. *n.* La probabilité P_i d'apparition d'un événement *i* dans un système est définie par rapport à un ensemble statistique de N systèmes :

$$P_i = N_i/N \ (N \to \infty)$$

profondeur de champ. Mesuré sur l'axe d'un système optique, segment sur lequel doit se trouver un objet pour donner une image nette et donc observable.

proton. *n.* Particule élémentaire ayant une charge positive équivalente à la charge négative de l'électron mais possédant une masse environ 1 837 fois supérieure. En fait, le proton est le noyau positif de l'atome d'hydrogène.

puissance. *n.* Pour une loupe ou un microscope, rapport de l'angle sous lequel on voit l'image (en radian) à la grandeur de l'objet (en mètre). Unité : la dioptrie.

puits. *n.* En mécanique des fluides, un puits est un écoulement bidimensionnel, à potentiel, dont le débit est négatif.

pulsation. *n.* Grandeur caractéristique d'un mouvement oscillatoire ; elle est égale à la fréquence multipliée par 2 π.

push-pull. *n.* Montage utilisé dans les étages de sortie des amplificateurs de puissance. Il comprend deux tubes ou transistors fournissant alternativement le courant de sortie.

pyralène. *n.* Huile ininflammable utilisée comme réfrigérant des enroulements de transformateur.

pyrocarbone (PyC). *n.* Variété de carbone obtenue par une technique de traitement à haute température.

pyromètre. *n.* Appareil utilisé pour mesurer des températures élevées par des mesures de rayonnement.

Q

quadrature. *n.* On dit qu'un phénomène oscillatoire est en quadrature retard ou en quadrature avance par rapport à un autre phénomène s'il est en retard ou en avance d'un quart de période par rapport à ce dernier.

quadriphonie. *n.* Extension de la stéréophonie consistant à reproduire, en plus de l'espace sonore avant, un champ sonore à l'arrière de l'auditeur.

quadripôle. *n.* Circuit électrique accessible par quatre bornes groupées en un dipôle d'entrée et un dipôle de sortie. Le rapport entre les variations de la tension aux bornes de sortie et les variations de tension appliquées à l'entrée est le gain en tension du quadripôle.

quantification spatiale. Quantification de la projection d'un moment cinétique sur un axe arbitraire. Définit le nombre quantique magnétique.

quantité de mouvement. Syn. d'*impulsion*.

Quinke (tube de). Interféromètre acoustique utilisable pour la mesure de la longueur d'onde d'un son, fonctionnant par dédoublement du parcours de l'onde provenant d'une source unique.

R

radiance. *n.* Quantité d'énergie totale émise par un objet sous forme de radiation électromagnétique.

radiation. *n.* C'est l'émission et la propagation d'énergie dans l'espace ou dans un milieu matériel sous forme d'ondes. Ce terme est utilisé également pour décrire des faisceaux de particules élémentaires comme des rayons alpha ou bêta ou des rayons cosmiques.

radio-actif. *adj.* Caractérise un noyau qui se désintègre en émettant des faisceaux de particules ou des ondes électromagnétiques. Les rayonnements les plus communément émis sont des rayonnements alpha, bêta ou gamma.

rapport gyromagnétique. Rapport du moment magnétique d'une particule à son moment cinétique.

Rayleigh (disque de). Disque constitué d'une lame de mica métallisée, suspendue au sein d'un fluide en mouvement par un fil de torsion. De la mesure de l'angle de rotation du disque on déduit la valeur quadratique moyenne de la vitesse du fluide, pourvu que les dimensions du disque soient faibles devant la longueur d'onde.

rayon de Larmor. Rayon de la circonférence décrite par une particule chargée, animée d'une vitesse perpendiculaire à un champ magnétique uniforme.

rayons cosmiques. Radiations très pénétrantes qui frappent la Terre ; on suppose qu'elles sont créées dans l'espace interstellaire. Elles sont classées en *primaires*, provenant directement de la source, et en *secondaires*, produites dans la haute atmosphère par la collision de noyaux et de rayons cosmiques primaires.

rayons gamma. (γ). Peuvent être émis par des substances radio-actives. Ce sont des ondes électromagnétiques d'énergie très supérieure aux rayons X ordinaires. Les rayons gamma sont très pénétrants, une fraction appréciable d'un faisceau pouvant traverser plusieurs centimètres de plomb.

rayonnement. *n.* Propagation d'énergie ne nécessitant pas l'intervention d'un milieu matériel.

réactance synchrone. Partie imaginaire de l'impédance interne d'une machine synchrone.

réacteur. *n.* Dispositif dans lequel une réaction de fission nucléaire en chaîne auto-entretenue peut être maintenue et dirigée (réacteur à fission). Ce terme est aussi appliqué à un dispositif dans lequel une réaction thermonucléaire peut être produite et dirigée (réacteur à fusion). Syn. de *pile atomique*.

reconnaissance de formes. Branche de la science et de la technologie dont le but est le développement d'outils ou de systèmes permettant une classification, une identification de signaux ou d'images.

redondance. *n.* Caractère des éléments de l'alphabet ajoutés au mot-code pour répéter l'information (ces éléments sont utilisés comme détecteurs ou correcteurs d'erreurs).

référentiel. *n.* Système d'axes à partir desquels sont repérées les positions des points d'un système.

référentiel barycentrique. Référentiel d'inertie dont l'origine est le centre de gravité des particules formant le système. Le référentiel barycentrique est particulièrement utile dans l'étude des collisions.

référentiel galiléen. Syn. de *référentiel d'inertie*.

référentiel d'inertie. Référentiel dans lequel s'applique le principe fondamental de la dynamique.

réflexion. *n.* Lorsqu'un rayon lumineux arrive en un point d'un dioptre ou d'un miroir, il naît un nouveau rayon (rayon réfléchi) qui revient dans le milieu initial à partir de ce point.

réfraction. *n.* Lorsqu'un rayon lumineux arrive en un point d'un dioptre, il naît un nouveau rayon qui, à partir de ce point, se propage dans le second milieu. Ce rayon, dit réfracté, n'est pas dans la même direction que le rayon incident ; c'est ce qu'on appelle le phénomène de réfraction.

registre à décalage. Mémoire dont toutes les cellules sont disposées sur une seule ligne. Sur commande, l'information peut circuler sur cette ligne de gauche à droite ou inversement. Le contenu des cellules se décale d'un cran à chaque impulsion d'horloge.

règles de sélection. Règles relatives aux nombres quantiques des niveaux d'énergie, et qui ont pour but de déterminer quels sont les éléments de matrices ou forces d'oscillateur qui sont nuls.

régulateur. *n.* Système asservi dont l'entrée est constante.

relation de dispersion. Condition portant sur la pulsation et le nombre d'onde et caractérisant les oscillations susceptibles de se propager dans un plasma.

relation d'Onsager. Relation de symétrie entre les coefficients qui relient, en thermodynamique des phénomènes irréversibles, les flux et les forces.

relaxation (oscillateur de). Montage auto-oscillateur fournissant des signaux rectangulaires et dont la période est déterminée par le temps de retour à l'équilibre d'un circuit excité par le basculement périodique d'un élément actif. (Le multivibrateur est un exemple typique d'oscillateur de relaxation.)

réluctance. *n.* Grandeur physique qui, dans les circuits magnétiques, permet de lier les ampères-tours au flux créé.

repère. *n.* Syn. de *référentiel*.

réponse impulsionnelle. Réponse d'un système linéaire à un signal appelé impulsion de Dirac

$$[\delta(t) = 0 \text{ pour } t \neq 0, \int_{-\infty}^{+\infty} \delta(t)\, dt = 1].$$

C'est une caractéristique des systèmes linéaires.

réseau. *n.* Système diffractant constitué par un ensemble de fentes très fines tracées sur une surface (plane en général).

réseau cristallin. Ensemble géométrique et périodique de points, associé à la disposition des atomes dans un cristal et possédant ses éléments de symétrie.

réseau équivalent. (élect.). Deux réseaux électriques ayant deux points communs sont équivalents (relativement à ces deux points) si leurs résistances entre ces deux points sont égales.

réseau réciproque. Ensemble périodique de points construit de façon géométrique à partir d'un réseau cristallin donné. Les propriétés physiques (diffraction, mouvement des électrons, ...) s'expriment plus simplement dans cet espace.

réseau de résistances. (élect.). Ensemble de résistances électriques joignant différents points de l'espace de sorte qu'on puisse passer d'un point à un autre en suivant un chemin constitué de résistances.

résistance. *n.* La résistance électrique d'un conducteur mesure la difficulté plus ou moins grande qu'il oppose au passage du courant. Elle est indépendante des potentiels appliqués, et ne dépend que des paramètres géométriques et de la nature du conducteur. L'unité de résistance est l'ohm (Ω).

résistance différentielle. C'est le rapport entre les variations de tension ΔV et de courant ΔI d'un dipôle autour d'un point de polarisation. On réserve ce terme de résistance au cas où ces variations restent « en phase ».

résistivité. *n.* Inverse de la conductivité électrique. Elle caractérise la résistance d'une substance conductrice de longueur et de section unité, et dépend de sa nature chimique.

résonance. *n.* Phénomène extrêmement général en physique qui se produit chaque fois qu'un oscillateur est soumis à une sollicitation de fréquence égale à sa fréquence propre, et qui se traduit par le fait que l'oscillateur absorbe la plus grande partie de l'énergie qui lui est fournie par le système excitateur, et présente des amplitudes de vibration considérables pouvant aller jusqu'à entraîner la destruction du système.

résonateur acoustique. Dispositif passif présentant la combinaison d'une masse acoustique et d'une élasticité acoustique : le résonateur de Helmholtz est formé d'un réservoir d'air ouvert par un col ; le fluide du réservoir exerce sur la masse d'air du col une force de rappel, l'ensemble définissant une fréquence de résonance.

rétroaction. *n.* Effet qui permet de connaître à l'entrée d'un système l'évolution de sa sortie. On dit aussi que le système est en boucle fermée.

réverbération. *n.* Réflexions multiples du son sur les parois et objets qu'il rencontre. Souvent nuisible, ce phénomène est atténué si l'on dispose des matériaux absorbants sur le trajet de l'onde sonore.

réversible. *adj.* Un système évolue d'une manière réversible quand une modification infiniment petite suffit à le faire évoluer dans l'autre sens.

rhéologie. *n.* Étude des déformations et des vitesses de déformation des matériaux qui sont soumis à des contraintes.

rotor. *n.* Partie mobile d'une machine électrique tournante.

Rydberg (constante de). C'est la constante qui intervient dans la loi de Balmer à propos des séries dans l'atome d'hydrogène. Elle est égale au potentiel d'ionisation de l'atome d'hydrogène exprimé en cm^{-1}, soit $1,097 \cdot 10^5$ cm^{-1}.

S

sabine. *n.* Unité d'absorption égale à l'absorption d'une surface d'un pied carré (env. 0,09 m^2) totalement absorbante pour toutes les directions d'incidence.

scintillateur. *n.* Détecteur comportant un cristal scintillant qui émet un rayonnement de fluorescence lorsque les atomes ou molécules qui le constituent sont excités par une particule chargée.

second claquage. Phénomène thermique rapide se manifestant aux tensions élevées dans les transistors de puissance et pouvant entraîner leur destruction. A cause du « second claquage », la puissance dissipable dans un transistor diminue lorsque la tension de fonctionnement s'accroît.

secondaire. *n.* Dans un transformateur, c'est l'enroulement relié à la charge consommant l'énergie.

section efficace. Mode d'expression particulier de la probabilité d'une interaction d'un type déterminé entre un rayonnement incident et une particule ou un système de particules constituant la cible. C'est le quotient du nombre d'interactions se produisant dans l'unité de temps, par la densité de flux du rayonnement incident.

semi-conducteur. *n.* Nom donné à des substances dont la conductivité varie de façon considérable avec la température ; les semi-conducteurs deviennent des isolants à très basse température.

servomécanisme. *n.* Système à rétroaction négative.

shunt. *n.* On dit qu'un appareil de résistance *a* est shunté lorsqu'on a placé en dérivation entre ses bornes un conducteur de résistance *s* ou shunt. Le rôle du shunt est de ne laisser passer dans l'appareil qu'une fraction connue de l'intensité principale. Pour obtenir la valeur du courant mesuré, il faut alors multiplier l'indication de l'appareil par le facteur $1 + \frac{a}{s}$.

similitude. *n.* En mécanique des fluides, on dit qu'il y a une relation de similitude entre deux ou plusieurs phénomènes si les équations réduites qui les décrivent sont identiques. C'est grâce aux relations de similitude que l'on peut faire des études sur maquettes en soufflerie ou en tunnel hydrodynamique.

simultané. *adj.* Deux événements sont dits simultanés s'ils se produisent en même temps. D'après la théorie de la Relativité restreinte, deux événements simultanés dans un repère ne le sont plus dans un repère en translation uniforme par rapport au premier.

solide indéformable. Ensemble de points matériels assujettis à rester à distances constantes les uns des autres.

son. *n.* Perturbation mécanique se propageant dans un milieu déformable sous la forme d'une onde de pression. Les sons audibles (20 à 20 000 Hz) sont directement détectés par l'oreille, tandis que les ultrasons et infrasons nécessitent un appareillage particulier.

sonar. *n.* Abréviation de ***sound navigation and ranging.*** Appareil de détection permettant la navigation et la télémétrie, au moyen de la propagation d'une onde sonore, dans le milieu aquatique.

sone. *n.* Unité subjective d'intensité sonore définie comme l'intensité ressentie à la fréquence de 1 000 hertz pour un niveau sonore supérieur de 40 décibels au seuil auditif.

sonomètre. *n.* Appareil servant à mesurer l'intensité du bruit et composé d'un microphone et d'un amplificateur de mesure.

sortance. *n.* La sortance d'un circuit logique (fan-out) est le nombre maximal de circuits de même type que l'on peut connecter en parallèle à sa sortie.

soufflerie. *n.* En aérodynamique, installation permettant d'étudier l'écoulement autour d'un obstacle fixe.

soupape électrique. Terme appliqué à tous les dispositifs, commandés ou non, n'autorisant le passage du courant que dans un seul sens, appelé sens passant.

source. *n.* 1° Au sens de la théorie de l'information, organe fournissant des messages à transmettre. 2° L'une des électrodes d'un transistor à effet de champ. La source joue un rôle analogue à l'émetteur d'un transistor ou à la cathode d'une triode ou d'une pentode. 3° En mécanique des fluides, une source est un écoulement bidimensionnel, à potentiel dont le débit est positif. L'opposé de la source est le *puits.*

sourde (chambre). Local isolé des sons extérieurs, servant aux mesures acoustiques.

spectre acoustique. Amplitude relative des sons purs entrant dans la composition d'un son complexe en fonction de leurs fréquences.

spectrographe. *n.* Appareil destiné à l'analyse des vibrations électromagnétiques émises par une source.

spectrographe de masse. Appareil permettant de séparer les atomes d'un corps selon leur masse.

spectromètre magnétique. Dispositif permettant de mesurer l'impulsion d'une particule chargée grâce à un champ magnétique.

spectroscopie. *n.* Observation de la composition spectrale du rayonnement électromagnétique émis par une source ; interprétation et prévision de cette composition.

spin. *n.* Degré de liberté interne d'une particule, associé à un moment cinétique. Il est caractérisé par un nombre quantique de spin ($s = 1/2$ pour un électron) et par un nombre quantique magnétique de spin ($m_s = \pm 1/2$ pour un électron).

stabilité. *n.* Caractéristique d'un système capable de reprendre son évolution après une modification transitoire.

stationnaire (onde). Vibration spatialement localisée, résultant de la superposition d'une onde directe et de l'onde réfléchie.

statique. *n.* Branche de la mécanique qui étudie l'équilibre des corps au repos.

statistique de Bose-Einstein. Les bosons suivent cette statistique. Ils sont indiscernables.

statistique de Fermi-Dirac. Les particules qui suivent cette statistique s'appellent des fermions et sont indiscernables. Il y a au maximum un fermion par niveau d'énergie.

statistique de Maxwell-Boltzmann. Limite commune des statistiques de Bose-Einstein et de Fermi-Dirac. Dans cette statistique les particules sont discernables.

stator. *n.* Partie fixe d'une machine électrique tournante.

stéréophonie. *n.* Technique visant à reconstituer une sensation auditive spatiale.

Stern et Gerlach (expérience de). Expérience effectuée en 1921 et démontrant la quantification spatiale (existence de m_ℓ ou m_s).

stigmatisme. *n.* Propriété d'un système optique capable de fournir une image ponctuelle à partir d'un objet ponctuel.

strippage ou **épluchage.** *n.* Processus par lequel un atome ou un ion animé d'une grande vitesse traversant un milieu matériel perd des électrons par interaction avec les constituants du milieu traversé.

structure dissipative. Organisation d'un système hors d'équilibre qui dissipe de l'énergie.

sublimation. *n.* Transformation d'un solide en phase vapeur, sans passer par l'état liquide.

subsonique. *adj.* Qui est inférieur à la vitesse du son. En aérodynamique, un écoulement subsonique est caractérisé par un nombre de Mach inférieur à 8.

superfluide. *adj.* Caractérisant la disparition complète de la viscosité de l'hélium liquide au voisinage du zéro absolu de température.

superhétérodyne. *n.* et *adj.* Procédé de réception dans lequel, grâce à un oscillateur local et un mélangeur d'entrée, les signaux d'antenne sont transposés à une fréquence unique (souvent 450 kHz environ) avant d'être amplifiés puis détectés. La réception superhétérodyne est universellement adoptée en radio ou télévision. C'est une invention française.

super-réaction. *n.* et *adj.* Procédé de réception dans lequel le signal d'antenne contrôle le démarrage d'un oscillateur périodiquement bloqué. Un récepteur super-réaction est très sensible mais peu sélectif et peu stable. Le procédé n'est plus utilisé qu'en télécommande de modèles réduits.

supersonique. *adj.* Qui est supérieur à la vitesse du son. En aérodynamique, un écoulement supersonique est caractérisé par un nombre de Mach supérieur à 12.

surface de Fermi. Nom donné à la surface, définie dans l'espace réciproque, qui correspond au dernier état d'énergie occupé à 0 °K de la bande de conduction d'un métal. La plupart des propriétés physiques d'un métal font intervenir la densité des états électroniques au voisinage de cette surface.

surface d'onde. Lieu géométrique des points atteints par une vibration au bout d'un temps donné à partir d'une source ponctuelle.

surrégénérateur. *n.* ***(breeder).*** Réacteur nucléaire produisant, à partir d'une substance fertile, une substance fissile identique à celle qu'il consomme et en quantité supérieure à celle qui est consommée.

susceptibilité magnétique. Caractérise les matériaux magnétiques. Elle est définie comme le rapport entre l'aimantation du milieu matériel et le champ magnétique appliqué.

symétrie. *n.* Un système physique possède des propriétés de symétrie lorsqu'il existe des transformations qui le laissent invariant.

symétrie (effets de). Effets liés à l'interaction de particules identiques dans un système. Du fait de la forme des fonctions d'onde imposée par le principe de Pauli, on observe, par exemple, des effets d'interférences.

synchrocyclotron. *n.* Accélérateur circulaire présentant la structure du cyclotron, mais dans lequel la fréquence du champ électrique accélérateur est modulée de manière à conserver l'isochronisme entre la particule accélérée et le champ accélérateur.

synchrone. *adj.* Se dit de deux mouvements qui ont lieu en même temps.

synchronisation. *n.* Phénomène tendant à verrouiller l'une sur l'autre les fréquences de deux oscillateurs liés faiblement l'un à l'autre. En injectant ainsi dans l'oscillateur de balayage d'un oscilloscope une faible partie du signal d'entrée à observer, on assure la fixité de l'image sur l'écran; c'est la synchronisation de l'oscilloscope.

synchrotron. *n.* Accélérateur circulaire de grande énergie dans lequel les particules sont accélérées le long d'une trajectoire circulaire à rayon constant. Pour obtenir ce résultat, il faut faire varier simultanément les valeurs du champ magnétique et de la fréquence du champ électrique accélérateur.

synthétiseur de fréquences. Dispositif qui, à partir du signal issu d'un oscillateur à quartz de grande stabilité, génère grâce à des opérations de battement et de division toute fréquence souhaitée affichée sur le panneau de commande sous forme numérique.

système. *n.* Ensemble séparé de l'environnement par une frontière, recevant de l'information sur l'extérieur par ses entrées, en donnant sur son évolution par ses sorties, et créé pour satisfaire à un objectif.

système de communication. Ensemble d'organes assurant la transmission de l'information. Il se compose d'un émetteur, d'un récepteur, d'un canal et parfois d'un codeur et d'un décodeur.

système isolé. Système qui n'échange avec l'extérieur ni chaleur ni matière.

système de référence inertiel. Système de référence où les lois de la mécanique newtonienne sont valables. Compte tenu de la précision de la plupart des expériences physiques, la Terre constitue un système de référence inertiel.

T

tandem. *n.* Accélérateur électrostatique dans lequel la haute tension est utilisée pour accélérer deux fois le même ion; d'abord chargé négativement, celui-ci remonte le champ électrique du premier étage; il traverse ensuite une cible mince dans laquelle il est ionisé par strippage avant d'être accéléré à nouveau.

télescope. *n.* 1° Instrument d'optique destiné à l'observation des objets éloignés et spécialement des astres. 2° Système d'identification de particules chargées constitué par l'association de deux (ou plus) détecteurs.

température Celsius. La température Celsius est définie à partir d'une échelle où les points de fusion de la glace et d'ébullition de l'eau à la pression atmosphérique constituent les repères 0 °C et 100 °C respectivement.

température de Debye. Température caractéristique d'un corps solide définie par la pulsation maximale ω_D du spectre de ses vibrations acoustiques. Elle est en général de l'ordre de quelques centaines de degrés Kelvin.

température d'Einstein. Température au-dessus de laquelle la loi de Dulong et Petit est vérifiée.

température Kelvin. Température absolue T exprimée dans une échelle où la température absolue du point triple de l'eau a la valeur 273,16 degrés.

temps de relaxation. Temps nécessaire pour atteindre l'équilibre en partant d'une situation très éloignée de l'équilibre. Syn. de *constante de temps.*

temps de réverbération. Intervalle de temps séparant la fin de l'émission d'un son et le moment où son atténuation atteint 60 décibels.

tension. *n.* Contrainte normale à un élément de surface et orientée dans le même sens que la normale à cet élément de surface.

terme. *n.* Au sens de terme spectral, désigne les niveaux d'énergie issus de la configuration après introduction d'un couplage entre les électrons, mais avant la prise en compte des interactions magnétiques faibles (telle l'interaction spin-orbite, etc.).

théorème de Carnot. Les rendements de deux machines réversibles fonctionnant entre les mêmes températures sont égaux quelle que soit la nature des machines et sont supérieurs au rendement de n'importe quelle machine irréversible fonctionnant entre les mêmes températures.

thermistance. *n.* Thermomètre composé d'un semi-conducteur dont la résistance diminue quand la température s'élève.

thermocouple. *n.* Ensemble de deux conducteurs métalliques soudés à leurs extrémités. Lorsque les deux soudures sont à des températures différentes, il existe entre elles une différence de potentiel qui ne dépend que de la nature des fils et de la température des soudures.

thermodynamique. *n.* Partie de la physique qui traite, d'un point de vue macroscopique, des relations entre les phénomènes mécaniques et thermiques.

thermomètre. *n.* Système macroscopique dont un seul des paramètres varie quand le système cède ou absorbe de la chaleur.

thermostat. *n.* Réservoir de grandes dimensions, de température constante en contact avec le système à étudier.

thyristor. *n.* Composant actif à semi-conducteur constitué de quatre couches respectivement, P, N, P, N. L'électrode de commande ou *gâchette* permet de rendre l'ensemble conducteur, le retour à l'état bloqué (haute impédance) ne peut se faire que par annulation du courant principal. Le thyristor n'est commode à utiliser qu'en alternatif. Les puissances commandées peuvent atteindre des dizaines de kilowatts sous des tensions de plusieurs centaines de volts.

timbre. *n.* Impression auditive subjective liée à la composition spectrale d'un son.

tourbillon. *n.* Mouvement tournant d'un fluide. En mécanique des fluides, un tourbillon est un écoulement singulier à potentiel dont la vitesse radiale est nulle.

traînée. *n.* En aérodynamique, la traînée est la composante, parallèle au mouvement, des forces qui s'exercent sur une surface (*ex.* traînée d'une aile d'avion).

transducteur. *n.* En électro-acoustique, dispositif permettant la conversion des signaux électriques en onde sonore, et réciproquement. *Ex.* Haut-parleurs, microphones.

transformation canonique. Transformation permettant de passer d'un ensemble de coordonnées et impulsions généralisées à un nouvel ensemble de coordonnées et impulsions généralisées possédant la propriété d'obéir, comme le premier ensemble de variables généralisées, aux équations de Hamilton.

transformation identité (ou **identique**). La transformation identité d'une figure géométrique est la transformation qui à tout point de la figure fait correspondre ce même point.

transformations de Lorentz. Groupe de transformations laissant invariantes les lois physiques.

transistor. *n.* Composant « solide » ayant grossièrement le comportement d'une triode. Le courant collecteur-émetteur est proportionnel au courant de commande injecté dans la base.

transistor à effet de champ. En électro-acoustique, couramment utilisé pour sa grande résistance d'entrée permettant notamment d'adapter l'impédance élevée d'un microphone à électret à celle de l'amplificateur.

transistor unijonction (U.J.T.). Composant actif constitué par un barreau de semi-conducteur muni d'une jonction latérale. L'U.J.T. est utilisé le plus souvent comme générateur d'impulsions.

transitoire. *adj.* Qualifie un phénomène survenant dans un système soumis à un changement brutal de conditions, persistant peu de temps après cette perturbation.

trans-sonique. *adj.* Correspond à des vitesses voisines de la vitesse du son. En aérodynamique, le régime trans-sonique est caractérisé par des nombres de Mach compris entre 8 et 12.

travail. *n.* Le travail d'une force est le produit scalaire de cette force par le déplacement de son point d'application.

triac. *n.* Composant semi-conducteur se comportant comme deux thyristors placés tête-bêche. Une seule électrode de commande permet de contrôler les deux alternances du courant principal. Les triacs ne sont utilisés qu'en alternatif.

triboluminescence. *n.* Émission de lumière produite par une substance à la suite d'un choc ou d'une déformation.

trigger. *n.* Circuit dont la tension de sortie ne peut prendre que deux valeurs selon le niveau de la tension appliquée à l'entrée. Les triggers sont très utilisés dans les circuits de déclenchement des oscilloscopes.

triode. *n.* C'est un tripôle électrique obtenu en intercalant une électrode supplémentaire appelée grille entre la cathode et l'anode d'une diode à vide. Le potentiel de cette grille contrôle l'intensité du courant anodique.

tripôle. *n.* Circuit accessible par trois bornes. C'est un quadripôle dont les dipôles d'entrée et de sortie ont un point commun.

turbulence. *n.* Aspect macroscopiquement désordonné du mouvement d'un fluide.

U

ultrason. *n.* Son de fréquence supérieure à la limite audible par l'homme (environ 16 à 20 kHz). Les ultrasons sont remarquables par leur comportement physique proche de celui de la lumière (réflexions). Au-delà de 1 gigahertz (10^9 hertz), les ultrasons sont appelés hypersons.

univers. *n.* En thermodynamique, c'est l'ensemble du système et la partie du milieu extérieur qui échangent de l'énergie.

uranium enrichi. C'est de l'uranium dans lequel la proportion de l'isotope 235 a été augmentée par rapport à celle qui existe dans l'uranium naturel (0,71 % d'U 235 dans l'uranium naturel). L'enrichissement se fait par diverses méthodes dites de séparation des isotopes (la diffusion gazeuse est le procédé industriel utilisé actuellement). L'uranium enrichi constitue le combustible nucléaire le plus courant.

V - Z

variable d'état. Élément d'un ensemble de variables dont la connaissance ajoutée à celle de l'entrée à un instant t_0 permet de connaître l'évolution de la sortie d'un système à l'instant $t_0 + \varepsilon$. Les variables d'état condensent l'information sur le passé.

Varicap (marque déposée). Diode à capacité variable; c'est une jonction PN polarisée en inverse qui se comporte comme une capacité dont la valeur est fonction de la tension appliquée.

V. C. O. ***(voltage control oscillator).*** Oscillateur dont la fréquence est fonction d'une tension continue de commande.

vidéo (signal). Terme utilisé en télévision. C'est le signal contenant à la fois les informations de brillance provenant de l'image à transmettre et les tops de synchronisation.

viscosité. *n.* Caractéristique d'un fluide dont le mouvement des molécules est soumis à des forces de frottement intermoléculaires. La viscosité entraîne au sein d'un fluide en mouvement une déperdition d'énergie.

visqueux. *adj.* Se dit d'un fluide dont la viscosité n'est pas nulle. Plus généralement, qui est épais ou s'écoule avec difficulté.

vitesse absolue. Vitesse d'un point par rapport à un référentiel d'inertie.

vitesse d'Alfven. Limite basse fréquence de la vitesse de phase des ondes cyclotroniques se propageant parallèlement au champ magnétique.

vitesse aréolaire. Aire balayée, par unité de temps, par le vecteur joignant l'origine à un point mobile. Dans le cas d'une interaction newtonienne, cette vitesse est constante (loi des aires).

vitesse de groupe. Vitesse de propagation des battements obtenus par superposition de plusieurs vibrations de fréquences légèrement différentes. Cette vitesse est la vitesse de propagation de l'énergie.

vitesse de libération. Vitesse minimale qu'il faut imprimer à un objet lancé verticalement pour qu'il échappe à l'attraction terrestre.

vitesse de phase. Vitesse de propagation d'une onde électromagnétique monochromatique.

vitesse de phase d'un mode (notée v_p). Vitesse à laquelle doit se déplacer un observateur le long d'une ligne sans perte pour voir un champ constant, soit $\beta_g z - \omega t = \text{cte}$, ou encore $v_p = \frac{dz}{dt} = \frac{\omega}{\beta}$.

vitesse relative. Vitesse d'un point par rapport à un repère qui est lui-même en mouvement par rapport à un référentiel d'inertie.

vitesse de transport de l'énergie (notée v_E). Rapport de la puissance se propageant le long d'une ligne divisée par l'énergie électromagnétique totale emmagasinée par unité de longueur. Elle est égale à la vitesse de groupe introduite précédemment.

Zener (diode Zener). Les diodes Zener sont des diodes à jonction construites pour travailler dans ces conditions, la tension à leurs bornes est alors indépendante du courant qui les traverse. Elles sont utilisées comme référence de tension. L'effet Zener est un effet d'avalanche se produisant dans une jonction PN polarisée en inverse.

Zircaloy. *n.* Alliage de zirconium et d'un ou plusieurs autres métaux (étain, fer, chrome, nickel) qui est particulièrement résistant au point de vue mécanique et chimique.

zone de Brillouin. Maille élémentaire du réseau réciproque, construite de façon symétrique autour d'un de ses nœuds.

ERRATA ET COMPLÉMENTS

Volume I

Page 204, dans le chapitre « Enregistrement magnétique », 4e paragraphe, lire : les vitesses normalement utilisées sont 4,75 , 9,5 , 19 et 38 cm/s.
Supprimer la mention entre parenthèses.

Volume II

Page 50, légende de la photographie figurant en haut de page, lire : Module amplificateur large bande 225-400 MHz, qui sort 25 watts crête avec 6 dB de gain. Ce composant sert d'amplificateur de puissance dans des dispositifs de communication UHS/VHS. Cette fonction peut être remplie actuellement par des transistors d'émission pouvant sortir jusqu'à 60 watts dans la bande 225-400 MHz.

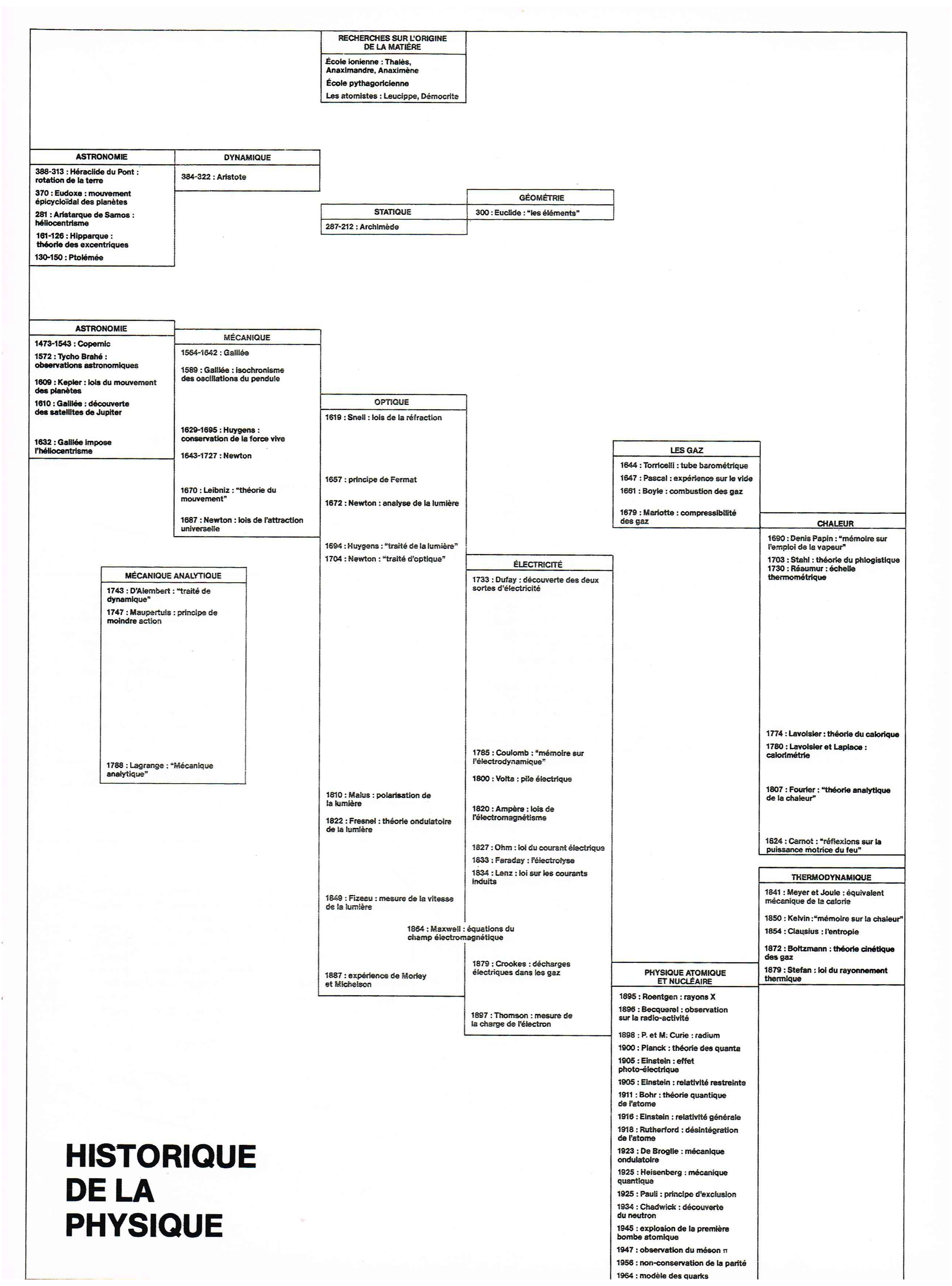

RECHERCHES SUR L'ORIGINE DE LA MATIÈRE
École ionienne : Thalès, Anaximandre, Anaximène
École pythagoricienne
Les atomistes : Leucippe, Démocrite
ASTRONOMIE
388-313 : Héraclide du Pont : rotation de la terre
370 : Eudoxe : mouvement épicycloïdal des planètes
281 : Aristarque de Samos : héliocentrisme
161-126 : Hipparque : théorie des excentriques
130-150 : Ptolémée
DYNAMIQUE
384-322 : Aristote
GÉOMÉTRIE
300 : Euclide : "les éléments"
STATIQUE
287-212 : Archimède
ASTRONOMIE
1473-1543 : Copernic
1572 : Tycho Brahé : observations astronomiques
1609 : Kepler : lois du mouvement des planètes
1610 : Galilée : découverte des satellites de Jupiter
1632 : Galilée impose l'héliocentrisme
MÉCANIQUE
1564-1642 : Galilée
1589 : Galilée : isochronisme des oscillations du pendule
1629-1695 : Huygens : conservation de la force vive
1643-1727 : Newton
1670 : Leibniz : "théorie du mouvement"
1687 : Newton : lois de l'attraction universelle
OPTIQUE
1619 : Snell : lois de la réfraction
1657 : principe de Fermat
1672 : Newton : analyse de la lumière
1694 : Huygens : "traité de la lumière"
1704 : Newton : "traité d'optique"
1810 : Malus : polarisation de la lumière
1822 : Fresnel : théorie ondulatoire de la lumière
1849 : Fizeau : mesure de la vitesse de la lumière
1864 : Maxwell : équations du champ électromagnétique
1887 : expérience de Morley et Michelson
LES GAZ
1644 : Torricelli : tube barométrique
1647 : Pascal : expérience sur le vide
1661 : Boyle : combustion des gaz
1679 : Mariotte : compressibilité des gaz
CHALEUR
1690 : Denis Papin : "mémoire sur l'emploi de la vapeur"
1703 : Stahl : théorie du phlogistique
1730 : Réaumur : échelle thermométrique
1774 : Lavoisier : théorie du calorique
1780 : Lavoisier et Laplace : calorimétrie
1807 : Fourier : "théorie analytique de la chaleur"
1824 : Carnot : "réflexions sur la puissance motrice du feu"
MÉCANIQUE ANALYTIQUE
1743 : D'Alembert : "traité de dynamique"
1747 : Maupertuis : principe de moindre action
1788 : Lagrange : "Mécanique analytique"
ÉLECTRICITÉ
1733 : Dufay : découverte des deux sortes d'électricité
1785 : Coulomb : "mémoire sur l'électrodynamique"
1800 : Volta : pile électrique
1820 : Ampère : lois de l'électromagnétisme
1827 : Ohm : loi du courant électrique
1833 : Faraday : l'électrolyse
1834 : Lenz : loi sur les courants induits
1879 : Crookes : décharges électriques dans les gaz
1897 : Thomson : mesure de la charge de l'électron
THERMODYNAMIQUE
1841 : Meyer et Joule : équivalent mécanique de la calorie
1850 : Kelvin : "mémoire sur la chaleur"
1854 : Clausius : l'entropie
1872 : Boltzmann : théorie cinétique des gaz
1879 : Stefan : loi du rayonnement thermique
PHYSIQUE ATOMIQUE ET NUCLÉAIRE
1895 : Roentgen : rayons X
1896 : Becquerel : observation sur la radio-activité
1898 : P. et M. Curie : radium
1900 : Planck : théorie des quanta
1905 : Einstein : effet photo-électrique
1905 : Einstein : relativité restreinte
1911 : Bohr : théorie quantique de l'atome
1916 : Einstein : relativité générale
1918 : Rutherford : désintégration de l'atome
1923 : De Broglie : mécanique ondulatoire
1925 : Heisenberg : mécanique quantique
1925 : Pauli : principe d'exclusion
1934 : Chadwick : découverte du neutron
1945 : explosion de la première bombe atomique
1947 : observation du méson π
1956 : non-conservation de la parité
1964 : modèle des quarks
HISTORIQUE DE LA PHYSIQUE

Table de quelques constantes physiques

N	nombre d'Avogadro	$6{,}023 \times 10^{23}$ mol^{-1}
c	vitesse de la lumière dans le vide	$2{,}998 \times 10^{8}$ m · s^{-1}
h	constante de Planck	$6{,}626 \times 10^{-34}$ J · s
$\hbar$	quantum de moment cinétique ($= h/2\pi$)	$1{,}054 \times 10^{-34}$ J · s
a_0	premier rayon de l'atome de Bohr ($= 4\pi\varepsilon_0 \hbar^2/me^2$)	$0{,}529 \times 10^{-10}$ m
μ_B	magnéton de Bohr ($= e\hbar/2m$)	$0{,}927 \times 10^{-23}$ J · T^{-1}
m	masse de l'électron au repos	$0{,}911 \times 10^{-30}$ kg
M_P	masse du proton au repos	$1{,}672 \times 10^{-27}$ kg
e	charge de l'électron	$1{,}602 \times 10^{-19}$ C
k_B	constante de Boltzmann	$1{,}38 \times 10^{-23}$ J · °K^{-1}
	énergie associée à 1 eV	$1{,}602 \times 10^{-19}$ J
	température associée à 1 eV ($= 1$ eV$/k_B$)	11 605 °K
	fréquence associée à 1 eV ($= 1$ eV/h)	$2{,}418 \times 10^{14}$ Hz
	nombre d'onde associé à 1 eV ($= 1$ eV/hc)	8 065 cm^{-1}
ε_0	permittivité du vide	$0{,}885 \times 10^{-11}$ F · m^{-1}
μ_0	perméabilité magnétique du vide ($= 4\pi \cdot 10^{-7}$ H · m^{-1})	$1{,}256 \times 10^{-6}$ H · m^{-1}

TABLEAU DE DIFFÉRENTS TYPES DE RÉACTEURS

	Spectre neutronique	Modérateur	Caloporteur	Combustible	Utilisation
UNGG	Thermique	Graphite	CO_2	U naturel	Électrogène
HTR	Thermique	Graphite	H_e	U enrichi	Électrogène Chaleur de procédé
GCFR	Rapide	—	H_e	U enrichi Pu	Électrogène Calogène
PWR	Thermique	H_2O	H_2O	U enrichi	Électrogène - Propulsion navale - Calogène
BWR	Thermique	H_2O	H_2O	U enrichi	Électrogène Calogène
LMFBR	Rapide	—	Na liquide	Pu	Électrogène Calogène

ABRÉVIATIONS

UNGG - Réacteur à uranium naturel graphite gaz.
HTR - (High temperature reactor) Réacteur à haute température.
GCFR - (Gas cooled fast reactor) Réacteur rapide refroidi par gaz.
PWR - (Pressurized water reactor) Réacteur à eau pressurisée.
BWR - (Boiling water reactor) Réacteur à eau bouillante.
LMFBR - (Liquid metal fast breeder reactor) Réacteur rapide surrégénérateur à métaux liquides.
HWR - (Heavy water reactor) Réacteur à eau lourde.
AGR - (Advanced gas reactor) Réacteur à gaz avancé.
SGHWR- (Steam generating heavy water reactor) Réacteur à eau lourde producteur de vapeur (Grande-Bretagne).
MSBR - (Molten salt breeder reactor) Réacteur surrégénérateur à sels fondus.

INDEX DES NOMS CITÉS

Les références sont données par l'indication du numéro de la page où se trouve le terme, suivi le cas échéant, des lettres *a* et *b* se rapportant respectivement à la colonne de gauche et à la colonne de droite de chaque page.

Les références sont données, pour les illustrations, par le numéro de la page en caractères gras et, pour le texte, par le numéro de la page en caractères maigres pour une simple citation, et en italique pour un développement plus complet.

Pour les différentes variantes se rattachant à un même terme, un astérisque indiquera le renvoi à ce dernier. *Ex.:*
référentiel d'inertie (ou repère galiléen) I - 41 a, **41**
repère galiléen
* référentiel d'inertie

D

E

F

G

H

I

J - K

L

M

S

T

U

V

Z